



总主编　李其维　赵国祥

皮亚杰文集

Collected Works of Jean Piaget

第六卷（下）

本卷主编　曾守锤



ISBN 978-7-5649-4478-0


9 787564 944780 >
（上、下册）
定价：730.00 元



总主编 李其维 赵国祥

皮亚杰文集
Collected Works of Jean Piaget

（第六卷）
Volume Six

智慧操作的建构过程
（下）

The Construction Process of
Intelligent Operation
(Part Ⅱ)

主　编　曾守锤
副主编　王　美　孙志凤　张　坤

河南大学出版社
HENAN UNIVERSITY PRESS
·郑州·

图书在版编目(CIP)数据

皮亚杰文集.第六卷/李其维,赵国祥总主编;曾守锤分卷主编.—郑州:河南大学出版社,2020.9

ISBN 978-7-5649-4478-0

Ⅰ.①皮… Ⅱ.①李… ②赵… ③曾… Ⅲ.①皮亚杰(Piaget, Jean 1896—1980)—文集 Ⅳ.①B84—53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 190628 号

责任编辑 杨风华 马元珍
责任校对 王 慧 陈 炜 胡玲霞
封面设计 马 龙

出 版	河南大学出版社		
	地址:郑州市郑东新区商务外环中华大厦 2401 号	邮编:450046	
	电话:0371—86059701(营销部)	网址:hupress. henu. edu. cn	
排 版	河南瑞之光印刷股份有限公司		
印 刷	河南瑞之光印刷股份有限公司		
版 次	2020 年 12 月第 1 版	印 次	2020 年 12 月第 1 次印刷
开 本	787 mm×1092 mm 1/16	印 张	97.75
字 数	2083 千字	定 价	730.00 元

概括化研究

〔瑞士〕让·皮亚杰　〔葡萄牙〕吉尔·恩里克斯　**著**
袁乙榛　田　晨　王东春　张　璐　**译**
蒋　柯　**审校**

概括化研究
法文版 *Recherches sur la Generalisation*, Paris: Presses Universitaires de France, 1978.
作　者 Jean Piaget, Gil Henriques

袁乙榛　田　晨　王东春　张　璐　译自法文
蒋　柯　审校

总目

目　　录

概括化研究

〔瑞士〕让·皮亚杰
〔瑞士〕吉尔·恩里克斯著

合作者

I. Berthoud-Papandropoulou(I.博哲德-帕潘德里保罗),A. Blanchet(A.布朗切特),
J.-F. Bourquin(J.-F.布尔坎),J.-P. Bronckart(J.-P.布隆卡特),A. Bullinger(A.布林格),
J. Cambon(J.坎波),J. Cuaz(J.屈阿),S. Dayan(S.达扬),E. Dekkers(E.德克斯),
M.-A. Fluckiger(M.-A.弗拉基格),C. Kamii(C.坎米),
A. Karmiloff-Smith(A.卡尔米洛夫-史密斯),
M. Lavallée(M.拉瓦勒),P. Mengal(P.孟加尔),Al. Moreau(Al.莫罗),
E.Rappe du Cher(E.哈普杜谢赫),M. Solé-Sugranes(M.索勒-苏格朗尼),
E. Valladao(E.瓦拉道),J.Vauclair(J.沃克莱尔),
D. Vcelin-Liambey(D.威尔林-利亚姆贝),Cl. Vcelin(Cl.沃尔兰)



法兰西大学出版社

巴黎圣日耳曼大街108号

ISSN 2 13 035507 2

——第一版:1978年第二季

根据法兰西大学出版社1978年版译出

内容提要

《概括化研究》一书汇集了皮亚杰和他的同事关于儿童概括化发展特征的研究。这些研究的基础是发生认识论研究中心之前所开展的一系列关于"抽象化"的研究。

在抽象化研究的基础上，本书所介绍的研究旨在揭示儿童认知发展的两个重要特征：第一，儿童通过概括化不断产生新的结构，而新的结构是初始结构的必然顺延；第二，儿童概括化的发展是一个连续过程，尽管其中体现出阶段性的特征，但是阶段性的演变是建立在儿童认知平衡化的连续转换的基础之上的。

抽象化有两种形式，一种是主体针对来自客体的信息进行的辨别与整合加工；另一种是主体对自身所发生的动作协调本身进行"反省性"的辨别与整合，即"反省抽象"，从而形成认知格式。与之对应，概括化也有两种形式：一种是对观察事实的概括化；另一种是对所观察到的关系的有效性进行检验的概括化。前者是从"有时"到"总是"的概括化，也可以被称为"归纳性概括化"；后者则涉及主体的运算性建构，即建构了新的运算结构，因此可以被称为"建构性概括化"。

本书第一章和第二章介绍了概括化的逻辑问题，第三章到第五章是关于数字领域的概括化，第六章到第九章涉及空间问题，第十章涉及概率问题，第十一章到第十三章则是关于物理学问题的概括化解释，第十四章是一般性结论。从第三章到第十三章介绍了关于儿童概括化的实验性研究，并根据儿童在实验任务中的表现将儿童的概括化区分为3个阶段6个水平。每一章都分别描述了各个阶段或水平的儿童的概括化特征。

总体上，通过对概括化的研究，本书揭示了儿童认知发展从动作协调到形式化运算的发展过程。

田　晨

《发生认识论研究》起草委员会与《发生认识论国际中心》咨询委员会

G. BACHELARD，索邦大学名誉教授。
L. V. BERTALANFFY，系统科学理论协会。
E. W. RETH，阿姆斯特丹大学教授。
G. BOULICAND，巴黎理学院教授。
J. BRUNER，哈佛大学教授。
S. CECCATO，Methodos 总监。
P. FRAISSE，索邦大学教授。
F. GONSETH，Dialectica 总监。
C. G. HEMPEL，普林斯顿大学教授。
O. KŒHLER，弗赖堡大学教授。
Th. KOTARBINSKY，波兰科学院院长。
P. LORENZEN，基尔大学教授。
J. G. MILLER，密歇根大学教授。
A. NAESS，奥斯陆大学教授。
Ch. PERELMAN，Logique et Analyse 联合总监。
W. V. QUINE，哈佛大学教授。
G. RYLE，牛津大学教授。

目　录

序 言

我中心先前所进行的关于抽象的不同形式的研究,让我们自然而然地对概括化的多样性进行了补充性分析,与此同时,前者与后者之间的密切联系是显而易见的。然而我们并不是要不断重复自己的研究,因为对概括化过程的研究会进一步导致我们对两大认知奥秘的研究:它包括产生不断更新的结构,这并非指初始结构的内容,而是指一旦新的结构被建构出来,它就成为这些初始结构的必然产物;并且这种建构是连续的,依赖于这些尚未完成的构成,比依赖于已经完成的构成更多,同样,也常常更多地依赖于之前的既有内容。

关于抽象,我们把它分为两种主要形式。其一,我们称之为"经验的",是指从客体自身出发以获得信息,通过排除某些属性以排除其他(对象),且在主体的认识之前它就已经存在了(例如颜色或者重量等)。另一种称为"反射的",它并不从客体自身出发,而是从主体对客体所进行的动作协调出发,或者是从主体的一般化运算出发,这两者是截然不同的。因此,这一方面涉及如何去思考一个从低级上升到高级层面上的"思维"的含义,另一方面,是思考精神层面上关于"反省"的含义,"反省"的功能是在新的层面上重构关于前例的抽象,这种重构便需要一个新的结构化。

倘若真的如此,且每个人都会认识到逻辑–数学抽象和在实验研究中的抽象的区别,不用说,至少有两种形式的概括化。那些从客体可观察性角度出发的抽象,即经验的抽象,以及对观察关系的有效性进行验证的抽象,再以及形成概括化等级并从中形成进一步预测的抽象(并没有进一步地寻求解释或"理性",而只是对可观察性的超越),都是在外延意义上的本质属性,由从"有些"到"全部",抑或从"有时"到"总是"的进程构成:我们称之为"归纳概括化"。这个术语所产生的问题是不容忽视的。另外,当概括化依赖或涉及主体的运算或运算的产物时,在这种情况下,它便同时具备了内涵和外延的属性,从而导致新形式或新内容的产生(参见:数及其复合多样性)。这些内容由这些形式产生,而不是在经验观察中得出,我们将它们称为"建构性概括"。本书的主要研究对象便是关于它们的形成和形成机制的讨论。

实际上,归纳法曾经是B. 英海尔德(B. Inhelder)的研究课题[①],而我们并不需要追问主体是通过何种方法实现了概括化,并在现实中形成关系或规律的。另外,为了更好地理解建构性概括的基本作用,我们可以回忆一下归纳过程。当主体面对变量x和变量y

① B. 英海尔德和J. 皮亚杰,《从儿童到青少年逻辑思维的发展》,法兰西大学出版社(PUF)。

以及它们之间产生的关系时，为了验证这种关系的稳定性，这个任务总是需要先外延性地假设存在一个同化框架，这种同化即是主体的活动，在特定情况下，它体现为一种函数关系：如果 $y=f(x)$，那么这个框架就是函数 f 本身，作为一种形式联合了内容 x 和 y 及其变化。这些变量，它们的变化和存在，以及由可观察因素所构成的关系等，都是由于主体的活动或运算才能被置于某种关系当中（然而，仅仅是“被用于”而不是“归因于”客体），也就是之前所说的建构性概括的结果（有态射或感知运动性协调的介入）。

我们还应该从一开始就注意到，如果“建构性”框架的基本的和普遍的（特征）必然是通过“归纳”而建立的联系的同化而获得的，那么从概括的角度而言，在抽象领域我们所确定的结果只有：客体的属性读取所关乎的任何经验的抽象都在实际上假设了谓词、关系和类别的使用，以及可观察内容的同化所必需作为先决条件的“形式”，都至少包含着先前所说的反思性抽象，即便它们本身是无意识的。我们将在归纳性和建构性概括之间找到这种相同的关联，在（儿童的认知）发展初期建构性概括处于劣势，与最初的系统性的简单的经验性归纳的首要性地位相对立。然后，我们所有的努力将集中在逐渐丰富起来的建构性概括的形成上，以及致使它们在内容和形式上不断创新的机制上。

本书的第一章和第二章将探讨逻辑上的问题，第三到五章涉及数字领域（循环推理），第六到九章涉及空间性协调，第十章关于概率问题，第十一到十三章讨论了物理性解释。第三章到第五章比前一、二章更容易阅读，我们曾犹豫过从它们先开始（读者可以这样做），但最终我们仍将按照问题的顺序来排列。

毋庸置疑，所有这些署名人共同写作了整本书，并且每一个合作者在实验设计和实施的过程中都发挥了至关重要的作用。

J. P.

备注：我们热切地感谢瑞士国家科学基金会和福特基金会对我中心工作的持续而诚恳的支持。

第一章　导致"部分集合化"的概括

与D. 威尔林-利亚姆贝和I. 博哲德-帕潘德里保罗等人合著

部分集合是一组或一类元素的所有可能分类中的一个类别，因此，它是建构性概括的特征性形式的结果，即在其中运算被提升为第二强势力。因此，我们有时会提出这样一个假设，即部分集合的结构都是通过"替代性"运算（$A_1+A_1'=A_2+A_2'=B$）来实现的，这种运算使得它在保持一切相同的前提下从一个类别或分区过渡为另一个。这是真的，儿童在具体运算的最初阶段便已经获得了替代性（7—8岁或更早时，儿童就已经明显地表现出这种直觉了），而组合和部分集合化却要到11—12岁时才获得（并且只是刚刚开始……）。两者之间的系统性困难由此而来，我们将在这里对它们进行探讨。因此，本研究的目的不是分析"单形（simplexe）" 2^n的最终结构的建构，而是要研究从替代开始的过程，以及讨论始于双重分区（doubles partitions）的过程，进而指向部分集合化的方向。

实际上，为了从替代过渡到部分集合化，至少需要满足两个条件，这些条件对主体而言则是很大的困难。第一个是：如果替代是在保持全集B恒定的条件下，同时用分区A_2+A_2'来代替A_1+A_1'的运算，那么形成单形就是必然的，而不仅仅是局限于这种替换或者对整体的识别，还要同时考虑这两者或n个分区，以便可以将一个部分与另一个部分进行比较。当有四个类别的情况下，即A和B以及它们补集非A和非B，我们甚至可以构成16种单形的组合，但是我们将要处理的首要问题是要确定，当年幼的被试能够替换的仅仅只有两种不同的二元分区时，他们是否能够同时进行独立的推论，也就是说，在可能的关系的细节中将它们整合到一个具有可分析性的集合系统中。然而，我们会看到情况并非如此。

很显然，分区的比较还包括交集的使用。同样，当由元素A、B、非A和非B组成含有16个"部分（parties）"的集合时，每一个元素都会出现在12个"部分"，为了合并它们各自的用途，我们赋予每个元素16（根据"部分"决定0、1或2）。一旦理解了两个类或两个"部分"之间交集的存在，就是认识到了两者之间存在着共同元素。这再次假设了两个不同系统或子系统之间的同时比较（例如双重包含）。因此，还有一个问题在于确定这是否一种简单推导，抑或它本身也是某种程度上的建构性概括。然而，众所周知，年幼

被试趋向于仅仅在不相交的类别或者以这种结构为基础的加法"群集"上进行推理。对于乘法群集而言，即对同一个群集的使用和概括，儿童一开始只能在内涵中构想这些乘法群集，双向表格中每个格子里面的元素被认为同时具备两种属性，同时，每个格子的属性是不交叉的。所以问题依然是，如何从不相交的类别过渡到外延的交集[①]，实际上这很困难。

为了将这两个问题带回最基本的形式，我们使用了显而易见的替换，例如我们可以明确地区分正方形(A_1)和圆形(A_1')或大(A_2)和小(A_2')的类别，这些类别A_2和A_2'相应地由与A_1和A_1'相同的元素组成：我们所研究的问题之一就是随意选择数字(任何数字)，但是要具有"与大(A_2)一样的方块(A_1)"。

可以看出，尽管这是项看似非常基本的任务，然而它却预设了同时使用两个分区。此外，在所有可能的答案中(我们试图得到所有可能的答案)自然地形成了交集。如果我们称a_1、a_1'、a_2和a_2'为前面的分类A_1、A_1'、A_2和A_2'的性质(谓词)，那么正确答案实际上可以通过类别X和Y[②]呈现以下三种类别的组合：

(1)$nX(a_1a_2)$：在这种情况下会出现特性$X=Y$，也就是方块和大相等；

(2)$nX(a_1a_2')=nY(a_2a_1')$：这是排他性析取(disjonction exclusive)；

(3)$nX(a_1a_2')+nY(a_2a_1')+n'Z(a_1a_2)$，如果$Z$是总类别$XZ(a_1a_2'+a_1a_2)$和$YZ(a_2a_1'+a_2a_1)$的交集，那么就有等式$X+Z=Y+Z$。

倘若我们的问题还围绕着分区和包含(交集)的同时性，那么它们与概括又有怎样的关系？首先要明确的是，即使没有达到部分集合化，被试所使用的推理预设了在运算基础上的运算性建构，从而形成形式。但是，似乎通过启用双向表格或乘法分类，在7—8岁儿童的运算水平之前就可以解决了这个问题，因为：(1)这两种方式都已经预设了同时考虑到两个分区；(2)并且这种表格的每个分区就已经是一个交集。实际上，前面的四个类别A_1、A_1'、A_2和A_2'构成了这样一个表格[③]，而且我们所提到的三个解决方案(前文提到的1、2、3)可简单地归结为使用了该表格中的一个、两个或三个分区(同理2^n代表了所有的可能性，因此有16种组合)。我们提出的问题有什么不同？很显然，无非就是以不同的方式组合表格里的各个分区，从而在整个系统内建立子系统，它可以被视为产生这个整体系统的运算性概括(通过相继的区分和重组)。但事实上，由于以下两个原因，这些局部的重组会产生一系列新问题。

首先，当我们只是逐个考虑四个分区时，如前所述，它们的含义很简单，无非是对两个谓词相结合的理解(如大正方形、小正方形等)，然而当我们结合两个或者三个分区

---

① 注意，乘法矩阵表示了每个分区与整体之间的关系，以及包含关系可以用外延来阐释，而分区之间的交集却是在内涵之下被说明的。

② X代表方格，Y代表大。

③ 组合A_1A_2、A_1A_2'、$A_1'A_2$以及$A_1'A_2'$。

时，这种外延联合的含义就变得很复杂，需要根据新的联系对这些谓词组合进行概括：与数量无关（数量是没有任何困难就能用来比较的）。比较这些“正方形”和“大的”蕴涵了一对分区和另一对分区之间的关系，这种关系包含了另一种含义，它赋予了基本四分区的特征，而没有考虑两个或者三个分区的重组可能性。

其次，这些由两或三个分区组成的子系统需要更多数量的否定的同时性协调，这种否定的协调正是整体系统的建构：比较“正方形”和“大的”一方面需要排除非正方形，另一方面排除非大，要做到逐个分区并且同时考量，而在整个系统中，否定是全局的，甚至可能保持简单的“差异”状态（例如：正方形和圆形）。

总而言之，我们通过问题引导被试朝向“部分集合化”的方向上前进，这假设了某种新关系的建构，这种建构由定义了四个初始分区的基本联系出发 ，并产生了概括化的问题。

这种方法包含几个步骤，内容由三个分区构成（而不是前面简化的例子中的两个）：正方形和圆形，大或小，红色或绿色（八个分组，每组 n 个元素）。一旦得知内容包括哪些分区，我们就会对孩子说“你可以根据需要选择数字，但我希望有与大的同样多的（或‘等量的’）正方形”。一旦我们有了答案，我们又会询问被试对于同一问题的其他可能的解决方案：事实上，正如我们刚才所见，它可以是相同的（同时具备大的和正方形的），即排他性析取和非排他性析取存在着交集的情况。为了在儿童不能理解时让问题变得更容易，或者为了更好地分析从一个解决方案到另一个解决方案的转换，我们会在得出答案的情况下立刻提出第二个问题：当我们有4个大的红色正方形和1个大的绿色圆形时，我们要求找到与红色一样多的圆形。当我们有了答案时，我们会继续提问：“我们可以在不破坏相等的情况下添加另一个红色圆形吗？”或者“我们可以用其他东西（比如小的）替换大的绿色圆形吗？”等等。在提问的第二阶段，我们会拿出一个大的绿色正方形，并要求被试找到一个与它“相反的”图形。一旦答案给出，并且如果相反是循序渐进的，我们就会指定其他“相反的”图形，并最终询问“最相反”的是哪一个。关于差异的计数（根据图形来计数一个、两个或三个的模式），可能由此产生出一系列问题：仅仅根据差异的数量建构了一个子类别，这显示了它们的外延，（并且我们会问）“为什么只有一个模型相反？”如果被试选择了小的红色圆形来建构子类。我们还要求被试找出所有不是“大的绿色正方形”的图形，即“补充的”或与“相反的”一词所指定的相对应的否定。

还要注意，这个术语“相反的”（或“最相反的”）是对儿童自发地使用的表达方式的反应。至于与大的绿色正方形的差异数量，请记住在小的绿色正方形、大绿色圆圈或大的红色正方形的情况下都只有一个差异；而在小的红色正方形、小的绿色圆形和大的红色圆形情况下有两个差异；最后，小的红色圆形有三个差异。最终，我们仔细确定孩子如何使用或理解术语“和”和“或”（“大和绿”和“大或绿”）也是至关重要的。

1 水平 IA

对于更年幼的被试，我们只能将他们归入最相近的属性分组。

Ela(5;8) 正确地描述了所呈现的8个类别中的4个：“圆形，正方形，以及大圆形和大正方形，小圆形和小正方形。”所以8个分区中的4个：“更多的？——我全都提及过了。”与正方形等量的大的，她只会给出“大圆形和小圆形”的答案，对于所有类似的问题都存在错误。相反，“与绿色圆形相同的红色圆形”就会得出两个相对应的集合，但没有量化的描述。然而对于与大的绿色正方形的“相反的”图形，她给出了一个小的绿色方块，随后一个大的红色正方形，随后是一个小的绿色圆形：“我没有选择大的绿色圆形，因为这两个都是绿色的。——哪个才是最相反的？——(她于是拿出了小的绿色正方形。)”

接下来的被试开始对非相邻属性的类别进行比较。

Mur(5;11) (分两次)列举了这8个类别：“我希望你能选出所有是绿色的大的图形。——(他选了6个大的绿色正方形。)—— 还有别的什么？——(他添加了大的绿色圆形)——如果我添加这个(小的红色圆形)？——不，因为它是红色的：它就不能组成绿色和大的图形了。”(他的选择)缺少了包含，对于包含5个正方形的8个图形：“这儿的正方形比图形还多。”与大图形等量的正方形：他选了6个大的并且是正方形的图形，就像我们只是要求他选出大正方形一样。“有与正方形同样多的大的图形吗？——(于是他又加入了6个小正方形)有的(像这样)，有与正方形同样多的大的图形：6比6。——那像这样呢(4个大的绿色正方形)，我们能说这儿有等量的正方形和大的图形吗？——这儿有更多的正方形……(不对)这儿只有大的图形。——但是同时也是等量的正方形？——不是，只有大的图形。”对于同样多的红色图形和圆形：他选取了4个绿色圆形和4个红色正方形(正确析取)。“倘若我们加入1个小的红色圆形。——好吧，那是5个红色了。啊！不对，可那边是4个(无法理解交集)。”

Phi(5;6) 与大的图形等量的正方形，他拿出4个大正方形(2个红色和2个绿色)：“同样的情况，不应该选取(某一种颜色的)3个或者4个图形。”他选取了4个大的绿色正方形和4个大的红色正方形，然后开始查数。“好了，我数好了。”缺少了包含：“有同样多的红色和圆形吗？——4个红色正方形与4个绿色圆形(8个大的图形)——还有其他方法吗？——(他用3个小的绿色圆形替换了3个大的绿色圆形)不，不对，这个更小了。——这让你很困扰？——啊！不是(随后，他把第4个大的绿色圆形也替换了)。——那这样呢(用大的红色圆形替代正方形)？——对的

(拿了3个大的红色圆形),除了这个绿色的(第4个正方形)。"于是乎就有了4个红色正方形和4个红色圆形来使得圆形和红色图形相等:"我们全部采用了红色……这是正确的。——但是……全部是红色然而仅4个是圆形?——(于是他把4个圆形用4个绿色正方形来替代了)"

Dom(6;8) 显示了很好的(理解)8个类别,以及"全部"小的图形,等等。然后对于这个问题"哪一个是正方形或者红色的?"他选择了一个红色正方形。"我问了什么?——某个正方形且红色的图形。"同样对于"某个是圆形或者绿色的图形",他只选取了一个绿色圆形。"那这个(红色圆形)符合吗?——不行,嗯……行。——为什么?——不行,这个不合适。我们说要绿色的。——那圆形或者正方形呢?——(他选取了一个绿色正方形)因为它是正方形或者圆形或者绿色。"然后他拿了一些正方形和圆形:"这些是圆正方形……我们可以把它们称为圆正方形。"等量的正方形和大图形,他选取了6个大的绿色正方形,然后又改成6个大的和6个小的正方形:"看,娃娃(我们画的它)喜欢正方形和这个大的。——嗯,这儿全都是大的正方形。——它们是等量的吗?——有更多的正方形。——比什么更多?——更多的大的。——还有呢?——圆形(大的)。"对于等量的红色和圆形,(反复尝试后)选择了4个正方形(红色)和4个圆形(绿色)。"现在圆形和红色是等量的吗?——不是。"

如果我们将根据同一标准(形状、大小或颜色)构成的分区称为"同质分区"(partition homogène),就可以依据前面的实验结果做出这样的判断,在这些实验中被试还不知道如何在异质分区(partitions hétérogènes)上进行外延推理,并且,为了能够回答问题,他们或者用同质分区来替换,抑或他们暂时地放弃了任何分区,同时合并了本该用来区分两个类别的特征,使它们成为相同客体的内涵。而且,根据这个事实,这些被试对类别所进行的推理只有析取或合并(fusionnées),而交集对于他们来说还很陌生。

首先,用同质分区替换了异质分区,这相当于构成了错误的排他性析取(在其内容中是错误的),因此我们看到Ela用"大和小"的分区代替了"大和方"的分区,从而完全忽略了正方形。被试Mur也在某个时刻用小的正方形替换大的正方形。Dom亦然,Phi对红色和绿色的区分都应用到了无关二分法。

其次,我们还注意到Mur如何把"与大图形等量的正方形"解读成了"大的正方形",Dom如何将"正方形或红色"理解为"正方形且红色"等。这种合并可能看起来与同质分区相反,但其实是由于同样的原因造成:儿童无法在外延中比较应该属于异质分区类别的"正方形"和"大的"或"红色",进而将这些异质分区的内涵合并,犯这样的错误是很容易的,因为同一个物体可以有几个不同的特质。当我们试图将这种合并转化为外延的统一时(参见前文中的类别X和Y的介绍),就会遭遇完全的抗拒:Mur,当面对4个大的正方形时(没有其他图形)拒绝承认存在与大图形同样多的(外延的)正方形:"有更多的正方形……(不对)……这儿只有大的图形。"同样地,正确地选取了正方形和圆形来回

答“圆形或正方形”的Dom,称它们为“圆正方形”,他使用这种表达方式将内涵(甚至是相互矛盾的)替换为一种相对容易把握的外延(根据形式而构成的同质分区),也就是用“和”代替了“或”。

不言而喻,在这些情况下,他们都不能理解交集:对于像红色一样多的圆形,Mur给出(如要求所示)4个绿色圆形和4个红色正方形,但拒绝使用红色圆形,因为没有看到它既是圆形又是红色,因而不会破坏已有的相等。事实上,这些被试中无一人能正确回答包含问题(整体中的元素多于部分中的元素),这自然使得他们缺乏关于交集的判别能力。最后,在“相反性”的问题中,被试一次只能指出一个相对性属性,并且没有等级之分(参考Ela),只能以正面的词汇描述它,甚至在某些情况下通过将其与相似之处联系起来:“我没有选择大的绿色圆形(与大的绿色正方形相对),因为这两个都是绿色。”显然,处理否定问题的困难性造成了构造异质分区的最初的障碍,因为异质分区包含了两个否定。

2 水 平 IB

首先是具体实例。

Did(6;4) 与在水平IA(对于n个正方形=n个大的图形)一样,在一开始选了4个大图形,其中包括2个正方形。“我要求的是什么?——除了1个大的正方形之外,还应该都是大的图形。——不(我们重复了一遍)。——这很困难(他用2个大的正方形替换了2个圆形)。它们都是大的图形也都是正方形(相同,除了它们是2个红色和2个绿色之外)。——好,我们还有其他做法吗?——(他选了4个大的圆形)这些就和正方形的情况相似(在大小方面),但是是另一种形状。——但是我想要……——(他选了4个小的正方形)那如果我选3个大的正方形呢?——(犹豫。)——那4个呢?——一样情况:都是大的图形也是正方形。——那3个呢?——差不多也一样。——相反的呢(1个大的绿色正方形)?——这个(大的绿色圆形)。——还有呢?——(大的红色正方形)相对也可以是颜色上的相对。——还有吗?——(小的绿色正方形)形状上的对立不是大小上的。——还有其他的吗?——这个(小的红色正方形),颜色上的相反,像这个一样(大的红色正方形)”,并且这也是“大小上的相反(而不是两个同时)”。他展示了所有的情况,但仅仅依据一个特性。“其中有哪些是最具有对立性的吗?——没有(他选取了一对一对的图形)。——那相对较为对立的呢?——它们都是对立的,那些圆形(相对于正方形不分等级次序)。”我们选择了4个正方形(2个小的红色和2个大的绿色)。“你可以选取或是小的或是正方形的图形吗?——(他一种选了一个出来)1个小的正方形和1个大的。”

Sar(6;6) 相等的正方形和大图形:她选了15个大的红色正方形。"我要求的是什么? ——同样多的圆形和正方形。——不对(又解释了一遍)。——(她继续选择正方形和圆形)——那像这样(4个大正方形),这有更多的正方形还是更多的大图形,还是一样多? ——一样的……它们都是大的图形并且都是正方形。——那怎样才能有比大图形更多的正方形呢? ——(她选取了小的正方形)——好,还有其他方法保持先前的一致性吗? ——(改变了空间上的位置)——那再加些图形的话? ——(加入了大的红色正方形)如果我们不考虑颜色的话,这个应该可行。——如果我们加入这个呢(大的绿色圆形),我们就有同样多的大图形和正方形吗? ——对,因为它是大图形并且不是正方形。——然后呢? ——对,我们就有一样多了…… 但我们会有比圆形更多的正方形(参考最开始)。——那是更多的大图形还是更多的正方形? ——更多的大图形。"对于等量的红色和圆形[①],她选取了4个大的绿色圆形和4个大的红色正方形。"还有其他方法吗? ——(选了小图形)。"对于以上4个图形的两种情况,我们又加入了1个大的红色圆形:"还是相等的吗? ——对,因为(对于红色正方形)它是红色的,我们不考虑它是圆形,而这边(对于绿色圆形)它是圆形,我们不考虑它是红色。"但是她看不出仍然是6个红色和6个圆形,因为她把两个组别分开看待。

Gon(6;9) 对于n个红色=n个圆形,通过选取了3个绿色圆形很自然地完成了题目,但是在圆形和正方形层面上解释了这个结果。我们建议她把3个绿色圆形用3个红色来替代,她同意了,除了"那边(待完成的部分)它们不是同一颜色:应该把这个绿色圆形拿出去换上红色。——那我们的圆形和红色一样多吗? ——对,这样我们有4个圆形和4个正方形。——红色在哪儿? ——(把它们都展示了一遍)——那是更多红色、更多圆形,还是一样? ——一样多"。

尽管在这一水平上儿童表现出了整体的智力进步,但这些被试仍然无法构成异质分区,因而同时连接两个同类分区。比如Sar(在这一年龄阶段我们所见到最有天分的孩子),把指令"n个正方形=n个大图形"解读成"n个正方形=n个圆形",并且将这个想法一直坚持到最后;Gon把"n个红色=n个圆形"解读成"n个圆形=n个正方形",直到最后都不能正确地解读这个结果(8个红色=等量的4个圆形,因为没有区分外延和内涵)。

对于在这个阶段经常出现的"等同性"的解答(唯一的大的正方形),这些解答不再像在水平IA那样仅仅理解为我们只是要求所有"大正方形",但他们还不能够把两个有相同内容的东西等同起来。他们的理解是,在大正方形中,有些为大的,另一些则为正方形,因此Did才把2个绿色正方形和2个大的红色正方形分在两个子系列中,而且他犹豫地接受了一个奇数(例如3)。

---

① 记住方法会简化答案。

因此，(在这个水平)不存在刻意的交集的可能性，当我们想做这样的引导的时候，共同元素被分配在了两个分离的类别中。Sar就是很好的一个例子，对于n个圆形=n个红色：当我们建议她选取2个红色圆形时，她并没有把它们放在那4个红色正方形和4个绿色圆形中间作为一个交集，而是把其中1个放在红色正方形上方，一边说“因为它是红色的，我们不考虑它是圆形”，然后把另一个放在绿色圆形上方，说明了理由，“它是圆形，我们不考虑它是红色的”。

至于“相反性”的问题，我们看到Did从来没有给出差别性的判断，即使他前后提到的两个属性(先颜色然后是大小)。因此，他没有发现可以根据差异的数量来建立等级关系，并且没有“更相反的”观念，除了在主观上，孩子会比另外一个因素更加重视某一个因素，例如更注重形状而不是大小，所以大的红色圆形将比小的红色正方形更“对立”于小的红色正方形。另外，即使被试将具有2个或3个差别的图形认定为“相反的”，当我们要求哪个“更相反的”时，他会回答“都是一样的图形”。

现在，很显然，对差异问题的应答对于如何建构部分集合化具有重要意义：实际上，如之前见证的那样，由于缺乏否定性的调节和层级区分，事实上阻碍了外延的和它们所预设的子系统的异质分区的建构。这就是为什么所有这个阶段，包括水平IB，其特征是缺乏由正确析取而形成的自动融合，以及缺乏关于交集的认识进而产生的关于同一性的错误理解。

3 水平 ⅡA

以下是由“或”和“和”引发的案例开始，以及关于“相反的”及补集(否定)的实例。

Cat(7;4) 我们要求她选出圆形或者正方形，她选择了所有的图形。“但是我只说了‘正方形或圆形’？——但是它们都是圆形或者正方形。——那如果我要求‘大的或者小的图形呢’？——其中任何一个：它们都是大的或者小的”。相反，对于“或者大的或者绿色的”(两个分区)，她只选择了大的红色图形：“这些。——余下的为什么不是？——因为它们是大的并且是绿色的图形(思索)。对，因为它们是大的同时也是绿色的。——我们要求的是什么？——大的或者绿色的。——那些呢(小的绿色图形)？——也是，因为它们是绿色的。——哪些图形是不应该选取的？——(迟疑了一会选出了先前拿出的大的绿色图形)因为它们(同时)属于这两种。——还有其他不应选取的吗？——(她选了小的红色图形)它们也是同时两种，因为它们是小的并且不是绿色(所以不属于任何一个)。——大的绿色正方形的对立是什么？——(选了大的红色正方形)因为它是红色的：与绿色相对。——还有呢？——(小的绿色正方形)因为它与大的相对。——还有吗？——没有了，

就这些(随后她又拿了小的红色正方形),因为它同时是大小和颜色的对立(和小的红色圆形),因为它不是大的,不是正方形也不是绿色的。——有这些图形都是对立的吗?——是的。——哪个更为对立?——那个(小的红色圆形),因为它是小的,不是绿色也不是正方形。——那大的红色正方形和小的绿色正方形,哪个与大的绿色正方形更为不同?——它们是一样的:都只有一处不同。"然而,当我们要求她对大的绿色正方形和小的红色圆形所包含的6个元素进行分类时,她无法建构适当的子类别并且把带有1个或2个差异的元素相互混淆了。"你能告诉我哪些图形不是'小的正方形'吗?"她选取了另外6个,但无法区分相反和否定的含义。

尽管儿童对嵌套问题和差异问题的反应相对正确(尤其是在常见的包含问题上几乎总是成功的),但是,水平ⅡA的被试如同水平ⅠB一样,先采用了假性析取(只有一个分区),然后再纠正自己。

Ema(7;4) 对于大的和正方形的问题,她选取了4个大的和4个小的,然后从4个大的和4个小的中分别选了2个正方形和圆形。然而,她并没有看到这个方案已经回答了指令,并以下面的形式重复了这一点:"等量的大的和小的。"再次告知她后,她把这些图形按照正方形和圆形重新分类,依旧没有看出正方形和大的已经相等,然后拿掉了一个大的圆形,"因为它不是正方形"。她选了4个正方形,重新按照对立的大图形和小图形分类,然后发现是错误的,因为"它们都是正方形",尽管"我们要大的图形,然后正方形"。这依然不能阻止她以4个大正方形重新开始,然后选了1个圆形,然后把它分开,然后又选了4个小的正方形:"啊! 不对,我想我懂了:应该用大的圆形来替换(大的正方形)。"她终于形成了第一个正确的解决方案——一致性析取(disjonction adéquate):4个大的圆形和4个小的正方形。当我们要求她找到其他的方法时,她用2个大的正方形替换了2个大的圆形,之后发觉这样是错误的,然后留下了2个大的圆形和2个小的正方形,却发现"这和之前的是同一种解决方案。我试着找出另外一种办法(她拿出了4个大的正方形)。就这样:它们既是正方形也是大图形(相同)。—— 确定是正确的吗?—— 是的……这个(第一排)是2个正方形,而这(第二排)也是。这(第一排)是大的图形,这个(第二排)是正方形[因此她错失了利用人工析取(disjonction artificielle)形成交集的机会]…… 我要做出一些改变因为我发现这是错误的。"于是她回到2个小的正方形,然后又拿掉了,换上了2个大的,"但是我还是不太确定,但是这应该是对的"。她最后安慰自己说"第一行是正方形,第二行是大的图形",但是无法理解,4个大正方形的解决方案是正确的,而2个大的2个小的则不是! 由于她没有看到交集的形式,因此在缺乏交集形式时,构思出相等性时遇到的困难使她选择了1个大的绿色圆形和1个小的红色正方形,"有1个(大的)和1个(正方形)",但她称,"如果我们加入1个大的红色正方形(这本应该是1个正确的交集)那就错了"。于是,她和Cat对待相反和差别的反应是一样的。

Sen(7;10) 很好地复述了指令,等量的"大图形和正方形",但为了达到"与大的红色和绿色圆形等量的大的红色和绿色正方形",她只选取了大的正方形和圆形。她非常费力地实现了所需的相等。

Ole(7;5) 以4个大的正方形开始,并且首先确保了n个大图形=n个正方形,说到"我们看得出,它们是大图形,它们是红色的。——那就有n个大图形=n个正方形?——因为我选了大的图形"。然而这种理解是如此脆弱,以至于问到关于另一种解决方案时,他增加了4个小的绿色正方形;然后又意识到应该把它们移除,于是又回到了最初的4个大正方形,最后他没有找到其他的组合方法。对于n个红色图形=n个圆形,他用了3个绿色圆形很自然地完成了这道题目,然后发现(这是一种进步)我们可以加入2个红色圆形和2个绿色正方形来保持等量关系(6个圆形和6个红色)。就在即将结束之前,他又落回到独立分区的描述:"有6个圆形和6个正方形。"包含问题,"或"和"和"以及相对问题,是Cat所在的水平遇到的主要问题。

And(8;3) 以一个假性析取开始:4个大的正方形作为"正方形"和4个大的圆形作为"大图形";然后他意识到了他的错误,于是移除了大的圆形:这样"就有4个大图形,同时都是正方形"。这看似一个完整的理解,但当他被问到我们是否可以再添加4个小正方形时,他实际这样做出来以后,才看到:8个正方形>4个大图形。然而他并没有一次就成功地解答出这个简单问题,n个圆形=n个红色,而是通过不断地尝试直到选取了8个圆形=8个红色,其中包括4个红色圆形(不经意地形成了交集)。通过不断尝试他同样完成了12=12的任务。

Bur(8;4) 对于等量的正方形和大图形,她考虑把"大图形放在中间",然后正方形放在两边,然而这并不是个交集,最后她选了1个小正方形和2个大的正方形,然后是1个大的圆形和2个大的正方形,并把第一组的三图形组合称为"正方形们",第二组称为"大图形"。尽管这个解答是正确的,但她对于"大的正方形同时也是正方形"感到很困惑,于是她用小正方形来替换了大的正方形。发觉错误后她做了一个简单析取:3个大的圆形和3个小的正方形。另外,她拒绝加入小的红色圆形,"因为它既不是大的图形也不是正方形……这什么都改变不了(n个大图形=n个正方形),所以我们不能把它放进来"。相反,她接受了大的绿色正方形,"因为它是大的图形也是正方形",但是为了保持析取的模式(forme disjonctive),她选了2个大的绿色正方形。同样,对于n个红色=n个圆形,Bur在完成析取后拒绝加入绿色正方形,因为它既不是红色也不是圆形,然后在统计过后她发觉,"它不能算数,因为什么都没有改变",然而添加的红色圆形吸引了她的注意,"我们有更多的红色,因为这个圆形是红色的",她忽视了这图形同时也是圆形的。

具体运算水平的开始没有明显的转折性标志,我们认为在(儿童)建构异质分区时会看到这个预期的转折点,但是(我们发现)儿童只有在经过无数次的尝试并克服了错

误阻碍以后,才逐渐地最终确定,通过正确的析取达到最终的解决方案。同时儿童对等同性的解决方案也有了更好的理解,虽然这还不够完整,并且仍然不足以引出交集的观念。

关于排他性析取的解决方案,我们看到Ema仍旧从大的和小的相对性出发(缺乏对偶然获得的结果的充分解读,实际上该结果已经回答了指令1),在多次试验和错误之后才达到了n个大图形$=n$个正方形的结果。Sen从圆形和正方形这两个分区出发,And也是如此。

关于相等性,被试都已经很接近两个类别包含相同内容的想法,也表现出来希望将它们看作相互分离的趋势:Ema说得很好,"它们既是正方形也是大图形",但她随后指出其中的2个"它们是大的"而其余2个是"正方形",就好像她忘记了它们彼此是相同的。Ole和And两人很犹豫,但后者做出了一个正确的解读,"有4个大图形,同时(它们)都是正方形"。

因此交集的观念仍未出现,除了当它是无意识地被做出时(如And),Ema甚至说"我发现这是错误的";Bur在处理红色圆形时,她一开始只看到了第二种属性,后来则做出了明确的反面陈述:这会造成"有更多的红色(图形),因为这个圆形是红色的"。至于在保持所需的相等的前提下,同时增加所提出的元素,有些被接受,但它们绝大多数是被拒绝的:Bur说"这什么都改变不了,所以我们不能把它放进来",因为它打破了二分法的平衡。

对于差别和"相对性"(Cat),它们作为内涵而被准确地强调,但是却没有被赋予外延,即对应于异质分区的子系统阵列。

4 水平 ⅡB

在这些年龄为8岁6个月到9岁之间的孩子中,我们惊讶地发现了与之前相同的初级错误,但更快地出现了正确的析取,特别显著的是出现了正确的交集。

Em(8;3) 初始任务是6个大的圆形和包含3个大图形的6个正方形,他得出了9>6。"找出正方形。——(他照做了)——找出大图形。——有这组(6个圆形)和这组3个(大正方形)。我们应该把它们放在中间(意为交集,但没有明确说出来)。——所以呢?——有比正方形更多的大图形。——那怎么办?——移除这些(3个大正方形),放上3个小的正方形,因为这些(大正方形)既属于正方形也属于大图形。"他同时也完成了一次正确的析取9=9。"还有其他解决方案吗?——有的(4个小正方形,2个大的正方形和4个大圆形,由此6个大图形=6个正方形),因为4个小的正方形和2个大正方形组成6个正方形,我们同时有6个大图形,因为这些(2个大正方形)也是大图形。"于是交集的观念就明确呈现出来了:"这个(析取的解

决方法)是分离开的,因为它们两个可以同时属于这两个集合。"另一种解决方案:3个小的正方形,1个大的正方形和3个大的圆形。"这是新的解决方案? ——这儿有更少的数量。——还有更简单的办法吗? ——1个小正方形,1个大正方形和1个大圆形……这是一回事但数量不同。——那如果用同一类的图形呢? ——……"他没有找到相等性,但却同意在任一种解决方案中都可以加入1个大的正方形。"那加入一整套呢? ——我们还会有等量的,因为它们可以归属到大图形类别中也可以算到正方形类别中。——如果有一百万个呢? ——还是一回事儿。——如果我们把这两种解决方案放在一起,还会有等量的大图形和正方形吗? ——会的(他实际做出来了)。"

Hen(8;9) 依旧给出类似的2个小正方形和2个大正方形这种假性析取(于是有了4>2),但是他很快找到了2个大圆形和2个小正方形的方案,之后又加入了2个大正方形,"因为它们既是正方形也是大图形"。但是当他面对包含有6个大正方形的10个正方形时,他再次陷入到了假性析取当中。他选了相对的两堆红色和绿色(分别包含4个大的和4个小的),并且把2个红色的大图形放在中间,因为它们同时满足"大的,红色的,正方形",他并没有考虑到相等性。然而当我们问他仅用一堆是否可能解决时,他回答道:"这些(大的红色正方形)因为它们既是大的也是正方形的。"对于n个红色=n个圆形,他变换了各种解决办法直到摆出8个红色正方形和8个绿色圆形,在两者之间放了8个红色圆形,"因为它们相对于这一堆是红色的,相对于那一堆是圆形的"。

Lau(9;0) 对于n个大图形=n个正方形的任务,也从大的圆形和大的正方形的假性析取开始,然后用小正方形替换了后者。他立刻接受了1个小正方形,1个大圆形和1个大正方形,因为后者"可以属于两边,因为在这边它是方形的,在那边它是大图形"。为了变换其他的解决方案,他仅仅改变了它们的颜色,然后通过简单的延伸概括。当我们推荐给他3个大正方形时,他又加入了1个以使它们成两两相对的析取,而后发现它们都同时满足大图形和正方形。

Bor(9;1) 一开始的应对方案在他自己看来是析取(2个大正方形对应另外2个大正方形),但其实是同一性:"它们都是正方形……它们都是大图形。"但是如果他继续通过不同颜色的变换(两个绿色,两个红色相对)来深入探讨这个解决方案的话,他就会陷入假性析取中。对于大的绿色正方形的"对立面",他马上选择了小的红色圆形并且正确说出了三个不同之处。此外,与仅能用内涵来进行推论的水平ⅡA的被试不同,Bor明确了外延的范围:存在一处不同的3个图形(他先说了两个然后指出来了第三个)和存在两处不同的3个图形(他马上就指出来)。对于存在三处不同的这个小圆形,只有"它是最不接近那个正方形的图形"。

这些反应都最终为"部分集合化"做了充分的铺垫。异质分区的诉求很快就导致了正确析取,相等性的含义也很快被理解("它们既是大的也是正方形的",Hen说。没有

子集之间的二分法），尤其是交集自发而频繁地出现，相对而言自发的相等性解决方案则显得低效和低频。最后，在验证它之前，被试推导出两个不同的正确解决方案来保持相等性 $n=n$，并且用外延来解释了“不同”和“相反”的关系。在阶段Ⅲ，到达成功所需的试验和错误次数进一步减少了。

5 阶 段 Ⅲ

首先介绍一个介于阶段ⅡB和阶段Ⅲ的中间水平反应的例子。

Pat（10;0） 还是以假性析取开始的（大的和小的正方形），但是很快就用2个大的圆形纠正了2个大的正方形的选择。“这两个图形很让人困扰（先前她本想放置的大正方形）：它们是大的且是正方形。——那行不通吗？——应该把它们放在中间（交集）。——两种办法都可行吗？——这个（交集）办法是更好的，因为我们可以放置这两块。——这两个办法之前有什么差别？——这个（析取）是大的或者正方形，而这个（交集）是大的并且是正方形。——还有其他解决办法吗？——是的（两个大的正方形）：它们是大的且是正方形。——它们是等量的吗？——是的……好吧……是的，因为它们是大的且是正方形。”相反的观念则参见Bor的反应。

最后是一个直接的例子。

Bla（10;10） 在误解了问题之后（他一开始以为任务是寻找面积相等），很快找到了两个析取（2个大的圆形和2个小的正方形，或大小对调），而后发觉2个大的正方形就足够了，然后又发现可以是1个大的圆形和1个小的正方形，进而“我们可以仅用1块大的正方形”。如果我们在这个唯一的正方形上加入1个小的红色圆形，“这行不通……哦，不，我觉得这依然可以”，等等，“我们也可以改变它们的颜色，但这其实是同一种解决方案。”对于否定和相反：“你能给我拿出所有不是大的绿色正方形的图形吗？——（一一列举）（无误的）。——与之相反的呢？——（他选了1个小的红色正方形）哦，不，小的红色圆形才是正确的，因为它是圆形的。——‘相反的’和‘不是某物’的区别在哪里？——我来向你解释。”对于否定，他拿出了7个图形（非大的绿色正方形），并且指出了它们的不同之处。对于相反，则只有“一个选择，即必须足够地精确：红色，而不是那个颜色，小而非它的大小，是圆形而非它的形状”。他还通过INRC群的否定或互补对立而给出了互反性的定义（对每一个属性的否定）。

我们看到，到了这一阶段，被试开始能够理解部分集合化的组合素材了，并且能诉诸INRC群，因为它区分了逆反（inversion）和互反（réciprocité）。此外，我们还可以将研究中所采用的8个元素视为8个运算，包括1个同一性运算（identique）和7个对合运算（involution），它们构成一个群的结构：形状的改变 F，大小的改变 G，颜色的改变 C，或是

*FG*同时改变，*FC*、*CG*、*FCG*同时改变。但是这不构成INRC群，而是单一或双重四元群中的一个，它使得在具有4或8个元素的乘法表中，运算从一个分区转换到另一个。另外，如果我们的表只包含了4个元素，那么16个部分的集合以及逆反和互反之间的区别将很容易形成与INRC群一致的推论。

6 结　论

从任何附加的分类开始，替代即是分区的转换。

为了连接2个（或*n*个）分区，我们便得到一个双向（或*n*向）表格，如：$\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}$。部分集合化不仅要考虑这四个部分，还要考虑它们之间的组合（1，2）（1，3）（1，4）等，或（1，2，3）（1，3，4）等，同时还包括了0、1和4（总共有16个组合）。我们在实验中询问被试的问题着重于通过要求配平元素的数量以实现两个部分之间的比较，如（1，2）和（1，3），即*n*（1+2）=*n*（1+3）。如果确实有一个能够引导实现部分集合化的方法，那么现在问题就变为应该通过何种概括化来实现这种建构，其主要的困难在于，如我们所看到的，（儿童）同时在两个分区上进行推理，换句话说，是基于异质分区而不是在简单二元对立（dichotomie）的基础上进行推理。

被试为了配平*n*（1+2）和*n*（1+3）采用的解决方案有三种：同一性（identité），即仅使用子类或仅使用部分1，同时忽略2和3；排他性析取*n*2=*n*3，排除共同部分1；非排他性析取和交集（1+2+3）或*n*（1+2）=*n*（1+3）。但是这些解决方案并没有以任何顺序呈现，我们将按照这些方案机制来讨论它们的建构顺序。

（一）这种相继序列始于一个非常有启发性的阶段

特别属于水平IA：最初的问题是找到与正方形*n*（1+2）相等的"大图形"*n*（1+3），然而被试完全忽略了"相等的"外延（*n*）而仅保留了"正方形"和"大"的内涵意义。因此他们仅限于收集一些"大正方形"，这没有任何困难，因为对于内涵而言，一个客体可以被同时归属于几种特性而无须借助于分区或否定，而对外延而言，它们的划界却预设了强制性的异质分区（因为我们提到了不止一种特性），即外延和它所对应的否定成分。

第二阶段（水平IB）是有了正确的解决方案但仍局限于同一性（部分1）的阶段，没有达到成功的析取（*n*2=*n*3），但是开始把外延应用于部分1。只是，它关于一种尚未指向交集的特殊的外延形式（="同时"大的且是正方形的那些图形），但它仍然属于析取类别，并具有同质性二元对立分区的属性：被试选择偶数个大正方形，例如4个（并且对这样的偶数的偏好持续了很久），并且他始终认为一半是"正方形"，而另一半是"大图形"。因此，这就有了异质分区的开始，但由于它适用于相同的元素（大正方形），并且因为不涉及任何明确的否定而变得容易。

第三阶段是基于外延的异质分区概括化的开端，应用于或是正方形，或是圆形的新元素（除了1），但这是一个艰苦的反复探索的过程。这种概括导致了否定（不同或“相反”）的构成，但仍然基于内涵，而不是对外延的及时调节。只有在最终实现了排他性析取（$n2=n3$）的建构以后，同一性尽管仍在进行中，仍然只需要对析取类别进行推理（如第二和第三类），作为类别1的大正方形则用偶数（通常为4）来表示，好像它们仍然一半是“正方形”而另一半是“大图形”，这表明交集仍然未能实现。

第四阶段最终标志着外延的概括化，它不仅适用于否定（具有一个、两个或三个不同的类别），还适用于同一性识别：“大正方形”1只形成了两个相同内容的类别，尽管理解上具有双重特性，但在外延上相同。由于有异质分区的概括化，同一性的概括化综合（1）和析取（2+3）使得非排他他析取和交集的（1+2+3）成为可能。

第五阶段，这里没有系统性研究，是所有可能部分的组合建构，即单形$2n$，但它集合了所有基于类别1、2+3和1+2+3的解决方案，当然其中也涉及类别4。

（二）关于概括本身的过程，很明显，我们在先前的实例中发现了一些归纳性概括，尤其体现为建构性概括的连续精细化

首先，已经发现了解决方案（无论错误或正确）的被试不会运用新内容（颜色等），尽管这些内容已经在材料中呈现了，（对新内容的）使用一直要到这时：既没有新形式的创建也没有新内容的建构，而只是对之前的应对格式（schème résulotoire）的简单应用。其次，在这种情况下：从同质分区（或加法群）的属性析取类别到异质分区或最终的部分集合化所需的新联结之间的逐渐过渡，总是存在建构性概括化以作为新形式的产物，在其中，位于较低序列的东西是作为较高序列的内容而存在（类别1位于组合2中，组合2则位于组合3之中，以此类推）。于是，我们称之为形式和内容的同时创建。

我们将尝试探索这种建构可能涉及什么内容，基于区分和整合的立场，或者从内涵与外延之间的关系出发；但在此之前，让我们先来回顾五个阶段中，从每一个阶段到下一个阶段的过渡。

正如我们所看到的，第一个阶段的特征是（儿童）通过内涵来把握简单的基本意义：正方形和大的，或红色和圆形。所以，问题是需要解释。在第二阶段（儿童）对属性外延使用的开始。“大正方形”的选择所显示的特征是，首先已经预设了存在两个隐含分区，它们包括了相对的正方形与圆形、大图形与小图形，在这两种情况下它们都是两个析取类别。因而，在被试还没有注意到所要求的分区的异质属性时，这种二分法的模式就将在类别1“大正方形”中实现了概括化，因为“大正方形”的组合仍处在内涵水平：在这种情况下，概括的分区就导致了第二阶段，也就是说，这些大正方形中的一半将被视为“正方形”而另一半被视为“大图形”。

接下来是第三阶段。由于之前的分区是二元分区的概括化，因此随后的概括化将引导被试朝向：（1）通过考虑1中的其他元素来寻找新的二分法；（2）如前所述，通过将正方形与圆形相对、大图形与小图形相对的同质分区的启发下来寻找新的二分法。从a

和 b 得出了在先前阶段已经出现过的假性析取（或仅是不相关的），在第三阶段被试的首次尝试时依然或长或短地保留了一阵。只是，由于第1类别的元素已经被分为“大图形”和“正方形”，按照内涵以及随后开始了按照外延的区分，概括化的另外一个因素 c 也参与其中，它作用于“大图形”和“正方形”上，协调了新分区与第1类别中的内部分区：最终形成了水平ⅡA的正确析取，在这里异质分区通过外延和否定的联合调整而扩展到了类别2和3。

但在这种情况下，仍然需要有一种新的概括化将第1类别中的“大图形”与第2类的“大的但不是正方形”联系起来，以及将第1类别的“正方形”与第3类别中的“正方形但非大图形”联系起来，因而解决了非排他性析取和交集的问题。于是我们可以这样说，这构成了同一性和简单析取的综合。这种过度概括，最后使得被试能够摆脱了析取类别（的限制），从而发展出任意的异质分区，从11—12岁便开始趋向于构成部分集合化的终极概括化。

（三）这些相继的概括化也呈现出两个显著的特征，这些特征与区分和整合之间以及内涵和外延之间存在着关联

不言而喻，我们所描述的概括（在准水平Ⅱ）并不仅仅包括了向前面的关系添加新关系，而是需要对子系统进行连续的区分，然后进行协调。异质分区的格式，其本身是如此困难以至要到水平ⅡB和阶段Ⅲ（中间情况）与同质分区分离，这个格式是对不同组合进行精确区分的结果，这些组合则来自双向表的两个维度↓和→的执行结果（构成了其本身已经分化了的初始替代的产物）。

但是，分辨两种区分是有必要的，即客体材料中的差异是由来自外部的强制性否定（在将内涵转化为外延的条件下）还是来自内在的变量，也就是说，我们可以从蕴含中引申出意义。第一种类型表现为，例如，当主体将相同的形式应用于不同的内容时，即，仅仅是外延的概括化。而第二种类型则是在区分形式和所建立的新形式时会涉及，它假设了主体自己的否定性建构。例如，被试开始混淆了“和”和“或”，也就是混淆了 xy 和 $x \vee y$，然后又在接下来面对“或”的时候，区分和辨别了排他性的 $x\bar{y} \vee \bar{x}y$ 和非排他性的 $x\bar{y} \vee xy \vee \bar{x}y$，这意味着 x 在 xy 中被肯定，但在 $\bar{x}y$ 中被否定。于是，这些内在的变量构成了建构性概括的源泉，只要每个新的含义开启了它的新的可能性。

每一个二元组（1，2）、（2，3）诸如此类，或三元组（1，2，3）等，作为部分，实际上都被分别地包含在一个单形中，作为组合而具有了特别的意义，并且区别于总组合（1，2，3，4），即相关材料的简单乘法排列。

随后，区分需要有结构上更丰富的整合，但值得注意的是，这种丰富性同时增加了形式的属性（内涵）和内容的数量（外延）。在这方面，部分集合化和简单组合之间存在两个主要差异。对于具有4个元素的乘法组，我们会形成16个“部分”，但如果有8个基本类别，则会有256个“部分”（2^8），即，内容上的变化会导致“部分”的显著增加。至于形式，这个组合和INRC群的结构显示了相当丰富的内涵，在这种情况下整合是“互补的”

而不仅仅是“协调的”，因为它增加了新的结构属性而不是局限于将嵌套关系倍增（例如，将不良分类整合到更详细的分类中）。形式和内容的这种双重丰富并不意味着从静态观点来看已经形成的属性，内涵和外延的反向关系定律是有例外的，但是从转换或者内在变量的角度来看，形式和内容（后者在它们的重新排列中具有不同的含义）具有某种相关建构（继时性或同时性的）。

总而言之，部分集合化的建构构成了建构性概括的典型例证，它既存在于那些推理的细节中，正是这些细节引导了由外延到否定的一步一步地进展，也存在于起点和终点的结构性比较中。

第二章　长度的组合

与 A. 布朗切特合著

此研究类似于前一个研究，但它处理的是空间上的大小而不再是离散元素的类别。给定一组范围从 10cm×9cm 到 5cm×3cm 的 24 个矩形，我们要求孩子们在桌子上从他们面前的刻线开始把一些矩形连成一条线（并相继排列，垂直于他们前面的水平线），终点（也称为“顶部”）必须与预先设定的目标（由橡皮筋表示）重合，但不得超过它。因此，一方面仅仅是添加由矩形的长边（长 *Lo*）或它们的短边（宽 *La*）组成的长度，或者将一个矩形的短边 *La*（1）加到另一个矩形的长边 *Lo*（2）上。实际上，2 个矩形就会有 4 种基本组合，4 个矩形则有 16 个组合，因此是 2^n 种组合方式，这也是部分集合化[①]的特征之一。另一方面，仅根据长度（*Lo*1 + *Lo*2）或它们的宽度（*La*1 + *La*2）对矩形的组合，这个任务对应了析取类别之间的关系，而组合两个系统 *La*1 和 *La*2 通过转动其中一个来获得具有相同元素的两个不同的总长度，特别是（有时候是这种情况）通过长度和宽度之间的差异，甚至是这些差异的总和（*Lo* + *La*），这将与前一章中的异质分区或非析取类别之间的比较（如“大的图形”和“正方形”）是相对应的，与之前我们向被试提出相等问题时碰到了同样的困难。

因为这只关于大小的调整（长 *Lo* 或宽 *La*）和组合，不单是形成物体组合的总长度，更是把“碎片化的”矩形组成整体的物体。有趣的是我们想知道，这种长期以来被我们称为“次逻辑”（infralogiques），并且源于莱斯涅夫斯基（Lesniewskil）的“分体论”

① 应该指出的是，这不是“部分（补）集合”，而是所谓的“基本部分的集合”，即元素的组对，三元组，四元组等（每一种组合都与其他组合不同），而不是它们之间的 *n* 到 *n* 的组合。让每个元素用字母 a、b、c 等表示（它将对应于矩形的长边）和补集通过否定 $\bar{a}$、$\bar{b}$、$\bar{c}$ 等表示（矩形的宽边）。对于单个元素，我们有唯一的对 a 和 $\bar{a}$；对于 2 个元素，我们有 4 对（ab、$a\bar{b}$、$\bar{a}b$ 和 $\overline{ab}$）；对于 3 个元素，我们有 8 个三元组（abc、$ab\bar{c}$、$a\bar{b}c$、$a\overline{bc}$、$\bar{a}bc$、$\bar{a}b\bar{c}$、$\overline{ab}c$ 和 $\overline{abc}$）；对于 4 个元素，我们有 16 个四元组；5 个元素则有 32 个五元组；依此类推。我们称之为“基本部分的集合”，其公式为 2^n，其中 n=1、2、3、4 等。对于“（完整的）部分集合化”，它是将 n 与 n 组合在一起，其中包括 n=0 和 n=全部。假若我们有 2 个元素则有 16 个可能的部分，3 个元素我们有 256 个，4 个我们已经有 65536 个部分，等等。在这种情况下，公式依然是 2^n，但 n=2、4、8、16，而不再是 1、2、3、4。在矩形的情况下，除了相互添加各种可能的排列之外，这个问题是没有任何意义的，而在类别和提议的情况下，这种通用的组合才会涉及（16 个不同的运算，p 和 q，$\bar{p}$ 和 $\bar{q}$）。因此，在这方面，第一章的研究之间存在显著差异，通过比较两个不同的类别的分区，产生了一个面向（完整的）部分集合化，以及目前的研究重点放在所有的基本部分的集合上，这是一个不同的过程，但也是建构部分补集合所必需的。两种研究之间的类比并没有减少。

(méréologie)[①]的运算,是否呈现了与逻辑运算相同的发展规律,逻辑运算涉及的类别以及类别的包含和相交关系。

研究方法上,我们首先注意的是,这24个矩形的长度*Lo*和宽度*La*之间的差是1,2,3或4个单位,但有一个情况下为5个单位,有两种情况下是0个单位(正方形)。边长尺寸也写在矩形上,例如7/5,在随后的汇编摘录中我们将写出7/5或5/7,这些尺寸中的第一个是被试使用的尺寸。进行组建的板子也同矩形的侧面一样带有刻度,这样被试就不必进行测量,我们可以马上告知他刻在矩形侧面和板上的数字。第一个任务是在(刻度)15—25之间,根据我们要求使用几个矩形达到(长度)8。如果孩子不能自发地使用所选元素的两个边长*Lo*和*La*,我们将限制这个选择以便迫使他做出相应的操作。我们还可以在保留已放置的矩形情况下来要求被试延长排列的长度。

接下来我们要讨论一个更复杂的问题:选择矩形使得它们可以在没有添加但是可以旋转的情况下,达到预先指示的两个目标(我们先给出了一个例子)。在目标距离为3到10之间的情况下,只有一个矩形就足够了。目标距离是2—5个单位,且其中一个(矩形的长边)大于10的情况下,必须用两个矩形,并且要旋转其中一个矩形足以达到目标。对于目标距离是5个单位的,则需要旋转两个矩形。

这是一个棘手的问题:我们放置了1、2和直到5个矩形,其长*Lo* - 宽*La*的差总是3,我们要求每次达到比前一个到达的终点多出2个单位的目标。这是一个不可能实现的目标,所以要求被试必须解释一下原因。然后我们把目标提高到了3个单位并检查被试的反应。我们还要求被试发明一种类似的游戏,但实验者很快发现被试不能完成这样的任务。

另外,一个普遍的问题是在一个大的矩形(9/10)上方放置一个小矩形(3/7)并询问必须转动两者中的哪一个才能尽可能地延长排列长度,并且为什么。最后,我们的问题是,对于1、2、…、*n*个矩形的排列,有多少种组合是可能的。

1 水 平 IA

从这个层面来说,对元素的感知评估是非常精确的,与数字指示无关,对象在行动中成功地解决了问题,并且不需要推导或代表性预测就能得到解决方案。

Hub(5;6) 目标是19,他放置了7/9,8/10和3/6的矩形:但是他还差1cm,于是他以4/7取代了3/6。目标24,他放置了7/8,8/8和8/9,达到了23;于是他移除了8/9

① 事实上,当这些部分是连续物体的部件(鼻子对于面部)或具体组合体的元素(房间的家具)时,该逻辑学家将包含关系(类的逻辑)、部分逻辑关系区分开来。它的公理化显示了“分体论”结构与类别或集合之间是否存在同构现象,同时研究了我们称之为“次逻辑”的运算(正是因为整体是一个物体,而不是一个类别),我们只坚持同构,这从心理发生学的角度来看是很重要的。

并用看起来更适合的8/8的正方形替换了前者，因为它更小一些：结果依旧是23，于是他换成了9/10。当目标是8时，他放置了8/9的矩形。“还有其他的可能吗？——8/10。——你是怎么办到的？——我看了刻度（在板子上的刻度）。——你数过了？——没有。——还有其他合适的矩形吗？——（他尝试了9/10、7/10，最后8/8）——还有吗？——（6/8）这个不行。——但是其实它也行得通？——（听过建议后，他把它旋转过来）像这样。——还有吗？——（他又回到了同样的尺寸）7/8，7/10，最后7/9。没有了。——没有其他的吗？——（7/8）没有了。——有办法让这块矩形行得通吗？——（他把它旋转了过来。）——其他方法呢？——（他仍旧集中在单一矩形的尺寸上，9/7、7/5、8/4）——还有呢？——（7/4、9/4、7/5、8/5）；然后9/5、7/6、9/4、9/5、9/6……——你可以放置几块吗？——（他尝试了3/7+3/6，然后取下了，然后4/7和3/6，随后又取下了，最后以3/7和5/9获得了成功）。”对于目标11，他放置了10/9，随后旋转了过来，然后用6/8替换了前者，又取了5/9来补充。对于用相同元素通过旋转来达到两个目标的任务，Hub总是自然地设法达成两个目标中的一个而忽略了另一个，当我们试图提醒他第二个目标时，他会添加外部元素而不是通过旋转已经放置的矩形。例如：对于目标8和10，他通过3/7、3/5和4/8来达到10，而对于目标8，他留下了4/8，却添加了以外的4/5。我们拿出了9/10和3/7，并且提问旋转其中的哪一个将会带来最大的差异：开始他只使用9/10但没有转动它，然后他比较它们，转动它们，然后转动成10/9，却没有看到他只是由10改变到9。对于展示出差异为3的这个棘手问题，他在测试后得出结论，“我不会，它们都太小了”，而没有看到它们的长宽差别很大。

Ron（5；5）　对于5/9+3/6：“我们希望做得更高一些。——那应该选择正方形。——如果用这两个矩形呢？——我们做不到。——那如果变动其中的一个呢？——不行。——（我们于是旋转了3/6。）——变得更高了！——还能更高吗？——（他旋转了另外一个。）——我们能做出一个不同的一排吗？——（他换用了其他的元素。）——就用先前的矩形呢？——不能。”我们又换用了10/8和7/6，并且要求他组成不同的组合：他可以把它们进行旋转，但没有看出其他可能的排列方式。随后为了达到比5/9+5/4更高，他把两个矩形都旋转了，其中旋转5/9是正确的，但是他却忽略了4/5比5/4更少。

如果我们试图将这些反应与第一章中观察到的年幼被试的反应趋势做对比——第一章描述了（儿童）只能根据同质分区而实现析取类别——我们首先应该理解Hub最初的反应：他先是系统地只增加宽边*La*而不采用长边*Lo*，然后，在我们给出旋转矩形的建议之后，我们要求他使用几个元素而不仅仅是一个元素时，他又仅限于使用几个特定矩形的长边（*Lo*）来达到想要的长度。对Ron而言，他甚至不能做到自己旋转一个矩形，在接下来的过程中也只能做到非常局部的概括，以至于他没有意识到将5/4旋转成4/5会降低总体系列的高度而不是增加了想要的高度（参见Hub对10/9的操作）。如果不考虑

结果,这种对旋转的不理解自然会妨碍被试用相同的元素同时达到两个目标值:第二个目标值被认为仅在第一个之后并且独立于第一个,特别是在(被试)需要通过使用新的矩形而不是同样一些矩形时。

至于通过用2个或3个元素的长边*Lo*和宽边*La*组合成尽可能多的组合这个问题,对象Ron的操作展现了处于水平IA时,解决方案是多么不完整:要么被试借用了其他元素,要么旋转给出那些矩形,或者选择放弃。由于缺乏对这些差异的推理,他甚至不能在任意两个元素构成的四种组合排列中找到最长的一个。

总而言之,我们注意到,在这个水平上,被试可以排列出的基本组合让我们回想起第一章中年幼被试对析取类别做出的同质分区,尽管在开始时(正如Hub的第一次反应)根本没有存在任何分区(只有长*Lo*,等等)。在可能的组合之间缺乏分辨的原因,显然是被试完全不能通过调节自己一系列相继的活动来实现表征性预期(anticipations représentatives),并进而实现概念化(conceptualisation):他们没有系统性的尝试,而仅仅依靠知觉来指导活动,结果往往高于平均值,所以总是依据先前行动的结果,通过负反馈调节(正确或错误)来进行改善。绝大多数成功的结果都是通过"反复的试错"而获得的,然而他们并不了解所提出的问题以及成功或失败的原因。

2 水 平 IB

与前一个阶段相比,这个水平只有一个进步,但这依然很重要:它是对齐排列(叠加)和旋转(从*Lo*转换到*La*,或反过来)之间的新诞生的协调。即使没有这种协调,儿童通过反复尝试试验的简单操作亦可继续得到解决方案。

Fab(6;0) 以8为目标,先使用了5/5,然后找到8/10,然后是6/9和8/9,"因为它们大到这里"。当我们建议使用一个以上的元素时,她成功地找到3/6 + 5/5,并且用9/10 + 4/7成功地完成了目标13。为了更进一步,她打算添加矩形,但不敢尝试旋转矩形,因为矩形上标记的一些数字将是颠倒的,还好最终她成功地排列了出来。"好吧,我要旋转这个大的。"在双重目标的条件下,她使用了旋转的可能性,但仅想到了先前做出的结果而未能做出新的预测。对于目标13和18,她成功做到了13。对于18,在考虑了添加元素后,她最后选择了旋转另外一个矩形,但没能成功,"我们不能完成,这样就太大了",等等。另外,在她很快完成了目标23后,我们要求她在没有添加新元素的情况下完成目标25:她自发地把矩形转动成了10/7、8/7和10/9,这些之前是23的元素组合现在变成了28,然后她保留了8/7和10/9,然后旋转了8/7,因此得到25。通过反复尝试和探索旋转矩形,她也成功地从目标26中得到了目标28。对于得到差值3这个不可能的解决方案,她尝试了所有的组合并得出结论:"如果我们把它们这样放置(展示9/6),它就会超过,如果我们把它们像那

样放置(9/6 + 10/7),它超过得更多,如果这两个像这样(旋转),又会太低了。"

Val (6;5)　先是在目标20上失败了,但是对于目标8,她正确地放置了3/7+5/9。"还有其他的矩形或者其他两个矩形吗?——(4/9+4/8)——还有吗?——(5/8+3/6)——一个矩形呢?——(7/9,她又取了下来,换上了8/10)——换其他一个矩形呢?——(她尝试10,在6/9和9/10之前,发现两个都正确)——还有其他的吗?——没有了(尝试了7/8)。——有其他方法可以让它行得通吗?——没有。——那如果换一种方式放置它呢?——(她把它旋转成了8/7)可以(她随后也成功地旋转了其他矩形)。"对于双重目标,我们从一次旋转即可满足目标的最简单的问题开始:"目标7和9?——(她为了满足目标7偶然地放置了7/9,但却忽略了该矩形也同时满足目标9)——它满足第一个目标。但对于第二个呢?——(她在7/9上加入了3/7,然后换成4/9,再者4/5)——倘若用同一个矩形,你可以实现吗?——不能(随后她把它旋转了过来)。可以的。——那对于目标8和10呢?——(她放置了4/5+3/5,随后拿出了后者换为4/6,于是得到了要求的目标8。)——那对于10呢?——(她把4/6旋转成了6/4)好啦。"然而对于9和11以及10和12,经历更加费劲的反复尝试之后:两个目标值总是被分开来寻求,在17次对于目标9和11的尝试中,仅仅用了5次旋转;同样对于目标10和12,最后得到了正确的解决方案(3/7+4/6+3/6得到目标10;旋转3/6+4/6得到12)。这个实例有趣的地方在于,当得到目标12后,Val很难重新配置以得到她先前曾经得到的目标10。类似地,对于目标13和15,解决方案是通过添加和旋转的多次尝试而获得的,但Val并不记得她转动了哪个元素,并且平均每尝试3次就有一次错误:"这个矩形可行吗?——不行。——为什么另外两块可行?——……"我们又问"哪个(9/10与3/7)可以(通过旋转)叠加到更高?——那块(3/7),因为它更细长,而胖的那块更矮"。对于高于2的目标,有3个差别。在多次测试之后,Val说"我们不能完成。——为什么?——……"。

对矩形的旋转,即使使用了不是最初那一个边 *Lo* 或 *La* 来进行排列,这种活动在子阶段 IA 期间就偶尔有出现,但那只是被试的偶然尝试,还不能算是通过改变排列的总长度达到目标的一种方法。相反,在水平 IB,特有的变化是,被试已经注意到旋转在获得特定的总长度中的作用,随后他能通过使用这种方法,与简单的叠加协调,来获得想要实现的目标。因此,在双重目标的问题中(或者,就像在Fab的实例中,从目标23延长到25或从26到28),被试距离经验上的成功并不遥远,就像Val一样,她很快就找到了解决方案,只是在9和11那儿进行了稍微长时间的探索。

这种概括化的过程在水平 IB 阶段提出了一个有趣的问题,即关于它们的本质的问题。当然,这在一部分上是关于一种建构性的概括,即被试开始理解矩形不同于正方形,它具有两个不同的维度,转动它我们必然会找到一个新的长度 *Lo* 或 *La*:因此可以使用旋转的方式。但是只有一个先决条件以确定这种意义,因此这是一个简单的通用框

架,还不足以解释从一个动作到下一个动作的转换机制。事实上,关于这种用法的细节之处,孩子仍然无法推断出特定旋转所带来的结果;因此,只有根据他的行动结果,他才会选择拒绝、接受这些尝试,或对尝试进行概括,并且在某种程度上,不言而喻,这种概括的属性仍然是归纳性的。例如,Fab在她尝试一次并未获得成功的情况下放弃了旋转("我们不能完成,这样就太大了"),然后采用了旋转成功地从23过渡到了25(她得到了28)。Val开始没有看到旋转7/9可能得到目标7和9,然后,在注意到这个动作的成功后,她在接下来对它进行概括,但是并没有了解其原因,她不记得刚刚旋转的元素,也不能说为什么某些旋转就取得了成功。她仍然停留在整体性的知觉判断中,她相信旋转3/7会比旋转9/10提高更多,"因为它更细长"。

3 水 平 ⅡA

这个子阶段ⅡA特有的新发展是,开始出现了关于一个矩形的维度*Lo*(长)和*La*(宽)与另一个矩形的长宽之间的关系的推论,以便尝试对所要达到的目标排列进行量化。除其他外,这些量化的找寻是通过使用矩形和平板上指示的数字来标记的。

Fra(7;3) 在完成目标8之后又放置了矩形9/10和5/9来组成目标13,随后用4/5替换了5/9。"你可以用这两块矩形组成更高的吗?——我再加入新的矩形。——仅用这两个呢?——(他立刻旋转成了10/9和5/4)"对于双重目标13和18:"好吧!应该试试(他放置了10/9和5/9,然后又尝试了可以得到13的7/10和6/10)。——你在计算吗?——(他放置了7/10+6/9+5/9,这样可以得到18,然后移除了5/9)最后得到13。——如果用同样的矩形得到13和18呢?——(他旋转成了10/7,然后寻找8/10以便得到18,但是为了得到13被迫使用叠加模式7/10+3/7+3/5。)——那18呢?——我应该可以办得到(他旋转成了10/7和7/3)。这样不行(然后换成10/7+3/7+5/3)。这样可以。"对于双重目标13和19:他用6/4替换了3/5。"这样行不通。(他保留了10/7,然后放置了3/7+6/4)好了,目标19。——那目标13呢?——应该移除6/4。——那如果不移除任何矩形呢?——(他旋转成了7/10+3/7+3/5得到13,7/10+7/3+5/3=19)好啦。"对于14和20,他很快找到6/10+8/10=14和10/6+10/8=20,但是对于12和20,他试验了多次而未果,于是说道:"对于大的数应该需要用10。"对于不可能解决的方案(增加了3),他做了各种尝试总结道:"这个行不通,我就知道。"对于比较3/7和9/10:"这个(9/10),如果我们旋转了它,只能增加一个刻度,然而这个(7/3)可以增加3。"

Jer(7;7) 对于目标8,立刻准确地找到了7个正确解决方案,然后(实验者)问道,"我们可以放在一起吗?——如你所愿。(他放置了6/9+3/7,然后用5/5替换了6/9得到了8)"。对于目标11同样成功。双重目标问题:对于13和18他没有成功,但

是对于6和9，他立刻放置了6/9，并且展示旋转这个矩形足以得到两个结果；对于9和13，在两次尝试失败后，他找到了6/10+3/5，因为6+3=9而10+3=13。对于把13变成18，他尝试了8/10+9/6，然后发现8/10+5/8得到13，而且“它还能得出：10+8=18。——换其他的两个呢？——(他尝试了3次，找到7/10+6/8)”。对于13和19，14和20，13和20，尝试变得更长久了，但最后成功了，并且他不断地表明他同时考虑了这两个目标：“我试图做得更大（更高的目标）或稍微小一点（另一个）”，或者“我数错了这个”，“我计算错误了（一方面）”，等等。不可能的解决方案：“我们行不通，因为它（最后一个元素）多了1。”

Guy(7;9) 对于目标5和8毫无疑问地失败了，因为缺少对问题的含义的完整理解，所以对于6和9他立刻选择了6/9，并且旋转了，他说道，“我懂了”。他同样解决了目标8和10（给出了8/10），然后目标13和15：“我们可以这样做(8/10和5/7)得到13(10/8+5/7得到15)。”他也完成了目标13和19。对于不可能的解决方案，他会说：“像这样太小了，像这样太大了。”

Gar(8;3) 正确地组成了目标28。当我们要求得到30时，他想加入2/5，但是我们重申用相同的元素，他旋转了其中的某些，得到了32，并且还原了多余的旋转，最后得到了目标30。

Cat(8;6) 对于目标8和10，直接放置了8/10；对于目标6和8，她选择了6/8。对于目标17和13：“只能用两个矩形吗？——你可以用更多的矩形。——(她尝试了3/7 + 6/5 + 8/10 = 17，但是没有得到13，然后摸索过后发现了7/3 + 4/5 + 6/8)这是正确的方案。”不可能的解决方案：“仍然太大了（经过多次尝试）。——你能猜到吗？——我不能。”

我们已经看到，在水平IB，被试开始协调叠加和旋转，但还不能够预先推断出这样的结果，只有在经历实验事实之后方才得知，因此只能做出归纳性概括（或者说“这样可以行得通，所以我们重新再来一次”，或相反）。相反，在子阶段ⅡA，反应标志则有了一个显著的进步，孩子可以立即注意到给定矩形的两个维度，并通过反复试验与其他矩形的维度进行对比后选择恰当的放置，因此有了建构性概括的突然的肇端，从简单的框架开始，将它当作量化的工具，并逐步叠加*Lo*和*La*的值，以达到与所要求的目标对齐。

概括化作用的转换的第一个标志是，在双重目标的情况下被试真正理解了我们对他所提出的问题：他立即找出（或者很接近目标：参考Guy，当他说“我懂了”）。这不仅仅是达成了一个接一个的目标，而是使用相同的元素同时实现两个目标，其中一些是很简单地旋转*Lo*或者旋转*La*。因此，有一个明显的双重分区的情况，相较于第一章中被试所遭遇的任务更容易一些。毫无疑问，因为这里的不是异质属性问题，而只是不同长度的分布；但这并不妨碍我们有必要同时考虑到两个分区。

尽管如此，我们仍然还没有看到（儿童表现出）系统性组合，因为如果被试也可以连接两个分区，他仍然无法区分它们并且更加难以协调它们。两个事实清楚地表明了这

一点。第一个是,一旦某种组合被找到,儿童就不能或者很难再发现其他的组合了(Jer在尝试了3次之后)。第二个问题是,被试在双重目标问题上一般都取得了最终的成功,但都是在经历多次反复尝试后的结果,而且其中有很多反复转换的细节以及混淆,尤其是关于数字的使用(例如,Guy关于他的一次尝试,说道"应该用一个较小的并且也标记为9/5的矩形")。我们不应忘记,水平ⅡA是"具体运算"的开始,这意味着儿童的推理仍然需要附属于实体行动和关于物体的观察,即"准-经验"(pseudo-empiriques)的抽象,尚未达到11—12岁阶段的形式化"反省"(réfléchies)。在不可能解决的问题上,这两个阶段之间的差异尤为明显:这些被试中没有一个能够理解*Lo*和*La*之间差为3的一般原因,我们无法再增加2个单位的排列。因此,孩子只能注意到它多出了一个单位(Jer)或"像这样太小了,像这样太大了"(Guy)。Fra说出了不可能性"我确定",但没有给出明确的理由,Cat更坦白,她认识到自己无法解答。

4 水 平 ⅡB

在许多研究中,特别是在因果关系方面,水平ⅡB在某些方面标志着比水平ⅡA的明显退步,但分析表明,该阶段的被试实际上发现了使任务复杂化的新问题,因此才会有他们从中午探索到下午两点的印象存在。就目前的研究而言,这种现象特别引人注目,一方面因为如果被试的推理越来越多,我们就观察不到水平ⅡA和ⅡB的尝试结果表现出的任何进展,但另一方面,我们还需要对明显的退步提出几个解释。

Bri(9;1) 想要达到目标7但是拒绝使用矩形7/6,因为"这个(7)是对的,但另一个(6)不对"。她最终转为赞同了,但是仅一半赞同并且说明,例如9/8可以达到目标9,"我们不能采用9/8,因为如果我们旋转为8/9它就太小了,如果我们用9/8就可以"。另一方面,她立即成功地完成了双重目标7和9、8和10;她在任务9和11时反复探索了多次,但很快发现需要两个矩形;对于目标10和13,她计算着长度(9/7+3/7和7/9+3/7),此外她还发现,这些长度的增加是可交换的:"我们也可以采用相反的(=改变顺序)。"更复杂的双重目标引起了与水平ⅡA相同的多次反复尝试,但伴随着主观的评论——"那个更高",如果把它旋转,"我就可以减少了一个单位",这一个"只有一边行得通",等等。对于不可能解决的任务,她得出的结论是"需要两个大的和一个非常小的","必须再多两个单位",而不是差别为3。

Tie(9;2) 对于双重目标经历了很长的反复尝试,因为"我试图计算"。对于陷阱问题(不可能问题),他很快就会发现"这是不可能的":"这多出来1个单位",面对目标20,"到处都是21。——为什么?—— 因为是你选择的它们"。当被问及差异是否总是相同时,他很清楚,"是的,3个单位。——那么为什么始终行不通呢?——不知道。——那你会怎么做?——我会选择少2个单位的"。

Ant(9;9) 经过长时间的尝试后，达到了双重目标，但首先要计算它们的差别，这比之前更加困扰。对于不可能的解决方案，“我们看到缺少了2个单位，我们没有在数字中看到2，没有2写在卡片上”，（他这样说时）好像差异是一种组合维度。“你能用（2个矩形）它们做出几组不同对齐？——4组（他做出了）。——那加上第三个矩形呢？——这有4种（对于2个矩形），我们可以像这样做（同样的旋转）：这就是6组。”用4个和5个矩形就可以做到8个和10个可能的对齐，因为每次多2种。

Cor(9;9) 在某方面已经为不可能的解决问题提供了达到阶段Ⅲ的解释，“这样的差别为3个单位，而不是2个单位”；但其在双重目标的表现没有超过水平ⅡA，组合问题的答案仍停留于水平ⅡB：对于2个矩形，她发现我们可以进行4种不同的排列，但对于3个矩形，她只找到6种，然后是第7种，但没有找到第8种。我们进行了详细的分析，然后她认识到“4和4当我们转动它们时，那若是4个矩形呢？——12种：我们增加了4种可能性”。我们试图鼓励她做这样的表述——“是16而不是12。”诸如此类。

Dre(10;1) 组合：“对于矩形，有多少不同的叠加？——只有一种（它转动）。啊！不，2种。——用2个矩形呢？——4种（他实际操作了）。——用三个呢？——嗯，6种（他演示了6种）。——（我们向他展示另一个，但没有说服他）不管怎样都是6种。如果我们添加一个矩形，它是8种，总是多出2种。”

这些事实足以让我们理解儿童在水平ⅡB中体现的矛盾。一方面，被试比水平ⅡA进行了更多的推断并且经常在确定之前进行了计算，这标志着建构性概括的进展。特别是对不可能问题的反应更好（Cor甚至找到了正确的解释）。但是，另一方面，他们在行动之前试图推理，错误的风险就会增加，反复的尝试也成倍地增加，这就是明显退步的第一个原因。偶尔出现的第二个原因是，他们对面积的理解的进步有时会阻碍他们从矩形这个二维系统中分离出某一个维度，而这正是Bri向我们展示的（尽管她在双重目标上感到更加自如）。但是，尽管他们在推理方面取得了进步，但这些被试依然停留在群集结构的水平，包括析取类别和它们的渐进组合（composition），尚没有形成真正的联合（combinatoire）：我们看到Ant、Cor和Dre通过简单叠加过程计算出了可能的排列数量4、6、8等，并没有达到基本的部分集合化（以二元组或三元组为基础）。

5 阶 段 Ⅲ

11—12岁时，这一阶段的标志是儿童终于学会了正确使用推理。

Tri(11;8) 对于双重目标14和19：“他放置了7/10和6/10。不对，不是那个（7/10）（他用10/8替换了）。应该在10+10上减去一个单位，在宽度上行得通（因为8

加6等于14),但是长度上不对。——那怎么办?——需要9/6。我懂了:9/6和10/8。——那目标15和20呢?——再加一个大的。需要一个5,啊,不是(他保留了8/10)。高度上我还需要一个10,然后是5:10+5,它将是15。哦,不,我需要一个5和别的东西(他选取了10/6)。就是这个,所以有了10/9,这就对了(正确)。——如果你留下10/8呢?——那我需要一个10/7(正确)。"对于不可能解决的问题:在经过几次尝试之后,他说"这也不会行得通,因为总是差异为3个单位",而且应该是"要么前面的是2(减少),要么后面的是1(更多)"。

Sim(11;11) 在目标11和14经历了两次尝试后找到8/8 + 3/6。对于目标11和17,他保留了8/8,并且计算出17–8 = 9:那么应该用3/9替换3/6,但是并不存在3/9的矩形。于是他保留了8/8以后,又推断出"高9和宽3(超过8),所以8/8不可能。"但他发现他想错了,"如果我们减少这些数字,就需要扩大另一个"。从这个假设中脱离出来(由于计算本质的顾忌),他找到了另外的方法,他通过选择(经过测试)10/8和10/6完成了目标14和20:"我们用10和10到达目标20,对于目标14,我们用了6和8!"然后他将这种方法为以下情况进行了概括,不可能解决问题:经过尝试后,他总结出"它们永远是要么少了1个单位,要么多出1个(0/7),到处都有3个(单位的差异)。——你为什么不能多出2个?——因为到处都有3个,所以我会比它们高一点"。组合:"两个矩形可以有多少种组合可能?——4种。——那3个矩形呢?——9种(平方!)——为什么?——不,是6种(他试验着)。也不对,它们每个都可以移动两次。——那4个矩形呢?——每次都是两倍:2、4、8、16,如果是这个逻辑。"对于4个矩形,"横着放有8种可能。——那竖着呢?——也是8种,总共16种。"

Mar(12;4) 从等于两个目标之差的元素开始,例如对于目标11和17,他从6/8开始,"因此(要添加)9/4,而非9/5"。不可能解决的问题:"相差为2,这没有……(因而相差为)5,这个也不能实现,这不是(3的)倍数。"所有的组合可能性:2种1个矩形,4种2个矩形(他实验出来了),8种3个矩形。"4个矩形,我们有16种可能性,以此类推:32、64、128、256、512。"

在形式运算的水平上,推理的重要性自然加强了,但这次(被试对推理的使用)非常谨慎。不可否认,双重目标的问题一开始依然需要经历尝试和错误,但这些失误都是理智的,所有的尝试都有理智的参与(Tri:"需要一个5,啊,不是。"或参见Sim的错误假设)。更新之处就是被试发现了从目标开始立即就能算出所要的维度的方法:Mar拿出了一个等于目标之间差的元素,然后推断剩下要添加的元素,Sim通过分解目标来进行(20 = 10+10和14 = 6+8)。对于不可能解决的问题,孩子们找到了合理的解释:我们无法用3与3的倍数达到2的差异,Mar也这样明确表示了。

至于相同数量元素的对齐的各种可能的组合,即计算构成排列的所有不同二元组、三元组、四元组等的问题,我们可以称之为"基本部分"集合化或基础性联结,其中"部分

补集”提供了从n至n的组合。但它已经形成了2^n种组合，因为每个新元素都要联结到前面的每个元素。然而，我们已经看到，在水平ⅡB，被试仍然只能看到加法组合(4、6、8、10等)，就好像每个新元素仅添加两种可能性(*Lo*或*La*)。阶段Ⅲ的被试有时也会以这种方式开始，但他们很快就会看到新元素可以和其他元素相互结合，因此有了乘法数量的解决方案。

6 结　论

从不同形式的概括的角度来看，这项研究的结果是很有趣的。让我们首先回顾一下，如果构成一个关于观念的或结构的(前运算的或运算的)发展阶段的表格是不困难的，是因为这两个阶段都取决于抽象和概括的运作；而概括只是一种功能(在术语的生物学意义上，与被类比为器官的概念和结构相对应)，但功能是永久性的，同时使用各种器官(见营养及其无数的形式)，因此作为一种功能它是没有阶段性的。另外，它呈现出与器官有关的多种功能性形式，因此，在生物学意义上，问题就是要了解是功能“创造”了器官还是相反的。从认知的角度来看，我们认为概括性功能孕育了结构，而结构则体现了功能的作用，新生结构或后继形成的结构同样如此。我们观察到的阶段性是结构的阶段性，但是关于它们的分析也形成了功能的阶段性，它们都是从一个水平到下一个水平不断地改进的(尽管这些不是它们自身决定的)。

这就是说，让我们试着区分这些级别中的两种常见类型的概括化：(1)归纳性概括，它仅限于将从经验抽象或反省抽象得到的已知格式应用于新的客体(但是在反省抽象的情况下，格式在实际概括之前就已被建构完毕，并且这种建构没有介入概括的机制当中)。(2)建构性概括，通过完成或区分性运算而产生新的形式。因此第二种形式的概括化标志着内涵的进步，也自然地标志着外延的进步(因为它从属于内涵)：由此便有了新内容的创造或经验内容的丰富，并在这种情况下冠以新的形式。一般而言，归纳性概括的标准是它基于验证事实或仅基于计算的结果，而建构性概括则通过扩大和完成先前的形式来概括动作或运算本身。

从这个角度来看，水平ⅠA的反应很明确：被试非常清楚如何在排列中调整矩形以达到某个目标，但是无法正确地推断出这些矩形的维度*Lo*和*La*之间的长度差异。简单地叠加长度自然是动用了被试的动作格式，也就是更早时候(在感知运动阶段的末期)的形式，只是被应用到了当前所呈现的新对象上。因此，本质上它是归纳性概括，且根据目标不同存在某些区别，但它是知觉导向的且无须任何计算。对差异性理解的缺乏，证实了这些对象对建设性概括的能力较弱。

在水平ⅠB中，被试通过初步有意识地使用旋转与添加相结合的方式，这标志着建构性概括的重大进步。实际上，通过区分和组合来增加长度的方案带来了新形式的建

构。但是我们在第二节中已经看到了这种建构性概括的极其狭窄的界限,因为被试仅能根据所获得的结果来判断旋转的成功或失败。这其实是属于归纳性的,而建构性过程仍旧只是一种框架,一种新的形式,是在没有丰富内容的情况下,得到了经验性的补充。

接下来,在水平ⅡA,我们在儿童的建构性概括方面看到了更明显的进展:一次实现两个目标而不改变元素,且只能通过旋转矩形来改变总长度,即使这也需要通过先前的多次尝试,并且还不能单纯依靠推理来获得解决方案。但实际上,这是用另一种不同的格式对同质加法格式的补充,当它使用于相同的元素时,就需要用到某种分区,类似于双重分区,或者在第一章中我们曾经看到的很困难的异质分区等。换句话说,这里已经存在了对运算(分区)的运算(协调),这是建构性概括的最一般化的特征,即使在这个水平上它的作用很简单(关于数量和长度的预测)。

如果水平ⅡB的特点是(儿童)在预期推理上有了更大的进步,那么结论正如我们所看到的那样,除了对不可能解决的问题有了稍微更好的解释之外,几乎没有其他的积极作用了。而在阶段Ⅲ,建构性概括在至少两点上占据上风。一方面,双重目标的问题最终导致了推理方法的精细化发展,这使得计算成为协调异质分区属性的优势性方法。因此,作为其必然结果,对棘手的不可能解决问题的理解[用差异量3做出延长量2(是不可能的)]预设了差异和的使用。另一方面,用给定的矩形做出可能的组合方式的数量问题,虽然其在水平ⅡB仅产生了错误的添加的回答,但最终得以解决,这是一个显著的代表性例子,且是几乎纯粹的建构性概括(通过准经验抽象对2个矩形有4种组合可能进行了确认)。

总之,如果我们发现的是归纳性概括以及建构性概括的所有水平(预期性的和作为框架的或作为现实的,以及可称之为动力性的),它们似乎构成了这样一个过程:第二个阶段逐渐从前一个阶段中脱颖而出,而总体上则构成一个连续的过程。

第三章 连续数字间二元组合和三元组合的形成

与M. 拉瓦勒和M. 索勒-苏格朗尼合著

在考察了类别或长度的分区问题之后，现在我们有必要来研究关于递归、数和空间（第四章和第五章）的建构性概括。本研究涉及了我们目前为止遇到的最基本的问题，这些问题我们曾经在儿童的回答中发现过，同样也在实验中通过被试的简单认识和原因的解释中体现过，即体现为两种可能类型的抽象和概括。例如，我们给定一个数列3、4、5，诸如此类，一个分界线（垂直柱子），它简单明了地划分一些数字对，这些数字对由相邻元素之间的橡皮筋连接起来（如1–2、2–3、3–4等，但不是1–3或2–4），然后是连接成相邻元素的三元组（1–2–3、2–3–4等），再然后是四元组，等等。毫无疑问，我们要找寻的关系又出现了，即有n个元素，我们可以形成n–1个二元组，n–2个三元组，n–3个四元组，等等。而这些关系有两种递归方式。定律（1）：在相同元素的情况下，任何集合的梯度的提升（例如从三元组到四元组的过渡）将使可能的组合的数量减少1。定律（2）：将元素的总数n再增加n'时，将会构成更多的n'个组合，无论其处于什么梯度，例如，对于元素数量n=5，我们会得到3个三元组，而7（5+2）个元素则可构成更多的2个三元组。

方法：材料由80cm×8cm的木板组成，木板上以6cm的等间距穿了孔，因此共有12个孔；另有12根5cm高的黄铜棒和不同长度不同颜色的皮筋。为了更好操作，我们还使用了另一块80cm×8cm的木板（2），其穿孔的间隔不等，也是12个孔。在呈现材料之后，提问过程如下。

第一部分：二元组的形成。——在板的前3个孔中放置了3个黄铜棒，并且我们向孩子解释道，这是关于通过皮筋将黄铜棒两两分组的问题，所有的黄铜棒在遵从连续性的条件下都应该被使用，且它们之间没有间隔。我们问："需要多少个皮筋来缠绕这n个元素才能把它们两两分组，而又不会在两个组之间留下间隔？"

A.3个元素中组成二元组：

——预期所需的皮筋数量；

——结论：孩子可以正确地实现分组。

如有需要可通过实验来帮助孩子找到2个可能的分组。第一个测试的完成能让我们了解儿童对指令的理解。

B.4个元素中组成二元组.预期、实现(必要的情况下,借助于实验)及解释:我们要求孩子说出他做了什么,以便他能够发现(n–1)的规则,如果是这种情况,我们会要求他找出原因。

C.(对于年幼的孩子们)

——5个元素中组成二元组:同样过程。

——6个元素中组成二元组:同样过程。

——7个元素中组成二元组:同样过程。

——对于年长的孩子们,我们会调整所增加的元素的数量,或2或3,等等。

D.一旦孩子发现并掌握了规律,就能推广到更多的数量。在这种情况下只做预期和解释。

E.n个元素组成的n个联合。

第二部分:三元组的形成。——和第一部分的操作过程相同,但是我们以四个元素开始。

第三部分:对比二元组形成和三元组形成的结果。

第四部分(年龄较大的儿童):对该规律的解释。——形成四元组和五元组以便得出更具概括性的组建规律。

1 水 平 IA

水平IA的被试很自然地组建了二元组,但很少能够组建三元组(因为倾向于仅考虑不相交的集合)。另一方面,他们对自己的行为结果的理解还存在一些困难,更难以了解这些行为的机制,因此也对组建方案很难理解,这是唯一可能的解释。

Pat(4;6) 拿了1根橡皮筋和3根柱子,然后围住了3–2。"我们还能怎样做?——(他围住了2–1。)——完了?还有吗?——(他想围绕1–2)不对。——我们有几根柱子?——(他查数)1、2、3根柱子。——那橡皮筋呢?——1、2、3。——数清楚。——1、2,啊!只有2个。——所以对于3根柱子你用了几根橡皮筋?——1、2、3。——什么颜色?——白色和红色。——所以呢?——是2根。"对于4根柱子,他正确地组成了二元组"有多少根柱子?——(他查数)1、2、3、4。——橡皮筋呢?——(他查数)1、2、3。——对于4根柱子,我们需要多少根橡皮筋呢?——就像这样,像这样,1、2、3、4!"当有5根柱子时,他正确地数出了4根橡皮筋,且得出结论:"它们是一样的数量(相同的数字)呀!"我们想让他得出结论,"对于更多的柱子。——如果我再添加1根,会有更多的柱子还是橡皮筋?——更多的柱子和更多的橡皮筋,随我们便,不是吗?——(我们又拿了5根柱子。)——1、2、3、4、5——那橡皮筋呢?——也是5个。——看,哪个更多?——柱子更多。——为什么橡皮筋更

少？——因为我没有放太多”。对于三元组，我们要求被试在每3根柱子上套上一根橡皮筋。“再添加1根柱子呢？——会多1个(橡皮筋)。——所以我们共有多少柱子？——4根。——橡皮筋呢？——4个。”等等。之后我们让被试回忆在二元组的任务中如何捆绑柱子，“是两两一组吗？——是两两一组。——那如果3-3一组，我们会需要更多还是更少的橡皮筋？——更少。——尝试(我们放置2排柱子以便于比较，一排是二元组，另一排是三元组)。你打算采取更多还是更少或是相同数量的橡皮筋？——同样多的。我会用和那些一样的，绿色、蓝色和红色。(相同数量)——但是有什么不同吗？——是的，这是两个不同的”[1]。他甚至还表明，在二元组1-2中，“(两者之间)没有柱子”，所以与三元组是不同的，但对于橡皮筋来说“我们要用同样的数量”。

Sar(4;9) 在操作过程中与Pat相似，因为在对二元组有了一些认识之后，她认识到“对于6根柱子我们需要5根橡皮筋”。但随后：“总是会有什么发生？橡皮筋和柱子一样多吗？——不，柱子更多。——多出来多少？——多出很多。”对于三元组，在6根柱子上，她建立了2个分离的三元组。而对于4根柱子，她正确地建成2个三元组：“你拿了多少根橡皮筋？——2个。——用于？——4根柱子。——如果我加1根柱子呢？——也要加1根橡皮筋。——那对于5根柱子来说需要几根橡皮筋？——4个。”

Nic(5;2) 确认了对于3根柱子需要2根橡皮筋，但是认为4根柱子应该用4根橡皮筋，然后在数出3之后，他还是说“对于5根柱子也应该使用5根橡皮筋”。当我们问他为什么只有4个时，他回答道，“因为橡皮筋很大”。然而他开始时用4根柱子构成都是分离的二元组。当我们通过增加2根柱子从6过渡到8时，他总结出应额外需要2根橡皮筋，随后又预测出“再多2个，再多2个，再多2个”。但他最终像Sar一样承认了对于6根柱子需要5根橡皮筋。为了看看他是怎么理解的，我们决定使用测试(2)(不等间距的木板)，然后一切都重新开始，3根橡皮筋对应3根柱子，4个对应4根，等等，通过必要的新的学习，直到5根橡皮筋对应了6根柱子，“因为橡皮筋够多，我们不需要再增加了”。然后我们回到先前的木板继续三元组的问题：他遇到了同样的困难，但最终他承认对于5根柱子，我们需要3根橡皮筋。这种关系似乎被接受了，接着我们问道：“我们之前做了什么？——二元组。——我们需要比三元组更多还是更少的橡皮筋？——我们需要更多的橡皮筋给三元组——为什么？——因为3个多于2个！”

Cal(5;11)和Ren(5;3) 也有引证的意义，因为他们被问及的问题不是基于前面的技术，即用橡皮筋套住木板上的柱子来组建二元组，他们的任务是用小方块来实施的。这样的实验设计会有一个有趣的现象，即被试表现出一种强烈的倾向，只构成二元组或只有析取性集合，例如对于四个元素的1-2和3-4：“还有其他二元组

① 因此他创造了两个谓词而不是关系！

吗？——没有了。”然而，我们发现这种顽固的想法会形成与元素个数同样多的二元组或三元组：3个二元组对应3个正方形，4个二元组对应等量“更多”的4个正方形，5个对应5个，如此等等；3个元素有3个三元组，等等。经过一些观察后，被试最终能够预测出$n-1$个。“对于5个元素呢？——5个，不，是4个”，虽然缺乏理解，但是被试中还是有人预测出了对于4个正方形是5个二元组，所以他的结论是$n+1$个而不是$n-1$个。

从概括化的起源和困难性的角度来看，这些反应是值得关注的。由于每根柱子都被橡皮筋接触，所以孩子从先入为主的想法开始，即两者之间必定存在起点到终点(terme à terme)的对应(correspondance)：这是一个错误的观念，但不乏其合理性，因为这种对应结构是在感知运动水平上由动作对应的基本形式构成的，其重要性则在表征水平上得到了体现。因此，这种在我们的被试身上表现出强制性的对应的观念，以及作为一种形式的、反省抽象的观念和建构性概括的观念，以及更早期的推理的观念，它们都在我们实验设计中得以展现。那么，是什么构成了当前的推理呢？矛盾在于，他们声称是自己基于同一性的观察，并将观察结果推广到所呈现的全部情况中去，因此这应该是归纳性概括的一种类型(按照惯例，以及如我们之前所讨论的，更早的框架则拥有建构性的来源!)。但是，在特定情况下，这些可观察的东西却很难被观察到，这是因为它们被安置在了一个不适合的初始框架中，矛盾正是在于被试并没有表现出先验的(a-priori)推理，而且他相信他所看到的东西，并且对他所看见的以及仍然在看的东西进行概括化，因此这种态度基本上是归纳性的。

所以Pat和Nic花费了很长时间来观察，虽然只有他们通过出声的数数统计，才能发现只需要2根橡皮筋就可以把3根柱子连接成二元组，3根橡皮筋用于4根柱子，如此等等，并立即得出结论应该是一个相同的数字，“它们是一样的数量啊!”(Pat)。这种固执的原因显然是他们不明白为什么会有$n-1$根橡皮筋(当他们点数统计它们时)：“因为我没有放太多”(Pat)或“因为橡皮筋够多”(Nic)。即使Sar，尽管她以一种看似稳定的方式认识到需要的橡皮筋比柱子数要少，但只是得出结论认为前者“更多”，没有任何规律性。至于三元组的问题，她甚至更不清楚，跟其他对象一样只能建立析取(Nic、Ren和Cal在二元组时仍然在这样做)。最后，二元组和三元组所需的橡皮筋的数量的比较使Nic得出了清晰的答案：“需要更多的橡皮筋给三元组，因为3个多于2根。”换句话说，因为橡皮筋应该和柱子一样多。简而言之，我们的问题在这个水平上都没有得到正确的解决。

2 水平 IB

在该水平上，被试相比之前的被试仅有稍微的进步，因为对于n根柱子，他们承认

需要 $n-x$ 根橡皮筋，但在归纳性概括情况下只能得到某个具体的数量 n。

Dup(5,8) 认为3根柱子需要2根橡皮筋，4根柱子需要用4根橡皮筋，但对于5根柱子仍然需要数出4根橡皮筋："如果我加1根柱子呢(所以6根)？——5根橡皮筋。——你怎么知道的？——我猜到了……——那对于7根柱子呢？——7根。——为什么？——因为有7根柱子。"在确认6根橡皮筋之后，她成功预测出对于8根柱子需要7根橡皮筋，但是对于10根柱子，她犹豫不决了："8根橡皮筋。——为什么？——因为在9根之后是8根，哦，不，是在7根之后应该是8根。"这无疑就是对于增加2根柱子到8根就是需要增加了1根橡皮筋到7根。她数了数："不，是9根。——那对于12根柱子呢？——10根(她做了一遍，确定为9个)。"我们总结出结论：2根橡皮筋对应3根柱子；3根对应4根；4根对应5根；6根对应7根，但是(这次她通过预测得出)10根橡皮筋对应12根柱子。三元组：她正确地组建了它们并且得出2根橡皮筋用于4根柱子，3根橡皮筋用于5根柱子，但是对于6根和7根柱子等，她预测需要5根和6根橡皮筋，就像对待二元组一样。在经过多次测试和观察之后，我们问Dup两两分组和三三一组有什么不同，"没有什么不同的"，并且对于三元组又回到了答案 $n-1$。

Xan(6;4) 直到尝试到6根柱子时，才相信对于二元组需要 $n-1$ 根橡皮筋。对于7根和8根柱子，他仅通过计算它可以产生的二元组的数量(但不需要实际动作)来回答。另外，对于10根柱子，他却预测了12根橡皮筋："多于还是少于10根？——可能更多的橡皮筋或更多的柱子，不，我不知道。"对于三元组，他正确确认从7根柱子开始，但是随后"9根橡皮筋对应10根柱子"和"12根橡皮筋对应10根柱子"！

Flo(6;8) 直到5根柱子时开始确信规则 $n-1$，并且牢牢地记住，但是预测了6根橡皮筋对应6根柱子，10根橡皮筋对应10根柱子："它必须与柱子数量是相同的。"当我们稍后回到最初的问题时，她又说出了开始时的数量 $n-1$，但是对于10根和12根，她重复"相同的数量"。我们问为什么："我不知道，这有点复杂。"同样，在三元组的论证中她也"不知道"是否该有更多或更少的橡皮筋来对应三元组或二元组。

可以看出，从水平IA到水平IB的进展仍然很微小。Flo在其中表现出的进展最小，她直到4根橡皮筋对应5根柱子才确认 $n-1$ 根橡皮筋对应 n 根柱子，她后来没有忘记重复这些数字来做预测，尽管水平IA的被试有很多(对反应的)抑制，但Flo从6根柱子开始她就陷入了错误的一一映射中。另外，Dup和Xan一直概括到6根或8根柱子，运算法则 $n-1$ 在前面的数字中被观察到。这一次，我们看到了正确的可观察的归纳性概括，且不再像水平IA那样发生歪曲。只是这种向新数字的推演仍然很谨慎，因为Dup从7根柱子开始就回到了错误的对应(并且在之后也很混乱)，而Xan却认为12根橡皮筋对应10根柱子！另一方面，尽管有了之前的论证，这些被试发现二元组和三元组所需的橡皮筋的数量"没有差别"，Flo也不知该怎样做。

3 水平 ⅡA

这个子阶段的标志是归纳性概括的进展和向初期建构性概括的过渡。让我们从介于水平ⅠB和ⅡA之间的中间案例开始。

Mil(7;8) 在3根柱子的任务中立刻构成了2个二元组,并且预测出对于4根柱子需要使用3根橡皮筋。"你怎么知道的?——因为(他把二元组3–4加到已经做出的1–2和2–3)。——如果我再加1根柱子呢(5)?——4根橡皮筋。我们将有5根柱子和4根橡皮筋?——啊,不是。(由于缺乏点对点的对应而使他感到担心,因此口头上表达了这一点)——多少?——5根,(然后他开始心算)不,是4根。——你算什么呢?——……那用7根柱子呢(我们遮盖着)?——6根橡皮筋。——你怎么知道的?——4–5、5–6、6–7和之前的3组(直到4)。——那若是12根柱子呢?——11根橡皮筋。——你在算什么呢?——(他指了指间隔!)这,中间。——如果不是12根柱子而是有15根柱子呢(实际没有柱子)?——(犹豫)15根橡皮筋。——当你有3根柱子时?——2根橡皮筋——4根柱子?——3根。——6根柱子?——我不知道了(他数着),5根。——8根柱子呢?——……——你可以不计数就得出么?——不能。"等等。"那用10根柱子呢?——我不会了……8根,不,11根橡皮筋,不,是9根橡皮筋!——你确定吗?——是的,我想要10之前的那个数字。——那么15根柱子呢?——14根橡皮筋!"然后他陈述出这种规律:"(总是)有更多的柱子。"但无法解释原因。然而,将他的计数引用到柱子的间隔上让他明白了就像在一个矩形或圆形的封闭图形中,会有与柱子的数量相同的二元组。然而,尽管有了先前的论证,三元组使他感到非常困惑:"我完全不知道了。"

Thy(7;9) 直到第5根柱子时就迅速找到n–1的规律,但是对于9根柱子,他首先猜测为6根橡皮筋,然后在心理上计算1–2、2–3…7–8、8–9。"其实更多一些,是8根橡皮筋。——那对于12根柱子呢?——11根橡皮筋,因为总会少一根。——这是怎么发生的?——因为我们计算之间的,(他指了下间隔)而且柱子要更多一些…我需要用2根柱子来放置1根橡皮筋。"另一方面,对于三元组来说,他确定了4个元素有2个组合,但却错误地概括为2个组合对应5根柱子(忽略了规律2,虽然理解了二元组中的规律1和2)。"还是2个?——或者是3个,我不知道。"然后他正确地预测了对于6根柱子对应4根橡皮筋,但是没有给出新的概括,并且预测8根橡皮筋对应9根柱子,"因为总是少1根橡皮筋(就像是二元组一样)——三三一组,你还认为是少了1根橡皮筋吗?——是(计算着)啊!是少2根橡皮筋。"随后,他更接近水平ⅡB了:"总是少2根橡皮筋。——(为什么?)——因为有更多的柱子被捆

绑了，所以橡皮筋更少。"但当我们进入四元组时，Thy 预测给出了4根橡皮筋对应9根柱子，就好像我们从三元组过渡到四元组时，橡皮筋数量从 $n-2$ 过渡到了 $n-5$ 一样，"两两一组，这将是多少？——（他计算间隔）8根（正确的）。——三三一组呢？——13根。（随意计数）——四四一组呢？——更少的橡皮筋，不是4根，更少……"。

Xen（7；1）　直到6根柱子时立即找到 $n-1$ 的规律。在8根柱子时有些犹豫，然后得出："7根橡皮筋。我是这样看的，就像这样，就像这样（做出围绕着每对二元组的手势）。"同样11根橡皮筋对应12根柱子："因为橡皮筋绑在了这（2根）柱子上。"但是对于15根柱子（未给出答案），"它有点难，因为这儿并没有15根柱子，（指了指木板）只有14根柱子！"（她跟随着板上的柱子数到12时，再心算出余下的）然后她跟随数字发现19根橡皮筋对应20根柱子和29根对应30根。"而对于100根柱子呢？——这很难，等等，我不知道……49！——那对于25根柱子呢？——14根。"对于三元组而言，她通过反复试验进行调整，最终可以找到一个解释的开头：对于二元组来说，我们在两根柱子之间"仅仅使用1根橡皮筋"，而对于三元组来说，"它们之间不再仅仅是1根橡皮筋，而是还有1根柱子（在两端之间），所以这就会有更多"。但是对于四元组："用12根柱子你可以做多少个二元组？——11个。——那若组成三元组呢？——11个。——和二元组一样吗？——不，是10个。——那对于四元组呢？——8个。——为什么？——呃！7个。为什么是7个？——因为有12根柱子。"

Mon（8；0）　也发现了 $n-1$ 的规律，"因为我们一次拿2根柱子，所以橡皮筋数量更少"，并且她知道在整体上它将是12=12。对于三元组，她没有预测出规律：她陈述出了4根柱子的情况并概括到了5根柱子，但是在6根柱子的情况下也预测了3根柱子，并且在接下来她有时得出 $n-2$，有时 $n-3$。另外，她可以理解二元组比三元组需要更多橡皮筋，"因为3根多于2根"。

Ber（8；4）　对二元组做出了相同的反应（并且一开始注意力集中在间隔上）。对于23根柱子，将需要22根橡皮筋，"因为总是少1根"。对于三元组，她成功解决了4个元素的情况，"需要1根而不是2根橡皮筋，因为我是这样做的（展示了她的操作）"。但是对于10根柱子，她虽然仔细观察构建，却还是回到了9根（$=n-1$）。四元组任务失败。

这些水平ⅡA上的反应揭示了（儿童）从概括化的归纳性形式到建构性形式的过渡。一方面，被试有时似乎已经进到了高级类型的推理水平，但是在定量评估时，他们却不能在特定的例子中发现规则 $n-x$，因为概括化的开始可以是归纳性的，但之后他们开始发现或猜测到其理由。例如，当 Mil 数柱子的间隔来判断在二元组的情况下橡皮筋的数量；当 Thy 很明确地说"有更多的柱子，（因为）我需要用2根柱子放置1根橡皮筋"时，甚至包括三元组"有更多的柱子被捆绑了，所以橡皮筋更少"；当 Xen 说出类似的内容时［"橡皮筋绑在了这（2根）柱子上"］；当 Mon 宣称"因为我们一次拿了2根柱

子”时，他们的意向已经确证了规则 $n-x$，而无须更多阐释。此外，我们看到这些解释反过来释放了意向性活动的某些方面，体现在二元组和三元组的实体性建构中，于是我们可以立刻推断，建设性概括化形式的构成就是将实体性建构转换成为概念性建构。

但在另一方面，也是这些实验的关键，同样是这些被试，他们却没有表现出能够自己利用这个良好的开端。例如 Mil 知道如何用橡皮筋和间隔作对应，但当我们告诉他橡皮筋的数量与柱子不对应时，Mil 开始不知所措并且对三元组变得“一无所知”，即使他知道如何建构它们；他甚至对二元组也乱了阵脚，给出了一些数字。Thy 在二元组部分从 9 根柱子开始就已经产生疑惑，对三元组更是摸索，犹豫不决。Xen 在看不到柱子的情况下感到推理非常困难，而且他最终的推断变得越来越不好。Mon 和 Ber 在三元组问题上也是同样的，包括他们最后成功完成了的建构。

因此存在着一个矛盾，因为这些被试有时会达到建构性概括的开端，而在另外的场合他们却局限在归纳性概括上，即简单地使用观察，但最终都无法找到正确的推演。现在，这种奇怪的现象很容易通过抽象的规则和意识的参与来解释。实际上，我们应该在自身的动作素材中至少区分出三个等级，并且意识到它们之间存在的所有过渡。首先，从外围开始（但意识恰好是从外围过渡到中心的[①]），动作的外部结果会被对象先认知，即使是在他还没有理解结果是怎样产生的情况下，例如：Mon，在面对 10 根柱子进行三元组构建时，仔细地观察了自己的建构，但却看不出他是如何进行的。其次，有用实物来开展的动作，但是儿童对动作的认知仍然基于经验性抽象，就像对外部活动的认知一样（诸如基于移位、操纵等的认识）。（儿童）最终拥有了对动作的内部机制的理解，以及对其必要的协调（逻辑-数学运算的起源）的理解，对这种行动逻辑的认识便源于反省抽象。

因此，我们的被试的反应并不存在任何矛盾。当动作变得复杂时（如柱子的数量增加，部件的尺寸增大时，等等），他们设法逐步地执行它，却不能清楚地预期到结果，并且在阶段Ⅰ会因为描述性因素的干预而发生歪曲。在这些实验结果的基础上，不论正确与否，由于缺乏当前的反省抽象和缺乏导致成功动作的内部协调机制的认识，因此被试只能使用归纳性概括。

相反，当动作更简单时（先前的二元组），被试设法观察每一个步骤，直到掌握了问题的重点，但是在这个阶段，儿童仍然以实际操作为基础，认识还没有达到相应的水平（第二层次的水平）；偶尔一些时候，会达到内部协调水平（第三层次），只有当内在必然性驱动的建构性概括获得了形式化特征，只有当这些特征不再只是露出端倪，不再是偶尔出现，我们才能说达到了水平ⅡA，即儿童才能够找到所有数字性的规则 $n-1$，并从 $n-1$ 过渡到 $n-2$（三元组），$n-3$ 等。总之，这个水平的被试对逐步建构已经有了比较清晰的认知，但是还没有形成概括化格式，并进行系统化的必然性协调。

---

① 请参考我们的《意识的把握：幼儿的动作和概念》，法兰西大学出版社，1973。

4 水 平 ⅡB

这个子阶段的特征是我们发现了格式进展，但这只是一个开始，因为我们仍然发现许多建立于可观察性的归纳性概括的残余，而支持建构性概括的例子仍然很少。在这方面，从二元组的规则n–1过渡到三元组的规则n–2是非常重要的，因为如果二元组的规律可以单单基于具有归纳性概括的可观察量（间隔等），那么在三元组的情况下建构的格式就显得更加必要了，尤其是随后的集合在构成规则下，交叉部分会变得越来越大。

Eri（8;7） 立刻找到了二元组的规律和其解释："因为那个有2根，所以我们总会少1根橡皮筋。"对于三元组，他组合出了4和5个元素的情况，然后得出结论：如果我们添加2根柱子，那么这10根柱子，则需要添加2根橡皮筋凑成10根橡皮筋（第2定律），"因为只要我们添加一根柱子，我们就可以组建出另一个组（3个元素）"。但是对于7根柱子时，他又回到了n–1的规则中并且发现了他的错误："不对，这是另一个规则，因为对于二元组我们总是拿走后面的那一个，现在我们拿（它的接替者）。——所以呢？——依然是（n）–2个。"我们随后进一步概括："对于四元组合，规则是什么？——总是会少3根橡皮筋：每当我们增加时，整体中就会多1根柱子（2个、3个、4个……），总是会有少1根橡皮筋。——是什么更少了？——集合（第一规则）。——对于六元组呢？——会少5根橡皮筋（是正确的答案）。"对于10元组，他先是错了："（他数）少10根"，然后重复过二元组和五元组后，"少9根，低于该组元素的数字。——对于20元组呢？——少19根橡皮筋"。但是他不能说出在25个元素中有多少20元组（所以25–19 = 6），"2根，不，是3根"，尽管他理解8根柱子时我们将有5个4元组，等等。

Vin（8;7） 也是相同的反应直到第3定律的最后一个问题："它总是少1根橡皮筋。——例如，五元组的橡皮筋会少了多少根？——少了4根。——那25元组呢？——……少了24根橡皮筋。——相比于谁少？——橡皮筋比柱子少，但我们不知道有多少根柱子。——要组成25元组，你需要至少有多少根柱子？——至少100根或类似的数量。——不能更少吗？——50根，是的，这将是2个组。——2个吗？——也不对。啊，我们可以做26元组！——那用26根柱子呢，会有多少个25元组？——将有2组。"

Kal（9;5） 很快找到了二元组的规律。"对于12根柱子呢？——11根橡皮筋。——为什么？——因为它以1根柱子开始，又以1根柱子结束而不是橡皮筋。"三元组：他在3、4和6根柱子时，得出了n–2，但是"我不知道是否它每次都会奏效"。他用7根柱子检验后得出结论，"因为橡皮筋现在占据了更大的空间"。对于

四元组,他使用5个元素得出有2个四元组,并且直接得出结论,对于8根柱子,我们将有5个四元组:"你是怎样思考的?——我们每加1根柱子就需要加1个(四元组)。——还有别的想法吗?——减去3就足够了,因为3是下面最大的数字……因为柱子比橡皮筋多三根。"我们重复了2、3和4元组的规律:"每次我们将一根柱子加到组里面,就需要从该数量中减去1得到橡皮筋数量……——当我们每次添加更多柱子呢?——这不会改变什么。——只有当我们改变元素数量组时才会这样?——是的。——对于一个更大的元素组,我们需要更多还是更少的橡皮筋?——更少的。"

Dan(10;0) 在二元组之后立即发现三元组的规律$n-2$,"因为它们总是在里面"(中间的元素),而且通过观察在没有任何操作的情况下,得出了4、5和6根柱子二元组数量,之后他又通过简单的演示找出8根柱子有6个二元组。然后推断出用6根柱子他将能够做出3个四元组:"之前我去掉了2,现在是3,因为现在关于四元组。——那若是有7根柱子,有多少个六元组呢?——2个。——为什么?——我们之前是去掉3(四元组)。加上2个元素(构成六元组),那是去掉5,所以7减去5是2个。"之后他在25根柱子情况下计算20元组数量时有点混乱。他是通过计算而不是运用概括,最后找到了16组,然后是只有2组,再后来是5组。但是在重复二元组到五元组中他说出了规律三:"必须总是多减去1。——那么对于15元组呢?——那么应该减去14。——20根柱子里面有多少个15元组?——19个……不,是6组。"

因此,这些被试与水平ⅡA的被试(引用无用的各种中间案例)相比取得的重大进展是他们建构三元组的$n-2$定律的快速和合理解释以及规则的易用性。他们从规则$n-1$很快过渡到四元组或更大的集合。现在,显而易见的是,建构性概括的这种完善是由于他们不再局限于对三元组组合中所涉及的动作结果或材料操纵的依赖(Kal依然以这种方式开始,然后得出结论"我不知道是否它每次都会奏效"),但他们获得了格式并能实现自身建构,也就是说,协调是被用来支持"理由"的。这只是(最终地)某些水平ⅡA的被试的部分情况,例如Xen和Thy,但他们提及的关系尚未实现数字量化("只是足够更多"),而在水平ⅡB,孩子明白为什么我们从$n-1$过渡到$n-2$("这是另一种规律"等,Eri说。同样参考Kal和Dan),并且能够立即引起到四元组甚至以上的过渡,这是新的理解的标志。但是这个水平的限制在于对超过20的数的扣除过程中产生的一些犹豫不决。如果我们将n作为要考虑的柱子的数量(例如50),N作为集合中元素的数量(例如25),则要减去的橡皮筋的数量x(因此较少的集合)就是$N-1$,因此这里的答案应该是24,然后可能的集合的数量就是$n-x$,因此是26。现在,我们看到Eri、Vin(在某个片刻)和Dan因N和n的混淆而感到困惑,他们不知道如何从减法$N-1$中推导出$n-x$,尽管这很好理解。这标志着一种主导性的非充分性协调,但有必要指出这一点以表明存在着一个中间阶段,它存在于建构的互补格式的表征(意识的第三级:参见第三节)和仅仅获得或活动结果的重组(第一级)或其实体性操纵之间(第二级)。

5 阶 段 Ⅲ

不言而喻，在所有推理都有所改进的形式运算阶段，被试将通过清除必要的协调来设法将其推理建立在建构的格式之上。特别值得注意的是，现在可以在没有前期观察的情况下找到三元组的规律 $n-2$，就是说仅仅从二元组规律 $n-1$ 进行推论。至于对 N 和 n 的推理，我们依旧能看到犹豫不决的情况，但问题是突出的。

Nat(11;2) “用12根柱子你可以告诉我有多少组二元组吗，无须计算？——11组，因为我们需要减少了一个。——为什么？——因为有12根柱子，我们不能够连接两端”，因此理解为围成一圈时它将是12根柱子。“那如果用125根柱子呢？——那将有124组。”4个元素的三元组(通过遮蔽)：“2组。——那若是6根柱子呢？——4组。——你是怎么知道的？——因为假若有3根柱子，我们会这样做(1、2、3等)。——那如果是12根柱子呢？——10组，我总是减去2。——那7根柱子呢？——5组，因为我们跳过一个(1—3之间)。”五元组(没有经过四元组)：“这7根柱子里面有多少五元组？——3组(通过心算)。——我们完成了二、三、五元组，我们可以完成四元组吗？——会有4组(用这7根柱子)。——你能解释下发生了什么吗？——我们集合的元素数量越多，你减去的越多，你就有越少组。——少了多少？——每当我们的集合里面多一根柱子(N)，我们就会少一组(规律)。——所以如果组中元素增加1，我就需要减少什么？——组的数量。”

Kin(11;5) 三元组：立即理解了，“10个元素中有多少三元组？——8组。——那若是12个元素呢？——会有10组。每次我们添加1根柱子(在 n 中)，每次就会增加1个组(规律二)。——但为什么四个元素中有2组3，等等？——因为我们使用相同的柱子，它总是减少2。当你组成四元组时(自发的)会减少3。我认为每次我们增加柱子的数量(指 N 而非 n)……我不知道如何解释……——会少多少？——是的，我们每增加1根柱子(在 N 中)它就减少1(法则 $N-1$)。——那对于任何数字的25元组呢？——24个。——为什么？——我做了同样的推理。——我们用25根柱子可以组成多少个20元组？——15组……不是，太多了……它是5组，哦，不是，是6组：它是(第一组)20，然后是21、22、23、24、25，它是6组”。

Dia(12;2) 三元组：$n-2$，“因为我每次都会跳过一根柱子，所以它少了2个”。四元组：她仍然查数。“那20根柱子呢？——少19根。28根柱子中有多少组20元组？——我可以做5组，因为每次我移动1根柱子，我就需要多1根橡皮筋(但她从21开始出现偏差，然后纠正了)。那是6组。——你可以解释一下吗？——因为组中每增加一个元素(N)我就减少一根柱子。”

Flu(15;2) 自发地总结(如Kin)，如果对于三元组我们减去2，“那么对于四元

组来说它就会减去3。——那5元组呢？——嗯，减去4。——为什么？——我们总是（多一个）比前一组：如果它是二元组我们就拿最后一个，如果它是三元组……我们就取最后2个，并且总是这样……增加差距（$n-x$）。——用25根柱子组成多少组20元组？——5组，我认为。——确定吗？——如果我组成20元组，那就有5种可能性（如Kin）……——想好了吗？——哦，不，还有第一组，那就是6组。——这里的'差距'是什么？——我们只依赖于之前所说的，之后我们作推断：我相信是19"。但是对于200根柱子组成20元组来说，他非常犹豫：101组，然后是10组或12组，之后是180组，最后得出181组（200-19）。

因此，这些被试同等地依赖于格式和他们的动作，这允许他们同时通过心理的或表征性建构的预期来替代实体性操纵，并为作为推理基础的必然性协调提供解释。需要注意的是，对于相对较大的数字，他们更喜欢通过向上递增的方式（20，然后21、22等）而不是向下递减，如Flu（和最后Dia所暗示的那样）对可能集合的数量的计算。于是，我们可以以此来区分水平ⅢA和水平ⅢB，当被试处于这些过程中的初始阶段时是水平ⅢA，当被试到达第二个阶段时则是水平ⅢB。

6 结 论

前面的结果提供了概括化连续变换的一个很好的例子：首先是归纳性的，非常不完整（同样存在被先前建构性起源的先入为主的观念所歪曲的可能），然后稍微更完整些，继而过渡到被试的数量化的建构性概括，因此，儿童只是从行为结果出发来形成认识，从此又升级为对实体操纵的依赖，最后才在必然性协调的系统中形成动作的格式。这三个阶段中的第二个已经被涉及，当被试不再局限于对其行为的结果马上进行分析，而是可以通过心理计算或者表征再现来重新建构甚至替换它们。至于必然性协调，其功效是通过对规则关系"理由"的发现来体现的，这构成了建构性概括的真正标准。

但是，我们不能忽视这种演变的一个重要方面，即被试的活动从一个层面到另一个层面的连续演变，其意识决定了概括化的进程。例如，三元组和二元组的形成开始于失败（水平ⅠA中的Pen和Cal），由于需要坚持析取集合，且交集只是阶段性地得到了改善。然而，由于对行动的认识是由概念化构成的，因此概念在此后对活动做出反应也是正常的；如果行动先于思想之前，那么它就可以在之后形成新的进程，其实际形成必然有滞后，或者有一个中间性的过渡时期，名为控制时期或简单地称为支点时期（准经验化抽象）。

也就是说，有待研究的问题是要解释建构性概括是如何产生的，同样的问题是解释关于活动本身的属性建构的格式的概念化过程，在第二阶段（尤其是ⅡB级别）时，这些过程使得（被试）清晰地采用了递归的形式，并在阶段Ⅲ获得更一般性的形式化。事

实上，任何建构性概括都不仅依赖于现实的，或已经实现了的操作性建构之上，还更多地依赖于那些将要发生以及正在形成阶段而尚未完成的过程。原因是任何建构都会开辟新的可能性，并且这些新的可能性以一种尚未完成的虚拟的工作模式，是可以得到实现的，但最终，它们会得以完成。然而，递归推理[或庞加莱(Poincaré)称之为"完全归纳"]恰恰是这些建构在其延续的基础上的卓越模型。如果我们在第一个数字的情况下验证了一个属性，并且如果n为真，$n+1$也必然为真，那么所有数字也必然为真，因此，很显然，在这个公式中，决定性的时刻并不是控制0或1抑或n，而是从n过渡到$n+1$，支持并追溯既往的推理。然而，在我们的结果中，我们看到在水平ⅡA，二元组的规则$n-1$只能通过观察而被理解，因为缺乏到达三元组规则$n-2$的可能过渡；然而在水平ⅡB中，后一个规则被类推出并且立即推导出四元组的规则$n-3$。因此，这似乎给从$n-2$过渡到$n-3$的可能性提供了对$n-2$的理解，就像对$n-1$的概括一样很快就被构想出来，无须更深一步地从$n-1$到$n-2$的直接概括。事实上，从一个数字推导到另一个数字的递归的中心过程只有在提供理由的情况下才能赋予推论一个必然性意义，而这恰恰是我们在水平ⅡB看到的开端，并且在阶段Ⅲ明确地显示出来了。

换句话说，递归推理的形式可以被分为两个阶段。在第一个阶段中，关键的属性由一个或者两个数字N决定：对水平ⅠB造成困难的二元组$n-1$，在水平ⅡA中同样造成了关于三元组$n-2$的困难。在这些情况下，所涉及的事实只是一个发现的问题，并且找到的原因仍然是局部性的(二元组的间隔)或不完整的(例如，"更多的柱子"表明儿童还没有实现三元组的量化)；因此这种概括依然是归纳性的[①]，也就是说没有必然性。"我不知道是否它每次都能会奏效"，Kal说得很好(曾提到过)，尽管对不同的n进行了三次尝试。相反，第二阶段在$n-x$时开始，被试不再简单地推断他所发现的东西，而是为稍后思考做推理，就好像它本身可以解释以前的发现一样，例如：在三元组的情况下，Kin和Flu(阶段Ⅲ)自发地想象出四元组的情况。从N到$N+1$的过渡，解释了必然性与后续建构的关联，并因此与虚拟的"整体"相关联，进而描述了递归和概括化的一种新形式——建构性概括——的特征，因为它总是对将要发生的可能性保持开放。

① 但是是在普遍意义上而不是在"完整"推理的意义上。

第四章 关于内接多边形的递推论证

与J. 沃克莱尔合著

在各种凸多边形中，其中有多少我们能建构三角形或四边形，以及更多图形，以使三角形的两条边(或四边形的三条边)叠合于多边形的两条(对四边形是三条)邻边？这些将是在本章被研究的问题：被试需要发现三角形数量(当这些内切图形不相互独立时)与多边形的角之间的对应规则，以及有可能的话，对这个规则作出解释。

装置包括一块配有很多洞的平板，我们能垂直地往里插入铁杆。初始的多边形由一条大橡皮筋标记出来，而其他更小的橡皮筋以不同颜色的方式标记以备用进行作图。配有字母的图钉以*A*、*B*、*C*…的顺序被置于每个铁杆上。

一般而言，我们从一个五边形开始，要求被试建构所有可能的三角形，明确条件是使得三角形的两条边和初始多边形的两条边重叠。在每个问题的阶段，我们都要求被试做一次预测、一次作图建构以及一次解释。做完以上任务以后，我们会移动多边形的一个或两个的顶点以改变图形，以此方式增加周长和面积，然后我们提出同样的问题(这在年幼的被试中会引起启发性的结果)。我们接着重回初始多边形并进行同样的对四边形的作图(通过重新确认邻边极限的定值)。

一旦做好了三角形和四边形，我们给出一个六边形并要求被试提出总数的预测，如果可能的话，作图。然后，我们借助一个简单预测，进一步要求对任意的多边形以及由三角形和四边形内接的其他图形进行预测。[1]

1 水 平 IA

约从5岁1个月到6岁5个月，儿童几乎没有能力预测可能的三角形数量，对四边形就更没有，尽管被试在被给予了初始例子后或能知晓并开始几次作图。

Cri(5;1) 我们向他展示了五边形中的三角形*ABE*：他做了*BCD*(与*ABE*并不交叉)。"试试别的，——*ABDE*。——有几条边？——4条。——作个三角形。——

[1] 在这些案例分析中，我们将两种任务分别记作为字母*T*(三角形)和*Q*(四边形)。

ABE。——这个有了，换个别的。——*BDE*［不符合指令，但这是(之前两个三角形之后)仅剩余的面积了］。——再来一个？——已经没有更多了。——再试试嘛——(他重做了一次*ABE*)。”我们提示了其他的，并且我们数了数：1、3、4。“为什么你能数到4？——因为还有其他地方。”我们展示了一个巨大的四边形*ABCD*并问道：“你能做个三角形吗？——不能，因为我们没做像三角形的。——试试呀。——(他做了*ABD*。)——再做一个。——(*BCD*，补充一下，不相交的。)——再试试。——(他又做了*BCD*，此外就看不到其他的了)”我们提示了其他两个，并问道：“为什么是4个了？——因为我们做了那个和那个(他的那些)，然后我们做了那个和那个(我们提示的那两个)。——(我们把*B*点向外扩张)有几个三角形？——更多了，因为更大了(面积)。——试试。——(他找到4个)但怎么做才能弄下更多的橡皮筋呢？——你做了几个？——4个，但要做更多的三角形我们没有更多地方了，除非我们可以放在下面，那我可以做更多。”他重作了一些，而我们为他记录了有4个新的，之后我们增加了顶点*B*的角度开度：“我能做更多超过4个。——为什么？——因为我们弄得更大了，那么我们能做更多的三角形。——试试。——(他做了4个，且重复了最后1个。)——(我们纠正了他)几个？——4个。——那你觉得呢？——5个。”我们扩大了*D*点，而他重新开始想要做超过4个并解释挫败，道：“因为我们已经穿过所有的钉子了。”我们缩小了四边形的面积：“我们只能做一个三角形了，因为我们把它弄小了。——图形变了吗？——是的。”

Isa(6;5) 我们从一个六边形开始，她作了3个相交的三角形的图，但紧接着除非提示不然看不出其他的。她数出6个，但当我们在*A*点扩大图形时，她预计会有更多的：“新的是6个。——(我们在*D*点扩大)现在将有几个呢？——……——我们能知道吗？——不。——差不多吗？——7个(尝试)。——那么几个呢？——6个。——那之前，你怎么解释？——6个和6个。——那就是永远是6个了？——不。”我们作了个巨大的长方形图：“这里有几个三角形？——(她作图，然后数数)4个。——这个图形有几条边？——4条。——那这样如何(我们把长方形变形为梯形)？——(她做了4个三角形，但试图得到更多)4个。——那在之前图形里呢(六边形)？——6个。——为什么那样更多？——……——你有想法吗？——没有。——(我们把梯形变形为五边形)有多少直线段(边)呢？——5条。——那这样有几个三角形呢？——不知道。”

处于水平IA的被试在数字递推任务(la récurrence numérique)(第三章)中表现出一种伪归纳概括化(fausse généralisation inductive)，其特征是先入为主地形成了一种*n*对*n*的对应(实际应该是*n*–1，等等)，这种项与项对应的整体倾向导致了前述的建构性概括化。在目前的案例中，我们再次发现了同样的现象，尽管其本质是空间性的，而我们的确期待着会出现三角形和多边形顶点之间的一种*n*对*n*的对应。此处有一种预设的观

念是,一个更大的面积就可以裁成更多分离的部分;而一种基于正确的建构性概括的观念,与前述所呈现的例证都不吻合,因为三角形是有重叠部分的(如果我们符合指令的话,它们必然是有相重叠的部分的),它们的数量仅依赖于其图形而非其大小。

这是该水平被试的第一个普遍性倾向,即只限于建构不相交的三角形,就像Cri(Isa的方法是相继地联结起六边形的4条邻边,无疑她没有察觉到相交。只有她完成了6个):这种不同部分不相交的至上观念很自然地符合类别析取的观念,这对这个水平的被试而言是如此具有强制性(第一章)。需要注意的是,被试还会提到其他一些限制条件,但那些是次要的,例如:需要三角形都是等边的("这不算三角形,因为那儿有个很大的尖角",一个5岁6个月的被试这样说),或需要它们的端点与桌边平行(当转动平板时,"如果我们从那儿看,这是个三角形",一个6岁5个月的被试这样说),等等。

这种从析取开始的倾向(或是像Isa一样做部分联合)是一种基本公设的显现。同样,如Cri所述,三角形的可能数量唯独依赖于可用的面积,所以我们会听到"还有空间"这样的说法。根据其中的一般性反应(我们能列举有关不相交部分的其他相关案例),增加多边形的包围面积,只有一个点固定,儿童会相信能够建构更多的三角形,而当其面积缩小时(Cri最后),儿童则认为只能做出一个三角形。

因此,在这里存在一种伪归纳性概括,由前述的以及还没有提及的建构性考量所决定的,这种观念是如此强烈,以至于作为一种便利的方法,或者被提示,三角形数量和多边形总边数对应,儿童依然不能理解(如Isa)。

2 水 平 IB

从6岁整到7岁5个月,我们观察到了儿童的反应从之前的态度转向内接图形数量与多边形的顶点与边之间的关联。

Mar(5;10) 起初与IA组一样,只是她伴随着探索发现了五边形中的5个三角形:"这怎么做的呢?——因为那儿1个,那儿1个,等等。——你看到窍门了?——我们只做了1条边(是对重叠指令的解释?)。——如果我们扩大这里(顶点D)呢?——不,会有更多,因为我们延长了(多次尝试)。不,我们做不了更多了。——你想做更多?——6个。——那为什么做了5个?——如果我们这么弄(在C和D之间加入一个桩,但不产生新的角),我们还能多做1个。——(六边形)多少个三角形?——有6个桩。——多少三角形呢?——6个。——那如果7个桩呢?——那就7个。——那如果8个呢?——那就8个三角形。——(在E点扩大。)——就像之前一样。——没更多了?——如果我们能加一个桩的话。——(菱形的四边形)——(她做了4个三角形。)——你如何解释呢?——因为我们有1、2、3、4(指出了各个桩或顶点)以及1、2、3、4(指出了各条边)。——(扩大。)——

一样的。——(C点拉长后形成非常不规则的五边形)几个三角形？——3个(不相交!)。——再试试。——(反复摸索)5个。——为什么？——我不知道……因为有5和5(角和边)。"

Pat(6;5) 也按桩和浮标来数，尽管五边形扩大了："不会有变化，只是变大了。——但我这有更多地方吗？——是的，我相信是更多了"，等等。

Ron(6;3) 五边形：预测到3个三角形，经过长时间探索后发现了5个。"为什么？——因为我们有更多的地方(对3个而言)。——(扩展C点。)——更多三角形，因为我们有更多的地方。——几个？——7个。——去做出来。——5个。——(再次扩展C点。)——总是5个。——为什么？——因为我们没主意了！——(六边形)"他预测7个三角形，"因为我们有更多的地方"。他根据桩的数量发现6个且"总是6个"。对于四边形：4个三角形，"因为我们没有更多的(不够多的)桩了"，且随着面积增加，"总是4个，因为我们没有太大地方"。

Gil(6;8) 预测五边形中有3个三角形之后很艰难地发现了有5个。"那如果我们这么做呢(扩展D点)？——我不知道。——比5个多，还是少，还是一样？——更少，因为(D角更尖了)图形更小了。(将角扩大)更多，因为地方更大了(试试)1……5!(再次扩大角)一模一样，因为刚才还有一个更大的地方呢，而我能做的一直是5个。"他解释："因为总是只有5个钉子。"新变化之后："总是5个。"六边形：预测6个。在五边形中内接四边形(Q)：反复摸索之后，说"我发现了解决方案(4个底角)"。找到6个四边形和6个三角形之后："那这一样吗？——是的。"然后他自己纠正为5个三角形和6个四边形："为什么6个四边形？——因为我们能将它们与6个钩针均匀地放置。"

Gui(7;0) 还是相信，当五边形的面积扩大之后，三角形的数量会增加："5，不7个。——确定？——不，6个。这改变了一切"，然后接受并稳定在5个数量。而对四边形，他预测有2个，最后找到5个。"为什么？——有5个东西(棍子)。——那三角形呢？——也是5个。"六边形：预测六个三角形。"为什么？——我找到6根棍子。——那四边形呢？——我觉得是6个，因为有6根棍子。——那如果是7条边，会有几个三角形？——7个。——那四边形呢？——7，不，5个。——那这个呢(六边形)？——5个。"

这些反应中两个显著的进展，其一是，基于观察的规律性的敏感的归纳性概括，是与预测相反的；其二是，尽管经历了艰难的过程，被试终于排除了对他们而言依然占主导的因素，这就是面积的大小。然而，移除障碍或是干扰因素("位置")——这些每个被试之前都受到干扰的因素——则意味着新的可能性和新的解释。但是这些被试并未到达这一水平，是因为这首先需要发现新的规律性并把握其中的关系，因此儿童需要发现新的法则来替代那些迄今为止已经接受的错误法则；这些新的法则，由直接观察的归纳性概括而获得，所以关于它们的解释总是具有(犯错误)风险。这就是(他们的解释)最

终转向桩子的数量。当发现多边形的一个顶点进行扩展时并不会改变可建构三角形的数量，被试推断(这相对于水平 ⅠA 已经是非常大的进步了)这种恒定是由于桩子的数量稳定决定的，并且这两个数目之间有某种联系。这种发现，首先在 Mar 那里隐晦地表达出来(“如果我们能加一个桩的话”)，且尤其是在 Ron 那儿[他把“桩子”当作“位置”(place)这个术语来思考]，最后在 Gil 那儿(“因为总是只有 5 个钉子”)和在 Gui 那儿(“我觉得是 6 个，因为有 6 根棍子”)变得非常有说服力。然而这种联系的意义是什么呢？并且它之中是否已经包含了一种解释呢？

尽管我们呈现给儿童的问题已经尽可能地简单，我们依然发现了同第三章中所面对的同样的情况。“理由”，也就是作为建构概括所给出的解释，重新脱离了活动与实体性建构之间的必然性协调，而这种解释能力在水平 ⅡB 之前都没有开始(在这次研究中和第三章一样)。事实上，这种内在条件的延迟概念化只建立在行动意识呈现的第三阶段。在第一阶段，思维只能触及行动的外部结果，所以被试一上来就开始装配或停滞于反复的摸索(概念性的方向错误)；在第二阶段，意识介入了操作性活动进程，后继的操作依然延续了实体性操作的某些特征，但已经可能部分地受到概念化进程的指引；最终在第三阶段，思维使得操作具有了必然性协调。

然而，看起来似乎明显的是，水平 ⅠB 的被试能发现三角形数量与桩的数量之间的关系，还停留在第一阶段，只有几个罕见地成长到了第二阶段。事实上，一方面，他们的活动还未呈现任何系统性的方法，并且他们经过了多次的反复探索(细节记录上是枯燥乏味的)，如果没有实验员的帮助和指令，以及频繁提醒下是无法取得任何成果的。另一方面，内接图形与棍子之间的(项与项之间的)一一对应还远未稳定，尽管它援引了解释，这是本质性的，因为协调的结构(包括前述良好的形式化的和感知运动性的)启示了这种关系存在于图形数量，实体化的橡皮筋，以及固定橡皮筋的木桩等项之间，而被试却未能明确这种关系的本质。

3 水 平 ⅡA

这个新阶段的两个特征明显的进展是：一方面，被试变得更少反复探索(需要更多辅助)并且开始表现出方法的使用，这表明(被试)已经意识到了操作的变化；而另一方面，根据桩的数量，被试从此开始参考“图形”而不再是根据“位置”来做判断，因此提高到了某种正确的归纳性概括化的水平(但内接四边形的任务一直都有困难)。

Sca(7;2) 还是停留在水平 ⅠB 和 ⅡA 之间：其行动依然无力(需要帮助)且某些(顶点)的扩张还是给他造成了困扰：“我们会看到，我们没法一直很准确！”他开始假设更少的三角形，“因为这样更分开而且我们不能在那儿做三角形了”，但接着

说："看那些边：只是简单地变换了桩的位置。——但这儿更大了，为什么没有更多的三角形呢？——因为我们做了一个图形，我们能做同样的东西。"对于内接四边形，他的行动表现更好，Sca一上来就预见了五边形里的5个。在面积扩大时，他宣告了同样的数字，"因为您一直在做一个图形，而它只有5个"。六边形时：基于这些桩的数量，正确地预测6个三角形。

Rik(7;11) 从五边形中的三角形开始行动：他按（顶点的）顺序把邻边连接起来，1、2、3、5、4，然后自己拿走一个不符合指令的三角形："啊！不是。"当面积扩大时，我们忘了拿掉旧的A桩："这样将是6个了，因为您加了1个桩。——但这个不算啊。——啊！好了，那么5个。"他很明确，当有视觉可见的橡皮筋装置时，他在心里在数着数（参考其初始方法）。对四边形，他预见了"我们做不了5个"，这是无疑的，因为它们有更多的边（参考更早些时候的Kar）。"你有一种方法来确认吗？——没有……（是的）跟随，应该跟随橡皮筋（不再提：参考其一直的建构方法）。然后看我们是不是能做一个四边形。"对六边形，他以每次拿一对相对的顶点的方法建构了三角形，然后发现了6个（之前预测4个），"因为我用了所有的桩，而我们不能放其他的了。——那7个桩呢（六边形）？——那7个三角形，而如果是8个（八边形）那么就是8个三角形"。

Sam(7;5 早熟) 从相对成组的顶点包络的四边形里建构三角形，且当面积扩大时还维持在4个的数量，"因为一直只有4个角"。五边形：预测5个。"要不要试一试？——我觉得行"，并于此成功以顶点1、2、3、4、5的顺序的方法进行了建构。扩大面积后："也是5个，一直是同样的钉子，那么就是同等的图形。"对于不规则的五边形也是同样的反应，但说"我觉得我们没法说能不能试试，得知道后才能说"。反之，对四边形的建构有些困难。尽管如此，被试最终的概括化产生了一些数目的正确思想，也混杂着一些困惑："这个图形（五边形）呢？——5个三角形。——如果我们要7个三角形，那要什么图形呢？——要7个钉子。——那几个四边形呢？——7个。——那5条边的图形（在七边形里）呢？——很多，我们只能数数。——那么？——至少7个，如果没有更多的话，但我们不能超过10个钉子。——精确一点呢？——不低于7个，因为有7个钉子。——那6条边的（内接）图形呢？——不低于6个（对于内接与包络有困惑）。——那7条边的图形呢？——不低于7个（只有一个！）。"

Kar(8;2) 和上面一样以对点的方式（在五边形里）建构三角形。扩大面积后：一样，"5个，因为这没有造成变化：这些（钉）是分开的！"六边形："也许7个，因为有7个钉子。"但这个外延的概括化只能推延到八边形，对八边形，她的预测是6个三角形。同样对五边形中的四边形："3个，因为我们要拿4条边，而（可用的）钉子更少。"

Nic(8;8) 同样的反应，但概括化直到八边形及十边形，且对四边形和对三角

形一样,但在对五边形中的四边形的错误预测后:“三角形占3个杆而四边形占4个,那么这就少1个。”扩大面积后:“这没改变。”

Ati(8;1) 描述了其建构方法的细节:“我从E点开始到达DE,然后我从C点开始然后到了这儿和这儿。”……但他在建构四边形时有障碍。最终的概括化:在六边形中的6个三角形和6个四边形,以及七边形中各有7个,“因为我拿1根橡皮筋放在新柱子和另外两个柱子之间。”然后他改变主意了:7个三角形和6个四边形,“因为四边形比三角形更大,这就需要4个柱子而三角形只需要3个柱子”。

Hen(8;1) 用一种优美的方式来做建构,即“我们用手指来看”……“根据图形和交叉”。六边形:“有趣的是有6个木桩和6个三角形。——为什么?——是的,为了有6个三角形我们得拿3个木桩,3个木桩,3个木桩……”七边形:“我觉得是8个或7个,我们待会儿数数。——11个木桩的图形呢?——呃!大概是9个,我们会有8、9、10、11个木桩,那么我们从这儿1个开始,这就会有8、9…啊!11个。——9个还是11个?——11个!”

这些被试完全是在形成意识的第二到第三阶段之间,这让我们想起第2组:一方面,他们的思维跟得上他们的操作细节(“我从这儿到这儿”,等等,Ati;或是“我们用手指来看”,Hen),而另一方面,因为儿童除了对内接四边形以外,并不需要帮助就能以一种方法为指导来展开行动,最终他们从中获得成果(Rik、Sam、Kar等等)。这个抽象化的进程依然处于经验层面,但已经指向了反省性形式的方向,正是对木桩数量的协调开启了解释性的价值:不再以“位置”作为记数了,而是以“图形”(Sca已经就是)以及以“边”(Sca等),或是以“角”(Sam等)为参照,这与建构方法有关(Hen说“根据图形和交叉”,第二个术语从第一个而来)。这提供了一种(解释)理由,尽管仍是隐含的,这就是观察性协调,其特征是解释的隐含性,还没有达到必然性协调(要从水平ⅡB的第3阶段开始),是水平ⅡA的标志:这时的概括化依然是归纳性的(当Kar在八边形受挫时),而即便是超前的被试Sam在处理内接四边形时也受到了妨碍,并混淆了部分的内接图形和包络图形的最后推理。反之,Kar,Nic和Ati由于4条边而对四边形数量的低估,这个错误则是智力因素导致的,因为这个观念的前提是桩以线性顺序而非以环形的方式排列(参考:第三章,四元组对应$n-3$根橡皮筋)。

4 水平 ⅡB

这个水平被试的反应和水平ⅡA的反应之间的差别似乎可能是微妙的,但很具启发意义:当之前水平的被试通过“用手指来看”(Hen)来控制自己的行动时,这一水平的被试则有了一点改进,开始通过对比的方法来规划自己的行动,但依然没有达到必然性协调(这在文章写作之前已经预见到了),水平ⅡB的被试会在行动之前思考并规划行动,

这让他们同时能对正确的概括做一些预测，且接近了形式化的协调性。

Dao(8;5 早熟) 完全掌控了三角形的问题，直到11个顶点。对四边形而言(五边形中的)他只试了第一个，接着就说“我觉得可能也是有5个(像三角形一样)。——为什么？——我在脑子里做的。——这些文字对你有帮助吗(木桩顶部的)？——是的，这让看起来更方便了。我这样拿一个字母然后接着传到下一个”，还有“我盯着这些角来尝试着做。——但这不奇怪吗，5个四边形？它们可多了1条边吗？——不，它们交叉得更频繁了(相交)。——那对一个11条边的图形，几个四边形呢？——应该有11个”。

Did(8;10) 五边形中的三角形：预测4个，“我试过所有方法了”，是通过心算的，继而指出了第5个，并说之所以忘记了这个是因为它与其他相比不“正常”。“怎么做能让你不搞错呢？——我们从*A*到*C*(*ABC*)，然后*C*到*E*(*CDE*)，从*E*到*B*(*EAB*)，*EBC*是错的，从*D*到*A*(*AED*)，然后从*A*到*D*，啊！不，做过了。——这样是为了不重复吗？——比如说*ABC*和*AED*(对称的)，它们总是面对面。——那还有一个：我做*ABC*，那你到哪儿呢？——啊！从*B*(*BCD*)，等等。”对四边形一样通过简单的视觉审查就取得了成功。

Nil(9;2) 一上来就通过观测计算出五边形中的三角形，且当他指出4个之后，他宣称：“全做完了，所有的边缘(五边形的边)都被占了。——那么所有的边都被占了就结束了？——还有杆子，它们到处都是，啊！除了这儿(所以5个)。”六边形：“4个。——之前呢？——5个。——(观测)哦，至少6个！(他把它们对称成组做起来)。”七边形：“7个。——你怎么做的？——嗯……我顺着做，从这儿开始(*A*)，然后*B*，然后*C*，然后全部(他举了手指)7个。”对(五边形中的)四边形：“我从每个木桩开始数：*ABCD*，*BCDE*，*CDEA*，等等，这样是5个。——那11条边的图形里有多少个四边形呢？——11个，因为我们从每个桩出发。——那7条边呢？——也是11个。——那11个桩里有几个10条边的图形？——啊！真讨厌，也是11个！”

我们看到，从外显动作(ⅡA)之后内化，到一种行动之前的概念化之间的过渡，生产出一种现实的或可能的程序化，更好地使被试萌生出一种结构性的分析，这让他们趋向于必然性逻辑协调进路：Dao用相交的增长来解释了三角形和四边形的数量相等，Did和Nil则在同样的进程中试图寻找一种彻底的枚举法，这更多的是在一次完成之后验证协调的法则，诸如此类。但这一切都存在于隐含的部分，直到阶段Ⅲ我们最终将会发现一种完全的反省式分析。

5 阶 段 Ⅲ

首先看这些案例，从水平ⅡB到阶段Ⅲ之间的中间案例。

Est(9;10) 从只在五边形中找到3个三角形开始，然后心理上达到了5个。"为什么？——因为有5条边，所以我只找到5个。如果有6个杆子，那我会做6个，而如果少1个，那我会做4个。"对四边形也预测5个(并列举)。"那这种呢(六边形)？——6个四边形。——确定？——是的。——不需要试试？——不，因为如果是5个柱子那就必然是6个。——那10条边呢？——10个三角形和10个四边形。——一直如此吗？——是的。我们每次拿1个杆子那就一定是10个。——为什么呢？——我们拿1个杆子(*A*)，然后我们再拿*B*和*C*，然后我们再重拿*B*和*C*和*D*，我们每次拿1个杆子就必然是10个。"

Lau(11;3) 一开始就预感到三角形数量*n*等同于钉子的数量*n*。"解释一下。——这样弄一次，这样弄一次(成功举出相邻的钉子作为顶点)……因为每个是2个钉子(因此2条边)，然后继续，哒、哒、哒，如此继续。"更进一步："那有19条边的图形呢？——19个三角形和19个四边形。——指给我看看9条边的图形里所有可能的构图。——9个图形里的1个，8个还剩2个，不对，9个里的8个，9个里的7个，9个里的6个、5个、4个、3个、2个。"

Mac(11;10) 五边形中的5个三角形："因为有5个桩，所以其中总是有三角形的，当它们开始变形：*ABE*→*ABC*→*BCD*→等等。"对四边形，我们应该"用同样的规则(轻微犹豫)。——你为什么犹豫？——因为这里我们跳跃了只是一点，但这又回到同样的了。——那如果是150条边呢？——我们能做许多个图形到99个，98个，等等。——多少呢？——一共150个。——那149条的呢？——也是150个。——也是150个吗？——唯一的。"

我们首先要确认的是，在我们的任务中，双重递推的明确验证了在两个案例中提供的从n到$n+1$的属性过渡的理由。在第一方面，被试Est向我们展示了，如果三角形的数目等价于木桩的数目，对5个而言(五边形)是真的，"必然(也)是6个"，因为在两个案例中"我们拿1个杆子"与其相邻的两个一起。在第二方面，Mac主张，如果规律对三角形而言是真的，那它对四边形而言也应该是，"我们跳跃了只是一点，但这又回到了同样的了"。

我们因此看到这个双重递推不再是归纳性的简单概括化，尽管关于属性的建构性推理不仅仅建立在有效行动的建构性进程之上，尽管仍然需要必然性协调(Est说的"那就必然"，或是Mac说的"又回到同样的"等等)，也就是说，第三阶段依然体现出了意识的掌握，即特有的反省抽象，于是，关于相继性操作的第二阶段的认识一直延续到了第三阶段的经验性抽象。

我们最终要承认，被试的这种推理方法把他们引向——正如形式运算在另外的场合所实现的那样——立即实现新的可能的方向：Mac也能非常确定地在150条边的多边形中计算五边形的数量！在这种类似案例中，建构性概括化不仅仅局限于规划新的形式，而且也孕育出了新的内容。在逻辑数学领域或是递推法的领域，这几乎是理所当然的，并引领"一切的"数量直到无限，但是我们将会在第11章到第13章看到，从好的一面

看,这还是停留在真实的物理学的范畴中的情况。

6 结 论

第一个值得称道的是,这一章和第三章中的观察水平显然是类似的。诚然,这关系到双重递推的两个案例,且实际上也包含了以橡皮筋环绕杆子手法所建构起来的小集合。但正如第三章一样,这些杆子通过线条相继地组合,形成了二元组、三元组、四元组,这是以$n-1$,$n-2$,$n-3$等数量关系来执行的。反之,在现在的案例里,集合是图形(三角形,等等)且内接于其他的图形,那些图形的杆子被置于它们的顶点下并以环形的顺序相继组合,而其中从n到n的对应看似应该是更为方便的解决方案,联系它们之间的是图形的性质。然而,我们相反地发现了一种完全的平行论。在水平IA的两个案例中,他们的反应被错误的预设观念所支配:从n到n的对应在那里变成了从n到$n-x$的对应,而"位置"或表面(surfaces)的介入形成了必然地且明确地是从n到n的对应。在水平IB的两个案例中,他们仅仅表现出稍许的进步,被试仅仅能意识到其行动的结果,而不能理解其实现过程。接着,水平ⅡA标示出了意识产生的第二阶段的入口,并且改进了其行动,但是,无论是在第3章中从二元组到三元组的过渡,还是当前研究中的从三角形到四边形的过渡,都遇到了困难。此后的两个案例中,存在了一种使用行动格式的开端,并伴随着其内在的协调,其中值得注意的是其建构性概括化的飞跃,以及它最终引向了阶段Ⅲ。

在两种演化中,这种值得注意的趋同收敛自然而然地在概括化与阶段的转变中保持着密切的关系,它不仅仅是意识的获取,还有其确定的抽象形式。在起始点(阶段Ⅰ),被试几乎只能发现行动的结果,并首先是歪曲的(水平IA),然后,紧随仅仅是承认和接受(不到水平IB):先是错误的经验性概括化,接下来才是正确的,以及很多错误的归纳概括化("位置"总是经常地,也是错误地出现在水平IA的概括化中),再然后是有价值的概括化,尽管停留的时间很短。但不能忘记的是,一切归纳性概括化都假定了一个预先的框架,对其实际使用可能被证实或者没有被证实,而其形式化则是通过建构性概括化来实现的,只是发生在更早或更基础的阶段。此外,在被试获得对其成功的行动进程的意识领悟的范围内(主要是基于通过实体性操作而得到的经验抽象),以及最后的格式本身和必然性协调的形成(反省抽象)过程中,概括化逐渐趋向于建构性,直到阶段Ⅲ的被试在构成新图形的任务中表现出了这种惊人的能力——以形式化以及非经验素材的内容就能实现。实际上,这些新的图形是推理出来的,而非实体性的,它们不包含实际内容,也不是从先前的建构出发或是从它们的结果出发得来的,而是依靠其开放的可能性,这完全是一种新的建构。

我们在此再次发现递推推理形成的三个阶段:(1)对n的观察,也就是说简单地记

在心中的先前的结果却没有充分性确认，只能通过外延性归纳，因此不能获得必然性；(2)从n到$n+1$的过渡，由在阶段Ⅲ的两种显著的证明所构成(Est和Mac)，而这仅仅引入了格式的必然性以及关于行动的建构性必然性；(3)形式序列性的概括化(对"所有的"n来说都是真的，原则上直到无限)。

这也就是说，还有待明确的是，这些事实教会了我们关于两种概括化(和抽象化)之间的关系。在某种意义上，这两个类型总是合并、不可分离的(正如在某种意义上经验抽象和反省抽象是等价的一样)，但在发展中的核心事实是，它们不仅仅转变了规模，而且还完全转变了隶属关系，阻止了意欲的持续进程，并且将一种高级的形式化(或更准确地说是逻辑-数学的，从一种准反省层面出发的)过程授予来归纳性概括化和准经验性抽象化，使它们获得了与初始的完全不同的意义。

从出发点看，我们看到归纳性概括化(以及经验性抽象化的结果)最基本的多样化已经假定了一个建构性的(因此也是反省性的)预先的框架，如此不相交部分的表面划分，以及自然的三角形(不限于等边三角形)，等等，但这涉及实际推理的预先形式化或更基本的过程。如果我们上溯到感知运动的源头，我们会发现，所有同化格式的形式化都同时包括了建构性的因素(主体的活动)和归纳性的因素(再生性同化以及部分概括化)。因此，对所有的归纳性概括化以及经验性抽象化而言，总是存在建构性和反省性的预备。

但是在此之后，我们必须分辨两种质性层面上的情况，而不仅仅是量化层面上的区别。首先是(阶段Ⅰ的主要特点)，自动化发生的归纳性概括化与经验性抽象化，在此意义上，如果其所提及的框架是必然性的，它就只是允许(premettre)①这些推论或判断，而非"构成"(engendre)了它们。这些框架的局限启发了被试后继的观察，所以他们是借着可观察到的非推理性的自预设框架所出发的。如此，这就有了关于"归纳的"和"经验的"术语所给予的第一种含义，顺便一提，这里所指的是它们惯用的和固有的意义。

其次，尽管根据意识性产生过程中我们可以看到的那些理由，建构性概括化的实现最终成为可能，它以自动化的方式发生作用，在此意义上它"构成了"(engendrer)(而不仅仅是"允许")建构。它不仅仅是新的形式，还是新的内容(参见：在阶段Ⅲ，那些一连串的新数字或新图形)，而不是在建构之前所观察到的某一个(具体对象)。此外在这个案例中，自然地还考虑到了外延的过程，不过是在一种新的意义上，也就是其"内涵"(形式)简单地丰富了"外延"的正确性。至于经验性抽象化，它中止了对外源性观察的依赖，因此它不再是"经验的"，而仅仅运用在由被试的建构所构成的内容之上，并且因此成为"准经验的"，是功能性的延续，而非结构性的连续。一言以蔽之，在这些新的意义上，既非外延化进程，亦非准经验性抽象化，在第一种情况下产生了属性的概括化和抽象化：它们之中存在着完全的差异，这种差异把内源性的和外源性的(两种)区分开，否认这种差异可能会消解物理认识和逻辑数学认识之间的一切区隔。冒着产生误解的风

① 在具有可能性却没有有效性的意义上。

险，我们可以这样类比，正如生物学中的表现型和基因型之间的关系，也就是从来就不存在纯粹的外源性的(条件)，因为总是有一个内源性框架存在的必要性。反之，在特定的水平上，也就是不同的形式化水平上，总是存在这样一种逻辑和"纯粹的"数学，也就是说，它仅仅只依赖于内源性结构，丝毫不需要外源性的控制或确认(它区别于有机体的渐成性的思考机制，其基因组的属性正是通过内源性反应对外源性的环境压力的回应)。

第五章　凸多边形中的角的总数的递推

与J. 坎波和J. 屈阿合著

关于递推类型的建构性概括化的第三个研究是基于凸多边形的角的总数，问题是：对三角形而言是180°，对四边形而言是360°，对五边形而言是360° + 180°。每次多一个三角形，梯级的量化可以被替换成图形的合并：一个半月形代表三角形的3个角[①]，一个满月代表4个角，一个满月和一个半月代表5个，以此类推。因此，任务只需儿童们在每个多边形中建构三角形T的数量的总数n，彼此不相交[②]，总数是$T=n-2$，且将三角形的数量以半圆的术语表示说明。这就是一个表面上看来似乎很简单的，是关于可递推函数的问题，它既不包含第三章中的x在函数$n-x$中的可变性，也不包括第四章中的内接图形的多重相交(既然这里所有的T都必须是不相交的)。简单而言，要比前面一些章节的那些结果更有趣，因为事实上，我们马上将要展示，在水平 IB和ⅡA之间的，在基于可观察物的基本归纳性概括化(可感知地评估的多边形的角)和依靠对三角形分解的建构性概括化(当边的数量为n时，这些角的数量是$n-2$)之间的，存在递推的，尤其是系统性冲突的连续的三个阶段。

实验分成两部分展开。在第一部分中，我们呈现一系列的图形并提问：(1)预估被裁剪成小块的角度，以及它们拼接起来的角度；(2)发生错误(且仅仅对三角形和四边形)的情况下，我们协助被试行动；(3)对观察或预测的结果进行解释。

我们从三角形开始，(对年幼的被试而言)遵循着一个已经定好的角的顺序(直角三角形，然后是任意角度的三角形，最后是尖角朝上的锐角三角形)，然后(没有顺序)是一个大的三角形和一个小的三角形。接着，我们过渡到四边形，按照顺序(规则梯形和正方形)，然后是没有顺序的(长方形和任意四边形)。在此之后，我们进一步到规则的以及不规则的五边形(没有顺序)。我们不再继续给予行动干涉，而是任由儿童自己画图(除非是他缺乏预测能力)，允许他用思考和想象来进行角的分离和合并。然后，来到规则的与不规则的六边形。到这里，我们进一步(不展示图形了)到从n到$n+1$条边的多边形：比如，从七边形到八边形，从24条边到25条边，从1000条边到1001条边。我们要求被试，或是指出圆或半圆的数量是多少，或是仅仅指出过渡的规律尤其是所使用的方法。

在第二部分期间，我们建议儿童(如果他还没有自发地发现)一种以(从一个顶点出

---

① 我们之前已经和B.英海尔德(《儿童的几何学概念》)做过一个分析，有关角的总数的反应，因此这里不再赘述了。

② 不仅仅是不相交，而且还必须是从多边形的同一个顶点出发，与这个多边形共有一条或两条公共边。

发的)不相交的三角形对多边形进行分解的方法。我们在梯形上重复并暗示在其中隐含的三角形(1个)或划出一条对角线。然后我们在五边形中同样构成三角形(3个),然后在六边形中同样做三角形(4个),以此类推。我们于是提出多边形的全部角的总和是多少,以及为什么的问题。

最后,我们要注意到另一项被运用的技术:从一个三角形出发并增加到更多的图形,诸如四边形、五边形等等,这种积累的边产生了一个不规则的图形。事实上,之前的那些测试所获得的结果与分解并没有太多区别,而且呈现了一些不便,诸如,所有多边形的普通形式被遗忘了,以及三角形被逐渐地加强,而被考虑成是它们的最后的总和。况且,我们不能说这就是最终的事实了。

1 水 平 IA

概括化首先没有超过从三角形到四边形的阶段,在其中还依然伴有很多困难。

Mag(5;6)　三角形:"如果我从这里用线条来切一下,你猜测自己能否把这些小块儿弄在一起?——不能(他切了,并整理)。1个房子,1个圆形……半个圆形!——那用这些呢?(不等边三角形)——1个教堂的屋顶。——这不是1个三角形吗?——不,因为它那儿有1个很大的尖顶,它是尖的。——那切开这些角落呢?——不知道(他试着做了)。半个圆!——为什么?——因为那是同1个东西(他分别指出第1个三角形和第二个三角形的部分)。——那用这个呢(小三角形)?——不行,因为这个很小。"但他在观察之后进行了概括。我们递上1个棱角:他预测"1个完全闭合的圆形。——为什么?——因为棱角很大。——我们可以在里面做三角形吗?——不能。——试试。——(他做了内接三角形,但没有用尽所有表面积)"。于是我们指出了对角线:"你可以给我解释一下为什么用1个三角形就能做1个半圆形,而用正方形就是1个圆形呢?——因为它很大(然后他看着那两个由对角线所孕生的三角形)。我们不能(用这个)做1个完全的圆形,因为这是两个三角形!——为什么不能?——因为这样的这个不是1个正方形(没有对角线)。"矩形:没有预测,"我不知道"。有1个角很尖锐的不规则四边形:"我不知道……一整个圆形……不是半个圆形,因为(没)有3个棱角(直角和钝角)。"

Bia(5;1)　对三角形的尖角预测:"1个圆形",随后试了一下,"这做成了隧道(=半圆)",然后概括到一些不同的三角形,"因为有同样的尖角……同样的形式"。对棱角,他一下子就预测"1个球。——为什么?——因为有4个尖角,里面有更多的角了"。我们连接2个三角形成为1个正方形:"1个圆形。——为什么?——因为那儿(1个三角形),有3个尖角,而那边也是,这就有6个尖角

了。——那用6个尖角,你能做点儿什么呢?——我又再次联想起了1个隧道,不是1个球。——那用4个尖角呢?——1个球。——那为什么4个和6个也造成了1个球?——因为这是同样的形式(正方形中的2个三角形)。"矩形和不规则四边形:"1个球,也有4个尖角。——(五边形)——1个球,和之前的是一样的东西。——像正方形一样吗?——是的,但我们可以做得更大,因为有5个尖角。——(六边形?)——1个大球,有更多的尖角。"

Fré(6;2) 对三角形来说是半圆形,而对四边形来说是"1个完整的圆形"。"(五边形?)——一个完整的大圆形,因为我们能做很大的尖角。"我们把1个梯形切成2个三角形,而Fré把一个朝着另一个重新恢复:"这是半个三角形(他指示的是梯形,所以说是2个半个),这不够用来做1个完整的圆形……不,我们不能做足够大的1个完整的圆形(参考Mag面对正方形中的对角线)。"

Ari(6;8) 同样的反应。对五边形:"1个完整的圆形(非常确定)。——我们不能,也许把它弄成2个呢?——我们可以(犹豫不决)。——用3个尖角呢?——1个半圆形。——用4个呢?——1个完整的圆。——用5个呢?——也是1个完整的圆(确定且轻松!)。——(七边形。)——有7个尖角,这也做成1个完整的圆形。"

因此,在这些被式中有关于三角形作为半圆的最终的概括化,但是Mag首先怀疑小型三角形,然后简单地建立了2个被切开的小块的类比,因为1个"尖的"三角形不是1个三角形;此外,这个儿童还不计算尖角。一方面,Bia最初就预测到了一个完整的"圆形"。当过渡到四边形时,普遍的预测是"1个圆面",但并不奇怪,因为它们是由2个三角形构成的。这是因为它们是"更大的"(Mag)或者说它们有"更多"的尖角,且被试丝毫不考虑从半圆到完整圆的中间状态。另一方面,当我们呈现一个正方形或是1个被分为2个三角形的梯形的时候,Mag和Fré认为我们就再也没有"1个完整的圆形"了,因为那样的话就"不够大"了,与此同时Bia也认可了完整的圆形,但因为此案例中有6个尖角,而6和4是相似的。事实上,当我们进展到五边形、六边形或七边形时,儿童的回答总是只有1个圆形,表面积的增长只按照一个原则来描述,即"占据的位置",与第四章中的水平IA的被试的形式不同。

因此我们看到,在水平IA还没有出现递推,同样,即便是3到4个角的过渡并且关系到概括化,特别是对于4个角以上的多边形都只有1个圆的守恒,都表明(被试)本质上依然停留在归纳水平,与第四章中被询问的问题的答案处于同样的水平。

2 水 平 IB

比起水平 IA的进步在于圆形的添加,从4个角开始,额外补充的圆与增加的角对应,但无视了它们在半圆和整个圆中不等价的区别。

Ser(6;0)　对1个三角形观察到"1个半月形"且概括推广到其他的三角形。对梯形,他犹豫不决,然后自己决定看作为"1个圆的月亮"。对五边形,"有5个角:1个月亮且只有那一块"。他做了1个切分为随意形式的小块的圆,并从外部加入了1小块,说到"1块(外部的)和4块(内部的)缠在一起。——那这个(六边形)呢?——有6个尖角:1个月亮加2块。——那对7个尖角呢?——那就变成这样(多1个)。——那8个呢?——(他又加上去。)"。

Nic(6;1)　预测三角形说"几乎是1个半圆形,也许是1/4(尝试),嗯,半个"。对1个角十分尖锐的三角形,"这就是1/4个,或是1个圆形,或是1个半圆形(尝试),半个"。正方形:"这会产生不止1个圆形的一半,有更多的碎片,这次有4块(尝试),1整个圆形!——(矩形。)——也许是1个完整的圆形。——细长的矩形。——1整个圆形,但很小的。——(五边形。)——1整个圆形加上多出来的1个碎片(=更多的)。——(不规则五边形。)——就和刚才一样(他数了数角),1个完整的圆形然后是多出1/4。——(六边形。)——1个完整的圆形以及1个圆形的一半。"

Ric(7;4)　还是产生了和同类型一样的回应。他预测三角形是一个圆的3/4并观察到半圆形,"因为或许有小的(角)";1个直角三角形时他说是"半个正方形",并比起半圆给予"更多一点"。他对梯形也是一样的,但对正方形产生的是"1个圆形",并且对矩形是"比一半多一点点"。五边形:"1个完整的圆形加上1个碎片。"1个新的梯形:与之前相同的反应,而对1个新的正方形,"1个圆形(非常确定),因为有4个很大的碎片"。

Bin(7;0)　对大多数三角形都预测"半个圆形",对梯形(有锐角的)则预测是几乎一整个圆形,而对正方形预测"完全是个圆形"。五边形:"1个圆然后是另1个圆的开始",但对不规则的五边形则仅仅是"1个巨大的圆"。六边形:"1个圆形以及1块……更大的"。我们建议用三角形分解正方形:"这样就有2个了。——角呢?——4个。——这个三角形值多少?——1个半圆。——其他的呢?——也是一样。——那用2个呢?——不完全是1个完整的圆,应该还有1个这样的来做成1个完整的圆。——那么应该用什么来做成1个完整的?——5个尖角。"这体现了一种新视角的逻辑,她数了数五边形中的3个不相交的内接三角形,犹如产生了"1个半圆,还是1个半圆,这边的也是(所以一共3个半圆)。——那整个图形的呢?——有5个尖角,这就完成1个圆了。"对六边形的反应是更加稀奇的:在4个

三角形上，最先的2个“完全做了1个圆。——那其他2个呢？——完全是1个圆。——全部？——我不知道，(她数了数角)一共是6个。这将会去做成1个圆”。

有趣的是，这些反应标志了水平ⅠA和ⅡA之间的变迁，同时也是角的数量函数的量化评估的起点：相对于三角形、五边形甚至更多边形，四边形可能具有某种完全的优势。然而似乎任何这些图形都没有包含可观察的结果，因为角的数量不仅仅是单独在活动，而是被试根据锐角或钝角的多少允许发生变动的，所以不存在测量的一致性。被试很好地确认了三角形产生了半圆形，事实上他用“片”和“块”来计算，对小的图形则记为了1/4圆。Nic认为六边形对应一个半的圆形，所以并没有与五边形混淆：五边形对应1个圆形和2个1/4圆形，因为五边形的角被估价为1个圆形和1个1/4圆。

这种度量的缺席是特别惊人的，当我们建议被试以一种依据三角形来进行分解的方法时，例如：Bin很清楚地知道三角形的3个角对应1个半圆，且2个半圆合成1个完整的圆，但是他依然否认可以被分割为2个三角形的正方形能对应一个完整的圆，他接着还否认可以被分割成3个不相交的三角形的五边形对应3个半圆，进而可以产生不止1个完整的圆；他同样拒绝承认六边形中的4个内接三角形，并因此对应了2对2个半圆(尽管他能分辨出来)，所以他依然不认为六边形总共能产生超过1个完整的圆。这些异常的确认自然体现了这样的事实，当被试思考总体图形的角的时候，他们是从质的角度去判断，放弃了所有的数字计算而只评估图形的面积。

3 水平 ⅡA

这个阶段ⅡA的反应一部分可以类比于第四章中相同水平的反应，尽管被试的行动所产生的功效在这里或许更少，且还不足产生意识。我们发现，下面这样的案例已临近了正确的推理，然而是一种在角的数量及其质性特征之间的犹豫不决，是介于推理和观察之间的犹豫。

Aub(7;5) 预测了对等边三角形的1个半圆，并且在确信了当角变得更尖锐时表面积会变得更小之后，他解释说“它们仍然还是同样的形式”，并且1个小角是被1个大角所校正的。反之，他反对更多的1个角之后什么都没有改变这种观念：“1个正方形产生1个半圆，啊！不。”较小的三角形：“相似的，1个半圆，因为一直是同样的形式。”正方形：“1个圆，因为有圆的4个1/4。”对一个矩形也是，但对一个不规则的梯形则运算错误。五边形：“1个圆，且它保持如此(1个角)。”但当我们建议内接三角形的轨迹时，“这会做3个三角形，可能有1个圆形(先前的那2个)，且它保持仍是1个三角形、1个圆形和1个半圆形！”反之，这不再出现在对1个不规则的五边形上，由于大小不等的角，且对1个六边形也是仅产生1个半圆形。

Rog(8;4) 预测这些三角形为1个半圆形,“因为也有3个角”;对不等边的三角形和很小的三角形也是如此;对梯形将会产生“1个圆形。啊!不,不完全是,因为它应该是6块三角形来做成1个完整的圆形”,但当我们建议她用对角线时,“这就好像是有过2个三角形:1个完整的圆!”但对正方形,她对做同样的事则没有任何主意,且在那儿吃惊地看到4个三角形的角。五边形:“1个半圆(=1个三角形)加上2个尖角。”对六边形,她相信:6个角 = 2个三角形 = “1整个圆”。

Ani(8;4) 所有的三角形 = 1个半圆。梯形:“1个圆。——为什么呢?——因为还有1个半圆。——哪儿有?——还有1个角(但混淆了角 = 三角形)。”矩形,等等:“也是1个圆形。”五边形:“1个圆形上面还带1小片。”而六边形则是2个。我们建议作三角形,而Ani一上来就同意了,并在正方形的2个三角形里确认了“1个圆形”。但,事实上我们能在正方形里切割4个角而每个三角形则是3个,这6个的总和将会是“1个圆形加2个角。——如果我分解这个图形的2个三角形或是同样图形的4个角,这不是一样的吗?——不,这不是一样的”。对五边形,Ani做了3个三角形。“那如果我们切割底部呢?——1个圆形边上还带3片。——还带3片?——1个圆形以及差一点的1个半圆形(全部一起)!——那如果我们切割图形的5个角呢?——那就不是同一回事儿啦。”既然因为这做了1个圆形(= 正方形)带着1片在顶上(第五个顶点),那我们明确了3个三角形 = 3个半圆形 =1个圆形以及1个半圆形。“这与你之前所说的符合吗?——不。——那哪个才是正确的呢?——2个都是!——分解不是一样的吗?——不是同一回事,是同一回事,啊!不。——那么,是还是不是呢?——不,是的,我不知道。这将会做1个圆形和1个半圆形。——如果我分解图形的角,那这可能做同样的东西,是吗?——不。”六边形:“6个角和4个三角形。——如果你分割三角形呢?——2个圆形。”那么应该让她写从三角形到六边形的图形的列表,并看着边的数量和内接三角形的数量,以便让她模糊地感到当加上1条边,我们就加上1个三角形,而因此变成了1个半圆形(但并没看到关系三角形 $T = n$ 条边-2)。

Dom(9;7) 对三角形是1个半圆形而对正方形是1个圆形:“因为2个这个(三角形),就造成了1/2个圆形”;反之,1个不规则的四边形“是3/4个圆形,或许是1/2个。——为什么不是1个圆形呢?——我发现这有一点儿小!”五边形:“1个圆形加上1/4个,因为有个正方形,这就造成1个圆形,那么如果我们拿更多的1个角,那就将是更多的1/4了。——你能在五边形里面做三角形吗?——是的(3个)。——用1个三角形我们能做多少圆形?——1个半圆形,但这取决于我们是否有1个小的角以及2个大角,如果是的话那这就是1/2个了,但如果我们有3个更大的角,那就是3/4个(他因此又回到了他自己一开始对三角形的正确的概括化了)。——那这里呢?——3/4个,因为角都足够大。——(不规则五边形。)——1个圆形又1/4个。——(六边形。)——1个圆形又1/2。”十二边形:“3个圆形,因为3×4,也就是

12。"因此他计算为图形的4个角等价于1个正方形(1个圆形)。

就如在上面已经说过的,这些反应的有趣之处在于,在对物体的观察字眼上,它符合我们已经从第四章的水平ⅡA上看到的对行动的观察字眼。事实上,第四章的ⅡA的被试都以某些有价值的推理来牵引他们的行动,但都并没有达到一种足够的意识产生以达到必要的协调来引导他们的操作。在现在的案例中,这就不是以行动的细节来提出问题:切开角并把它们重新组合起来是很容易的,问题是反过来仅仅知道多边形的角是否同时合并的(依靠作图或是思考,就像做给出的第一个三角形的行动),在多边形里将会产生同样数量多的不相交的三角形。然而这个难题证明了建构概括化和归纳概括化之间的一个有趣的冲突。相反地,在水平ⅠB的被试这里,这就概括为对一切的三角形的角所包含的属性中总数是1个半圆,而这个即是过去与B. 英海尔德一起做的研究校正的活动,因此已经包含了一部分的建构概括化。当任意一个多边形带有内接三角形的时候,那么很容易就能记住它们(n)并对其进行推理(还是以建构概括化),其角的总数将会是n个半圆。仅仅是,要感知地与质性地思考多边形,我们在没有一种尺度来衡量那些每一个角的情况下毫无任何办法来控制,并且信任这些我们完全不能对其更严肃的水平ⅠB的被试相关的观察结果。然而,对一个已经能进行数字运算的被试来说,不寻常的事情是这些被试拒绝形成推论,也没有更多地去做建构性推理,而保持在一种归纳概括化的执行上,从五边形出发,基于四边形加一个角的想法(或是1"片"、1"块")来评估质性。在Ani和Dom那里,矛盾之处是同样清晰的:Ani推断多边形的角的总数不等价于这个半圆(三角形)的,且马上说"两"种类型的评估都是正当的,而其中一种情况并无出路。Dom尽管已经9岁6个月了,无论如何都拒绝关于三角形的正确的概括化!

这些困难的原因很明显,被试全都已经领会了n个三角形 =n个半圆形的关系,然而没有理解多边形的角的数字N与我们所能内接的不相交的三角形也就是N–2之间的关系。于是乎对这个程度的儿童而言,任意一个多边形的3个角等价于一个三角形的3个角且对一个四边形就是4个角:Rog也如此相信,六边形有6个角,只和2个三角形相符合,而Dom相信一个十二边形的角回到了3个正方形也就是$3 \times 4 = 12$。

4 水 平 ⅡB

如前面两章中的一样,水平ⅡB的标志是关于递推进程成功,然而并非不需要摸索,除非一切的规律都是轻松的。

Cha(9;5) 不确定所有三角形都能产生1个半圆,随后看到校正之后就知道了。对四边形和整个圆形也是一样的行为。五边形:"1个圆形又1/4,也许1/3,要看角的大小。"六边形:"1个圆又1/2,或许多一点儿。"我们建议把1个梯形分成2个三角形,于是

Cha应用到五边形上:“这有3个三角形,所以我们会有,(这次)我确信,1个圆形以及一半。”六边形:2个圆。摘要:“每当多1个角的时候,就多1个半圆。——8个角呢?——4个圆,不是3个。”

Cla(9;1) 一开始和Cha一样,但对五边形一上来就说:“1个圆形和一半,因为角都很大。——(不规则的。)——1个圆形和不完全的一半。”六边形:“2个1/4多,角都足够大,能做1个圆,加3个角又是1个圆,那就是2个圆。——7条边的呢?——我不知道。”分解三角形:这次给予了不规则五边形,“1个圆和一半。——所有的5条边的图形吗?——是的,我确信。——(六边形。)——这对我来说是2个圆。如果我们又多1条边,我们总能多加1个三角形,所以我们将会多1个半圆。——7条边呢?——2个圆又1/2。——15条边呢?——我不知道了。必须要做图画三角形了”。

Cat(9;9) 一上来就概括了半圆对所有三角形以及圆对所有的但仅是直线的四边形,因为“我不能说所有的4条边的图形都将能做成1个圆形”,且他作图来证明1个4个角的、凹短边的矩形是“很细长的”。对五边形,他首先和ⅡA程度一样推理:“1个圆形和1/4的圆,有4个角(=1个正方形!),我们有1个圆形还有5个角,那就必须又多1/4。”六边形:“1个圆形和半个,4个角成为1个圆形,加2个就是1/2个圆,每个角是1/4。——那7条边呢?——再多1/4。——那如果我们进一步到24或25条边呢?——一直是1/4个圆形加上去。”他因此以递推的方式进展,但忘记了四边形中的三角形的交叉。反之,当进行三角形的分解时,他一上来就看到对梯形而言每个三角形都产生1个半圆形,两个就形成一整个圆,且与此同时五边形又返回成3个三角形,他说:“1个圆形再加半个。我刚才说1个圆形和1/4,那是错的,因为新的有更多的三角形。——6条边呢?——3个三角形,啊,4个三角形,那就是2个圆形。——为什么?——每次我们新加1条边,我们得到1个新的三角形。——7条边呢?——我们会有5个三角形且这就将会形成2个圆形和1/2个。——那10条边呢?——这就会是8个三角形,应该需要2条边来完成1个三角形,我们每次拿走2条以做三角形……每次每个三角形值1/2个圆。”

对三角形和四边形都毫无问题,从五边形开始,这些被试的推理能力依然和水平ⅡA的那些一样:质性评估(即便第一个回应正是Cla给出的)对分解为正方形或三角形则没有想法。反之,与之前组别的反应都有巨大差别,一旦给予建议进行分解,他们不仅仅能立即正确地执行,而且对于接踵而来的推论他们还加强一种直接的确信,且被试立刻就降低了先前那些缺乏基础的思考所带来的评估的价值:Cha和Cat在这方面非常清晰。此外,如此获得的结果引起了一种明确的递推,并伴有边的数量和三角形的数量协调,因此才有那些半圆形,但Cha和Cla还没有发现“$nT=n$条边-2”的规律,直到Cat发现了这一点并进入阶段Ⅲ。

5 阶段Ⅲ和结论

这一阶段被试的特性是,一方面,当他们唤起自己的初始确信或简单地要求他们做他们"第一眼看到的",他们就能自己考虑来分解;另一方面,如果要被建议去分解,那么被试以递推方式到达建构的三阶段,其所包含的考验包括了n条边图形的n-2个三角形。

Oli(11;1) 很清楚"所有的三角形都产生同样总数的角,无一例外",且所有的四边形都"必须是4个角","如果我们作一条对角线(这是他自发地指出的)就完成2个三角形了"。对五边形:"这很简单,1、2、3、4、5,这将会产生1个圆形和1个小圆形的底……我会看看。——我们第一眼看到什么?——三角形,啊!我们要这么做"。他切割成2个四边形然后又改变主意(1个四边形和1个三角形)。"如果我这么做,呃,这样就产生了1个圆形和1半:……3个角和1个梯形的种类……1个圆形和一半。"不规则的五边形:"一回事儿。"并没有经过六边形,直接到七边形,他做了1个四边形和2个三角形的轨迹(他忘了第三个太尖锐了,而导致底部太短了,图形被这样弄得非常不规则),这产生了3个圆形,但这是一个错误的计算且没有方法。对十二边形,他着手计算角的数量(让ⅡA程度弄迷糊的介于图形的全部的角和内接三角形的角),但他凭借一些被先前程度的被试都恰好遗漏的标记自己改正了:这就是"(全部多边形的)每个角,我都把它们分开了,每一半都属于另一半表面(=另一个内接三角形),而这个角上(一样)被分为3"。

Asp(12;8) 在经过开头的犹豫之后,马上理解了梯形中三角形的暗示,且面对五边形,不作图就能回答:"这会是1个圆形和一半。——为什么?——我们能在内部作3个三角形(并展示了)。——(不规则的。)——我们还是能在内部作3个三角形。——更多呢?——不行,且(少1个)我们或许有1个图形有3条边另1个有4条边的。——(六边形。)——我们能再多作1个三角形,这就将会产生2个圆了。——那7条边呢?——每多一条边,就多1个半圆,因为会又多1个三角形。——那20条边呢?——在20条边里,会有18个三角形。——为什么18个?——我在那儿(五边形)标记了对5条边会有3个三角形,因此总是多2条边(比三角形)。——那如果我们从20增加到21条边呢?——就多1个半圆。——那1000条边呢?——那就会是998个三角形(立即说出)。"

如此这般这个渐进演变就结束了,与这一章平行相似的之前的两个章节也是。事实上,在表面上的朴素简单背后,这里对儿童提出的问题包括了现实中的三个程度的递推法的结构。得出的第一个规律是,每增加1条边,所考虑的多边形让我们相信,一个半圆和这些角的总数是相同的,因为每多1条边就允许多1个不相交的三角形的建构

(其中1条或2条边是借用多边形的边的),且1个三角形的角价值一个半圆。这第一条规律是在ⅡA程度被发现的,然而在ⅠB里我们看到Bin确认了1个多边形能得到3个半圆,如果我们相信,但结论是所有都值价值一个(同样,在1个六边形里,有4个三角形,最先的2个组成了1个圆,后面的2个组成另1个圆,"总共1个圆",因为有6个角)。第二条规律似乎牵涉到第一条,且同样是重言式的,就是半圆的总数,由规则下的内接三角形的数量所给出,是等于多边形的总共的角的总数的。不过,这条规律并不被水平ⅡB所认同,当第一条是属于ⅡA的,也就是说,对包络多边形的n个角,我们只能得到n−2个不相交的三角形,那么这些n个角能产生感知评估的地方是基于简单的质性的可观察物。水平ⅡA的被试,唯独毫不依赖前面两条规律(如ⅠB一般),继续把他们带向思索:从这里,比如从Ani、Dom等等的身上能感受到矛盾,且他们能够从中走出来。在ⅡB这里,相反地,所引发的对三角形推论给他们带来了坚定果断。最终,第三条规律,也就是n−2个三角形对应多边形总共的n条边,只在阶段Ⅲ被明确表达出来(且Cat是更早熟的,在ⅡB组和Ⅲ组之间,但最终还是对问题的答案不太明确),因为他们假设了前两个规律对行动建构的必要的内在协调是一种更加的反省抽象。

这些事实的有趣之处是,我们展示了这三个递推的阶段中有多少是从属于建构概括化的,以及在前几章的研究推理中显得更加清晰,因为在本章的案例中,这种概括化的形式是在开放的冲突中的,以外延的形式表现在ⅠB组和ⅡA组之间。事实上,承认我们能够以我们在其中内接不相交的三角形的形式,来达到一个多边形的角的总和,是用以替代直接的可观察物的,以及有时是数据以及感官可估值物的。如此这样的一个我们借助成功的推论,在新形式和新内容的物体中所导入的一个建构的游戏,以演绎得出我们或许应该且同样或许能够在这里直观地看到的。所以,当我们对他提出这个复杂的练习时,以及Ani和Dom在对简单地从可观察物所开始的归纳概括化中包含关于同样常识的矛盾所遭遇的困难时,我们理解Bin(ⅠB)所展示的冷淡。

为什么这种建构概括化在水平ⅡB和阶段Ⅲ被自发地接受,然后又被利用?很明显在这个案例中,如同在先前其他被评述的案例一样,逻辑的必要性的逐渐发展的精神影响保持了一种意识获取的进展,并直到达到行动的内在协调之后才终止。这就清晰地表现在Cat证实第三条规律的方法中:"应该需要2条边来完成1个三角形(这就是一个分享多边形的同一个顶点,且我们每次拿2条边来估值的幅度之中两个极端的三角形案例),我们每次拿走2条以做三角形。"

最终,我们重新记录这些事实中多少是确定的,且以我们已经看到的关于递推的可记录的方式:也就是这种概括化模式下内在确定性,绝对不是由对起始数字n(如同这会是一个关于元素的物理"归纳"的案例)所观察的事实的简单的拓展,而是它自证了仅仅依靠基于理解仿照,也就是说在从n到$n+1$点过渡以及因此到以后的"全部"的$n+x$(其中"完全"归纳这个术语由庞加莱所运用)。事实上,直到水平ⅡA,被试都有足够的知识知道,1个三角形的角都价值1个半圆,且四边形的角都价值一整个圆,他们中很少

人没有看到1个半圆的这种区别。当我们加上1条边或1个角的时候，他们都能够提供之后的五边形等等的问题的解决。当我们建议以三角形进行分解的时候，水平ⅡA的被试很清楚地明白了我们因此应该每次多添加1个半圆，但却拒绝使用这种事实来判断全部多边形的角本身。这仅仅在水平ⅡB上找到，从n到$n+1$的过渡的推理即递推法成为可能，且是在阶段Ⅲ中变得清晰明确，而依赖此后的序列也能远至1000条边的998个三角形(Asp)。一言以蔽之，递推推理是以在结构上建构而非仅停留在初始结构上为基础的建构概括化的一个典型的例子。

第六章 周长的延长

与A. 布林格和P. 孟加尔合著

我们看到，在第四章的结论中，应该辨别外延的概括化的两种形式，功能性的连续而结构的不连续：第一种属于对给出的属性等同于先前给出过的可观察物的新的物体的概括化（但不是必要的，因为已经有了简单的“归纳”）；第二种，取决于建构概括化，仅在于确定理解是演绎地建构的等级或关系的外延，借助一种*演绎的理解*，这种外延因此确定有孕育内容的功能（或是仅仅充实内容，如果是物理上的）。这里所呈现的研究基本上带来了基于*内涵和外延*之间的这些关系，这种关系具体地回到了对一切概括化研究的基本问题，它确定了基于被试建立起规律性和某种方法让他借此将能达到鉴别确切的迹象而非其他的某些迹象。

为了这次实验而选择的问题是很知名的：为什么在两个圆周上，当我们延长它们的周长时，能获得相同的差，*比如说一个圆的半径*是1cm，那它的面积应当是多少？这种等量关系或者说不变性是很难理解的，因为我们是以不可克服地带有比例的方式进行推理的（此功能下，圆的尺寸或表面积是变化的），而我们没有改变半径 r 为 $2\pi r$，2π 保持不变，以便使得附加逗留的关系绝对不是成比例的。这个问题对大部分成年人而言都未能解决，此外我们寻找了一些简化的正方形来使用，其中周长简单地就计算为 $2\pi r$。我们也将为这些边长为1cm、6cm、10cm、100cm、1000cm的正方形以及一切的外轮廓都增加1cm，因此一个正方形的每一条边的端点：

初始周长（cm）	4	24	40	400	4 000
最终周长（= 每边 + 2cm）	12	32	48	408	4 008
延长	+ 8	+ 8	+ 8	+ 8	+ 8

这就是阶段Ⅲ的被试将最终要能够解释的。

所使用的材料包括不同直径的圆盘，在它们上面戴上与之一致且恒定不变的金属冠状物（锡制的线），象征一个园地的四周的路线。边长1cm、4cm、6cm、10cm的正方形也被一起呈现（在圆形之前或之后），并带宽度一致的框架（相等地加上1cm）。最后，一个矩形以及它的框架。

我们的布置从一系列图形中任意的一个开始，然后建造一个区域。我们拿起用来扩大尺寸的线，拿一个楔桩围绕图形。我们询问是否初始周长足够用以围绕新的图形，然后我们开始预测与最终的周长的区别的长度。我们建完剩余的部分，然后转向更大

的图形或是更小的图形,来预料加上去的尺码,并解释前后之间的观察。最后,我们询问被试关于圆形物体或不可操纵的正方形(大桌子、大园地、月亮等等),以及关于圆形和正方形之间不变的添加物的区别。

1 水平 I

在惯用的IA起始程度中,实验没有获得显著意义,因为被试无法在保持足够长度的状态下来认同一条线(冠状物),并根据它是直的还是弯的来衡量其长短。

Ana(6;2) "不,它们不是同样的(尺寸)。——这两个不一样吗?——是,一样的。——为什么?——这两个都很小。"

反之,从水平IB起,很可能非保持(或是现实的,当我们提出问题的时候),看上去不会变成障碍。被试自然地预测被增加的部分越来越大,但当他看到它不再有了,他多多少少屈服于全面的建构概括化的错误的观察。

Car(6;6) 正方形园地:每次表面积增大之后都说"这(栅栏)将会太小了,因为这比之前的大很多",然后说"这会太小了,因为我们在每条路上都增加了",等等。但面对事实,说:"都会是对的!——为什么同样的没有了?——也许应该有同样的端点(更加惊奇)。"我们进展到圆形的园地:"应该再加一段,永远都要加一段。"我们让他比较同等的增加部分:"是的,我相信是同样的。——你说什么?——我觉得(它们说)一样的!不,我觉得大圆形会更大一些。"

Mic(6;3) 同样的反应,但之后试了一下:"尺寸一样的。"对下一个的预测:"这个可能会太小了,但我不确定……因为我们之前已经有过一样尺寸的了。现在则几乎差不多。——试试解释一下。——我只能理解当我们围绕起来……我们一直增加同样的尺寸,因为这是线的同样尺寸。"

Isa(6;9) 预测并不中断地增加的附加物后评估:"不,这是同样的。——为什么同样小的一段?——因为它会到处都是!"

Ced(7;4) 一样,在预测错误之后说:"一直是同样的一段,因为这正是直到另一个的长度(旧的和新的周长)。"

事实上,水平IB并不能预计到长度的增加,并组成回应的独创性,因为这种预测要到ⅡB组身上才能被发现:让被试在事实面前毫无惊讶地迅速接受了,如此这般这种附加物的不变量就不言而喻了;当我们发现一段的时候,就如Isa所说的,"会到处都是"。但这种对可观察物的服从无论如何已经到其极限了,因为Mic从二或三次谨慎地画范围地观察("我只能理解当我们围绕起来")跨越到"一直"用一种外延的概括化抵抗忽略归纳逻辑的脆弱性;反之,Car没有概括正方形周长增加部分的不变性,反而思考圆形并在此时说"一直"改变主意并曲解了被观察物。当要解释的时候,她令人赞叹地停留在

圆形上,就如在一切纯粹地外延的概括化,其中理解局限于非建构的可观察的解读,但仅仅简单地分类或重新捆绑:这是同样的添加物,因为这是线的同样尺寸(Mic)或是同样的间隔要填补(Ced)。

2 水 平 ⅡA

当水平ⅠB的回答全都表达出被试与物体之间的相互作用,换句话说,限于行为的结果(看到了前几章的意识获取的阶梯),水平ⅡA和通常一样,以某种成功操作的阶段性行动为中心,伴随其成果,但并未达到内在的协调,所以需要推理。这导致了两种态度,当根据表面积全部增大的普遍预测引起了周长的增长以及附加物的增多的期待与事实不同时:被试太惊讶而拒绝理解其不变性,或是他们以这种其他的不变量比如是绳子的"粗细度"("路的宽度")来解释它。这就是第一种类型,于是我们能考虑ⅠB程度和ⅡA程度之间的中间阶段。

Iva(6;10)　当通过了从圆盘7到3:"比起之前的一段应该有更大的一段,因为圆形变得更大了。——你能解释一下吗?——我想这是同一回事,因为两条长线是同样的尺寸,这确实很滑稽,因为圆更大了;没法解释。"我们换到圆盘1,然后Iva惊愕地发现了同样的附加物:"不,我不理解,我觉得这很逗。"正方形,她概括:"这总是同样的,我们应该加的。——为什么?——这个我不知道。"反之如果"正方形的一段更大了,(这就是)因为圆形不够一样大",因此存在对不相干的表面积回归的迹象。

Pie(7;9)　圆形2到3,全都自发地称那些冠状物或路线"它们有一样的厚度",这表明了类型Ⅱ,Pie没有预见到少1个附加物就更长,因为"这个(圆形3)是更大的。——为什么?——我不知道"。圆形1,在错误的预测之后:"这差不多!——为什么?——我不知道。——3条路线上长度一样吗?——可能是真的,但不应该看厚度,应该是长度算数。——那么为什么同样的一段呢?——没法说,我不知道。"

Jos(8;7)　"有大的(圆形),中等的和小的,而且它们(附加物)一直是一样的……我不理解。"

Nad(8;5)　正方形2到3:"应该一段更加大。"等等。"这差不多。——为什么?——我不知道,1个(正方形)更大,其他的更小,那么……我不知道这样如何解释。——1个男孩对我说这是因为路线的同等长度。——是的,但有1个大的,1个中等的和1个小的!重要的是我们之前放的线(初始周长):对大的我们放了更多(最终周长)而小的放得更少。"但这不能解释对附加物的观察!

Her(9;8)　尽管他的年纪如此,他还是说:"我不知道……这是碰运气的吧!——没有规则吗?——没有。"

当来到水平ⅡA的实验时,他们都以冠状物的长度为理由。只是这算不上一个解释,而仅仅只是简单地把不变的"附加物"与其他的不变的"周长"扯上关系,观察行动结果且停留于连接彼此,其中对不可操作的物体的概括化是缺少的,这将会在ⅡB程度开始显露。

Pac(7;0) 圆形1到2然后2到3,"应该要1个更大的(栅栏周长2),2倍大",然后"应该要1个更小的(2)和1个更大的1段(3)来加进去"。然后他观察不变性。"为什么? ——因为缺少的是同样的一段,因为这个和这个是同样的厚度。"

Pat(7;2) 基于表面积预测(他指出圆的直径),然后被不变性所震惊:"噢!它们(附加物)是差不多的。这很滑稽,我们加了1段大的(最终周长)以及这里1段小的。——那么? ——2条线(初始周长)是一样的(比较)。不,它们不一样。——那么? ——这是因为那是同样的厚度。那就总是相似的,因为那是一样的厚度。"反之:"那用1个很大的圆形会怎样? ——不要用1个很大的。——用1个很大的园地,要扩大它是不是应该加上同样的长度? ——很大的一段。"

Den(8;9) 同样的反应且最终接受了附加物的不变性,"因为这是同样的路线的宽度",但"这还不够",对1个如此大的圆形而言有着同样"路线的长度"。

Cri(8;6) 仔细地描述了所有已经被执行的行动的阶段并总结说:"我们用铁标记了小圆形是更小的铁,且更大的圆形是更大的铁;(但)我们看到边缘是一样的",且理由是"厚度(他指出框架的宽度)一直是同样的"。

Jos(9;2) 理解了为何这种行动的连接,与增加部分的不变性,并重新成功地联系起周长:"我们放置了1个更大的圆形在这里和那里(中等的和小的圆形),然后我们增加同样的路线,那么这就是同样的一段了。——为什么是同样的? ——这是同样的路线,应该已经是同样的线来给最小的那个做,那么这里(两个之间的差别)就将会是1段。"在正确预测之后,尝试在10cm×10cm的正方形上:"这是同样的1段! ——但这发生了什么? ——路线一直是一样的。——什么一样? ——它们没有同样的园地。——那么什么一样呢? ——一样的宽度。这就让我们总是有同样的一段。"

Cel(9;6) 反应和前两个被试一样,以对很大的圆形或正方形的附加物的正确预测为特征,因此接近ⅡB程度,然而他对于指导的犹豫让他仍然位于ⅡA组:"这将会一直是同样的一段,因为这是同样的路线宽度。——它有几个东西可以看? ——是的,它一直是同样的,这很重要。——那为什么端点对于正方形和圆形不是一样的(其中它们长度是一样的)? ——由于尖头,棱角。——那如果我有个大正方形像桌子一样大,就将应该有一个像其他的端点吗? ——啊! 不。——但我利用旧的线(参考Jos)。——那么就会,是的……噢! 不,应该是那一段更长! ——由于什么原因? ——……——因为桌子上更大的吗? ——不。——那么? ——……"

Ric(10;0) 一样："所有的附加物部分都相似吗？——是的。——那如果我们拿一个大圆形的底座呢？——应该要增加7倍的冠状物的宽度。——那对一个很大的底座呢？——应该更大，应该有比我们所加的大100倍的一段。"

这些反应都对概括化的归纳和建设的形式的问题，呈现出一种确定的益处。我们首先观察到，从中间阶段的实验起就存在着与IB程度所相反的、行动的成功序列的意识获取，Iva已经注意到"两条长线是同样的尺寸"，因此他介入了一种对周长的迭代，这点Nad更明确："重要的是我们之前放的线。"但矛盾之处在于，在表面积大幅增加（在他们的想法中，这激发了一种对周长的长度的相关增长）和毫无任何解释的附加物的不变性之间，他们强烈地感受到其中就是其概括化的外延的纯粹属性。

对于这一程度的坦率的实验，它们同样越来越多地清晰地坚持周长的嵌套，这给予了附加物的均等不变一种可接受度，如同我们在从Pac(7;0)到Jos和Cel(9;0)的用语上所找到的"这缺少的是相同的一段"。但这里仅仅是对问题的转移，它导致了必定的显著进展，分别在对表面积和周长的增长的分解的理解，以及对被试关于连续的周长的差异之间的理解；只是它停留在验证这些差异的相同上，换句话说一种对圆形和正方形两种物体的每一种都是恒定的。这里干预了长度，同时也停留并保持一样，且结果上扮演了一个"重要"的角色，Cel微妙地如此说道（就好比假设是已经有了一个必要条件，但不是充分条件）。

的确，这种因果关系归因于对这个程度而言开阔的一种天性就难以诠释了，因为被试本身并未明确他所建立起的在附加物的"厚度"和长度之间的那些关系所提升的另一个维度。被试Cel是最接近这个第二阶段解决方案的，然而他说正方形的必要附加物"因为棱角"而变得更长了，但证明这不够的更好的证据是这个被试，就如这个程度的所有人一样，不能理解如果恒定的宽度真的说明了附加物的不变性，如果（且我们明确）我们在它们周围围绕同样的"路线的宽度"，那么一个"像桌子一般"巨大的正方形或者"地球那么大的圆形"将会包含同样的附加物。这种概括化的缺少，在我们没有以同样不同的迭代或至少是对相邻的周长的嵌套进展到成功的物质行动的情况下，展示了被试对冠状物宽度足够的"解释"，但他们还未完成两种观察的规律性之间的关联，即几种可观察物之间的不变性的联系；但作为应该接续的行动的可观察物以及还未作为必要的协调，而表现出的必要性（"因为"）在我们一从可操作的物体的领域中出来，就消失了。这因此还涉及尽力在建构形式的方向下一种本质上的归纳概括化，但缺乏在这方面必不可少的最后一阶段的对协调的意识获取。

3 水 平 ⅡB

平均9到10岁(但有些到了11—12岁,如同ⅡA程度一样会扩大到10—11岁的案例)的被试完成了巨大的进展,这是不可操作的物体的概括化。

Rin(8;2) 停留在ⅡA和ⅡB的中间阶段。她预料对一个圆形的"大园地"需要1个更大的附加物。在观察之后:"它们是一样的,因为是同样的路线的宽度。——但路线是更长的,那么为什么有同样的一段呢?——……——解释一下。——是一样的宽度。"在这之后:"如果我们当时拿了1片很大的园地,那应该有1个像这样(更长)的一段吗?——不。——那如何呢?——像这样(和之前一样)。——和1个很大的园地一样吗?——是的。"反之对正方形,她预测附加物有变化,然后观察到不变性,"因为这是同样的宽度。——为什么和那些圆形不是同样的1段?——这不是同样的空间:圆形和正方形。——那围绕1个足球场呢?——两倍于此,因为那更大一些(所以她又回到表面积,而非形式了)"。

Col(9;3) 在错误地预测后观察附加物的均等性:"因为在那儿或许应该再加上3。——那如果我们做1圈循环装置呢?——应该再加上3。——那一圈月亮呢?——3,应该再加上。——那1个很小的圆形呢?——3。"但是奇特的事情是,当我们回到对被试建构周长的圆形时,Col预测对于最大的圆会有1个更长的附加物,然后解释了她的错误:那些端点是一样的,"因为它们折叠了,在我相信我们已经打开它们之前",这就是从宽度到长度的过渡的开端。"那对月亮呢?——更大,不,这会是一回事。"

Rat(10;6) 在错误的预测之后:"这是同样的1段,因为这是同样的宽度。——那对1个很大的正方形呢?——缺少同样的1段。——那围绕着桌子呢?——同样的1段。——那对无论哪个正方形都是?——是的。——那如果我们每次放置2条路线呢?——对路线都是同等的1段。"圆形:他预测同样的附加物,然后说"这是因为没有更多的角了。除了4条边没有更多边了:在我们每一次做转向之前。——三角形呢?——比圆形更大,比正方形更小"。

Ser(11;0) "是同样的尺寸,因为是和我们之前合并的同样的宽度。——对1个巨大的圆形草地呢?——同样的1段,因为已经有了所有的线来绕1圈,应该再加一样小的1段。——绕着月亮?——相似的1段。"正方形:"更大一些,因为有4条边,而圆仅仅是1个。"

Iso(12;2) 第二个正方形:"这是一样的,这永远是1cm大小。——但这个正方形是4cm×4cm的,那还是1cm×1cm吗?——是的,但这是同样的宽度。之前我们已经有1条线来做了周长,且之后我们再加上1cm的长度,所以这就变得相似了。——那围绕着桌子呢?——总是1cm。"

随着这些被试通过恒定的宽度与附加物长度的转移，这种宽度被表现在边的长度上，然而路线做了一个直角转弯。Rin还没有到那儿，而是被表面积的想法所支配而停留在原部分，然而Col说到线段都是折叠的，Rat说到"转变"，而Ser和Iso一样说到正方形的"边"是接近解释的，他们达到了暗含的方法：他们对行动的意识获取赶上了动作，因此几乎达到了必要的内在的协调，但是，更多一次，应该期望11—12岁的"形式化的"操作的程度，同样从最初的正确预测起来获得这些解释和这些必要性。

4 阶 段 Ⅲ

看这些例子。

Fra(11;5) 被展示的第一个正方形(4cm×4cm)："你能知道缺少的块状部分吗？——嗯……大约8cm且每一边2cm，此外因为我们每条边有1cm，而又有4条边，那么4cm×2cm=8cm^2。——确定？——是的。——那这个(1cm×1cm的正方形)呢？——也应该加8cm，这是相似的，我们每一边都加过1cm。——1个很大的正方形呢？——一样的1段。——围绕巨大的桌子呢？——永远是2cm加到每个角上。对所有的正方形和矩形都是。"对圆形："那个，有点难，多了1cm，应该是3.14，这和π有关，这就是让2倍的3.14，变成了6.28。——为什么会有这种不同呢？——造成了问题的是角度，弧线不是最短的。"三角形："有些东西不妥，这取决于角度，如果是一个直角，那么就是2cm，如果是一个锐角，那么更多，如果是一个钝角，那么更少。"

Phi(11;9) 预测"1段4倍于此的(1cm)，因为这是它的尺寸(框架的宽度)且它有4条边。——(尝试)不，不是这样，应该要拿8倍于宽度的。它(边)这样还有这样地扩大了(2个顶端)。——我拿1条很长的线然后绕着桌子。我想从全部四周再远离1cm。那我应该如何再加1段？——像其他一样8倍。不，是的，这样就够了，这是一样的"。圆形："同样的。(尝试)不，在正方形里有角占地方，那么这就需要拿线。——环绕月亮呢，这1段会足够吗？——是的。"

Ala(12;3) 被展示的第1个正方形(4cm×4cm)："这个扩大了，边增长了1cm，那么它就缺了4cm。(尝试)啊，不……这儿1cm那儿1cm(2端)。"1cm×1cm的正方形："应该再增加8cm。——10cm×10cm的正方形？——总是1cm，也应该再增加8。"圆：他预测一个更大的附加物，"因为圆有更大的表面积。(尝试)至少，因为正方形有4个角且我们加上1cm在每条边上。如果我们展开这个圆，那就是1条直线，正方形也是，但有角的话就是更长"。大圆：犹豫不决，然后说"我们永远再加一样的。——那如果放上第2个冠状物呢？——这就会是同样的1段(对第二个而言而

非对第一个)。——那环绕月亮,这一小段会够吗?——是的(毫不犹豫),但这有点奇怪。"

Den(12;9) "那对1个圆形的大桌子,这会是相似的吗?——是的,明显是。——那对月亮呢?——这是一样的,是的,对无论如何的尺寸都相似的。"

因此,这些被试在所有尝试之前,就已经预见了附加物的不变性并概括为"对无论如何的尺寸都相似的",就像Den说的;如此"奇怪"就像是Ala以及所有成年人都想的一样并不符合几何学!这种立即的预测自然地得到一种行动的内在化,其不再局限于描述短暂的序列,而是到达必要的协调,这依赖于其中最终对路线的"宽度"作用的正确解释,这是通过在正方形的4条边的每一端都延长1cm也就是8cm所表达出的。

这种基于规律性的"理性"的概括化因此是一种坚决的"建构的"类型,并带有其所有的特殊性质。在第一个方面,它不再涉及对可观察物的重述,因为附加物是在观察之前就被计算的且其不变性是演绎的:游戏中的图形,它们初始的和最终的周长等等,因此都是晋升到概念性物体的层级,且同样由此形式(第二个方面)孕育了它们自身可能的内容,在这其中经验供给了内容的材料。于此,第三个方面,一种外延作用的完整变化。事实上,在一种可能的或非常可能的"全部"中的"某种"交汇的意义上,先前程度的概括化在一切外延之前就滞留了,而根据一种停留在某种推定上的规律性保持着对同等观察条件下的可能的简单再生产。反过来,"对无论如何的尺寸都相似的"(Den)形式的外延概括化不再建构一种基于经验的"概括",而是预先论证的必要的结论,它是基于理解的。于是,外延不再作为一种形式对内容的概括化。

5 结 论

在此,我们被带回了我们起初的、关系到外延和理解之间的问题。为了开始这最后一部分,我们观察这些迹象的选择中的一种意义重大的演变,首先根据其指引预测以及之后对预期外的(包括直到ⅡB程度)可观察物的也就是附加物的不变性的反应,对初始迹象的预测是物体的"尺寸",在周长与表面积之间并没有鉴别分化,因此一种全局可观察物建立起了对协调地增长的附加物的预测。在Ⅱ阶段(ⅡB和ⅡA一样),周长的长度依旧是一个可观察物,但(以一个不完整的建构新的因素)错误地孕育了对圆形或正方形的表面积好似成比例的想法,且因此造成了错误预测的新场合。反之在Ⅲ阶段,为预测所服务的迹象一开始就是周长,分化开了表面积,但一种超越可观察物或对其扩充的迹象关系到了计算,因此关系到了演绎的建构,且不再仅仅关系到感知的记录。

关于这些名曰观察后的解释的因素或迹象,我们发现一种从可观察物独有的特性所提炼的"理解",到一种建构所演绎的理解的同样演变。在Ⅰ阶段,新的可观察物是可

接受的但“滑稽的”且不能解释的。反之,在Ⅱ阶段里,一种有关的迹象是发现与不断地援引:路线的“宽度”。这也是停留在观察以及作为可解释的事实来显现。只是,就如我们已经看到的,那里只有一种合法关系的状态,而尽管还没有在可观察物的两种不变性之间的因果的表象,也缺乏对宽度和长度的过渡的解释:其中一次,概括化停留在基本的归纳或者外延,ⅡA组限制在可操作的物体里,也扩展到ⅡB中的其他人,除非机制或能被解释了。反过来,在Ⅲ阶段路线的这种恒定的宽度,服务于预测就像服务于解释,变成了解释性的,因为一下子就纳入了一种对边长的演绎:在这个实验中,理解上的特性超越了可观察物,因此变成了建构或重构的产品,这改变了它们的状态,而在这种状态中引起了直到此时一直都缺少的必要性的部分。

那么,我们就能理解介入外延的演变的基本的二元性。直到包括ⅡA组,它独立于如下的建构:它停留在归纳的,且在对被试相信是必要的测量中,这种推定的伪必要性只是一种根据它所确认之事的外延的概括化的产品。对ⅡB程度而言,它展开到不可操作的物体中,这构成了一种重要的且意味深长的转折,并预言了Ⅲ阶段。在这最后一个阶段,事实上,情况是相反的:此后是意义在理解之上引起一种真诚的必要性,并指挥外延,附加物的必要的不变的性质就根据这一事实变得“总是”恒定的(Fra)或是“对无论如何的尺寸都相似的”(Den)。

所以,拒绝把建构概括化的外延理解为归纳概括化或纯粹的先前的外延的概括化的结构性地派生,这并不夸张:如果它是功能性的视角的连续(如同ⅡB程度所指出的),那它证实了关于它们的逻辑结构中的所有区别,并使内生的和外源的互相对立。换句话说,游戏中的发展并非由从外源的到内生的一次内在化所构成,而是(且这依照行动的内在协调的方向下的意识获取的固有内在化,与之绝不相似)它组织了由内生的对外源的一次渐进的替代,此外这还证实了几何学的所有历史以及物理学中的一大部分为何如此发展而来。

第七章 两个垂直平面之间最短路径

与Cl.沃尔兰和E.哈普杜谢赫合著

在这个研究中要探讨的问题联系到建构概括化中的鉴别分化以及固有的整合。在这个特别实验中,涉及发现水平面上的一个点(一个花园的地面上放着的一片生菜)与上方的垂直面的一个点(一堵墙上放着的一只蜗牛)之间的最短路径。那么它涉及知晓是否这种最短路径保持在一条直线上,这只有通过一次回转叠合才变得明显。但我们看到在这个实验中,概括化将会很少在于扩大规律的外延,而是更多在于寻求维持它,或是在于如果被试以为被迫要接纳规律时解释那些例外。这里要探讨的是情境中的这条规律的概述的问题,因此将会激起一系列关于鉴别分化和整合或是预整合的特定疑问,乃至一个关于守恒的奇特疑问,这个疑问是知晓一段路程通过回转叠合变成水平的之后与垂直的是否是同样长度(欧几里得空间的各向同性)。

技术是非常简单的,包含有下面的情境。Ⅰ.在一片命名为花园的纸上,我们放置一只蜗牛壳和一小片生菜在非边缘的平行的不同位置,然后被试应该指明"最短路径"。Ⅱ.同样的问题但在一个折叠的纸板的两个相互垂直的平面上。那片生菜占据花园的一个角落而蜗牛在墙上的对边(这里是一个斜的路程)。Ⅲ.另外,我们利用一盒无盖子的纸板箱从边缘举起并提出同样的问题。Ⅳ.我们以使用实验室来结束询问,我们请求被试想象蜗牛在地面上的一个角落里(按可变的位置,如在Ⅱ和Ⅲ的别处),按Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ的顺序保持不变。当被试未能自发地提及回转叠合的可能性时,对知晓如何"做"来指明路径最短存在的问题,我们建议并按需要帮助其执行。

1 水 平 Ⅰ

最短路径的初始概念(ⅠA程度)包含了两个方面,而这两个都还不是量化的:一个是行动的格式,它是定向的且正确地指向目标;另一个是"最短的"表征,它会感知地(跟随范围的边缘)或是拓补地(临近)与最简单的混淆。我们也看到在情境Ⅰ中,弧线也与直线相同,等等。此外,当我们问及缩短路程时,被试不再让生菜和蜗牛更靠近了,等等。

Léo(5;5) 对情境Ⅱ指出1条从$x1$点到$x'1'$点的垂直的路径V,接着在纸板的边缘H延伸V,然后绕过直角并继续到另一个边缘直至生菜y点。但她承认这条路径(1),“它太长了”。缩短,她作了路径(2):从x点随后水平地沿上面的边缘直到面对y点且下降了V,另一条边的长度继续同样在H上运行:这结果准确地和(1)对称了。1条路径(3)通过(1)和(2)的中心线,总是朝着直角且因此通过了垂直和水平两个平面的中间。“那有没有其他更短的呢? ——[她作了(4),更接近正确一点点]我这么做(斜的姿势)。——哪条是最短的? ——那条(3)。——那如果我们不算第3条呢? ——那就是它(1)。”回转叠合没有任何变化。情境Ⅲ和Ⅳ:同样反应。

Lor(5;11) 在两点上有进步。在Ⅰ里,他以1条曲线开始,然后宣称“应该做1条完全笔直的路径”。在Ⅱ里,他像Léo一样通过从x点到x'点,但从H接着走对角线从x'点到了y点。“这条路径如何? ——完全笔直的且有点圆(从V到H的交叉角)。——我们能做另一条完全笔直的路径吗? ——[他给出了1个和Léo的(3)相同的作图]。——一只苍蝇怎么从x点到y点? ——(他展示了1条穿过空气、笔直的路径)——那蜗牛呢?]——[他作了一条斜的接近正确的路线:参考Léo的(4)]——哪一条更直? ——这条(最后一条)。——那最短的呢? ——那条[作图(1)]。情境Ⅲ:同样的作图。”

Yvo(6;3) Ⅲ:从x到x'且通过对角线到y(参考Lor的初次)。

这里还是ⅠB程度的例子,其中被试在正确路径和之前的解决方案之间摇摆不定。

Ric(5;6) 以1条正确的路径开始:“它是笔直的,没有弯曲。”我们问他其他路线,然后Ric以1条边的曲线作了一条(2)以及另一条轻巧的曲线(3),但离之前的程度的作图$x—x'—y$很近,不过奇特的事情是他接着受到了这个解决方案的引诱而让我们问他“行进的可能的最短路线”时,他指示了最后一条。“那在这些路线里面有多少是笔直的? ——这条和这条(1和3)。”当回转叠合时,他展示了路径但并不相信它和回转叠合是相似的。

Val(6;6) 同样,开始于正确的解决方案(1),然后作了其他可能的路线,路径$x—x'—y$(2),以及1个两者的折中(3)。当我们问她以蜗牛的视角瞄准目标放置路线时,她特别坚持主张(1)“是最笔直的”。在翻着的墙上,总是(1)是最笔直的,但在被重新竖立的墙上,那就是(2)是“最短的”了。

Kar(6;7) 对情境Ⅰ陈述了对于最短路线的2个连带的准则:“我们不需要做1个点(或)1个角”且“也不需要有2条线”。反之,在情境Ⅱ中:“我无法决定是否这2个线条或是仅仅1条”,因此在唯一线条或是$x—x'—y$这两种可能性中,不知道哪1条是“最短的”。“2条都不是!”(她还说:“最短的路线有2条,它们都走到了一起。”)她接着偏向于正确的解决方案:“这是唯一的线条。——你能证明吗? ——我们同样不应该停止。”

Pac(7;0) 对Ⅱ给出了1个正确路径与路线$x—x'—y$之间的中间的解决方

案。对Ⅲ是同样的反应，但他增加到："可能是这个($x—x'—y$)。"对回转叠合没有问题，但对同时被重新竖立的墙他回到了折中的解决方案。

Cor(7;0) 还是从 $V = xx'$ 和 $H = x'y$ 开始，然后画了1条很直接的路径 $x—y$，但有一些波浪，且由于他拿掉了 xx'，他设计了第一条形似最短路线，然后对第二条说"因为应该只会有1条线条"。对折叠的墙，他一目了然，但对重新竖立的墙，"这变了，当必须变得长度上升的时候。——所有平面不会总是同样的线条吧？——不，它会变"。情境Ⅲ："应该同样行进到角落(yx')来提升($x'x$)，那这样就更长了。"

Mar(7;7) 有同样的疑虑，且当回转叠合时，"这变了一些。——变了什么？——线条(从2条合并为1条)。——那么？——当墙倾倒，路线会变得短一点儿。——那它重新竖立会变成最短吗？——不"。

这些Ⅰ阶段的反应清晰地展示了被试在寻找最短路线并维持一条"直"线的普遍性时所遇到的困难的本质：这牵涉到解决这个问题来确保两种协调，一种是在路径的部分之间，它是被 V 和 H 两个平面二元性的事实所分化开的，另一种是在全部路径的可能的视角之间的。

在ⅠA水平里，这些协调中的第一个缺失了，被试不担心全部路径，不寻找"最短"的而是寻找从每个线段所出发的。在这种看法下那么这是当然的，在垂直面上最短的线段在于通过 x 点到其投射 x' 点，且并不画出一道斜线。蜗牛同时垂直地从 x 点下降到 x' 点，那其最简单的路线又回到继续顺着边缘(Léo)以及采用对角线 $x'y$(Lor和Yvo)的最短路线。然而这些被试中的每1个都有能力想象1条从 x 点到 y 点的斜的唯一路径(正确解决方案)，但就像Lor，他们如果意识到最后的路线上最"直"的，他们不会坚持，除非到角的路径 $xx'y$ 是最短的[或是Léo的路线(3)，朝直角的像是(1)和(2)]，明显地由于缩短的获胜，它确保了垂直线段以及忽略的 H。

关于ⅠB的反应，进程是被试没有丢失完全路径的视野，如此一来他们中的每一个人都有能力画1条很接近正确的直接的路线。但是他们没有能抵达来确保协调，这是可能的视角，他们不能达到系统性的分化，只是简单地停留在以从一个到另一个没有全体协调的不情愿的交叉来分离。这些不同的视角是第3和第4点。(1)首先，存在ⅡB程度的Fré将会宣称"我们顺着一个物体的线"，因此这是能笔直前进的蜗牛的视角，如果它通过从平面 V 到平面 H。(2)接着存在路线——Fré将会宣称的"视线"，而这就是被试观看可能的路径投射的视角。但这还应该分化一种瞄准一个末端的 $2A$ 形式(其中可能和1组叠合)，不过是一种结合侧面视察的 $2B$ 形式，让 V 和 H 之间的折痕或是90°角变得明显，于是两个线段之间的存在不再是一条如同 $2A$ 般的线条。(3)最终存在一种(欧几里得的)几何学的度量的视角，使能够思考如同线段的总和般的完全路径，而结果就识别了通过对墙的回转叠合所获得的直线，如同同时重新竖立起的墙的两个线段 H 和 V 的总和；反之，仅在视角(1)和(2)的案例中，回转叠合不能证明任何规律，且如同被试

先前所说的,"当应当拿起的时候,这就变了"(Cor和Mar还只有7岁)。

那么这就很明显,这些被试的犹豫不再获得视角上的持续性的混乱。即便当最终的结论显现出来时,如同Kar所说的那样:"我们同样应该停止"(在V和H之间的都是90°角),这仅仅是视角(1)的解释,而缺乏视角(3)的度量。另外,Val在"更直"和"更短"之间的分化(Ric也是,等等)证实了同样地缺乏协调的分裂。

2 水 平 ⅡA

在7—8岁,我们目击到一种有趣的现象,如果我们把这个程度和后面的ⅡB程度从9到10—11岁来做比较会发现:这是一种短暂的均衡,它看似同时证实了某种协调,诸线段在一种完全度量地均等于其总和之间的协调,以及一种瞬间分化视角协调。但随后将展示的是,这种均衡是不稳定的且存在涉及9—10岁的被试呈现出一种明显倒退的新问题,然而,就像如此频繁地出现在ⅡB程度一样,这是由于被试分析的最大复杂性造成的。

Bea(7;0) 一上来就对Ⅱ给出了正确路径,且作了1条其他的,1条曲线,以及第三条$xx'y$形式,其中有垂直的xx'路径和直角的断开:"在这3条中哪1条是最短的?——第一条(正确),因为第三条到了那边(角)且应该是1条更长的路线直到那里。第一条横穿得更远。"她发现了这个问题比起情境Ⅰ(平面)"更难",因为有"折叠"。我们降低了墙的高度后:"路线1是直的。——那当它折叠或展开时,路线变化了吗?——没有。——那这如何呢?——一直是相似的。——那线呢?——它是直的。"情境Ⅲ:同样的反应。

Amé(8;6) 给出了同样可能的路径,他又发现当墙倾倒时最短的路线是"小的和直的"。"那如果我们重新竖起墙,哪1条是最短的?——那条(正确),因为它是直的。——当墙倒转,我们能说它是直的吗?——不,有墙了,它长度就上升了。——那又如何呢?——如果我们测量(路线)初始墙和倾斜墙,那就总是同样的长度,这不改变长度。"

Nad(8;7) 作了1条几乎正确的路线以及2条朝左侧或右侧90°角的其他的路线:最短的是第一条,因为"它总是(=全部长度)直接的。"我们建议在情境Ⅰ和Ⅱ之间做比较,然后她自己做了墙的回转叠合,观察到她的那条线有点弯曲了并做了矫正。我们重新竖立了墙:她于是重新做了路径矫正并明确了直立的和倾倒的"都是一样的"。情境Ⅲ同前。

Jan(8;8) 同样矫正了轻微的弯曲,当墙被同时重新竖立时回转叠合约束了路线的笔直后,因为"我们不能有2条(不同的)路线都是直的!"且"这变化得不明显!"

我们看到,这些被试开始分化并协调他们的视角,并且,这些视角是完全新的,并从属于一种度量:"如果我们测量"回转叠合的路线和重新竖立的路线,"那就总是同样的长度",Amé这么说。因此看似没有更多的问题了。然而水平ⅡA的特殊的公设,是Jan所陈述的且将会明确地在后面的程度都会怀疑的:"我们不能有2条(不同的)路线都是直的!"这看似同样是常识,且在一切情况下都是最简单的想法,然而这没考虑到一种可能性,就是9—10岁被试需要解决新问题而根据多种不同视角引发他们明确地寻找解释:正是对连续线段的不同形式的路径,其或许能够获得这些最后的变化之间的代偿。正是在初次好奇的接触中的这种假设让我们看到它不是一两个例外的被试的事实,而是它构成了所有的次级阶段的特征。

3 水 平 ⅡB

看这些进展的例子。

Lai(8;8) 围绕着正确路径作了变异的路径,且将其视作"不完全是直的,但是如果我们降低纸张的高度,这就可能会是最直的路线了。——那当墙是直立的,这变了吗?——当某件东西是平的或是直立的时,区别是那可能是完全不相同的。——那么?——应该这样想象,就像墙从未在那儿。——那当它倾倒,是同样的长度吗?——我们可以说是的,但我们不能这么测量,因为如果我们加上一切(她展示了多种线段),它就是一样的了"。换句话说,或可能有代偿,但无法明确是哪些。

Col(9;3) 走得更远:在5条可能的路线之间,其中1条几乎是直的(轻微弯曲)且另外4条都是直的。"最短的呢?——5号(降下的墙),因为它完全是直的。——(我们重新把墙升高)这没有改变吗?——是的,一点点,因为我们提起来了,那么这就倾斜了,这就折叠了。——但基于对什么而言它是最短的?——我们降下墙。——(我们做了)那1号如何?——它同时也是直的,当我们降下的时候。——它比5号更长还是更短?——一样长度。"我们于是对他说好好看,然后他笑了自己的错误,但是他在情境Ⅲ中又同样地重新开始了:"如果我们把它弄直(2条有些不同的路线),它就会是一样的了!"

Ste(9;6) 情境Ⅱ:"我们如何能知道,如果这些路线中的1条是直的?——如果纸张是平的,如果我们把它放直,我们就将会得到(1)号,它不转弯。"路线(1)和(3)是互相接近的。在墙被重新竖直之后:"哪条是最短的?——是(3)号……——蜗牛会选哪条路?——它会选(3)或(1)。——为什么是两条?——那是相等的。——两条线它们是均等的?——是的,如果我们测量这一部分(展示了水平面上的线段)以及每一个升起的部分(垂直的线段),它们两个是均等的(代偿)。——

这帮助我们把墙倾斜下来吗？——不是这样的，(……)当墙倾斜时是(3)号最短，而当它直立时则是(1)和(2)最短……当它直立时，它们是均等的(对线段的代偿的新的理由)。——那倾斜后呢？——(3)号是最倾斜的且是最短的。——那当墙直立后呢？——(1)号是最长的。——等等，你刚才说它们两条是同等的呀。——啊，不！我忘了，它们两个是相等的。"在情境Ⅲ中也是同样的代偿理由："那儿(2)号更短，(1)号更短，它们是相等的，新的。"同样的连续动摇。

Fré(10;5) 在情境Ⅲ里，从 $xx'y$ 开始并说道："我们总是拿最直的路线。"然后他给了1条近似正确的路线，他认为这条是更短的："那条(第1条)我们应该完全穿过，然后我们应该上升，当我们到达中间时，然后我们向斜的方向上升。"但他自己变得犹豫，"或许应该1cm。"然后："哪1条是最短路线？——有2条，(……)2条是一样的。"我们回到平面(Ⅰ)，我们画下最短路线(= 直线)，然后我们把纸板折起来。Fré提出其等同于"对角线 + 棱"："如果我们从这里通过，只有当它是折起的时候是最短的。——当它折起时，铅笔的线条改变了长度吗？——是的！它是同样长度的，只是它们改变了位置。"我们回到房间(Ⅲ)："这2条线是相等的($xx'y$和1条刚好近似的路线)，($xx'y$)水平面的更长而垂直面的更短，而另一条水平面的更短而垂直面的更长。"随后，他在两者之间画了第3条路线，他估算了与另外2条相等。——在重新创造了20分钟之后："如果纸板上这样的(平的)，最短的是这条(直的)，如果我们折叠，就是这条(130°到150°角)。——为什么？——当纸板折叠时，形式，不是形式而是其中的那个会改变方向。——那这里呢？(有或没有回转叠合的其他部署)——纸板上(平的)线条(最短的)是像这样的，如果您折叠了，那就是这样(带角)。"3个壁板上的其他部署："当我们折叠了，它(带角的线条)变得比其他的更短了。"然后说："它们(折过的或没折过的直线)是一样的长度，当您折叠变成另一个形状后。——'改变长度'说的是什么意思？——我改变了行程路线。——如果是个蜘蛛要走，这条路要走几步？——120步。——那这条呢？——110步。——那如果我们折叠(90°)呢？——那就正好100步。——那把线条弄短呢？——呃！是的，这样(折叠)路线变得更长了。"最后，他发现一个解决方案："当我们用一个物体跟随时，线是不同的……但看上去它们都是相等的。——那哪个是最短的(折叠)，对物体来说？——这个(正确)，对物体来说。"

Phi(11;4) 在情境Ⅱ中给出了正确的路线："你如何知道的？——……就像如果需要，同样的路径，但从地面上；而如果能够飞行那就会是直线，现在有个角。"他按要求给出了另一条路线($xx'y$)："它们是一样的：在n°2里，要花更多的时间来上升(……)，它在上升处胜过了它从地面上走(n°1)所失去的(……)。——那是什么呢，两个点之间最短的路线？——1条直线。——蜗牛，它能走直线吗？——是的，不。——有没有1种方法来看到蜗牛是否能走1条直线呢？——让墙倾倒。——这是可行的吗？——是的。——那这样所给出的是什么呢？——我们可以验证。"

我们让墙倾倒。Phi 画了1条真的直线(n°5),但他在蜘蛛的问题上受挫了(就像上面的 Fré 一样),并总结说:“当倾倒的时候和直立的时候,线改变了长度(……)。——你如何解释呢?——当它倾倒,(5)是1条直线而(1)是1条曲线;当它直立,(1)是1条直线而(5)是1条曲线。——那这改变了吗?——这改变了线的类型。——那这对蜗牛而言改变了吗?——当墙倾倒了,它会选取(5)号线而当墙直立它会选(1)号线。——这些的长度改变了吗?——不,这都不改变长度。——那两者之间的区别是什么呢?——两条线都是一样的(代偿的理由)。——对蜗牛呢?——当墙是直立的,(1)是更长的而(5)是更短的;不!反了……”最终结论:“它们都是一样的。”

Dia(11;8) 由于y点是面对着x'点的,画了1条水平的和1条垂直的正确的线。“我们如何知道路线确实是直的?——如果墙倾倒,它就是直的了。”对于边上的y点,Dia 一上来就画了1条等同正确的斜线。“你如何知道这是直的?——我能把墙放倒。——它会如何(倾倒后)?——更短且直的。——如果墙竖立,是同样的长度吗?——不。——那么你如何知道这是最短的路线?——我不知道。”但一会儿之后,当仅仅使用了这种同样方法之后(回转叠合后的斜线路径和验证),Dia 总结说:“改变的是角,但总是同样的路线(竖立或翻折),它都是最短的。”Dia 抵达了Ⅲ阶段。

我们看到了足够多的这些例子,从中我们还能再加长列表,一种以各自的线段代偿来使不同的路线均等的想法(如果在一两条路径上A对B占优势,B就将会在另外的路线上对A占优势,等等),不是某几个被试寻找新颖独创的例外想法,而是整个层级分化程度下的完全特征。在这些条件下,最简单的解释在于承认,被不充分地推动的、且在ⅡA 程度的所有实验中都很少被阐明的、导致其协调的相对简单的、视角的分化,成为对9—10岁的被试而言的中心问题。准确地说更令人忧虑的是:其原因是,他们所相信的分析察觉到了矛盾之处,尤其在当墙是回转叠合的或竖起的并作为可观察物时,且也是更值得注意的,Fré称,那条线追随了一个物体,是对越来越靠近的形象表达,即“视线”的靠近,这也就是一种知觉的投射。可能是为了解除这种表象的矛盾的一种努力,让被试得到了代偿的想法:如果路径T_1在一个情境下显得比T_2更短,而在另一个情境下显得更长,且各种不同的分化开的视角都是合理的,那实际上他只能留在接近协调,把它们考虑成相等,于是乎在其各自线段的变化之中取得代偿的中点。

如果这种诠释被证实,那么我们能说在ⅡA 程度和ⅡB 程度之间,其视角的分化上有进展,然而对打通协调依然还是不足的。这不仅仅是倒退,因为构成ⅡA 程度的特征是通过一种少许驱动或少许解释的分化而得到的浅显。然而新情境下必要的协调将不会再援引无法证实的无法测量的代偿,而为了理解这两个真相,投射空间不必维持长度尤其是其度量同时停留在垂直的和水平的,这重新表达了欧几里得空间是各向同性的,如此便使得直线段的总和独立地停留在其方向的不变性上。

4 阶段Ⅲ和结论

看这几个例子。

Mar(11;4) 构造了正确的路线。我们向他展示了 $xx'y$:“哪条是最短的?——这条(正确)。——为什么?——它在直线上。——你如何观察到的?——没有其他的弯曲,没有直角。——怎么确定呢?——如果我们能够重新折叠的话。”我们将其展开。“当墙是倾倒的或在上面的,这都没有变化,是相似的,线没有变化。”我们作了1条临近路线并宣称在其中线段H是最长的。她回答道“那么它们可能是均等的。”但依旧保持信心,因为随着墙倾倒,她的路线“是在直线上的”,且墙同时重新竖立后也“没有变化”。

Chr(12;0) 指出最短路线,“因为线没有被破裂也没弯曲,它是直的。1条直线总是最短的。——(我们建议 $xx'y$)——这是1条破裂的线。——我们为什么能说(1)是直的而(2)是破裂的?——破裂是因为垂直于地面的墙;我们能说它就是两条破裂的线;它翻转然后甚至墙是垂直于地面的”。我们提出展开。被试画了(3),并纠正了存在于(1)上的一点轻微的弯曲。我们重新竖立起墙。“哪1条是最短的,现在?——永远是(3)。——为什么?——因为它是直的。——(3)是直的?——它是破裂的,又与墙垂直于地面。但它总是直的,它没有改变位置,它没有偏斜,它一直保持直的。”情境Ⅲ(纸板屋):“它(正确的轨迹)是直的,因为如果我们把屋子放平,它会能直接抵达生菜,因为它会完全是直的。”

Lip(12;1) 一上来就画了直的,“因为最短的路线就是直线。——我们如何知道这是1条直线?——展开纸板……如果我们展开纸板那这就将会是1条直线。——我们不能想象其他的线更短或更直吗?——仅有1条路线是最短和最直的。——那么规律总是一样的?——是的,总是”。

Oli(12;1) 为了验证他的路线中的问题“我们如何能知道?”,提出以厘米来测量:“还有其他我们可以做的吗?——我们能把墙倾倒,路线将会是直的了。——其他也是吗?——不完全。”

如此看上去,在这些反应和那些被试已经说测量倾倒的或竖立的墙的路径的ⅡA程度的反应之间,不存在任何的区别,“总是同样的长度”(Amé),尤其是“我们不能有2条(不同的)路线都是直的”(Jan)。唯一细微差别但很难评估的是看上去以此为特征的,阶段ⅡA的7—8岁的这些被试(独立地分离的整个ⅡB阶段)很快确定其解决方案而不再寻找证据,即便就墙的回转叠合曾给他们建议一种或另一种方法且简单地提供更多的迹象。然而阶段Ⅲ的被试对异议更加敏感且在回转叠合中看到了一种有效的论证,以及Mar、Lip和Oli提出问题“如何确认?”。无论如何,看上去明显的是,他们在一个完整

系统中的视角的协调和整合，比起ⅡA程度是在一个更高等级的，作为最后到达了处于成年平均水平的阶段。

Lip断然的言辞停留在直线“总是”最短的且是唯一最短的路线，这把我们引向起始的问题：建构概括化由什么组成，尤其是当他考虑一条其初始（ⅠB程度较少）普适性的规律外延的较少的增长，验证并说明这些明显的例外，并首先运用那些我们不再展示直线而只有不同方向的直线段的情境时。

概括化的特性由这些分化和整合的案例所组成，然而它仍停留在明确其本质上。首先重要的是，它或许能被强迫在外，且仅引起由实验所强制的“外在的”变化名义下的简单的全凭经验的观察（或抽象）：例如ⅠB程度的被试，当他们看到需要到达的目标时，有能力（以蜗牛的视角）画出一条接近正确的直线；但是当看着这条线路，他们却将其考虑为不再是直的，其中有Val在最直和最短之间分裂的见解，Kar的“没有任何一个”更短了的见解，以及由于他的机能不全以至于无法决定“是否这2个线条或是仅仅1条”。其次，根据墙是倾倒的或是竖起的，“是改变了的”，等等。在这样的案例中，由被试所承认的外延必定是由对某些情境下，公共的或是对另一些情境下不同的理解的属性所确定的，然而这仅仅涉及观察的特性而非建构的。如此一来被承认的或被拒绝的概括化就是由外部所支配了，这是固有的且我们称之为归纳的东西（在特别实验中尤其值得注意的是，通过其外延的外部限制）。于是就能更好地不再谈论分化，这包含了一种行动的因素，然而仅仅是分裂的，尤其在整合上是错误的。

从ⅡA水平起，反之，以另一种类型介入了某种分化，这种类型自然还是以可观察物为基础，其中空间的关系对物体以及对被试而言都是公共的，但由后者丰富了建构的特性。然而，当他画了一条直线xy，尽管在两个平面V和H上，但他清楚地知道从边上看，它并非直的，而他也知道瞄准“线段”看时就重新找到了直的。当墙是倾倒的，他清楚地看到纸板是不同于竖立的墙的，但一次测量会给出同样的长度（Amé）且尽管不同之处“变化得不明显”（Jan）。游戏中的分化用其他术语来说就是，呈现了计算变换与不变性的一种合成的卓越（并且是运算的）特性，此处即重回述及一个系统内的固有的“内在的变化”，且因此包含一部分整合。从这个事实出发，此处存在一种建构概括化因素的介入，即便被试还并未明确地脱离变化的游戏并理解他们自身的行动。

对ⅡB水平而言则是反过来，我们发现面对了一种悖论的情境：完全由被试所建构的一个内在的变化系统，以至于它停留于想象且不符合现实；变化的线段是根据建议路线，以及它们似乎根据墙是垂直还是翻折而变化的事实，这些被试产生了在不变性问题中十分依赖运算的且尤其必要的想法，即变化或许可能是互相代偿。然而，并非将格式应用于维持问题（例如在空间的各向同性中既没有固体变形也没有中断），他们力图归因于假设中的不同的路径，且我们能论证它们是相等的。这里有一个关于建构概括化的美妙而谬误的例子，此外我们知道科学史上产生了不少这样的例子。然而在特殊实验中，错误是由于一种分化中的发展，更是被驱动的且尤其是明确的发展，产生了一种

矛盾的印象。于是,这时的代偿模式于是受制于(发展)水平的极限,失于论证,是一种不规范的整合,特别是在消减方面。

而相反,当被试理解了(行为上或言语上)空间的各向同性后,整合是成功的。值得注意的是,在这一点上,Ⅲ阶段的被试不满足于坚持以墙的回转叠合和重新竖直来维持线的长度,就像在ⅡA程度中讲过的那样,然而这让他们明确了平面的变换并不造成任何的"偏差":线"总是直的,它没有改变(相对的)位置,它没有偏斜",如Chr所说。然而,这恰恰是一个同质性的和各向齐性的空间的特征,与中心式的空间(如亚里士多德式的)相对,从其方向中独立维持系统的不可变性,且这同时只是被接纳的原则,其中路线度量的"随着物体"(如Fré所说)是兼容投射改变的,各种不同的视角因此同时变成分化的,但最后随着完全严密的"内在的"和整合的变化而构成。

第八章 （波纹闪光的）叠放的运动效果中的分化与整合

与E. 瓦拉道和M. A. 弗拉基格合著

在从一光栅到另一光栅的非常轻微的位移期间，我们所获得的多种组合活跃了整个系统，且它在丝绸纺织中产生了波动或是闪烁产生了“波纹闪光”的特征（在东方世界长期为人所知并在欧洲被模仿）。在实验室中，在最小运动时的这些壮观放大的本源被应用于多个领域（结晶学、光学、生物显微术等等），且从19世纪起瑞利男爵就开始投入验证衍射光栅的正确性。

紧接于此（见下文图表），我们将会只利用两条平行的纬线，一条不可动，而另一条（在透明纸上）根据各种角度的位置在第一条上滑动。我们因此能得到无效果或静态效果（正方形或菱形的产物）或乃至动态效果（同时朝上或朝下并在一边或另一边引导的“波浪”形态下的全体运动）。为了简化预测或理解且为了更好地分析概括化的过程，我们惯常地展示了可能的多种顺序，两个一起、四个一起或更高数量的平行线一起。

借由本次研究在这一方面所要解决的问题比起其他的那些分化与整合，算是全新的。从这两个视角中的第一个出发，我们将目击从简单地被观察到“外源的”变化到“内生的”过渡，或可扣除的变换建构后，并解释一个状态与后一个之间的关系（对被试而言伴随所有存在的困难，去简化一种持续的变换到一种状态的连续）。关于整合，同样内在于建构概括化，它将能表现出以下三种形式：给所有的内生的变化制造笛卡尔坐标（即便停留在暗含的）；商数集合或等值的级别及其关系；游戏操作脱离代数的抽象建筑，换句话说就是游戏中改变的“理性”（例如一个被试将会说到“横穿”或“滑过”）。这将因此涉及被试根据情境同时发现清晰的规律，并将其整合入协调分化的系统中。

材料与技术。——最终为了简化在经典波纹闪光中获得的组合类型，我们局限于首先研究非常简单的光栅效果：基础情境是制作一个正方形的图纸，由等距的黑色的垂直线条构成，以恒等的方式复制：(a)在一张正方形的透明纸(T)上；(b)在一张正方形的卡纸(B)上以两个图纸能叠放的方式放置。

此外，在此基础情境上，我们时常引入两种更加简单的情境，作为第一种情境的分解。它能够让人看到儿童是如何模糊地看到交织的表面运动的，当(T)移动一条线对比

另一条，或两条平行线对比另两条[此图纸是复制(*T*和*B*的)]。这两组线的相交形成了一个菱形。

然后我们过渡到更复杂的情境，但借由一个我们限制可能的运动类型的特殊装置。事实上，在经典波纹闪光中，我们随意使(*T*)在(*B*)上来回移动，并引起非常复杂的效果(角度变化等等)。在我们的案例中，我们固定了一种唯一的运动方向，依靠两条轨道并且在轨道上我们装置滑槽(*T*)可以滑动。在此之前，我们在这些轨道下按所希望的方向放置(*B*)。(见图1)

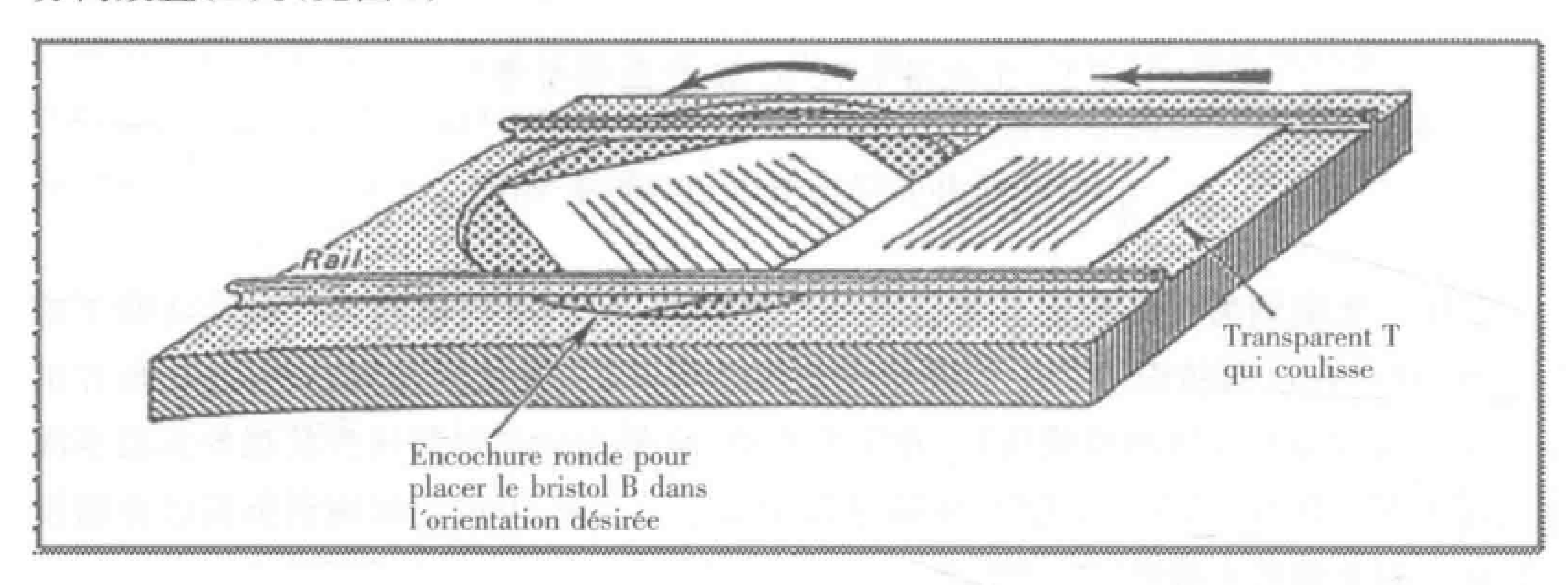


图1 轨道 按所希望的方向放置卡纸*B*的圆形缺口 可滑动的透明纸*T*

如此令其变化：(1)在卡纸的方向(旋转运动)且(2)在透明纸滑动(方向→或←)的方向的方位之下(两种可能性：平行或垂直于运动的边)，我们获得一系列的不同的情境，如下——

在情境Ⅰ中仅仅干预水平的*H*和垂直的*V*的线的集合，如此在不动的栅栏*B*上如同在可动的透明纸*T*上。如果我们选定由Pa作为*T*在可移动轨道的杆子方向的延伸运动的案例，而Per作为在垂直方向运动的案例，我们会有3种(或者6种)组合(见图2)：

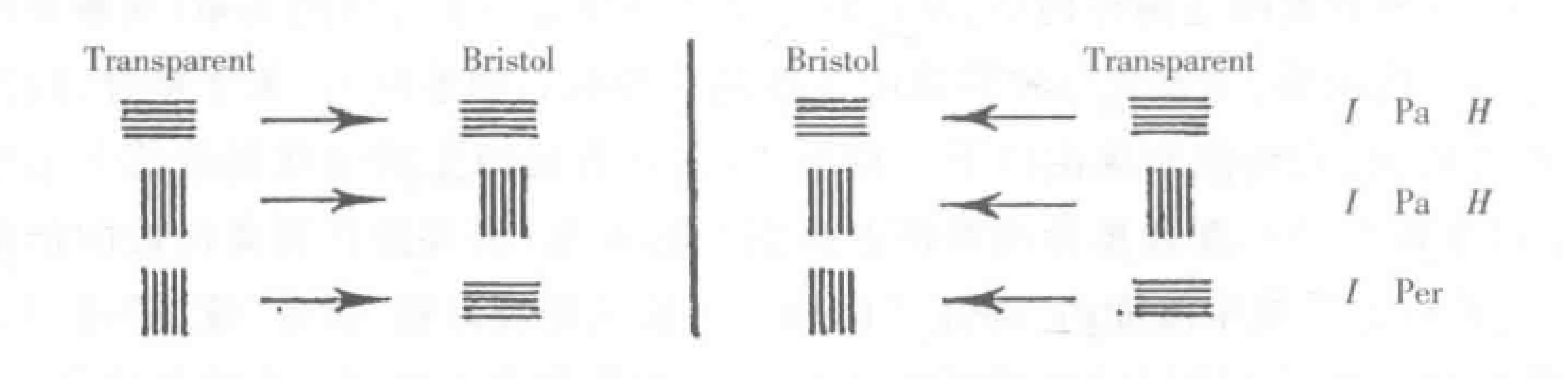


图2

Ⅰ Pa *H*(方向→或←)：它仅仅涉及两条栅栏上相同的调整的水平，它们的覆盖不改变任何结果。

Ⅰ Pa *V*(方向→或←)：垂直的*T*上的*V*和*B*上的*V*交叉，将给出一种黑、白、黑、白的交替。

Ⅰ Per (方向→或←)：制造的效果将会是一个不可移动的正方形的集合。

我们称另一部分为情境Ⅱ，其中在不动的栅栏*B*上斜向进行干预。在我们在*T*上得

到V的案例中，我们获得了表面运动的效果，或是说某种类型的波浪卷起了菱形，朝着更高或更低的方向，带着向左或向右的偏斜。

斜线，当其顶点被指向右侧时是由D所选定的，左侧时是由G选定的。从中带来4种情境：Ⅱ$V \rightarrow D$(上升)，Ⅱ$V \rightarrow G$(下降)，Ⅱ$D \leftarrow V$(下降)，以及Ⅱ$G \leftarrow V$(上升)。(见图3)

Transparent　Bristol　|　Bristol　Transparent

Ⅱ　$V \rightarrow D$　(↑)　|　(↓)　Ⅱ　$D \leftarrow V$

Ⅱ　$V \rightarrow G$　(↓)　|　(↑)　Ⅱ　$G \leftarrow V$

图3

如果反过来，透明纸I的线条是水平的，菱形产物会保持不动，从中又有4种情境：Ⅱ$H \rightarrow D$，Ⅱ$H \rightarrow G$，Ⅱ$D \rightarrow H$，Ⅱ$G \rightarrow H$。(见图4)

Transparent　Bristol　|　Bristol　Transparent

Ⅱ　$H \rightarrow D$　|　Ⅱ　$D \rightarrow H$

Ⅱ　$H \rightarrow G$　|　Ⅱ　$G \rightarrow H$

图4

这些情境尤其服务于控制来观察在前例中(ⅡV)，被试是否不顾及T的运动或是杆子的方向。这也非常有用，以控制或补充的名义，来呈现这些情境Ⅱ的这样或那样的垂直布局。

在每个情境中，实验人员询问儿童：(1)当透明纸(T)要从上面通过卡纸(B)时，令其预测一下什么会发生："你看到这些线(T)和那些线(B)，当这些线(T)将要从上面通过其他线的时候，我们能看到什么？当(T)通过到图纸中间的时候会发生什么？我们在中间将能看到什么？"(2)令其解释他的预测："为何它通过的时候你会这么说？"(3)在经过一次解读之后，令其重新解释所发生的：为什么？有时我们会要求儿童自己执行某些被实验人员所要求的效果。我们向他展示两块板(B)和(T)，为了获得例如其升起的波浪，我们要求他把它们放置。我们通常要求儿童对他所预测的情况进行作图。这种表征是很有趣的，因为它给予了儿童在两块纸板之间组织方法上的指征。

关于简化的情境只带有2或4条线，它对能给予被试关于复杂情境中的表面运动解释的类型给予了更清晰的指征。问题的分解迫使儿童着重围绕发生了什么情况思考。先说2条线的情境。这容许验证：(a)他是否感知到相交的点的位移，以及(b)他是否考虑把这种运动(在他所见的案例中)视作一种基础的物质波(也就是说他是否能概括这种运动为线的总和)。4条线的情境(一对穿过另一对)是介于2条线和n条线的情景之

间的，在此情境中线之间的相交画定了一个非常感知的含义的表面（菱形）。有趣的是在这里可以看到儿童是否有能力把这个菱形考虑成被相交所限定范围的，或是它能否展示给儿童一种固有的同一性。

在这两个案例中，我们要求儿童，(1)当(T)要从上面通过(B)时，预测会产生什么：当(T)开始接触(B)，当它将要到中间时，当它将要到结束时：

——通过一种连环画作图；

——通过一种口头描述。

事实上，相交的表面运动时常表现在图纸上，但并未在口头描述中被提及。(2)解释这种预测。(3)在经过一次解读之后，令其重新解释这一现象。

1 水 平 ⅠA

和通常一样，寻求理解其原始的困难或挫折的理由是有用的。

Mag(5;2)　Ⅰ Pa *V*："如果我推这个，我们能看到什么？——同样的事，线条，一些带另一些颜色。——如何呢？——灰色。——那当这里的一个线条到另一条的上面，会变成什么样？——不知道。这会变成另一个颜色，全黑的。——那如果我以另一个方向这么做呢？——会是同样的事情：中间是黑的。——重复你所看到的。——不知道，线条到下面然后到上面（现实是横向的）。——这下如何？——白黑，一点点黑。——那这样呢（Ⅰ Per）？——线条是从另一边来的，将会有新的3种颜色（所以她没有理解Ⅰ Pa *V*）。——不，应该从另一边来做。——（我们调转方向）——不，不再是了，应该像之前那样做（她遭遇并陷入了Ⅰ Pa *H*），这两个是一样的！——那这样呢（方向调转）？——或许这会是一样的，但我不知道。——那这个与刚才比起来呢？——（她又遭遇了Ⅰ Pa *V*）"我们过渡到Ⅱ*D* ← *V*："这样会如何？——不知道。上面一点点白的和黑的。这像是一颗牛肝菌：它不动。——没有东西动吗？——不，没有动。——没有东西上升然后下降吗？——是的，这个上升然后又下降了。这横七竖八（= 歪歪扭扭），它上去然后又下去。——上去更多还是下去更多？——两者（然而明显的是往下）。——那(T)另一边呢(→)？——我们没法知道。——下降然后上升，相似地。"

Fra(5;6)　比Mag稍微优秀一些。对Ⅰ Pa *V*：他预测，"一些杠杆放置在其他杠杆的上面。我们能看到所有的形式：杠杆，更多杠杆。你能看到这些在其他杠杆的上面。——我们看到什么？——这些在其他的上面，当它不只是在上面，我们会在杠杆之间看到小白洞（是反过来的）。——（Ⅰ Per）——这会造成斜线以及其他的竖线，线条都是直的，其他很斜（正的图纸）。——就像我刚才说的。——（另一个方向）——这也是一样的。——（Ⅰ Pa *H*）——我们将有1条在另1条上面。——（Ⅱ*G* →

H)倒下的线条和斜的线条(他首先把两片纸板分别给予H和G,然后让它们重新结合为1个,再在1个四边形的自身内部倒转,最好看着他的作图)组成了星星(菱形)。——(ⅡG ← V)——(同样地斜作图但带有对框架倒转的方向)——你看到什么? ——白色的东西上升,一直上升:黑色让白色上升。——(方向反过来)——那么它从这个方向上斜了(新的方向倒转现实)。"

Duc(6;0) 从1条单独的线开始:对2条平行线,"这条线将会走到那条上面",但对两条垂直线,"我没法作图1条在另1条上面",垂直线是跟着水平线一点点接近,最终给出"1个叉,它一直前进"。对1条斜线:正确但是框架反了。ⅠPa V:"将会有2条栅栏。——这堵住了小洞。——为什么? ——有2条栅栏。就变得像个帘子:ti-ti-ti。"ⅠPa H:"这就有更多的ti-ti-ti,这就是黑的了,黑色占据了白色的位置(对ⅠPa V错误的概括化)。——(ⅠPer)这会做成ti-ti-ti,因为这个(H)是这样的(V的方向但没有标记垂直)。——不,这是正方形。——(ⅡD ← V)——像这样(正确作图但没有框架)。——小正方形去那儿。——哪儿? ——往上面。——那这样呢(反转)? ——这将上升。不,它下降。"

Osc(5;6) 有趣的地方是在其面对2条或4条线的组合以及总体组合所遇到不同困难之后的反差:对2条垂直线和2条斜线,他作图两个带框架的T并说:"我没法在上面做别的了"(最终他在框架里面并列了它们)。对1条垂直线和1条斜线一样困难,但对n和n(ⅡD ← V)作图倒是可能的:"这些是栅栏且下面还有其他的。"

在这个水平里三种特征特别明显:对想象一种状态(T叠放在B上)作为运动的结果(缺乏充分的运动图像,如我们之前在别处所展示的)有困难,当T运动时在运动的方向和栅栏的方向不能分化,尤其是当2条或4条线的组合时,当看上去更容易想象T和B两个图形叠放时,对通过更持久的摸索就可识别的机制缺乏理解。

对第一点,我们看到Mag混淆了ⅠPa V和ⅠPa H,Fra相信栅栏间的白色是由于它们糟糕的叠放,Duc相信能像在ⅠPa V上一样在ⅠPa H上也发现白色和黑色,等等。关于方位与方向的困惑,Mag认为ⅠPer将会和ⅠPa V一样行动,因为"线条去了另一边",Duc也是,等等。但最奇特的是Duc和Osc的反应,他们不能在2条和4条线条里"作图1条在另1条上面",然而对于直线的集合却是可能的,因为"这些是栅栏且下面还有其他的"。换句话说,两个共同图形的叠放是可实现的,因为每一个都有其固有的结构,因此我们能在它上面作图并叠放(就像我们之前在1个圆形里作图1个正方形一样,等等)。然而两条不同方向的线之间的连接提出了一个关系的问题,在测量中要决定1条的位置与另1条线的位置作对比,并且简单作图,1条在另1条之后,像我们所看到的那样2条一起(作为良好形式),简单地放置于同样的框架中。反过来,在这个公共框架自身的位置上发现了困难,且Fra反转了倾斜度。

2 水 平 IB

在5岁6个月到7岁的被试中，关于所指出的三点中的第一点上即刻有所进步，然而在其他两点上罕有。

Arn(5;5) Ⅰ Pa *V*:“这会让线在线上面，我们会有黑色和黑色。——我们看到黑色和白色，当我们动一下另一头的线，那就堵塞了白色。(其他方向)——这是一样的，但是另一个方向。——(Ⅰ Per)——这会造成小方格子。”Ⅱ*G* ← *V*：作图正确。“噢！它动了，我们能说它上升了。——为什么？——因为其他停留在直的，而这条通过了，通过了且之后它上升了。——(方向→)——它会上升……不，确切说它会下降。——为什么？——因为刚才它上升了。我不知道为什么，但现在它会下降。”随后武断地预测；观察在(Ⅱ*H* → *D*)中它是不可动的，于是他预测在方向→中有一种运动并解释道：“因为*T*是转向反面的(= *H*)且其他的是倾斜的，于是这就没动。”所以是纯粹描述。对2条线条，垂直的和斜向的，他首先预测后者朝上方出发，然后交叉，但交叉点没有位移：“因为这个(斜线)不会动(= 没有改变形式)，于是这地方没有动！”

Pit(6;6) 对最后一个问题和Arn一样震惊。实验人员于是非常缓慢地在斜向的线上面推动垂直的线：交叉地呈现在这个案例中是非常清晰可见的。“这能帮你理解这个吗(Ⅱ*H* → *D*)？——不，因为这不一样：那个(Ⅱ*H*→*D*)它动了，而这个(2条线)没有动。”因此她没有看出任何的类比。

Ziv(6;6) 对这垂直的和斜的两条线的同样的问题，Ziv预测它们的位置将不会发生进展(就像1条垂直线和1条水平线的交叉，但她将其视之为它们中的1条并逐渐地扩大)。在探索之后，她正确地在垂直线的下面，作图了初始交叉点，随后将其抬起但只到中心然后逗留，并像Arn一样固定了。对4条线，她反之预测是菱形的，且对Ⅱ*G* ← *V*，她总结说有“很多倾斜的小正方形”，但被其视为从左侧(←)出发的，等等。

Lul(6;7) 正确预测了Ⅰ Pa *V*；且对Ⅰ Per称“小方格子”，以及对Ⅱ*D* ← *V*称“菱形”，只是变得从左侧出发。“菱形的线是做什么用的？——它们是直的，是用来和玻璃窗(*T*)一起的，而且它们是从纸板(*B*)倾斜过来的。——你能作图吗？——(他作了一个扩大到菱形然后说)这里2个角(上面的左侧的)是从纸板过来的，而另2个是从玻璃窗过来的。——那边呢？——那些(右侧的2条)从纸板过来而其他的(右侧的2条)从玻璃窗过来。”我们于是再取出Ⅰ Per的正方形，然后Lul觉得它们的左半边是从*T*来的，右半边是从*B*来的！这只是令*T*从*B*上缓慢通过，而他意识到了垂直线和水平线的作用。在Ⅱ*V G*和*D*四个表面运动的问题中，预测是由

*T*的方向独立的运动所支配的。

这些例子足够为我们展示这个水平中的反应的固有悖论。一方面，被试对于预测什么将会产生两个集合*T*与*B*之间的叠放，换句话说就是对两个静态图像简单地一个置于另一个上的再造，做出了明显的进步。反过来，关于动态的图像，也就是说运动中的变换的，当涉及展现为解释这种叠放的结果，这些被试对于ⅠA水平的那些来说也算勉强有进步。Lul很好地理解了正方形甚至预料了菱形是垂直的和水平的或斜的线条组合的结果，但对他而言很少能理解这种组合作为一对菱形以及正方形的中间或左或右，是由于"玻璃窗"即由于运动的栅栏*T*和另一半不动的栅栏*B*而生的。Arn和Ziv证明了对两条孤立的线条的交叉的类比无法理解（并无运动或持续运动）。最后，我们发现了关于表面运动的介于运动方向和线条方位之间的未分化状态。在观察期间，像Arn一样的被试成功抵达了预测方向颠倒的效果，但是以经验假设的名义来表达："我不知道为什么。"

反过来，令人震惊的是看到对可观察物的"解读"普遍是非常正确的，除了缺乏理解之外，另外这并不引领情境的再造，也完全没用一种预测的改良。结果它继续留存于感知的运动或相交与其诠释之间一种值得注意的分裂：所有的前者都归因于唯一的活动栅栏*T*，且如果我们要求被试用铅笔跟随两条线的相交点，他并不能达成，因为他以铅笔跟随了*T*的方向。

3 水 平 ⅡA

这次操作的起始聚焦于7—8岁，此处符合对表面运动的说明（预测）：这涉及活动栅栏*T*的运动和不可动栅栏*B*上的线条方位的一个组合，以上全部都使用2条线或4条线以及*n*条线的两个集合的关系之间的显著性的连续性。

Cor(7;1)　7个月前（在6;4）时曾给出ⅠB水平的典型反应。此时，他回忆起："我们曾穿过线，有时它们都堵住了，堵住了所有的洞，有时全都穿了过去。——它移动了没？——没。"我们向他展示2条垂直线朝着2条斜线前进：他正确地指出交点始于下方且上升到上面，"因为它们（垂直线）一直在前进"。关于交叉，"这是1个矩形（他作图了1个菱形）。——当我们推动的时候会发生什么？——它会一直消失。——朝哪个方向？——这样（←）。——那就是这样（↙）。我能作图（以斜菱形作图正确）"。

Ste(8;6)　试验Ⅰ全都成功。Ⅱ*G* ← *H*："这是什么？——三角形。——菱形。——那这个（Ⅱ*G* ← *V*）呢，是什么？——之前它们是那样，现在是这样（菱形竖立）。我们能说它们上升了。——为什么？——因为下面的卡片（= *B*）它不是直的。——那这个呢（Ⅱ*D* ← *V*），我们怎样能知道什么时候它上升或下降？——它们

应该是这样的（G），且我们这样推它就会上升（这里它是下降），因为您做了改变（D）。"我们把装置垂直放置：他首先迷失了，然后在观察之后重构了正确的菱形。

Ver（8;9） 正确作出了1条垂直线和1条斜线的交叉。"在我们推动期间，交点移动与否？——它会更高（正确）。"我们颠倒方向："同样的，但从尾到头就像一个V反面朝外。它将下降交叉。"Ⅱ$G \leftarrow V$："这些是菱形（作图正确）。——它们会保持在同样地方吗？——不，会这样移动（←）。"她以源于T的和归属于B的正确的菱形的对边来展示。对Ⅱ$D \leftarrow H$："它们会上升。没事：它们不会动。——那这样（Ⅱ$D \leftarrow V$）呢？——它们交叉会上升。——如果你思考一下2条线发生了什么，有帮助吗？——（是）它发生了一个交叉且它上升或者交叉（水平的）。——那这呢（1条直线对1条斜线）？——这下降。——那这呢（Ⅱ$D \leftarrow V$）？——这是一样的：那儿和这儿交叉了，这也会下降。——（我们倒转）——它们会上升。——你怎么知道？——……——（我们又倒转了）——这会上升，不，这将会下降，因为是从另一个方向。"

Cri（8;7） 预测Ⅱ$H \uparrow D$为"这会向下"而对↓"向上"，然后她以看着缓慢的位移来寻求在Ⅱ$G \leftarrow V$中的菱形的上升的表面运动的解释："这是因为这个正方形超过了那个，且那个超过了那个。——它超过了哪儿？——过了交叉的起始处。"

Per（9;5） 解释Ⅱ$V \rightarrow D$的上升，因为T"会朝右，当（B上的线条）它们会朝上（从G到D!）时。他对此计算到装置Ⅱ$H \rightarrow D$将会同样给予一次上升。反之对↓和↑则预测首先会倒转，就像Cri，而这悖论是因为所有两条线都围绕B上线条的方向而不是朝着T的运动。还要注意的是，对Per而言，菱形的表面，她称呼为"白色"；它们的边，她称呼为"交叉的边"或"叉"是被指出为引起一种不同的感知的印象，然而缺乏对相交作用的理解，她最终说道："是白色下降而黑色上升：白色是菱形而黑色是叉，是两个不同的东西。"

由这些被试所完成的显著进步是，2条或4条不同方位之间关系的构成，其中1条通过另1条之上并伴随交点逐渐位移（见Cor和Ver），尤其是理解这种基本关系同样再次出现在了n条线的集合的关系中："同样的"，Ver说，"……它将下降交叉"，等等。特别值得注意的是，在这些n个元素的复杂的关系中，被试抵达了在表面的菱形中区分归属于运动的栅栏T的对边和提升B的其他边（见Ver）。此外，当在试验Ⅱ中涉及预测表面运动时，他们不再满足于像ⅠB水平那样简单地以T的方向为理由，而是寻找考虑线条的方位。只是，在这个案例中，他们停留在被呈现在B（不可动栅栏）的直线中，没有考虑T的方位。结果，特别是，在T的线条是水平的装置ⅡH中预测都一样，它们是垂直的（ⅡV）。因此结构的组成停留在一类附加的，或更详细说是不完整的成倍的（运动Tx方位S），然后缺乏方位T。然而这种T的运动中的方位T和S之间的组成的缺陷，导致被试还不理解菱形作为表面，是其边的决定性的相交的产物。从而，在出现一个菱形为了说出它的光栅节录时，被试很好地理解了哪个栅栏T或S归属于其对边，他继续将一个运动物体的身份归因于其表面，其中Per好奇地确认说根据物体表面（"白色"）的下降同时其边

(“黑色”或“相交”)会上升。

4 水平ⅡB与阶段Ⅲ

9—10岁的被试尝试在T、S和T的运动上方位的完整构成,然而还未理解相交的专有的和替代的作用,他们的进步还是伴随着几点困难。

Rol(9;6) 在成功地说出关于Ⅱ$D \leftarrow V$的2条和4条线后:“小的(4条线)会更好一些。那边线太多了我们没法看。——有没有相似的?——那边那2条直线和那一些(=另外那2条)是倾斜的。——那么?——直的(T的垂直线)到达其他的且它会上升。——那这个呢(Ⅱ$G \leftarrow H$)?——会有菱形去到那里(←),因为它在后面(他指出了菱形的位置)。——你能解释为什么有了这个(V)而不是这个(H)它们就能上升吗?——不。——那这个(4个栅栏)呢?——是,像这个(V)它们上升且像这样(H)菱形不移动。”

Tin(10;9) 很好地指出了2条或4条线时,交叉位移上升或下降,这毫无疑问是对Ⅱ$V \rightarrow G$非常好的预测:“所有的线都在中间交叉。——那交叉看上去要往哪儿去?——它下降。”她正确指明了菱形的T和B的边。“那这个(Ⅱ$G \leftarrow H$)呢?——这会变成倾斜的正方形。——它会动吗?——看上去它不会动……或者这样(←)。——那这个呢(Ⅱ$G \leftarrow V$)?——这会下降(忘了倒转)。——那这个(Ⅱ$H \downarrow D$)呢?——这会这样(←),不朝着线的方向。——那点呢(交叉)?——像这样(↙),不,是同一个方向(和菱形)。——为什么?——点是两条线的交叉,正方形(菱形)就是在中间的。”

Lar(11;8) “T的线在正方形(B)上面通过,构成了小菱形……然后是菱形……——它们变成什么?——它们一直保持一样,但……——但什么?——透明纸(T)穿过了线(1条接着1条)。”作图重现了交叉的初始状态:“首先是下面的部分……”并在倒转的方向上,“首先这里(上面),所以这将会朝着这个角的对边”。

作为比较再看Ⅲ阶段的例子。

Axa(10;3) Ⅱ$D \leftarrow H$:“这将会是歪斜的正方形。——它们会动吗?——它们会向上走,不,将不会动。——(倒转方向)——同样的,但在另一个方向。”——Ⅱ$G \leftarrow V$:“这将会动因为像这样(←)会交叉,而这样(↑)会滑过。这是什么?——这样的线上升(她伸出食指沿着另一根)。——如何会这样?——因为后面的到达了另一个曾经的位置。——Ⅱ$V \rightarrow D$?——这很难。它下降了,因为这刚才是反着的。——你能找到一个没想起的东西吗?——是的,就是线如何交叉的。”垂直的,正确:“回到这儿,它会推动(右手食指放在左手食指上),那么消失的角就越来越多(=位移了),那么就上升了。”

Fai(10;6) Ⅱ$G \leftarrow V$:"我们有这样的印象,它移动了且如果我们倾斜另一边,那它将会往下走。"他以一种交叉的连续来解释,特别是,"它们来到全都是白的地方(菱形的表面)?——它们来到交叉处。"

Ger(11;5) Ⅱ$V \rightarrow D$:"三角形的线条将会上升,就是这样,只是1根栅栏(他通过了2条栅栏的试验),它们将会完全同时上升到(B的)那些线上。我们有种印象,有一个交叉上升了,它都同时上升了。这是菱形的空间上升了。——总是新的还是一样的?——新的,因为不总说一样的线通过。——对此你喜欢哪种解释,菱形(他从未预见的)还是交叉?——两个都行……也许有一个更好。(Ⅱ$H \downarrow D$)?——这是新的菱形。它会这样位移(↙)……不,它们会跟着T(↓)。"Ⅱ$G \leftarrow V$ 或Ⅱ$V \rightarrow H$:"这变了。不应该旋转线条,如果我们想要它相似的话。"

我们看到ⅡB水平的被试很接近成功了。他们能考虑T和B的两个方位,而不仅仅是第一个,从中他们在情境Ⅱ$H \leftarrow G$中取得成功,如其中一个所说"菱形不下降因为T切开了"。但他们还没有看到表面运动仅仅是一种"印象",就像Tin所说的以及Ⅲ阶段的Ger所总结的相交的集合的移动,且并未同化T的点的物质运动。区分可能会显得微妙,因为这种表象是T现实运动的结果,但Lar的犹豫以及Tin的评论看似展示了对他们而言,这总是涉及点或表面的物体的位移,然而在Ⅲ阶段中,被感知的运动不再是一种物质的实体,而是对新的交叉的每个瞬间所产生的"印象"。

5 结 论

前面的结论组成了由单独的行动或操作的成功的概括化导致的越来越复杂的结构的逻辑-几何学构成的一个美妙的例子:运动的1条或n条直线与不动的1条或n条其他直线的交叉有关于叠放、并置、交叉(相交)的三种互相关联的可能性。

1. 叠放(Ⅰ Pa H)不改变任何事物,但,如果明显显露出这种断言,它首先只是没有对$H \rightarrow H$引起$H \leftarrow H$的倒转情境的概括化观察的产物(见ⅠA的Mag:"或许这会是一样的,但我不知道。")关于叠放和并置(Ⅰ Pa V)的更迭,同样Mag只预测到叠放,如同Fra观察到叠放与并置间的差异但仍给出了一个错误解释。关于最简单的相交的形式,对与正方形的图形所给予的垂直性(Ⅰ Per),Mag没有预测到,而说"线条是从另一边来的",但Fra(还是ⅠA)能够依靠对成功行动的经验观察的结果来预测(作图"倾斜的"线条和其他"竖的"线条)。反之,Duc依靠T的运动的方向(独立于线的方位)对Ⅰ Per预测是和Ⅰ Pa V同样的结果。

成功的作图方法伴随对这些行动的结果的解读,使得Fra能进行一次重要的新的概括化,但依旧停留于归纳(仅基于可观察物):水平线和斜线的组合("倒下的线条和斜的线条")造就了菱形(Ⅱ$G \leftarrow H$),Duc也触及了Ⅱ$D \leftarrow V$。然而,对于这些概括化的本质而

言，Ⅰ阶段的（ⅠB如ⅠA一样）一种固有反应是非常清晰的：就像我们所见的，儿童能够更简单地正确预测相对于2条或4条线的，*n*和*n*条线的集合，因为在第一个案例里只涉及叠放两个稳定的静止图像即*T*和*B*的图形的复制，然而在2个或4个元素里必须找到它们之间的联系且明确这种组合。建构概括化只能从此开始，因此我们还未呈现经验的和外延的归纳（特别是看到Lul关于菱形的两"半"的不理解）。

ⅡA水平所实现的进步，包括了一种补充概括化不再只带来被呈现的图形的静态属性，而是在行动上的一个通过另一个，换句话说像这样的运动，显著地让2个或4个元素的组合以及其从*n*到*n*的概括化变得可能。但就如*T*的运动是在*B*的线条之上行动的，首先就是可动-不可动的一对成为有含义的，也就说在*T*的方向和*B*的直线的方位之间产生联系，而不考虑*T*的方位（其中在ⅡA水平的错误是混淆了Ⅱ*H*→和Ⅱ*V*→）。结果导致在对交叉的理解中的一种严肃改良。

此后的阶段于是包括了在可动的栅栏*T*的运动中做区分，这种运动延长了这个T的线条的方位且是垂直于其方位的。这就是ⅡB水平所获得的，且被试占有了必要的分化来明白Ⅲ阶段的多种形式的相交以及减少不同的表面运动。

2. 我们发现在这次演化中，建构概括化的一个基本属性（这不满足开始归纳的概念框架，并利用从ⅡA水平的组合开始的自主发展）：行动的分化与整合。前者包括一种离先前的限制越来越近的废除，或是如果我们喜欢的话，一种为了更近的利益对先前可能性的唯一性（排他性）的否定：不仅是叠放甚至是并置；不仅是这两种联系，甚至是垂直线之间的交叉；不仅是这些之间，甚至是斜线的相交；不仅是*B*上线条的方位甚至是*T*的方向，通过相交的普遍组合，而后是*T*的方位和最后表面的和现实的运动的分化。然而这些对先前的限制的否定或废除，首先只是被外部所强制的，被先前的预测削弱或改动了的新装置，但它接着是由被试以简单的演绎或当涉及意外结果的理解所建构的。

关于整合对这种分化的回应，我们会发现少量结构建构的日常的逻辑-数学的多样化：在一个不完整的形式下，系统的一切"内在变化"的笛卡儿乘积，被被试一点点分化了；在一种不那么暗含的形式下，商的集合或等价的等级，以类比或同质的功能被一点点发现；而在一个"操作的代数"更加明确一些的形式下，也就是说理由的集合，在Ⅱ阶段和Ⅲ阶段被试的眼中，迄今对简单的可观察物的停留联系都是必要的。

笛卡儿乘积的表格列在下方，就像多个我们的结构一样，我们能够反对它不组成一个儿童思想的自反的客体（并且可能由Ⅲ阶段的被试所建构）。但对我们来说重要的是，当这涉及预测或解释变量*T*和变量*B*之间可能的关系时，被试符合知道怎么做的诀窍：所以这很好地涉及了被试的一种内在结构，但像平常一样，是一种不自反的结构，因为这是他们操作的结构，且如果他们的利用满足了这种结构，那么它就不需要与之建立主题了。关于等价的等级1、2和3，正是2和3等级的区别构成了ⅡB水平的反应特征，于是让他们与ⅡA水平有所分化。（见图5）

综上所述，这个研究向我们揭示了一个变量的集合如何首先是简单地外在的，也就

		Mouvement prolongeant l'orientation des barres					Mouvements perpendiculaires à l'orientation des barres				
Grille mobile	T	V↑	V↓	$\vec{H}$	$\vec{H}$		$\vec{V}$	$\overleftarrow{V}$	H↑	H↓	
Grille immobile B	V			C	C	Cl. 1	BN	BN	C	C	Cl. 1
	H	C	C				C	C	BN	BN	
	OD	LD	LD	LD	LD	Cl. 2	↑→	←↓	↑→	←↓	Cl. 3
	OG	LG	LG	LG	LG		↓→	←↑	←↑	↓→	

杠杆方位延伸运动 朝杠杆方位的垂直运动

可运动栅栏

不可运动栅栏

图例：——无效果（叠放）；BN = 黑白更迭；C = 正方形；LD = 右菱形；LG = 左菱形；↑等等 = 表面运动；V = 垂直线；H = 水平线；OD = 顶点朝右的斜线；OG = 顶点朝左的斜线。

图5

是说在没有被理解的情况下被观察，变换为内在的变量，换句话说就是由对一个演绎建构系统内部的必要性联系的有规律的组成。然而这是建构概括化的工作，作为一种双重进程的功能，代替了初始的经验归纳。首先存在分化，仅仅组成一种分裂或抽象的游戏，但也就像我们曾强调的，组成一种对限制的废除，所以是由对先前的唯一性或排他性的否定所产生的一种对新的可能性的开启。从中整合的补充进程，通过一种决定每个内在变量（相交，等等）的必要性联系，就像一种由其他集合所导致的演绎的合成，重新连接起了这些之间的可能性。如此一来，我们观察到建构概括化是如此这般，也就是说作为分化以及整合的器官，孕育了新的形式与内容，让“内在变量”这一概念把两个补充方面结合在了一起。

第九章　相对运动问题

与C. 坎米、E. 德克斯和S. 达扬合著

本章要研究的问题与大多数以前及之后的问题不同，在那些问题上面的归纳性概括化几乎很少会遇到障碍，儿童可以独立地理解规律产生的“原因”；然而这些原因，不是分阶段逐步被发现的，而是在年长一些的时候，在考虑相对运动的常见问题时，碰到了出人意料的困难时才被理解的。事实上，当一只蜗牛在我们放置的平板上爬行时，或者当一个乘客步行走过一列火车，主体从临近形式运算阶段起，就或多或少地，能够很容易地理解任务中由两种运动组合而产生的实际位移，因为这些物体中的一个的运动是由另一个引起的。相反，如果支持运动的载体本身不是平移的（就如平板车或火车一样），而是可以旋转的，如滚筒，我们在滚筒上面推动一块木板，这些被试（甚至成年人也经常这样）就会遇到理解上的困难，为什么如果滚筒相对于桌子来说前进了n个单位，木板则会移动$2n$个单位。事实上，滚筒在旋转时，它自己也向前了n个单位，这样就应该再加上滚筒使木块向前产生的距离。然而，我们一下子就能看到这个解答中所存在的障碍，仅仅是滚筒的旋转需要被转化成线性路线，但更重要的是，当滚筒带动木块前进的时候，木块也在使得滚筒旋转。尽管这种从运动到相互作用的情景是每个儿童每天在他的脚踏车上会经历到的，但当前对于他们来说却是很困难的例子，因为当使得木板前进的滚筒自己在延迟滞后的时候，木板反而得到了向前的动力。因此，使我们感兴趣的是研究这些外延性和建构性概括化之间的关系，在这种情况下，这些概括化只会在很迟的时期才能从观察规律中得出原因。

最初的研究方法包括展示1块50cm×12cm的木板，我们在一些直径4.5cm，长30cm的圆柱形的滚筒上推动木块，或者用直径2.2cm，长30cm的滚筒，在滚筒任务之后，我们再增加1个边长2.3cm，长50cm的方形棍子以及1个边长2.3cm，长20cm八角形的滚筒，1个使操作更方便的防滑垫，以及1条由被试来放置的软尺。第一个问题是：宣布我们要推动木块到一个指定的位置，例如20cm，80cm，40cm，等等，并由实验执行人员标注出木块的起点和终点，需要被试预测出滚筒到达的位置。在做出预计后，我们进入观察阶段，直到这个儿童的预测达到了他的最大的精确度（从1到2的联系不是所有年龄都能发现的），接着我们要求他做出解释：“为什么（滚筒前进的路径）是木块的路程的一半？我们是否能够采取一些方法，使它变成1/3，而不是1/2？”

我们首先使用这些小的滚筒，接着用那些大的滚筒，以便观察（儿童）是否能形成概括化。在方形或者八角形的例子中，我们提出了这些相同的问题，但考虑了滚筒固有的单位的优势，即“有几个边？”于是，我们使得木块的前进在侧边上与棍子和桌子做精确的对应。

第二个方法几乎用到了所有的被试身上，我们增加了一个支撑物，用来使八角形滚筒原地旋转但不前进。接下来，我们让他们预测，观察并解释木块在悬挂着的八角形滚筒上的运动，并与木块在桌子上的运动情况进行比较。我们认识到，这个装置对于阶段Ⅲ的最初水平（被试）是一个很大的帮助，但对前面的水平（被试）几乎没有实质上的影响。

1　阶　段　Ⅰ

这些4—6岁的被试都承认木块会比滚筒更远，但这只关系到一种质性关系的归纳性概括化，因为这种“更远”还没有量化到一半或者两倍。另外，分辨出ⅠA水平是很有意思的，在这个水平，被试还未把外部参照考虑进来，他以为在木块前进的时候滚筒在后退。

Rob（4;6）　“如果我推（八角形的）滚筒上的木块到那里（60cm处），会发生什么呢？”——“接下来，我认为这个路线是这样的（他让滚筒往前到木块所在的终点）。”——“请解释。”——“（滚筒是在）那里和（木块在）那里。”——“如果我向后转呢？”——“滚筒会路线更长。”——“看（新的解释）：哪个路线更长？”——“木块。”——“哪个更短呢？”——“滚筒。”由此，他完成了相当不错的概括，离中间不太远，直到这些概括引导他到滚筒的倒退的那一刻：“如果我从那里推动木块，滚筒会移动到哪里？”——“往那里（相反的方向）。”——“看（解释），发生了什么？”——“只要指出来。”我们使用了另一个滚筒，这次是圆的：“它滚动得很好！”——“如果我在那里推动木块，滚筒会到哪里？”——（方向相反）——“看，你是不是弄错了？”——“它应该是这样运动的（他试着让木块向一个方向前进而滚筒向另一个方向运动）。”

Mir（6;0）　我们演示了35cm长的木块的运动，接着我们在35cm的新起点线上放了一个粉红织带做终点，并问她滚筒会到达哪里。Mir指出20cm的后退处，并把它在垫子上标示出来。我们让她解释：“这和你想的一样吗？”——“是的。”——“但它不是往那边（后退）的吗？”——“不是那里。”——“你能向我描述它开始时是在哪里吗？”（她把起点向后移了10cm）。接下来，不管我们给她的何种提示，她指出木块的路线是起点后面的末端以及终点前的末端，这些都让路线翻倍了，但显示了被试利用有效参照物的能力有点欠缺。

Cat(7;0) 尽管她的年纪很小,在做了一次相等的预测之后,她就仅仅说了"木块会更远,比柱子更远";接着她更进一步说"一小步"(在桌子上和运动物体之间做了相同的估计,没有任何运动搭配)。我们让她推动另一个没有木块的滚筒:"现在,如果我们把木块放上去:如果我们这样旋转它,木块会后退,它会向后前进……不是向前。"

要注意的一点是,还没有出现对于滚筒上面的木块前进量的预测(Rob和Cat)。但一旦做了这些观察,概括化是容易的,但只是质性的评价,诸如"一小步"和"很远"等。另外,因为这些被试完全没有利用参照物(如Mir不管那些粉红的带子),除了两个运动物体之间的距离,他们最终假设了滚筒的后退,例如Cat有一个费解的观念,尽管有7岁了,她依然在木块和滚筒的运动中得出了一个完全相反的方向。我们看到,在这些最初的以及更有启发性的反应中,被试还远不能根据这种滚筒的运行所束缚的木块运动而得出有效的联系,因为对于ⅠA水平来说,它们的路线相同与方向相反的意义是相同的。

水平IB是介于先前的(除了一些倒退)和水平ⅡA之间的中间阶段,水平ⅡA能够对木块的前行进行系统性的量化评估。

Cri(5;6) 预测滚筒会与木块到达相同的终点,接着观察到木块的前进,他这样解释:"因为木块更大,而滚筒就像我们看到的,是很小的(他比较了两者的长度)。"接下来,他预测是接近中间,当我们拿出一个大的滚筒,他预测会比中间远一点:"(解释)这是对的吗?"——"不对,因为滚筒太大了。"

Ste(6;3) 在观察之后,他指向靠近中间的位置(20cm到50cm的路线),但对于70cm的路线则指出了3/4的位置。

Jel(6;3) 在做预测时比较慎重:"我还不知道。"接着他预测木块会"到达中间,因为那里有好几个平面(指八角形的面),当(滚筒上面)有其他大的物体(指木块)时,就总是会到中间的地方"。对于一个6cm直径的圆柱体滚筒,他说"会滚动得很快",但它会停在中间,"因为它是圆的,并且用的是相同的木块"。对于4cm直径的圆柱体滚筒,正相反,他无任何原因地指出2/3的地点,但具体定位时则出现了困难。木块超出的距离是因为"它不滚动,它向前,同时圆的(滚筒)会向后"。——"它不向前吗?"——"不……是的,(但)木块更快,因为它是平的,而圆的那个是圆的。"——"为什么呢?"——"因为木块更长,而圆的更短。"——"如果我们把木块截短一些呢?"——"圆的会到这里(比之前的近了一些)。"解释:"我们可以说它(圆的)会向后。"——"我们能不能采取其他的办法,让它们停在一起呢?"——"不能,因为木块更快。如果它没有那么快,那么就会停在一起了。"Jel最终给出了准确的一半的预测,并因此进入第二阶段。

在这些回答中,有两处很有意思的观点。第一,这些被试仍然相信木块和滚筒的两种运动是彼此对立的(不再说滚筒的后退,但规则是相同的),但这种情况在水平ⅡA就不再存在了:木块运动得更快是因为"滚筒太大了"(Cri)或者"因为木块更长"(Jel),如

果我们减少木块的速度，这两个物体“会停在一起”(Jel)。第二，这一点会持续到第二阶段期间，滚筒的滞后是由于它是“圆”的这个事实，它的圆周在下面使它向后，这样它就会“向后”(Jel)，这应该被看作是向水平ⅠA的倒退，但仅仅反映了此后在圆周运动转化为线性路线时的困难。而这种困难同样会在观察阶段延续：“我们可以说它(圆的)会向后”(Jel)。

2 阶 段 Ⅱ

从ⅡA水平起，这两个物体的运动是相互联系的了，但这还不能意味着(儿童)能很好地理解旋转运动，而仅仅是将它当作一种依从性。另外，这些进展也标志着在定位方面(尽管在水平ⅡA还经常有超越和路线之间的未分化状态)，这些被试最终在路径减半问题上达到了一种有根据的可概括化的量化评估。

Fab(7;0) 还预测滚筒将会与木块一样远，虽然做了观察，但她仍回到了这个错误的预测，“因为它们一起滚动”，这本身是独立想法的一种进步。然而她接着认为“这很正常”，即总是能重新看到“滚筒会到中间位置”，但却不能找出任何解释。

Pic(7;8) 经过观察，她每次都指出是“一半”，但没有解释。于是我们向她展示了悬挂的滚筒，她说“我们旋转它，接着它不动了，但这一样会让木块前进”。这是对从属关系的一种认识。但令人感兴趣的是，她不再试图重新找出一半的原理，因为当木块为“2步”或“2步”时，八角形滚筒也为2步或4步。当我们重新回到没有悬挂装置的桌子上时，她轻率地放弃了：“4步和4步。”——“它们达到了同一个地点吗?”——“是的。”——“但看一下这里。”——“木块比较远。”——“它是更快还是相同?”——“是相同的。”我们看到这些概括是经常地停留在外延，错误而又一致。

Vad(8;9) 预测木块将会“远一点”，接着，在观察之后说：“木块总是滚筒的两倍。”——“为什么?”——“我不知道。”悬挂装置没有启发到他，但他坚持这种差异与桌子上发生的事情有关，即木块为“两倍”。我们尝试帮助他，把一只沿着运动中的木块行进的蜗牛展示给他看，他意识到为了更快前进，应该“搭乘木块并同时自己也前进”。——“那么，当它们两个同时前进的时候，会更快吗?”——“是的。”——“这个(悬挂装置)像我们在垫子上操作的那样吗?”——“是的，有点像，因为当木块前进时，滚筒也在前进。”因此有了从属关系，但他没有明确地表达出这个意思。

Syl(8;3) “木块总是比滚筒远一步。”——“对于2呢?”——“4步(在相等的预测之后)。”——“对于3呢?”——“6步。”解释：“因为滚筒是圆的，因此它会旋转……而木块停留在它的上面”，所以滚筒在旋转时会有一部分回到原点，它会滞后。Syl

与Pic一样,对于悬挂装置,找到了一个相等的原理,接着就希望把它概括化到普通的情景中。

Fer(8;11) 也是同样的解释:"木块在上面,滚筒在下面,因为木块是长的而不是圆的,它会更远。"

Bir(8;11) 正相反,从一个看起来像是旋转运动的完美模式开始:"滚筒没有木块远,因为木块在滚筒上前进,而滚筒在桌子上前进……滚筒使木块前进,木块会到达那里。"但这只是一个表面现象,而Bir用一种最清楚的方式明确地表达了他的想法,他说木块同样使"滚筒行进2倍",这是因为滚筒在"原地转圈"(因此是1:2的关系),然而,"木块是平的,滚筒是圆的,木块这样向前(平移的手势),而滚筒是旋转着前进(准确地比画了环形的外摆线,而不是摆线,这确实减慢了行进)"。

Lur(9;1) 还是预测了相等的路线。与此相反,更惊讶的是,他立即通过事实解释说"滚筒在旋转,而木块在向前",这与Bir的意思完全相反,等等。对于悬挂装置,他的理解没有引入任何变化。

这里的检验是为了比较水平ⅡB的被试。在一般标准中,在这个水平里,这些被试还未接触运动或相对速度的基本概念,他们开始在空间定位中同时考虑两个系统。这种进步在现在的情况下(尤其是现在)通过事实显示出来,这两个运动物体的路线上的种种迹象变得清晰起来,并且像水平ⅡA那样,(被试)经常不再满足于利用单一的超出距离来描述木块的路线。另外,木块路线的双倍长度原理的归纳性概括化也变得更加完整,除非被试听从于相反的建议,或者对滚筒的形状或直径之间存在的巨大差异产生了犹豫。相反,对于这个原理的原因,这些解释则很少超过了我们刚刚在水平ⅡA上观察到的表现。

Ast(10;7) 很快就发现了这个原理,"啊! 是一半"。但一开始时除了"滚筒不能总是跟随一起前进"之外,他未能说出更多的理由。对于方形的棍子则相反:"当旋转时,木块向前是正常的……但当向前运动1/4时,这个边(棍子的一个边)会向下(相对于垫子来说),这会使所有的物体都移动,木块就有了更多的时间再向前1/4。"因此木块相对于柱状体多前进了1/4,相对于传送带来说则是2倍。

Rod(10;2) 从一些相当基本的话语开始:"木块向前得更远是因为我们需要推动它,滚筒运动得慢是因为它差不多是自己在前进。"但接下来的解释转向了"圆"和"平"的样式:"因为滚筒应该旋转,木块应该向前,因此就像这样,这个滑动一些,这个独自运动……因为滚筒不是平的:如果我们有2个木块,1个放在另1个上面,事情就不是这样子了。"

Odi(10;10) 则相反,看起来更接近旋转运动:"当滚筒滚动的时候会让木块启动,但木块可能更快一些。"——"为了让滚筒到达1/3的地方,我们应该怎么做?"——"需要一个非常大的木块:木块会更远,这会阻止滚筒继续运动。"对于方形的棍子:"这总会是1/2,我认为这是肯定的。"——"为什么?"——"总是相同的:

棍子运动得慢一些，因为它要推动木块。"(对于运动的物体来说，旋转运动会被还原为速度的失去，但他当时看到了这两个物体都是运动的)："不对，木块推动着棍子，但这个(棍子)是木块的支撑。"——"那么？"——"方形物会向前，并会使木块向前。"——"如果我们推动木块呢？"——"那么木块会使得方形物向前。"悬挂装置没能帮助他理解，"不！"最后他像是屈服了："如果有一个使木块前进的轮子，木块会前进双倍的距离，因为滚筒在自己动的同时会让木块运动得更快。"——"……但为什么是2倍远而不是3倍或者4倍呢？"——(思考了一下)——"这个我不知道。"

Gil(11;11)　停留在环状和线性的模型上："滚筒旋转了而木块滑动，因为它向右运动了。"我们向他描述了在一个小木板上爬行的蜗牛，它以相同的方向向前："滚筒上的木块是不是和蜗牛有点像？"——"是的，有点(在说了'一点都不'之后)，木块在滚筒上也是向前的。"但他除了和Odi相同的"双倍"的解释之外，就再没有观察到什么了。

因此，阶段Ⅱ的新生事物是两种运动的关联被发现了，然而还在水平ⅠB的时候，滚筒和木块是两个独立的物体，仅仅是其中一个更大更长等等，以及运动得更快，但只要将两个物体停顿在一起，就足以缩短或者减缓这种差距。这种相关的第一个结果是，简单的2倍相关的原理由完全方式实现了概括化(除了几个反向暗示的效应)，因为即使不能用数字报告来解释，但通过它的规律性，被试找到了一个使得两种物体在动力联系上的原因。

从这种联系开始，Fab(水平ⅡA)受限于观察到的"它们一起滚动"，开始时的结论是它们应该到达同一个地方。Pic更明确，她观察到不论是否悬挂，是滚筒"使木块前进"，但她也很自然地总结出目的地是相同的，这也是她在使用了悬挂装置之后想要得出的结论。从水平ⅡA开始，大多数被试同样地观察到，就像Bir最明确地说出的那样，"木块在滚筒上前进，而滚筒在桌子上前进"。只有Vad没有明确表达出这个意思："当木块前进时，滚筒也在前进。"水平ⅡB的Rod甚至引用了这件事作为一个因素：我们推动木块，木块对滚筒起少许作用。但除了最后一个被试之外(此外，她随后改变了解释)，其他人都能发现滚筒对于木块起作用的2倍原理的原因。当Odi说，滚动作用于木块，但木块能行进得更快，比较像是接近这种理解了；除了他精确地区分了这种模糊的联系，他说了"但它能"而不是"因此它应该"。接下来他从动力学的角度，正确地分析了这两个物体之间的相互作用，然而在动态的观点上，他奇怪地以运动物体速度的丢失作为解释的理由。

于是，在第二阶段，他们共同地接受了滚筒作用于木块，在这种情况下木块受益于滚筒的旋转，同时这种旋转在桌子上产生了等值的路线(即2:1的比例)，除此之外，被试理解的障碍又是什么呢？这主要是一个建构性概括化的错误，这里存在等值性形成的双重滞后，包括滚筒的圆周路线和它在桌子上的线性路线的等值性，以及滚筒旋转时强制性地转移到木块上的一种线性路线的等值性。

在这方面上，这种直线和曲线（或平的或圆的，等等）之间的对照模式如此地常见（从ⅠB水平的Rob到Jel，ⅡA水平的Bir和Lur，到ⅡB水平的Ast、Rod、Gil），这是非常值得注意的。当木块的前端位于A_1位置，圆周或者直径的顶端位于A_2位置，前进中的木块路线是A_1B_1。当滚筒顶端的A_2点“向下”的时候（如Ast所描述的），也就是说向下回旋：给人的印象就是木块在前进而滚筒在“后退”（Jel），“旋转”（Syl），“原地转圈”（Bir），以及“全在移动”（Ast）。然而，这些被试完全忘记了：正对着滚筒顶端的A_2点的反方向，在它的底端有一个对称的A_2'点，当A_2点下降弧形A_2B_2时，对称点A_2'上升同样的高度$A_2'B_2'$，这在桌子上是以一段与A_1B_1相等的直线来记录的，由此，滚筒向前的行进距离是$A_2'B_2'=A_1B_1$。不仅如此，他们还忘记了木块前进的A_1B_1，正是因为滚筒旋转了长度等于$A_2'B_2'$的A_2B_2，这样一来，木块就同时受益于滚筒在桌子上的旋转和由此旋转产生的它自身的向前：此处的比例关系是2:1。然而，这些孩子尽管说是滚筒使得木块向前，但没有用相等的长度来表达出这个意思，旋转$A_2B_2(=A_2'B_2')$和转化A_1B_1。由此可知，他们都同意滚筒在木块运动上的因果性影响，但他们既不能理解为何会产生超过的这部分距离，尤其不能理解为何是2:1。这两个中心事实因此而基于简单的观察事实和归纳性概括化的事实之上，而这却是问题的关键，也就是说旋转和平移的长度的值，需要一种机械装置来明确表达出建构性概括化，这种装置应该“滚筒自己动的同时，会让使木块运动得更快”，如同Odi说得很好但理解得却很差！

3 阶 段 Ⅲ

这是11—12岁的阶段，这些假言推理的运算允许关于相对运动的理解被运用到其他领域，先前的问题被这些被试解决了，我们尝试近距离地观看他们如何理解也很有意思。这里先从两个介于ⅡB和Ⅲ之间的中间阶段的例子开始。

Nar（11;11） 从明确指出“滚筒的向前由木块引起”开始，木块被他推动，由此引出ⅡB水平的一个解释：“滚筒自身旋转，而木块总是向前运行。”但当他意识到这不能解释2:1的关系时，我们向他展示了悬挂装置，他受到了启发：“当滚筒在地上向前时，因此产生了2:滚筒在地上的距离加上木块在滚筒上的距离……接着那里（悬挂装置）滚筒不再旋转向前运动，因此，木块只向前了1。啊，是的，一旦我们发现了这个，就显得很傻！”

Fri（12;3） 说明原理以及解释它时用了重言式。“是的，但这是怎么产生的呢？”——“木块向前与什么有关系呢？”——“与（八角形的）每个侧面有关系，而滚筒是返回到自身的，木块是笔直向前的，但滚筒的返回产生了一个很短的路线。”所以这是ⅡB水平的解释类型，但悬挂装置启发了他，因为当八角形“旋转但不向前”时，而“木块可能向前”，当角柱只“旋转”，“那么，当它在桌子上时呢？”——“滚筒向

前并同时推动木块……啊！我理解了，木块不比滚筒向前得更远(因为是滚筒推动的木块)，但滚筒是在桌子上和它的侧边上向前的，这会产生双倍的距离。”

在接下来的四个被试则正相反，只有第一个看到了悬挂的旋转装置，但他的推理在分析时却差得比较远，这也提醒了我们在第二阶段的末尾用符号表征做了阐述。

Lam(12;4) 在陈述规律时没有看到必要条件。在看到悬挂装置时，也仅仅满足于描述与地上的情况之间的种种不同。相反，对于一个两倍值的估计，他大声喊道：“啊！我认为我理解了。当木块向前走了1格，这个(滚筒)也走了1格，这就自动产生了2格：当木块从那里的点(我们的象征点A_2)向前的同时，这个点向前($A_2 \rightarrow B_2$)，就产生了2倍。木块向前了2cm(A_1B_1)，下面的(滚筒为$A'_2B'_2$)也是……当八角形在垫子上向前时，木块也在向前，垫子上2cm和那里(A_1B_1)的2cm。”——“那么，对于这个(方形棱柱和木块)呢？”——“这是同样的现象：支撑点(A_2)也在向前，会自动产生2倍。”

Fra(12;3) (技术I)很快地看到滚筒“停在木块前进的中间”以及“总是在中间”。但他唯一的解释是“木块行进得更快。”——“为何是2倍？”——“我不知道。”对于方形的棍子：“当我推动木块超过棍子(此处=滚筒)时，木块越来越向前……每次我们旋转棍子……木块向前了棍子的长度：它总是多了1圈。”——“4步之后呢？”——“木块将会有点接近那里，棍子在中间。”——“为何是中间？”——“当我们旋转(滚筒)时，木块向前了棍子的长度……它们一起向前了相同的距离：当棍子向前了1，木块向前了……2。”——“如何产生的？”——“因为棍子旋转会带动木块到这里，木块总是会在棍子后面2cm的地方(=超过)。”——“总是吗？”——“是的，当棍子在4时，木块应该在8。”——“怎么会这样呢？”——“当从那里出发，会发生：棍子转了1圈，而木块转2圈。因为棍子带动了木块……这会多了1圈。”他对其他的滚筒也是同样的反应：“为什么会快了3倍？”——“这取决于尺寸大小吗？”(犹豫了一下，接着)“这和其他的是一样的，总是2倍远。”——“即使是1个很大的？”——“3，这不可能吗？”——“不，木块总是多行进了1圈，总是。”

Ina(13;3) 预测了“在中间”，但对于其他的长度则犹豫了。从第一个核对开始：“我认为总是一半，因为每次我们旋转滚筒，它这样(侧边)向前，因此木块总是向前2倍。”方形角柱：“如果棍子旋转，木块必然更远，因为棍子也在旋转(=向前！)，因此木块会在2，而棍子会在1。”(解释)“是的，因为木块总是停留在那里(滚筒的顶点A_2向B_2移动)，因此总是2倍。”

Sta(13;4) “这总是2倍吗？”——“是的，这是逻辑：如果我们推动那里的滚筒，木块应该是2倍，每个平面(八角形的侧面)都推动了相同的长度。滚筒使得木块前进，木块也使得滚筒前进。”——“只前进1步。”——“那就是我推动滚筒向前1个平面的长度，这会使得木块前进2倍：1倍是我使得滚筒前进的距离，另1倍是滚

筒使得木块前进的距离。”

我们清楚地看到，建构性概括由什么构成，最终由这些被试证实了；我们也更清楚地看见，Nar和Fri等受到了悬挂八角形装置赋予（在他们理解的情况下）他们的这种差别的引导。然而，Lam和Sta，则表现出了对这种装置分离出的两个步骤的即时性整合。然而这两个步骤只构成“旋转”和“向前”，看起来是如此明显的相互关联，在我们为了解释它们的滞后联系的介绍中造成了所有这些明显的困难。例如这样的事实：Ina说的“棍子旋转”表示了它的侧边的向前，而在ⅡB水平中“旋转”是与“向前”相反的！

事实上，Nar和Fri需要看到悬挂装置才能理解：(1)滚筒能在旋转时使木块向前，而它自己不在桌子上时却不向前移动；(2)因此，一旦重新放置到垫子上，它在旋转时会同时产生两种不同的作用，推动木块向前，它自己也向前移动了相同的长度。对于Lam、Fra、Ina和Sta，这些事情显得更加简单，就像Sta说的，“这是逻辑”，要在滚筒使木块产生的移动上再加上它自身的移动。但对于Lam在分析中的描述，以及Ina的部分描述（已经很接近第二阶段末期的符号化格式了），这些事实是非常复杂的，因为同时有两个点要被转化为滚筒的旋转，以移动的方式与外部的参照相对比，并且还要整合木块在滚筒上面的运动。一方面，是滚筒顶点A_2的旋转引起了木块A_1B_1的移动，但同时又以不可分离的方式，滚筒底端的对称点A'_2的旋转造成了它在桌子上的直线向前，A_2B_2和A_1B_1的值相等。然而，水平ⅡB的被试很好地看到了滚筒在A_2点推动了木块，以及它自己在A'_2点的前进，但他们还不能理解这还需要增加两个分离的过程，因为他们看到A_2到A'_2的经过，就像一种倒退或者“原地转圈”（ⅡA水平的Bir）。另一方面，他们没有看到滚筒的旋转显示为线性的方式，但也同时在这两个方面上以分离和相互关联的方式在旋转：在木块上是A和B，以及在地上的$A'_nB'_n$，因此木块的向前应该是$AB+A_nB_n$，即当滚筒的距离是$A'_nB'_n$时，木块的距离$=2A'_nB'_n$。

这两个分离的步骤在一种现象中的一体化构成了概括化，这和所有的相对运动的构成一样很清楚，因为它构成了在一个整体中实施的两种位移，从而了解了在这种情况下旋转和平移之间的关系，以及与共同参考系相对比的平移值。但这种滞后概括化的困难和它的建构性特性，不是2:1原理的简单的归纳性概括化。不考虑它的原因，取决于实现那些在一个复杂的机械装置上分化和再次融合的必然性条件，其外形知觉是一个简单的相互关联的传动装置，这个传动装置应该能够提供两个相等的速度，就像一个骑手和他的脚踏车一样（参照Fab和Pic，当她们发现了相关关系的时候）。事实上，这种分化就像此处最难执行的运算，因为问题在于区分滚筒滚动造成的两个不同的作用，它在木块上的作用和它在地上的移动。因此我们可以说相对于概括化来说，这更涉及抽象思维。但不可否认抽象思维的作用在所有概括化中是必然性的，然而，坚持这样一个分化的概论的特点是恰当的。事实上，在于理解旋转作用被运用到了滚筒的圆周的所有点上，而在第二阶段这一点却不被理解对于ⅡA和ⅡB水平的被试来说，仍有滚筒前进的那些点，但也有简单地标志着一种下降或者“原地”的那些点，就像Bir另外指出的：像

外摆线的路线，而不是摆线，因此是一种环形的移动，也就是说向后返回。然而，概括一个平面上的旋转前进并不是这么简单的，因为除了摆线的设定（通常会确切地滞后到第三阶段），一个运动中的圆上的一部分点在其他的点向前的时候确实显得在后退。总而言之，第三阶段的建构性概括化的滞后出现，以及仅仅是在归纳性概括上加上“总是”这一内在必然性的新特征，这种表现（例如Lam说的“自动地”，Sta认为的“这是逻辑”，或者甚至是Nar最终意识到的“显得很傻”，这些都可以作为这种情况的证据），显示出分析这个困难问题是多么合乎情理了。

第十章　在概率问题上的观察及“原因”

与AL.莫罗合著

前面的章节已经使我们习惯于一个观点,即这些归纳性概括或纯粹的外延性的概括化只能在观察层面上发生,在诸多类似的情况中找到共同特征,然而这些建构性的概括有助于在那些结构中插入这些合法的关系,只有这些结构才会给予其某种必然性,后者反过来再给它们提供一个“原因”。在后一种情况下,外延性概括化(即所谓的“总是”)是这种必然性的结果,而不是它的原因。如此一来,这种基于“内涵”的“外延”不再与归纳性概括化具有同样的意义,也不再是源自于发生性世系(filiation génétique)。

然而,如果这些论点在某些问题上对于我们来说已经相对显而易见的话,如第六章和第七章中的空间长度的问题,或者第八章和第九章的那些运动的问题,那么在这些问题上,在观察层面与原因层面进行辨别是容易的,甚至在某些例子中(如第九章),问题会出人意料地被解决,我们能考虑这些大概率发生的问题的对比,或者更确切地说,由于在博彩游戏领域观察到的事实,以及它们的规则的设立来看,概率(因为在接下来的技术意义上已经不涉及大概率)从一开始就已经涉及对那些关系的一定的理解。

本章研究使用的是轮盘赌问题,但是不押注,或者不直接押注,只是估计获胜的概率。第一个中心问题只在于预测,如果赢了人们可以得到多少筹码,规则是在n种可能中,如果选为获胜的话,有$n-1$种可以获胜的选择(在两种可能性中选择一个筹码;4选3,8选7,36选35)。但这些初始规律性一旦确立,剩下的任务就是找出原因。第二个问题是,我们要考察,预先的断言是如何做出来的,以及谁会发现这些收益是随着赢钱的困难度的增加而增多的,或者说与它的容易性是相反的关系;到此也是在这里,不管本质是什么,游戏中的这些问题触及被试对于概率的估计。

用到的装置由一个赌场用的轮盘及用来做底盘的四个不同的纸板。在每个纸板上都能很方便地下注:要么下注一个数字,不是偶数就是奇数;要么下注颜色,不是黑色就是红色。

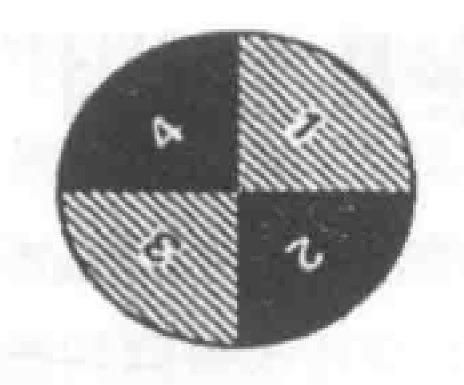
——第一个纸板(Ⅰ号板)包括4个号码:从1到4。

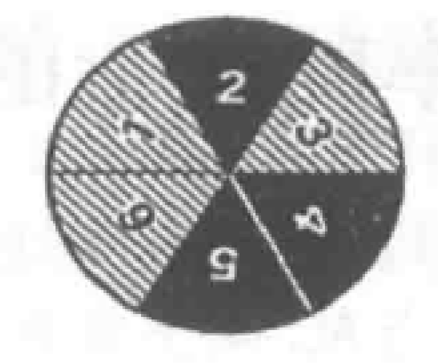
——第二个纸板(Ⅱ号板)包括6个号码:从1到6。

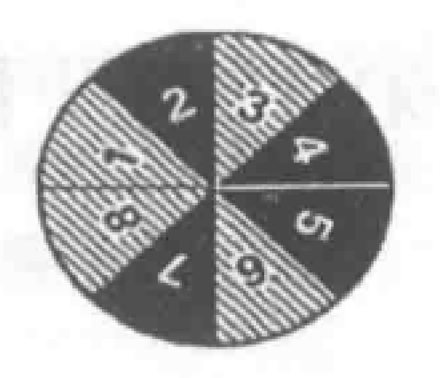
——第三个纸板(Ⅲ号板)包括8个号码:从1到8。

——第四个纸板也是最后一个(Ⅳ号板)包括36个号码:从1到36。

对于每个纸板来说,我们沿着轮盘的中轴装上一个圆盘,只写上与即将用到的纸板相对应的数字。(见图6)









与Ⅰ号板相对应的圆盘　　与Ⅱ号板相对应的圆盘　　与Ⅲ号板相对应的圆盘

图6

对孩子们的问题是从对于这个设备的功能描述开始的:带小球的轮盘,用于下注的指定纸板的用处(一般是从Ⅰ号纸板开始,它是最简单的)。我们向他们解释游戏的原理:在纸板的空格上放一个筹码(可以下注一个数字,也可以是一个颜色,等等);投掷小球,当轮盘停在我们下注的数字或颜色前,我们就赢了,等等。在相反的情况下,就是输了。我们要强调一个事实:输赢对于游戏本身来说并不重要,主要是精确地预测如果赢了的话,会获得多少筹码。

接下来实际玩几次,直到(儿童)发现了其中的规律(以Ⅰ号板为例,赢一个数字得3个筹码,如果是赢了偶数或者奇数就会得1个筹码,赢了黑色或红色也是得1个筹码)。我们要求解释这些规律,如果解释不太完善,我们就会用第二个纸板(通常是Ⅱ号板)。当这些新规则被发现(此时押中一个数字会获得5个筹码),我们会要求对不同情况下赢得的不同收益提供新的解释。

在发现了其中的规律之后,接下来我们会考察被试是否能够预测:(a)如果用一个有36个数字的纸板,赢了的话会得到多少筹码(概括化到n);(b)如果下注两个筹码或更多,会得到多少筹码(乘法概括化)。然后我们要求(被试)在获胜的容易性(或者困难性)的准则下,在多种概率之间进行不同的比较。例如:在同一个纸板上下注一个数字或偶数;在不同的纸板上下注同一个数字;在两个不同的纸板上下注偶数……

在所有这些情况下,我们细心地控制儿童会用到的词或者表达的真正含义,诸如:机会,可能性(possibilité),在n上有x个机会,等等。

这种比较能够操纵有利和不利情况之间的比率,由此我们得出了一个轮盘赌上的获利分配的规律,它也是最普遍的和最完善的概率。

1 规律性的开端

在处于前运算水平的阶段Ⅰ,这些被试在游戏的一开始,不会就一个规则对于收益的分配进行预计,因为我们要求他们自己去发现。但在ⅠA水平,除了某些有明确目的

的假设（如因为在数字4上下注了，所以预计会赢得4个筹码；或如果下注了偶数，就会赢得一个偶数的筹码；如果下注奇数，则赢得一个奇数的筹码）外，我们发现了一种特殊的类型，下面是一些例子。

还是7岁大的Deg在数字1、4和3上下注，一个都没中，但我们还是给了他3个筹码。当他在数字2上下注，2出来了。他因此得出了结论："3，因为我输了3次。"而对于奇数，他收到了1个筹码，于是他理解为"是因为那些奇数（指那些展示给他的短级数）都是从1开始的"。Eli同样在数字3上失败了3次，于是她确认之后还是会再出现3的："啊！是的，因为最开始的时候，我在数字3上失败了，因此我们现在选3就会赢。"接下来她也不再有继续玩下去的动力了。

因此，从一开始就存在的问题是：我们想要知道，在最摇摆不定的归纳性概括化的开端，是否就已经包括了对原因的研究，以及这些原因的构成要素（与更高级水平上建设性概括化的形成相比较）。我们可以先想象在这些情况下，一个这样的研究要由事实组成，其不再涉及物理定律，而是由一个未知的、随意设想出来的游戏规则组成。仅仅是在某些特定的与矛盾有关的物理研究的场合下，例如一个轮子自发地向高处滚动等，这些有待发现的联系也全部是隐藏的，只能通过持续的比较来发现，不能直接在独立的观察中轻易得到。因此这种情况在这些游戏规则中并不是特殊的。

在这些条件下，我们能够假设，在通往成功的方法上，可观察的非即时性规律性的最初研究应包含下面两个不可分离的因素：(1)一个与之前的建构性概括化有关的活动（有时候是感知运动的），并且不是在实际问题的情况中形成的；(2)游戏中关系的确定，这些关系是通过连续的观察比较得到的，它是已知的但不是构想的，是在客观情况下固有的，并且在被试的独立特征中被考虑。

如果这是一个连续的进程，我们能够假设，对于规律的原因的探究会更多地允许在之前未"曝露"的关系的形成，即将规律介入演绎性结构，从而赋予了它必然性。这不是既有的事实，而是在一定程度上是一种"发明性"建构（相对于对业已存在进行观察而有所发现）。不过，在水平IA得到印证的某些假设并没有被包含在这两个范畴的任意一个中。一方面，它不涉及对情景中的客观特性的使用：由于输了三次或者开始在数字3上输了，之后下注3就能赢，这些早先的例子构成了那些参与游戏的主体或想象规律的主体的参照。然而，在另一方面，这些主体并不同于更晚一些时候形成了"演绎结构"的那些认识论主体：他们是个别化的主体（因此是自我中心性的），被放进了独立"存在"的变动情况中。

2 水平 IB

在子阶段IB中，这些"主观"动机消失了（在对术语的了解上，在更高层面上与演绎

的“原因”无关)，尽管被试仍然在最初会相信这些要寻找的规则是随意的(参照下面Ben的案例)；从这些最初的观察开始，他就抱着为了发现那些可控制的概括化的目的去寻找这些深层关系。这是从这个水平开始观察这些举动的一些好处，大约从六岁开始。

Ser(6;1) 预测Ⅰ号板会得到4个筹码，如果她对于数字4的选择被证实了的话，那么选数字2就会得2个筹码，选1则会得1个筹码。数字4出来了，我们给了她3个筹码：“为什么？”——“我不知道。”接下来继续：“总是3！”——“如果你在3上下注，会得到多少？”——“6个，因为2×3=6……除非可能总是3个筹码！”我们继续：“每赢1次就得到3个筹码！”——“那么这里呢(黑色红色或偶数奇数)？”——“我会尝试一下红色。”——“如果你赢了呢？”——“可能是3个筹码。(解释)1个！”——“为什么？”——“我不知道。”——“我会尝试偶数。”——“如果赢了呢？”——“1个筹码。在上面(数字1—4)会得到3个，在下面(黑红-奇偶)会得到1个。”——“你确定吗？”——“是的，确定。”——“这是偶然的还是会有一个解释？”——“我认为有一个解释。”——“你了解它吗？”——“不……因为这不是相同的：那里是数字而这里是颜色(她明确指出偶数奇数不是刻在数字上的)。”接下来换成Ⅱ号板(6个数字)，她预计会得到6个筹码：“这会比刚才更容易赢吗？”——“不，会更困难，因为有6个数字而不是4个。”她在数字5上下注，而5出来了。我们给了她5个筹码：“啊！因为是在数字5上下注的。”——“你想玩哪个？”——“数字6。”——“你赢了呢？”——“5个筹码。因为那里已经得到了5个。”——“为什么？”——“因为增加了2个筹码(在Ⅰ号板上赢的)，而这里(6个数字)也是增加了2个数字。”——“当有4个数字时，赢了几个筹码？”——“3个。”——“如果是6个数字呢？”——“5个。”——“那么这个Ⅲ号板呢？”——“8个，因为有8个数字，啊！不对，会得到7个筹码。”——“为什么？”——“这里和这里都拿走了1个。”回到获胜的容易性上，她确认在数字上Ⅰ号板比Ⅱ号板更容易赢，“因为Ⅰ号板有更少的数字”。在偶数上获胜的可能性则是“那里(Ⅰ号板)比这里(Ⅱ号板)有更少的数字。”——“仔细看一下，当我们在这里(Ⅰ号板)下注时，需要小球停在哪里才能赢？”——“那里(2、4)。”——“那么这里(Ⅱ号板)呢？”——“那里(2、4或6)。”——“当下注偶数时，哪个纸板更容易赢？”——“那里(Ⅰ号板)，因为有更少的数字。”——“如何解释这里(Ⅰ号板)会得到3个筹码，这里(偶数奇数或黑色红色)得到1个筹码，而那里(Ⅱ号板)得5个筹码？”——“因为增加了2个数字(在之前的纸板基础上)，并且我们总是为了提供筹码拿走1个。”——“你认为我给你的这些筹码在获胜的可能性上有值得关注的地方吗？”——“没有。”——“那我们是否可以说‘这越容易，赢得筹码越多’？”——“不可以。”——“或者这越容易，赢的筹码越少？”——“更不行。”——“获胜的容易或者困难，是相同的吗？”——“是的，是真的。”——“用这个纸板呢(36个数字)？”——“有很多的数字，会获得35个筹码。”——“如果你在‘偶数’上下注，会得到多少？”——“我不知道。”——“1个或者更多？”——“更多，因为有更多的数

字。”

Ben(6;2) 开始时如同Ser一样，通过那些局部的概括化：“赢3个筹码，因为已经2次了，我得到了3个筹码。”但当我们换到奇数会得到的1个筹码时，她有一种随意的感觉：“我认为你想的有点过了。”但经过几次比较后，“如果你在偶数上下注呢？”——“1个筹码。”——“在数字4上？”——“3个筹码。”——“1个黑色上？”——“1个筹码。”——“这是怎么产生的？”——“因为那里(奇偶和黑红)，比那里(Ⅰ号板)有更少的方块。是的，当有4个方块时，会获得3个筹码……而这里方块更少就会得1个筹码。”——“你认为那里(Ⅱ号板)呢？”——“那里，会获得4个筹码，那里(奇偶等等)总是得1个筹码。”——“为什么是4个？”——“必然，正方形有一些大，所以会赢4个而不是3个。”(解释)“我的理解是之所以会赢5个筹码，是因为有6个数字。”——“如果是8个数字(Ⅲ号板)呢？”——“7个筹码！”对于获胜的可能性：“如果你在Ⅰ号板的数字3上赢了，会得到多少？”——“3个筹码。”——“这里(Ⅱ号板)呢？”——“5个筹码。”——“这里和那里，哪个更容易赢呢？”——“这里(Ⅰ号板)，有更少的数字，我会更确定一些。”——“我给你的那些筹码与获胜的可能性有关系吗？”——“是的，你因为这个给了我3个筹码，而因为那个给了我5个筹码，那里会更容易些。”——“在偶数和奇数上，哪里会更容易获胜？”——“那里(Ⅰ号板)，因为有更少的数字。”

Bal(7;3) 反应相同，也显示出在这个水平时在倍数关系上的诸多困难。“如果我们同时下注2个筹码，会得到相同的数量吗？”——“不是这样的。”——“会是多少呢？”——“我不知道。”——“为了让收益翻倍，我们要在数字上抽中几次才行。”——“如果在偶数上下注2个筹码呢？”——“不能这样做，因为这会需要2个小球，1个在数字2上，另1个在数字4上。”——“但是如果用1个筹码，如果小球停在数字2或4上，我们会赢吗？”——“是的。”——“那么现在呢？”——“不能用2个筹码下注，‘小球不能同时停在数字2和4上’！”对于获胜的可能性，在Ⅰ号板上和Ⅱ号板上都得到了数字3，“这两个是同样容易的，因为是同一个数字”。——“但小球是更容易停在这里的(Ⅰ号板)还是那里的(Ⅱ号板)数字3上？”——“这里的(Ⅰ号板)，因为数字更少，‘这里(Ⅰ号板)还剩下3个数字，而那里(Ⅱ号板)更多，有5个’。”在偶数的获胜上则相反，在Ⅱ号板上更容易：“这里有更多的偶数(数字2、6、4)，有3个，如果没有数字5和6，就会和那里(Ⅰ号板)是相同的，然而小球可能停在这里的数字6，2和4上。”——“那么，对于黑色和红色来说呢？”——“这不会改变，会一样容易。”——“在黑色上，哪里更容易获胜？”——“这里(Ⅱ号板)，因为黑色比红色更多。不对，是相同的。”——“那么赢的机会是相同的吗？”——“是的。”——“偶数和奇数呢？”——“……”——“这里(Ⅰ号板)有2个偶数和2个奇数，那里(Ⅱ号板)有3个奇数和3个偶数。哪个更容易获胜？”——“这里(Ⅱ号板)。”

这些事实在更高层面的问题上带给我们一些启发性，以考虑这两者之间的不同之

处是什么：其一，由归纳性概括化构成的客体“相关性”；其二，在之后的水平上由建构性概括化形成的“原因”。Ser就是一个很好的例子，她向我们清楚地展示了是什么构成了前者，确认赢了3个筹码，但直到又得到了1个筹码之后，她才谨慎地进行了归纳，指出了两种情境的不同：这些数据或是“刻在数字上的”或是画在颜色上或是描述在字母上的。转到Ⅱ号板，她预测到一个更大的收益，其与新的尺寸大小有关，接下来的5次观察，她开始坚持一种简单重复的策略，接着发现了一种联系，根据这种联系，在任务1—3中，如果n=号板上的已知数字，那么收益=n-1（她自言自语道，数目会每次增加2）。最后，在35=36-1上也做出了同样的概括化。然而，如果在最初的局部归纳（3或1的重复，诸如此类）与更大范围的概括化之间存在大量中间步骤，以及如果通过最新的概括化（参照Ben的例子），6岁儿童已经获得了如此令人注目的形式，那么，我们看到游戏中的这些关系的获得全是基于具体的和已知可观察而形成的。

相反，当关系到获胜概率时，问题就转变为探讨导致不同收益的原因（相对于以后的水平），情况就完全不同了，因为这种概率不再来源于观察，而是源自概率的系统（如果概率是可实现的，那么一旦实现，就不再是可观测的了）。实际上，即使没有（向被试）提供收益情况和可能情况之间的量化关系，（被试）对收益概率的评估至少假定了收益与非收益之间的关系，这一点是很清楚的。然而，这些收益只是概率的，即在收益情况下是小球的停止点与被试选择的投注点之间的巧合，不必说，那些没有获胜的情况则是更频繁的无巧合和更频繁的概括化。那么，这个水平的被试是如何应对这些复杂关系的呢？

在一开始，前述这三个被试对于收益情况和概率情况之间的关系就形成了一种早熟的直觉，因为他们毫不犹豫地承认，例如对于数字3来说，如果这个数字是一个小的集合（如Ⅰ号板共4个数字）的一部分，就会比它在一个较大的集合（如Ⅱ号板6个数字或3号板8个）里面更容易获胜。但应该要仔细区分这种情况，即一个唯一的客体X因为其内涵的特征而与其他客体（非X）相对立，以及一个类别A在整体B里与它的补集的A'相对立。在第一种情况下，事实上，这种活动本身就被赋予了一些容易性和可能性的直觉：举例来说，在4个元素里会比在8个元素里更容易找出一个目标（或者辨别一个目标），我们的被试已经显示出了这类直觉。相反，概率性关系的更精确构成则必须要有关于类别的包含和互补关系的掌握，即：被试知道了同时也能说出来，有相同的偶数和奇数（或相同的黑色和红色），或者说，在4个数字中赢得“偶数”要比在6个或者8个数字中更容易，“因为数字少”，或者恰恰相反，是因为在6个或8个组成部分比4个里面有更多的偶数。请注意，为了阐明量化关系的缺失，在相同的水平上，我们还发现被试认为在从包含一个白球和两个红球的箱子里拿出一个球时，会有更大的概率拿到白球，因为它恰好代表我们要拿的就是“一个”球！

因此，Ser和Bal都没观察到收益和容易性之间的联系，这是正常的。如果Ben看上去像是立刻就承认了，这是因为此前问题的顺序暗示了一种联系，但是她在偶数和奇数

的参照上面就自相矛盾了。

3 水 平 ⅡA

ⅡA是具体运算阶段的开始，对于1—3类任务的归纳性概括化在ⅠB水平已经比较容易，不再新奇了，这些进步标志着乘法概括化的建立，以及关于36个元素并且不全部获胜的集合的关系的建立。相反，关于获胜的多种"容易性"仍然存在各种各样的问题。

Gau(8;1) 从Ⅱ号板开始很快认定会得到n-1个筹码："那么3号板呢？"——"你们要给8个筹码，因为有9个格子，啊，不对，有8个格子，会得到7个筹码。"——"如果是100个格子呢？"——"会得到99个筹码。"——"如果你在Ⅲ号板上下注偶数奇数或者黑色红色呢？"——"2个筹码。"——"为什么？"——"我会看到(尝试)。这和Ⅰ号板是相同的。"——"如果你在Ⅰ号板的1个数字上或者偶数上下注的话，哪个更容易赢？"——"偶数，不，我在数字上会得到3个筹码。"——"但为了让小球停住，哪个更容易一些呢？"——"是数字，因为……不，是奇数，因为有2个奇数。"——"当我们下注偶数或奇数时，哪个更容易？"——"相同，因为都有机会落在那里(数字2)或那里(数字4)。"——"那么奇数呢？"——"我不是很清楚。"——"那么，下注在偶数或奇数时，哪个更容易赢？"——"我不知道是哪个。"——"但你认为呢？"——"这有点像是同样的……当小球停在2或4前面时……或者1或3前面……这两种是相同的。"——"那么Ⅱ号板呢？"——"是同样的，那里(数字5)是奇数，那里(数字6)是偶数。"所以，为了带给他关系Ⅰ的概念(Ⅰ即除绝对数字之外)，我们做了所有的步骤。尽管如此："这里的Ⅰ号板或那里的Ⅱ号板，哪个更容易赢？"——"这里(Ⅰ号板)，因为偶数更少，啊！不，是这里(Ⅱ号板)，因为有更多的偶数。那里(Ⅰ号板)只有2个偶数，而不是3个，这里(Ⅱ号板)有更多的机会赢。"——"那么奇数呢？"——"这是相同的：Ⅱ号板有3个而Ⅰ号板有2个。"可是倍数概括不再是个问题："如果你同时在Ⅰ号板的数字n上下注2个筹码？"——"我会得到6个，因为翻倍了。"——"下注3个筹码呢？"——"得9个筹码。"——"如果在偶数上下注5个筹码呢？"——"会得到5个。"我们回到可能性上："这里(Ⅰ号板)还是那里(Ⅲ号板36个数字，他刚说过会得35个筹码)？"——"这里(Ⅰ号板)有4个数字，所以会有更多的机会赢。"——"为何你会这么说？"——"有1/4的机会赢。"——"为何？"——"我有1个好的机会和4个坏的机会。"——"好好解释给我听吧。"——"4是因为当我们在4个数字的其中之一上下注时，小球会或多或少地停在这4个上！"——"但这个4是好机会还是坏机会？"——"啊，我明白了，应该是1/3的机会：在数字4上有1个好机会和3个坏机会。"——"但全部呢？"——"4个机会。"

Mag(8;10) 很快找到了获胜的规律,以及Ⅰ号板上的乘积:"如果我们下注2个筹码呢?"——"会得到6个筹码,那里(偶数奇数-黑色红色)会得到2个",等等。相反,如果Ⅰ号板比Ⅱ号板更容易在数字上获胜,是"因为数字更少",在偶数上则"是相同的……不,可能在Ⅱ号板上更容易赢,因为有更多的偶数"。对于黑色,Ⅱ号板会比Ⅰ号板更容易,因为"那里,那里和那里(3个黑色的格子),我们会比Ⅰ号板的2个格子更容易赢"。——"那么能否说我们赢得的筹码数目与获胜的机会有一定的关系呢?"——"不可以!"

Gen(8;0)和Had(8;2) 反应相同。然而Had猜想Ⅱ号板会比Ⅰ号板赢得更多,"因为多了2个数字",这还不是获胜的规律,但补充说"不是立即就能赢的,会更难一些。"

Van(9;5) 很快地发现对于每个整体来说,"我会少得到1个筹码"。——"那么12呢?"——"我会得到11个筹码。"——"剩下来的呢?"——"不会变,因为对于偶数-奇数来说,不会变。"——"对于100来说呢?"——"99个筹码。"这个妨碍不了她,一小会儿之后,她就发现在Ⅲ号板上下注偶数比Ⅰ号板更容易,"因为Ⅲ号板上有4个偶数,而Ⅰ号板只有2个"。尤其是在说了在Ⅰ号板上下注数字会比Ⅲ号板更容易赢之后,"因为那里(Ⅰ号板)的这些部分(空间区域)更大一些,而那里(Ⅲ号板)更小是因为有更多的数字",她通过一个错误的类比法总结出来,Ⅰ号板上相对于数字3来说"可能"赢得1个偶数更加容易:"可能是因为小球在1个(单独的)格子里停住,这会更困难一些。当小球停在偶数上时,有2个偶数和2个奇数,则会更容易。"——"看一下并更好地解释给我。"——"啊,对于偶数,小球会停在2或4上,然而对于数字3来说,小球并没有其他的地方可以停。"——"那么是更容易吗?"——"是相等的,因为对于偶数,如果小球没有停在数字2上,它还有可能(自言自语)停在4上。"——"说到可能性,如果有4个数字,会有几种可能性?"——"3种。"——"旋转的小球会怎样?"——"它可能停在2上,如果停在了1、3、4上,就输了。"针对Ⅰ到Ⅲ号板的倍数概括是容易的,但对于36个号码:"如果在数字36上下注2个筹码呢?"——"同样会得到35个筹码(就像下注1个筹码),(在储备里)我们没有足够的筹码。"——"但如果有一个大袋子呢?"——"仍然会困难一些,这会是一个比36更大的数字!"

Arn(9;2) 还是认为小球停在数字2上(Ⅰ号板的4个数字)会比停在奇数上更容易,下面就是详细的实验:"是奇数,因为有2个数字可以获胜。"——"那么是偶数还是奇数呢?"——"是相同的,因为总是有2个数字。"——"那么Ⅱ号板或Ⅲ号板的奇数呢?"——"是相同的,总是有2个或3个奇数,这是相同的……不,那里(Ⅲ号板更容易),因为有3个奇数。"——"确定吗?"——"是的,确定。"——"在Ⅰ号板或者Ⅱ号板上下注数字3呢?"——"那里(Ⅱ号板)更容易,不,是相同的。"——"指出这些部分。"——(她照做了。)——"是相同的,不,那里(Ⅰ号板)因

为有4个数字所以范围更大。”——“你认为获得的筹码数与获胜的难易程度有关系吗?”——“是的,因为Ⅲ号板上比Ⅰ号板有更多的格子,所以会得到更多筹码。”*N*个筹码的倍数:正确的,但还是没有把概括本身附加到36上:“这是不同的,因为有更多的数字。”

Bag(10;6) 虽然已经10岁6个月了,但仍然说Ⅰ号板上的4个数字之一的“赢的机会”是1/3,因为是在一个单独的格子上下注的。

这些ⅡA水平的被试在小集合任务上(Ⅰ—Ⅲ号板,偶数-奇数及黑色-红色)进行收益分配的归纳概括化时,不再遭遇到困难,他们一开始就解决了倍数收益的问题。相反,对于36个号码的任务则会有更多问题(ⅠB水平的Ser已经显示出部分理解了,在这个例子里审慎地对待那些偶数-奇数的问题),Van在两倍的倍数上失败了,Arn发现了由于组成部分的数目导致的“不同的”情况,这一下子就显示出他在这个子阶段时仍然缺少某些能够解释外延规则的概括化结构。

在关于收益的不稳定“容易性”问题上,这是显而易见的,因此,在小球的选择和元素的选择之间,或面对或回避了“概率”问题。(我们)一开始注意到,在这些被试中取得的一些进展,这些ⅠB水平的孩子已经能够考虑,用数字下注时,在Ⅰ号板上会比Ⅱ号板或Ⅲ号板更容易赢,“因为有更少的数字”。然而,这种小数字的表达实质上是重新回到了容易的同义词(一个孩子说“很确定”),此后则体现出了空间算术的意味,就如Gau、Van和Arn表达的那样,“除非与那些区域相对应的要素‘更多’‘更大’,才会与小球有更多的机会相遇”。但是,这只关系到独立个体吗?或者,被试是否通过类别的包含或等价关系而获得了确证?我们所关心的是它们的中间状态,在这种情景下是通过反复尝试来实现的。

一方面,所有的被试都承认,除了Gan犹豫了好一会儿,我们下注偶数或奇数,以及下注奇偶数或黑红色,获胜的可能性都是一样的。同样,几乎所有人都一下子就意识到下注偶数比下注某一个数字获胜率更高,因为数字是唯一的,而Ⅰ号板上有2个偶数。只有Van是从前运算水平的探索性推理开始的(参见第二节末尾部分),据此他得出在一个特定数字上获胜会更加容易,因为它是唯一的(就像小球没有选择一样),但除了这个实验之外,其他的被试都是以数字不等为基础来做判断,这些数字是独立的。然而,另一方面,也正是这种对独立数字的偏好,因此(被试的判断)更接近观察,这标志着这个水平的局限性,与等价关系和包含嵌套关系建构相对。事实上,当关系到决定在Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ号板上下注偶数或奇数哪个更容易时,回答几乎是一致的:(儿童)没有注意到不管在游戏中下注哪个数字,机会都是1/2,被试认为组成要素越多,相对于奇数来说,更容易碰上偶数,或者相反。可是Gan开始时说Ⅱ号板与Ⅰ号板“相同”,他只考虑到要素(数字5和6)的增加,却没有注意到事实上等式$nP=nI$没有改变。同样地,Van甚至说“对于偶数-奇数来说,不会变”,接着又自相矛盾地断言Ⅲ号板“有4个偶数,而Ⅰ号板只有2个”,这能体现出概率的增加。Mag在Ⅱ号板的3格黑色上,相对于Ⅰ号板的2格,

做了相同的推论。Arn开始时只是回答“相同”，明确地表示等式$nP=nI$中，$n=3$与$n=2$相同，接着就在独立数字的诱惑下让步了。

然而，不能理解相等类别通过递归嵌套而保持相同的关系，$(2=2)\rightleftharpoons(3=3)\rightleftharpoons(4=4)$，如此等等，这对应于这个水平上另一个有启发意义的反应，即(儿童)对“机会”或者“可能性”的理解存在困难，儿童对这些机会或可能性的评估还停留在整体系统中非协调的、分离的类别上。由此，Van非常清楚地确认：对于4个要素会有“3种”可能性，以及当这种可能性的数目变为现实的时候，那就是“输了”。Bag同样也认为Ⅰ号板上赢得的数字为“1/3的机会”，确切的说法是“因为是在一个单独的格子上下注的”，因此，相对于还未被认识到的实现性，这个说法体现了另一个方面的本质。Gan表达了同样的意思。由此，所有发生的一切似乎表明儿童不能区分这两种状况：一种是之前的状况，尚未分化的类别B，包含了n种可能性，都具有同样的序阶；另一种是随后的状况，在子类别A_1(一个或多个)中是已经实现的事件，以及在子类别A'_1中是没有实现事件。然而，为了判断获胜的可能性，换言之，要评估有利情况和可能情况之间关联的概率，需要明确B的先验概率，以及明确B中的子类别Ax的成功预期，Ax可能与A_1或者一部分A'_1重合，并且与B和A具有同样的量化关系($Ax<B$)，不管实际发生的是幸运的事件还是不幸的事件。相反地，这些被试只关注了实现的事件A，而忽略了未实现事件的集合非A，即互补类别A'。因此，问题不仅仅是更大的收益与更容易获胜之间的关系，这些被试或是否认整体关系(Mag)，或是在收益的增加与筹码的整体增长之间只看到了一种简单的相关性(Had和Arn)。Had补充说，在这种情况下，获胜应该会“更难”，但没有从中得出能够解释的理由。

总之，我们从这些事实中看到，在归纳性概括化中，为了控制便利性和可能性的问题而建立的关系多少与游戏中那些可观察的关系不同：这是由于其本质，即使这种可能性已经超出了已知，并要求通过直接观察实现一种非还原性的演绎必然性。

4 ⅡB和阶段Ⅲ

水平ⅡB(10—11岁)的被试部分地解决了这些问题。此处列举了一些例子，先从两个中间阶段的例子开始。

Fan(10;6) 在指出Ⅰ号板的任意一个数字都会比Ⅱ号板有更多的出现机会之后，对于偶数，她说：“我认为是相同的(对于Ⅱ号板和Ⅰ号板而言)，因为那里(Ⅰ号板)有2个偶数(相反也有2个奇数)，而那里(Ⅱ号板)则有3个偶数(相对而言也有3个奇数)。”但她改变了主意：“不对，那里(Ⅰ号板)有2个偶数，会更容易，与那里(数字)是同样的原理：‘越少则越容易。’”接下来，她否认了1/2的机会等于2/4：“那么这个纸板(Ⅱ号板)呢？”——“(啊！)这是相同的，我有3个失败的机会和3个

获胜的机会。”——“是相同的吗?”——“是的……不对,不相同,要想获胜,最好是用那个(Ⅱ号板),它有3个获胜的机会……但这是相同的。”

Jus(10;2) 开头相同,也相信在偶数上下注Ⅰ号板会比Ⅱ号板更容易赢,接着改为Ⅱ号板比Ⅰ号板更容易:“有更多的偶数,就有更多的机会。”但接着就变成了平局,因为“有1/2的机会获胜”。——“但是,这里(Ⅱ号板)有6个数字?”——“是的,但这可能是偶数或者奇数。”他自己没有得出获胜的原因,但在问题上,他认识到“如果数字是更容易得到的(Ⅰ号板相对于Ⅱ号板或Ⅲ号板),那获得的筹码就会少”。

Alo(10;3) 拿Ⅲ号板与Ⅰ号板相比较:“偶数和奇数,我认为是相同的。总之有更多的机会……”但对于黑色和红色:“那里(Ⅰ号板)已经有了2个红色和2个黑色,而那里有4个偶数和奇数,这是一回事,这边的2个和那边的4个是相同的。”对于收益和容易性的关系:“不,我不认为是这样(指两者之间有关系)……可能:如果用1个筹码下注(在Ⅲ号板上),会剩下7个不好的格子,我们会得到7个,因为有7个被剩下了”。——“如果在1个奇数上下注呢?”——“那里是行不通的。”但接下来,在36上:“这是平分的:18个偶数和18个奇数……这是二选一的机会,除以2,有两个部分,我们只有1个。”——“那么,在36上呢?”——“啊,对了,是的,那里(Ⅲ号板)也是相同的。”但如果说她承认了4/8=8/16,“是的,是的”,却否认了2/8=1/4,“不是,不是”。

Via(10;7) 在Ⅰ号板和Ⅲ号板之间比较偶数和奇数:“这是相同的,因为有相同的获胜机会。”但对于黑色和红色,则犹豫了:“不,这里(Ⅲ号板)有更多的黑色,‘4个,而那里(Ⅰ号板)有2个’,因此我们在这里有1/2的机会,那里则有1/4的机会……啊,不,也是1/2,这是相同的,‘有相同的数目(黑色=红色)’。”收益x容易性:“得到8个(=7)筹码,在8个数字上困难一些:‘另外有7个数字剩下了,但有可能出来,就是1/8的比例;获胜会越来越困难。’”

Cot(11;7) 仍相信在Ⅰ号板上赢得偶数比Ⅱ、Ⅲ号板更容易:“因为有更少的数字:2个偶数和2个奇数。”——“那么,这里(Ⅲ号板)呢?”——“那里有4个和4个:啊,是相同的!”——“当我说我有1/36的机会赢,然后得到了35个筹码,这跟什么有关系?”——“是的,36-1等于35。”——“但为什么是36-1呢?”——“因为我们有1/36的获胜机会。”——“那么能否说在36个机会中,有1个是好的?”——“是的。”——“有不好的机会吗?”——“35个不好的,是可能得到的不好的数目。”——“如果有100个数字呢?”——“应该是1/100的机会获胜,并获得99个筹码,因为有99个不好的机会。”

下面则是阶段Ⅲ的例子,收益值的“比例”是明确得出的,被试在进行概率关系的推理时不再有困难,也就是“机会”。

Let(10;4) “我想要你切实地解释给我听,每次我给你的东西,与获胜的机会有什么关系?Ⅱ号板应该如何解释?”——“我们得到的格子比表格上少1个,这里

是5个，而不是6个。”——“换句话说，我们不能怎样？”——“……”——“计算一下你已经下注的筹码，就是你共得到的，我们可以怎样说出来？”——“结束时，我们有与格子相等的筹码。”——“如果结束时我下注1个筹码，会多得多少次？”——“好，嗯！多5次。”——“多5次吗？”——“除了第一个。”——“如果把它算进来呢？”——“多6次。”——“在轮盘上我们叫赌注，如果在数字2上下注1个筹码，总共会有几次赌注？”——“6次赌注。”——“对于偶数减奇数呢？”——“2次赌注。”——“我们来看一下真正的游戏(4号板)，有几个数字？”——“36。”——“如果你在数字20上下注1个筹码，会赢多少？”——“36次赌注。”——“加起来你有多少？”——“36个筹码。”——“我应该再给你多少？”——“35。”——“获胜的机会是多少？”——“很小……1/36。”——“也就是说1/36的机会获胜？”——“有36个格子，会很难赢，很难落到正确的数字上面。我们有35个失败的机会和1个获胜的机会。”

Gol(10;7) “为什么在Ⅰ号板上下注奇数，会有1/2的机会获胜？”——“在2个格子上有……有2个格子。有两种可能性，我只有一个赢的机会。”——“为啥是两种可能性？是因为有4个数字吗？”——“可能会碰上偶数或奇数，但当我下注的时候，只有一个赢的机会。”——“但是一共有4个数字，为何只有1/2的机会赢呢？”——“在4个数字中有2个奇数……如果我在奇数上下注，就有2/4的机会。”——“2/4与1/2相同吗？”——“我认为是相同的。”——“为何在那里(Ⅰ号板)可以得到3个筹码，而那里(Ⅲ号板)是7个筹码，但在奇偶数和黑红色上下注就只得到1个筹码呢？”——“我们有1/4的机会赢，所以是3个筹码……如果我们在数字4上下注，并且落到4上，由此我们避开了其他3个格子，因此就得到了3个筹码。”——“你是想说我给你的筹码的数目与获胜的机会之间有某种方式的联系吗？”——“是的。”——“那里(Ⅲ号板)呢？”——“如果我下注数字4，就避开了其他7个格子，得到7个筹码。”——“这就是说‘赢得的筹码的数目，有东西与获胜的机会有关系’吗？”——“我认为是的。”——“那么，对于偶数-奇数呢？”——“对于偶数-奇数，有2个赢的机会，2个输的机会……所以如果在奇数上赢了，就得到1个点。”——“因为有2个失败的机会，所以赢了1个筹码，这是怎么产生的？”——“因为有2个赢的机会，2个输的机会，这是相同的；我们有相同的赢和输的机会。”——“现在，我希望你把所有的总结一下，为何那里(Ⅰ号板)会赢得3个筹码，那里(Ⅲ号板)赢7个筹码，而那里(Ⅳ号板)是35个筹码？”——“因为有1/4的机会，所以会赢得3个筹码，那里赢7个筹码，是因为有1/8的机会获胜，偶数-奇数，黑色-红色，都是1/2的机会……”——“你一直在跟我说那里，那里，那里！以一种概括的方式，我们应该怎么说？”——“我们赢得的筹码与失败的机会相等。”

因为仍然处于水平ⅡB，这些被试在奇偶数或黑红色的机会均等(2/4=3/6=4/8)上面还是遇到了困难。有意思的是，相对于数字比例，在这个比例从困难开始的水平，他们更多地通过相等类别的中介来完成任务的，这是正常的：Fan利用了失败和获胜的机会

均等;Jus利用了偶数和奇数的均等;Alo在奇偶数上利用了"每边的2",接着在36个数字上说明有18个偶数和18个奇数,论据为"有(相等的)两部分,并不是只有一个部分";Via和Cot相同,"有相同的数目"。也就是说,这些被试开始构建结论,以及嵌入相等类别,需要明确注意的是,这个不再是基于直接观察(因为这些数目观察已经被水平ⅡA的被试很好地实现了,不再赘述),而是基于那些可以被解释为"概率"的数据,即中奖的可能性(在小球摸奖中可能中彩的范围)。这就是概率关系有效结构化的开端,在后者确定实现之前,它决定了有利情况和可能情况之间的比例。

因此,不用感到奇怪的是,被试开始时将可能性的意义交付给了"容易性"的大小,并且从中意识到收益值和容易性之间相反的关联(Jus,Alo,尤其是Via)。

在第三阶段,这些问题最终以一种可以说是直接的方式得到了解决,其形式正如Gol明确地指出的"我们赢得的筹码与失败的机会相等"。

5 结　　论

在我们的序言中,对于形式化问题给出的事实的回答是极其的简单,归纳性和建构性概括化之间的差异也在本章和之前的章节中明确地表现出来。事实上,被试提出的两种差异较大的问题是:选用的游戏中的收益确定的规则是哪一个?以及这个规则和获胜的容易性之间的联系是什么?然而,如果这样那样的解决方案都是以关系的协调和概括化为前提,那么,我们已经能够观察到概括化的本质是有非常大的差异的。第一个例子是关系到在事实的某些条件下先观察然后预测,只通过结果得出某些收益是平等的,因此,并不牵涉在这两种观察中所建立的关系及证实它们的规律性:那些归纳性概括是通过反复试验而得到的(我们已经省略了这些描述,因为它们已经不再是我们的中心问题),但是从水平 IB起,(儿童)开始形成了规则,有时还十分准确(6岁1个月的Ser说道:"为了提供筹码拿走一个。")。

相反,牵扯到寻找这个规则的原因,以及为了利用它,将其与获胜的难易程度联系起来,这种解决方案在水平ⅡB几乎没有出现,并且只在第三阶段形成了一个正确的公式,即在形式运算的和命题运算的阶段才能实现。然而,针对这个差距的解释却非常容易:解决第二个问题所必需的关系意味着可能性的组合,以及这些可能性不再是可观察的,但关系到建构的那些演绎实体。确实,所有建构性概括化都在于在一个可能的转化系统中嵌入了现实,以及之前经常提到的一个特有的"内在变量"的特性,这个特性在先前也经常被讨论,它构成了一个集合,联结起了必然性和尚未实现事件的可能性。但是,潜在概率是不同的,也就是说,它联结了有利事件和"可能事件的集合",从这个意义上说,一个或多个可能情况的实现排除了其他的可能,然而在假言推理的模式中,任意一种可能性以及它们的关系都是互补的。然而,(儿童)还不明确所讨论过的以及其他

有待讨论的相等可能性的概念，正是这种实现（不利的和有利的）的排他性，构成了或然性概率的特定问题；我们可以思考是否这些被试能够以同样的方式理解代替概率中的必然性关系，用同样的方式（如：非观察性关系的建构性概括化，相等类别的形成，以及它们的包含嵌套关系的形成，等等）在相同的水平，在包含它的转换观察到的现实的常见过渡的例子中，但在它们的实现中没有不兼容性。然而，答案是肯定的，并且在目前的事实中，我们已经重新找到了从归纳性概括化到建构性概括化的相同的渐进从属关系，后者达到了被试能够在那些不能实现的事件中建立起必然性联系。另外，也是在这里，它是数学在概率计算的历史中引导了（评价）方向的第一步：都是作为实验领域里的归纳性概括化的必不可少的辅助手段，在那些领域中其结论依然只是“可能”，这个计算本身构成了一个理论，它的形式连贯性和内在必然性的特性是所有数学逻辑的全部体系的特性，不管内容如何。

第十一章 压力和反作用力的相对概括化

与A.卡尔米洛夫-史密斯和J.-P.布隆卡特合著

在涉及物理学领域中的概括化问题时,从科学思想的角度对问题的状态进行一些介绍性评论可能是有用的,因为现实已经揭穿了那些最初由逻辑实证主义所捍卫的常识观念的最彻底的谎言。根据这些想法,物理学思想应该仅限于记录可观察到的事实和关系,以及通过可控的归纳来概括它们,逻辑-数学的装置只是作为分析语言(重言式的)用于描述那些从唯一的经验中得到的合成数据。没有坚持令人惊讶的矛盾,因为它希望将多重的和非重言式的内容从属于相反的纯粹的分析的形式(因此,这两种陈述中的一种只能是错误的),最近的理论史和那些"模型"的发展清楚地表明,物理学的进步不仅仅是事实和规律的累积,与此相比,同样重要的一部分是新观念的持续建构,在每个阶段,在演绎或运算构成的内在必然性的引导下,这些新观念允许用超出可观察量的方式把它们整合进一些"结构"中。在这种情况下,这些逻辑-数学运算的构成远不止是一种语言,因为它们允许主体通过类比方式将客体构想为"算子"的形式,正是这些内容构成了因果性的研究。

因此,我们假设,从心理发生学意义上的形成来看,物理特性的概括化就远不能被简化为经验归纳,尽管它们是规则的确立所必需的。从最初阶段起,它为建构性概括化添加了初始限定,并且随后(限定)总是会更多,尽管这种建构性概括化相对于产生新内容来说,其目的更多地在于通过外部经验来解释新的内容,如同在逻辑-数学的建构中一样,它们同时是结构及其内容的来源。然而,一方面,这些物理内容虽然可以在不同程度上被观察到,但总是或多或少地通过各种形式进行了调整和重组,并且已经在这方面具有了一定的创新。然而,在另一方面,除了已知的内容之外,我们尤其能够肯定由它们构成的物理学思想,这些内容绝对超越了可观察的界限,因为它们是以虚拟的和潜在的概念为特征的。总的来说,这些概念与那些"可能性"同源,这也是在前面章节刚刚讨论过的问题。因此,平衡的根本问题只能借助于虚功(travaux virtuels)和势能并被它们支配,其答案提供了因果关系研究上的一种必要的补充。

在接下来的内容里,我们同样是从因果关系的研究中的一个开放式的问题开始:需要通过哪一种概括化,让开始时只相信力存在于运动状态中的孩子,变为接受一个静止

不动的重量是否也可以在桌子上和地上继续施加推力(poussée)? 这种对压力(pression)的分析(前面已经进行过分析了,然而是从重量和面积的关系的角度,在这里我们不再赘述)会自然而然地引向对于反作用力的分析,同样也是从因果关系开始的。但是接下来,我们将会集中于这样一种模式,即通过推论而理解相对并平衡的力之间的互反性观念,以及这个概念所包括的组成部分或潜在内容。

使用的材料包括各种施力的物体以及受力的反应物。对于充当施力物重量的物品,我们使用了铜的圆柱体、小木块,Sagex 牌的小软木块、小塑料块、小泡沫块,都是大约 4cm×4cm×2cm 的小立方体。受力物体则用了泡沫板、Sagex 牌的软木板(聚苯乙烯)、橡皮泥、木板和铁板,全部为大约 12cm×12cm×2cm 的尺寸。

当板子被直接放到桌子上时,为了使原来不能被观察的部分变为可观察的,一个 Sagex 牌的软木板被做成了桥的形状;为了获得能相加的阻力单位,一些 2mm 厚度的木板条被放置到小立方块上。另外,我们让被试和实验员用手彼此互推,以让被试意识到因果的互反关系,当相互推时,每只手都同时互为因果。

提出的问题则非常灵活;问题的细节和顺序取决于被试的回答。然而,一般模式按照以下内容。

(a)由被试对材料进行自发描述;记下这些材料的潜在阻力是否会自发系列化。

(b)同一个施力物和不同的受力物,我们从泡沫开始,因为在上面最能够被观察到压力(pression)起作用的现象,且凹陷的底端也可以看见,接着当我们拿走一个重量后,泡沫会重新上升。

——在泡沫上放置一个圆柱体:预测(我们给出一个错误的预测,因为一个圆柱体还不能很明显地凹陷入泡沫中),观察,解释,为了凹陷更深一些而进行建议,等等。

——在泡沫上放置两个圆柱体:预测,观察,解释。

——在软木板、木板和铁板上分别放置两个圆柱体:预测,观察,解释,比较,解释。

(c)力的维持的问题:

使用相同的施力物,为何凹陷程度会不同?

受力物相同,施力物不同,凹陷程度为何不相同?

为了观察到重量及其作用对于被试来说是分开的或是相互配合的,是否到处是相同的重量? 是否到处是相同的压力?

对于有无压力来说,受力物体是否会感觉到不同的重量?

相同的受力物体会根据不同的施力物体而产生不同的阻力吗?

最后,两种力量会相互抵消吗? 或者压力和阻力之间的关系是什么?

1 水 平 IA

在前运算阶段Ⅰ,在观察到施力物陷入受力物时,压力的存在能够被识别出来,但是并不能对两者之间的关系进行概括化,这在阶段Ⅱ能实现(在这个阶段,被试会说两个圆柱体陷入泡沫中,因为它们比泡沫"更重"):受力物体产生了凹陷是因为它"不硬",在这种情况下,施力物体陷入是"因为它重",当受力物是"硬的",施力物体就停止起作用了,因为它什么都做不了。但是在这里,在某种偶然的或者机遇的关系中只有一种关系(就像这样的例子一样:一个喜欢登山的人,如果他在山里就可以爬山,但是在平坦的乡村只能是无所作为),被试只局限于引用这些局部或部分的关系,而不是寻找概括性的表达。

Dan(5;5) "泡沫是怎样的?"——"它是柔软的。"——"圆柱体呢?"——"它会形成一个这样的小洞(他用手指比画了下凹陷)。"——"为什么?"——"因为它重,圆的这个。"——"看。"——"它没有陷下去,也没造成洞。"——"为什么?"——"因为它不够重。"——"那么,如果我放2个呢(解释)?"——"我看到了1个洞……因为它们很重。"——"那里的2个(软木板上的2个圆柱体)呢?"——"它们不会造成1个洞,它们不会弄破这个白色的东西……不会造成1个洞,因为它硬。"——"(在木板上呢?)"——"什么都没有,因为木板也相当硬,不会弄破。"——"(在铁板上呢?)"——"这也不会弄破,不会形成1个洞,因为它也很硬,铁板与圆的铁是相同的东西(圆的铁=圆柱体:这是施力物体和受力物体之间的第一个明确的关系)。"——"这2个圆柱体在你手里重吗?"——"是的。"——"在泡沫上重吗?"——"是的。"——"在铁板上呢?"——"不重,因为它也是铁做成的(参见关于前面的关系的阐述)。"——"但是圆柱体的重量,当它们被放到铁板上时,还会留在里面吗?"——"不会。"——"它们不再有重量了吗?"——"是的,因为这也是铁的。"——"它们会推压到海绵和铁板上吗?"——"不会。"——"那么,在你手上呢(解释)?"——"是的,它们推压我了。"——"那么,在泡沫上呢?"——"会的。"——"铁板上呢?"——"不会,在铁板上不会推压。"——"当我们放上这2个圆柱体时,泡沫能感觉到重物了吗? 铁板感觉到了吗?"——"铁板不会觉得重,但泡沫能感觉到。"——"塑料块放到海绵上,会推压吗?"——"不会,因为它很小,不会造成凹下去的洞。"我们要求他用手指压海绵,接着轻轻地拿开手指:"造成的洞更大。"——"海绵做了什么?"——"它推了(一旦手指拿开就向着高处上升)。"——"它推了什么?"——"海绵让自己变轻薄了(恢复到手指压它之前的状态了)。"

Cor(5;11) 相同的预测和同样的初始反应:泡沫"是柔软的",而铁"是硬的",等等。"这2个圆柱体,它们推压手了吗?"——"是的。"——"那么,在泡沫上

呢?”——“是的。”——“在软木板上呢?”——“没有,因为软木不柔软。”——“那么,在木板上,它们推压了吗?”——“没有。”——“在铁板上呢?”——“没有。”——“为什么?”——(他对所有的为什么都保持了沉默)——Cor注意到了泡沫在重量被拿走后“重新上升”了,以及他的手在压力移开后也会上升:“我推压你的手了吗?”——“是的。”——“而你为了不下降,你推压了我的手吗?”——“没有。”

这些最初的反应是非常清楚的。被试只在观察水平上进行推论,他只是对观察进行归纳[1]概括化:压力完全地及相同地被简化为凹陷动作,在施力物体“重”和受力物体“柔软”或“软”时,凹陷就会发生。而当受力物体“硬”时,施力物体就什么都做不了,不会推压,不会“被感觉到”,甚至不会保持它的重量。根据被试的持续谈话,在这里有两种产生凹陷的必要条件(sine quanon),然而在没有产生凹陷的情况下,孩子们只提到了其中的一个,而没有提到另外一个,这种情况是:施力物体单独地活动,它被想象成权力的持有者,一旦时机适合,它的力就会表现出来,但是如果不是在这种情况下,则它既不会发生什么也不会尝试去做什么,这里体现了一种动作水平上的二分法,即(施力物体)与受力物体之间不存在因果关系。更确切地说,受力物体也不是对力的应答,而只是在有凹陷时能“感觉”到施力物体重量的一个“病人”,然而如果没有产生凹陷,它就什么都感觉不到,因为它没有“反抗”,并且仅仅是它的“硬度”让其不适合于施力物体的举动。受力物体的唯一的活动是一旦压力结束就恢复原状:Dan说,在摆脱了圆柱体后海绵“变轻了”,但在这样的凹陷中什么也没有发生;Cor甚至否认了曾经推开了实验员的手,为了启发反作用力的观念,这只手和他的手互推。另外,我们还要注意到,Dan对于铁的圆柱体放在铁板上时的有意思的回答,其组成了施力物体和受力物体之间的第一个联结关系,但事实上,这种关系否认了因果动作的可能性:铁在铁上什么也没发生,因为它自己也是铁的,当它在铁块上时,将会丢失它的重量。在这种情况下,即受力物体不是一个任意的病人,柔软的或坚硬的,在这种情况下,受力体不是任意地承受软的或硬的,也就是说,它是否受到施压者的作用,其中的(作用)性质都是同样的,很清楚地揭示了其中的关联,这就是Dan在逻辑上的成果。但是因为它们是相同的,因此同样的力,严格来说它们什么都不做,直到只能“感觉”到一个是在另一个的上面,这是因为它们不再有重量了,“因为这同样是铁的”。这可能是反作用力观念完全缺失的最好例子:想象(因为是非观察性的)两个相等力的相互抵消,被试简单地、彻底地否认了这种可能,因为什么也没有发生。总而言之,平衡并不是相对动作的均衡,它只是所有的动作相等地消除或湮灭了。

---

① 但是这种对于可实际观察的归纳性概括化总是意味着:归功于以前的建构性概括化的某种通用框架,尤其后者是允许那些关系或者协调的。例如,所有列举出来的水平IA的被试预测圆柱体会陷入泡沫中。这作为“内容”当然要归功于经验,因此是由于那些经验的抽象;但是在这种预测游戏中的归纳性概括化假设了重量和泡沫块的协调(态射),并且这种关系具有一种从先前及从感知运动水平起获得的“形式”(如同这种态射)。

2 水 平 IB

主要的进展是，反作用力观念的发生，（被试的回答）很微妙地超出了观察。这是很有趣的现象。水平IB的被试承认了，在没有凹陷的情况下施力物体的重量的不变性，他们甚至假设它被受力物体“感觉”到了，然而他们还没有据此而意识到压力的存在：因而我们似乎可以这样说，呈现了对重量的“感知”，却没有压力的“表现”。然而，在后面这一点上，又增加了第二个进展：压力不再只属于一种全或无的关系，而是根据受力物体的硬度而具有不同的程度的变化，因此，这些程度导致了对于阻力或多或少有点含糊的观念。

Lau（5;6） 认为放在泡沫上的圆柱体“会变得沉重”，但是泡沫不会凹陷，“因为它阻挡了”。她看到放上2个圆柱体时泡沫块出现了凹陷，这是“因为很重”，但在木板上则“什么都没做”，在铁板上也没有，“因为它是铁的”，对于铁柱体在铁板上，她会进一步说：“它没有按压，因为是同样的物体（两种都是铁）。”然而，在已经观察到不太重的软木板也没有产生凹陷后，在说明凹陷程度时，她比较细微地表达了她的肯定和否定：如果软木板没有弯曲，是因为这两个2柱体“按压得不够用力”。——“但有点儿？”——“是的。”——“那么在木板上呢？”——“一丁点。”——“在泡沫上呢？”——“非常厉害。”——“在软木板上呢？”——“只有一点点。”——“那么，在木板上呢？”——“少许一点点。”——“在铁板上呢？”——“少许一点点”。——“是相同的少许一点点吗？”——“不是。”——至于压力产生时的反作用力，虽然有提示，但他们仍然是什么都没得到：“如果我们推压泡沫，是什么让它重新上升？”——“泡沫。”——“它做了什么吗？”——“不是，因为我们按压了它，接着我们松开了。如果我们按压比较长的时间，凹陷的洞会保留下来。”——“在泡沫上放2个木块，会出现凹洞吗？”——“不会。”——“放1个铁块呢？”——“会。”——“在软木板上放2个铁块呢？”——“不会。”——“为了重新上升，泡沫块按压了你的手指吗？”——“没有，因为我停留的时间长，如果我松开，它会重新上升。”——长弹簧：“当你松开时？”——“它会收紧。”——“你觉得它拉了你的手指吗？”——“没有，是我们拉的。”——短而硬的弹簧：“你认为是它拉了重量吗？”——“不。”我们在弹簧上放了1公斤的重量：“它仍然是这样的，因为是2个铁的物体。”（参见更上面一些“它没有按压”，因为这是2个铁块）。

Mir（5;7） 在相同的开端后，认为软木板上放2个圆柱体不会凹陷，是“因为它也一样硬（如同木块，等等），它不是泡沫”。——“重量推压了泡沫吗？”——“是的。”——“那么，在软木板上也同样推压了吗？”——“没有。”——“在泡沫上重吗？”——“是的。”——“在软木板上是相同的重量吗？”——“是的。”——1个小泡沫块放在泡沫上：“它感觉到小泡沫块了吗？”——“没有，因为这2个是相同的东

西。”——“那么,在软木板呢?”——“没有,因为不够重。”——“在木板上的圆柱体呢?”——“能感觉到,因为重。”——“木块放在木板上呢?”——“是的。”——“但是这2个都是木头的。”——“是的,但是因为重,所以能感觉到。”——它也感觉到了圆柱体:“它推压了吗?”——“没有。”——“完全没有吗?”——“一点也没有。”——“但木板感觉到了它?”——“是的,它触到了。”至于反作用力,Mir不再像Lau一样去怀疑它的存在:泡沫重新上升,是“因为您拿走了”那些圆柱体,但反应物“没有推压”。

Yva(6;6) 泡沫上放1个圆柱体,“它不会按压”。——“会挤压吗?”——“不会。”——“如果放2个圆柱体呢?”——“可能会按压。”(解释)“它凹进去了,它在上面推压,会凹陷。”此后,“它会恢复的”。——“是什么让它恢复的呢?”——“泡沫。”——“怎样做到的?”——“就像这样。”在软木板上:“那里它(圆柱体)没有推压……它们在泡沫上更重。”——“在木板上呢?”——“与在软木板上相同。”——“在木板上推压了吗?”——“没有。”——“在手上按压了吗?”——“没有,呃,是的,有一点。”——“那么在木板上呢?”——“没有。”对于桥状的软木板,他惊讶地观察到一点轻微的凹陷,“因为它按压得更多。”——“那么,那个(桌子上的软木板),如果我在它上面放上相同的重量,会被按压下去吗?”——“不会。”——“它不会被按压,还是我们看不到?”——“是的,我们看不到。”——“但是,我们能认为它被按压了一点吗?”——“不能。”——“(软木桥上的细木)会被按压吗?”——“是的,因为它更薄。”

这些回答的共同特征是一种关系的设立,但是含蓄而不言明的(还没有像水平ⅡA一样,以重量的比较为依据),在施力物体中,压力的活动根据受力物体而变化,后者的表现则是能够“挡住”(Lau的原话)或者任其摆布,但是,当它(受力物体)的硬度与施力物体的重量相对立时,当(施力物体)很重的时候受力物体就会“感觉”到它。因此,这里存在一种通过不同的视角而将观察信息放大的趋势,因为在受力物体上面的没有造成凹陷的静止的重量,对于孩子们来说是观察不到的,但是通过承重的受力物体是可以观察到的,因为“它重,那么它会感受到”。只不过,如同什么都没有发生一样,重量在被感知时没有施加任何压力:Mir说“它触到了”但是没有按压,以及Yva说的“它不会按压”也没有推压。然而,因为这种压力变得容易变化,虽然看不见,但它仍然可能发挥“一点点”的作用(Lau的原话),并且这里出现了真正超越观察的开端,另外,当Yva看到桥状的软木板出现了轻微的凹陷,他随后就把这种压力的存在推延到放在桌子上的软木板上了。

相反,还没有反作用力观念出现的迹象,因为“挡住”还没有被想象为一种有方向性的活动,并且除去重量后的泡沫的重新上升对于被试来说,也还没有与压力期间发生的事情产生联系。但是在这一点上,我们仍然看到了在水平ⅠB和ⅡA之间的中间阶段的两个例子。

Art(6;2) 说圆柱体凹陷是“因为它比泡沫重得多”(这是ⅡA水平的一种惯用语),它在软木板上同样没有离开:“它没有凹陷是因为软木板比这个重(指比圆柱体重,尽管已经掂量过了两者的分量)。”因此,重意味着具有了抵抗的能力,如同重量也

具有行使压力的能力一样。另外,泡沫上的凹陷不是很大,是因为它"只是重了一点点",但是增加了圆柱体的数量之后,"这将会非常重"。不过,这些与重量有关的活动还只是可观察量的表达,因为没有了凹陷,重量就没有"推压"。"但是,如果它没有推压软木板的话,这些圆柱体的重量又做了什么呢?"——"它什么都没做。"——"它停留在哪里了?"——"那里面(在圆柱体内)。"——"那么,在泡沫上呢?"——"它下降了。"当我们拿走它时,泡沫"重新上升"。——"当重新上升时,它对圆柱体做了什么?"——"……"——"观察一下。"——因此,我们开始进行手的压力:"如果我用力推压,你的手会做什么?"——"停住。"——"但你会做什么?"——"我推压。"——"向着哪里?"——"向着高处。"——"那么,上面放了2个圆柱体的泡沫,它也会向上推压吗?"——"不会。"——"为什么?"——"因为圆柱体很重(这是因为他这时还不知道这里有2个相反的推压!)。"于是,我们进行了大量的建议,包括在泡沫上放2个圆柱体以及取走1个圆柱体,在这里,圆柱体下的受力物体的可观察到的重新上升被挡住了:"我们能够说泡沫向高处推压了吗?"——(犹豫)"是的。"于是,Art承认了软木板也可能向高处推压了,即使看到了这些,但是她对与2个弹簧相关的建议的产物理解得如此之少,她意识到如果她不能把可伸缩的弹簧拉伸到超过一定的程度的话,这是因为"它挡住了",但是她否认刚性弹簧也一样,这就变成了不必再多说的一种情况——"不,它什么都没做",因为它没有动。

Dra(7;11) 对于泡沫的重新上升他有自己的理论。用1个单独的圆柱体时,"泡沫的上下各有一个底部,因此它不会下降";用2个圆柱体,它下降了,拿走后就接着重新上升,与橡皮泥相反:橡皮泥在底部紧粘成一团,然后不再重新上升。泡沫在底部没有粘在一起,因此是底部使它重新上升。软木板比泡沫更重,那么它凹陷得轻一些,软木板上的重量比泡沫块上的重量轻。——"泡沫里面的重量与圆柱体里的重量是相同的吗?"——"是的,但是圆柱体里的更重一些。"——"你曾说圆柱体的重量挤压了泡沫。泡沫的重量做了什么?"——"泡沫的重量被压扁了,因为圆柱体的重量更重。"——"泡沫没有在圆柱体上产生一点点的挤压吗?"——"没有,它太轻了。"——"当这些圆柱体在金属板上时,金属板会挤压圆柱体吗?"——"不会,金属板什么也不会做。当重量相等时,就没有重量了。"——"两者都不会推压,或者两者都推压?"——"两者都不需要推压。"——对于手上的推压:"我推压了你的手,你的手反推回来(注意这个建议),它却不再动了:为什么?"——"因为我们推压了相同的东西,我们有相同的重量。"——"我们能够说泡沫反推了圆柱体吗?"——"是的,它挡住了重量。"——"那么,如果用一个比较重的重量呢?"——"它应该会推压得更厉害。"——"能够说它挡住得更多吗?"——"不能,它挡住得更少,因为它凹陷得更厉害。"——"软木板反推了圆柱体吗?"——"和泡沫一样。"——"木板反推了吗?"——"啊,没有,木板和圆柱体有相同的重量,所以它们没有推压。"——"完全没有吗?"——"不,从来没有。"我们再回到关于手推的对话

(当时他说了相反的话),等等,但Dra坚持了他的断然拒绝。

这两个例子是很好的证据,它表明了尽管阻力是由重量引起的,但它还不是一种与压力相对抗的力,并且,同时也使我们理解了为何(儿童认为)两种相同的重量是没有相互施加压力的。在第一种观点上,Art虽然刚刚从下向上地用手反推了我的手,我是从上向下地按压了他的手,但仍然拒绝在泡沫和圆柱体之间也能够是相同的方式,"因为它很重"。换句话说,如果一个力胜过另一个力,后者是被抵消了,而不是继续起作用或者至少在相反的方向上施加力,如果我们坚持观察,这会不言而喻。同样地,对于Dra来说,泡沫的重量不是抵抗而是"被压扁了",而且如果它"挡住"了,就会变成在施力物体重量增加时"推压得更厉害",事实上,"它挡住得更少"是因为缩小了。同样,软木板比泡沫"更重",因此也更强,就抵抗了更多的施力物体,但后者不是推压得更厉害,因为存在阻力,"比泡沫块上的重量轻",如同观察中所显示的那样。对于泡沫的重新上升,这不是一种反作用力,而是一个内部过程,Dra描述得很棒,但只在施力物体离开后起作用,Art没有能够听从相反的建议(2个圆柱体中的1个离开之后的可观察到的重新上升),她什么都没理解,也不能(将问题)迁移到弹簧上。

一句话,这些被试全部明确给出了施力物体和受力物体在重量方面的对抗关系,但他们还不理解这一点,即可能存在两个相反方向上的同时性动作:如果其中一个的重量被撤销,另外一个也就不活动了,无论是施力物体的没有尝试就撤销,还是受力物体的承受而不反抗。然而,两只相互推压的手(此时孩子的手被引导向高处)的情况没有引起任何问题,这应该启发他们,但这是一个与特殊和明确的意图有关的受控制的举动和主动动作的问题。因此,这对他们来说似乎与两个未叠加的客体的重量无关,尤其是在手的例子中,这些努力和方向是能够观察到的;然而在叠加的没有凹陷的固体之间的关系中,如果不是惰性的受力物体完全被动地抵抗,和施力物体的相对静止,有指导的观察能很好地得出了这样的结论:什么都没发生。于是,我们发现,水平ⅠA的Dan和水平ⅠB的Lau等人已经持有量这个突出的观念,即两个具有同样性质(如两个铁块等等)的叠加物体不会相互挤压,Dra在重量的术语中表达过:"当重量相等时,就没有重量了。"重量的影响表示为可观察的挤压结果(凹陷),其实,在相等的例子中很清楚,"它们不需要推压",因为这产生不了什么!因此,问题不在于这种观点的理由是否充分,这是很明显的,问题是我们可以发现水平ⅡA的被试持有这种观点的时间节点,从这时起,儿童开始认识到在一个台秤上两个相等的重量之间的同时和相对的动作。

3 水平 ⅡA

这个亚阶段是具体运算阶段的开始,这个水平的一般特征是——在预测结果时——对重量形成了一种自动化的关系链接。此外,还有对于施力物体的重量的抵抗,不

管受力物体是什么(除了相等的例子之外),然而如果没有这一点,这种挡住的重量总是对后者施加压力。

Rog(6;6) 泡沫上放置1个圆柱体,他说:“这产生(将会产生)‘砰’,就像这种,因为它很重并且不是泡沫。”——(解释)“为什么它不会凹陷?”——“因为泡沫挡住了。”——“如何做到的?”——“因为里面的泡沫。”——“它做了什么?”——“它保持静止,它不能动(因此,什么都没做)。”然而,“泡沫能够重新回到它曾经待着的地方(=重新上升)”。——“为什么?”——“因为泡沫里面有产生‘砰’的东西,而且它会重新回来”,他甚至说为了对抗那些圆柱体,“泡沫应该推压”。——“向着哪里?”——“全部向里面。”圆柱体同样对软木板产生了影响,但“不是很大”。——“那么,在泡沫上呢?”——“一点点,不是同样的”,然而在固体上,这不是一种压力:“它推压……它停留并保持原状……不对,在柱体上我们看不到。”

Eri(7;2) “泡沫会下降,因为它(1个圆柱体)比它重得多。”但是“在软木板上不会下降,它有点硬”。——“这是同样的重量吗?”——“是的,因为软木板的重量和泡沫上的一样重,那里和这里是相同的。”——“软木板感觉到了相同的东西?”——“是的。”他甚至还在某个时间说到了当有压力的时候,“几乎这里所有的材料我都看到了一点点的下降”,如此一来,为了在他的新生的概括中保持连贯性,从而就产生了各种虚假的观察。在一些关于手的问题之后,他那时说“我应该往高处推压”,对于软木板上的重量,Eri说它同样应该为了抵抗而“往高处推压”,然而“泡沫没有推压,是圆柱体推压了:它下降了”。——“那么,当圆柱体推压时,你的手不也应该推压吗?”——“不,它没下降,因为我很好地挡住了柱体,它没有接触到。”——“但是,(那么)你的手应该推压吧?”——“是的。”——“那么,泡沫呢?”——“没有,它和手不同,因为手能够移动,然而泡沫不能动。”可是“它重新上升,是因为在泡沫上什么都没有了”。

Mer(8;8) 泡沫凹陷是由于重量的差别,但是软木板没有凹陷,是因为“有什么东西在上面抓住了”,尽管在这两种受力物体上的圆柱体的重量“没有改变,还是相同的东西”,等等。然而,它们不是用相同的方式进行挤压,“因为木板是硬的,软木板不太硬,泡沫更软”。——“为了不凹陷,木板做了什么?”——“……”——“如果我用重量来推压你的手呢?”——“我挡住了,我避免了下降。”——“你推压了吗?”——“没有……是的。”——“向下吗?”——“不是,是向上。”——“能够说木板上也是相同的吗,即它推压了,等等?”——“不能,因为木板比我的手要硬。”他什么都没有领会到,但是里面有一个小野兽,“会感觉到它被压碎了(观点的引申)”。至于泡沫板上的泡沫块,“当是两个相同的重量时,不会挤压:下面的泡沫什么都感觉不到”。

Mau(8;9) 软木板感觉不到相同重量的另一个软木板:“为了能够感觉到,它应该做些什么?”——“用比软木板更重的东西。”——“相同的重量呢?”——“那就

没有区别了。"——"那么，轻一些的重量呢？"——"比……轻，比无更少（他笑了），我上当了！"

这些回答的特点是在以下两者之间呈现出的反差，一是通过重量的关联以及重量的一般性守恒（来进行解释）开始出现了由逻辑引导的关于凹陷的解释；二是在完全超越了观察后，（儿童）进行同样的推论时表现出来的困难（除了一些暂时性的想象，诸如Eri以及其他一些人的做法，为了保持一致性而扭曲了观察事实）。被试很愿意承认这个法则：如果重量守恒，它应该会用相同的力去推压受力物体，因为它不会因为它们（受力物体）的硬度不同而表现出不同的作用方式，木板上的重量也会被感知到（Mer呈现了一种视角，他说在他自己手上感觉到有个小虫子）。尤其让人好奇的是，（我们）看到这些被试是如何坚决地认为铁块在铁板上，或者泡沫块在泡沫板上等等之类，是"没有推压"的，因为"这是两种相同的重量"，而在天平上（儿童）却开始对相反力之间的平衡有所理解；但是，在天平上（不要忘记在跷跷板上取得的经验），天平梁的快速运动说明了如果一边的重量下降，会使得与之相对的另一边上升，因此，平衡就可以被表征为两个相反运动的限制形式。相反，在简单叠加的情况下，由于没有更多的运动，需要通过观察，就像在这个水平上的几个罕见的近乎超越的例子，得出什么也没发生的结论是合乎逻辑的（除了Mau发现了悖论，于是说了"比无更少"）。在最有利的情况中，反作用力似乎是用"抵抗"能力的方式显示出来的（参照Rog、Mer等），值得注意的是，将它设想为如同被引向了相反方向的抵抗则具有同样的困难：在泡沫里有一种"回到原来的位置"的趋势，Rog承认，这让他隐约地感到了对抗金属圆柱体的"推"的可能性，但是这种推力是"全部在里面"，因此在现实中并没有对抗"这种外部力量"[①]。所有水平ⅡB都向我们展示了这个问题的复杂性。

---

① 如果这里罗列的水平ⅡA的例子很容易理解，相反，还有一个我们不太知道应该怎么分类的例子，因为它仅仅会在将来才表现出，这可能是一个年轻的天才或者一个小机灵鬼，他的智力以及包括知道利用所有的建议都很超前。Notons开始时和Dré一样，在涉及压力时，停留在一个较低的水平：他怀疑在泡沫上的塑料泡沫块，即使只有一点点，也不会比手上的多，但是，它有"一点点"的重量；然而这个重量没有推压，"它仍然拥有它"，所以什么都没做。泡沫"任凭自己"凹陷，软木板"没有让自己被摆布"。"木板挡住了，它想挡住，它不想向下。"如果它坚持住了，则是"因为我们在它里面放了几次铁块"。软木板的抵抗更有趣，"因为它有许多小圆（从它的纹理产生的联想），它们像梯子一样相互排列"，因此来说，软木板的抵抗是因为它的分层结构。当我们做手上的实验时，他回答道："你发挥了你的力量，而我也用了我的力量，在这种情况下，我们两个都没有成功。"——"我的力量去哪里了？"——"向下。"——"你的呢？"——"向上。"当回到软木板上时，Dré给出了超出其外表的回答："这些圆柱体有力量吗？"——"没有……（有），它们使用了力量去向下挤压，而另一方则用相同的力量向上。"但是对于木板的压力，情况就变糟糕了："它（在软木板上）有一个向下的力量？"——"没有，木板保持了相同的力量，（但是）它的力量没有向下。"在这个例子中，我们的意见被采纳了：一些孩子从里面看到了超越的早期回答。相反地，另一些这个水平的孩子则认为与水平ⅡA举出的例子正相反，这些被试保留了他们自己的意见。尽管经历了手的尝试，但Dré还是一下子就知道了要利用这些建议。

4 水 平 ⅡB

水平ⅡA通过重量的关系给出一个关于凹陷的解释,并具有了重量守恒的倾向,但拒绝承认超出观察的"推压"的存在,尤其是反作用力;在阶段Ⅲ,作用力和反作用力终于都得到理解了。在水平ⅡA和阶段Ⅲ之间,存在一个中间水平的次级阶段ⅡB(平均而言9—10岁),其特征是具有两个相关联的观念,尽管这些被试有时候会强调其中的一个多于另一个:在没有可观察的凹陷的情况下,按压或推挤动作有了渐进性的延伸,并且在受力物体中出现了一个与之相协调的阻力,但它还不是一个和作用力成比例的"反作用力",仍然是构成了阻止压力可能的制动方式,表述为"抵抗"以及"推开"等多种方式,但同样都体现出超出了观察的限制。

Mag(8;10) 因为他在水平ⅡA和ⅡB之间的矛盾因而处于中间阶段。从泡沫换到软木板,在它们上面的重量并没有改变,圆柱体同样地进行按压,尽管软木板没有凹陷,"因为它很重"。相反,它们也没有对木板产生影响,因为木板"也更硬",但是它们与在软木板上一样地被"按压下去",但是这种力度少于在泡沫上的(请比较"依靠"和"紧贴")。但是接下来,它们不再对软木板起作用,是"因为软木板不凹陷",然后它们重新产生影响,而不是在木板上:"那么,重量去了哪里呢?"——"它们留在原地。"——"在软木板上的重量呢?"——"将会到软木板里面。"——"为什么它不凹陷呢?"——"因为它硬。"——"为什么这些圆柱体不会(沉)到泡沫的底部呢?"——"因为泡沫重新升起来了。"——"它做了什么?"——"因为它有一点硬,它向高处推压。"但接下来:"软木板抵抗了。"——"这是什么意思?"——"……"——"那么,如果我推压你的手,它会怎样做?"——"抵抗。"——"泡沫为了抵抗而向上推压了吗?"——"是的,稍微一点点。"——"木板没有抵抗吗?"——"因为木板很重。"最后,木块放在木板上:下面的木板什么都感觉不到,"因为这是相同的重量,但是下面的木板更重一些"。——"那么,重量去了哪里?"——"留在了原地。"

Nic(9;5) 在对可观察量的顺从和试图超越它们之间,显示出了相同的常见的矛盾:"在泡沫上,它们(圆柱体)推压得更用力。在软木板上按压的力度就会小一点,因为它凹陷得更少。"——"它们用了自己的重量去推压吗?"——"没有。"——"重量去了哪里?"——"在软木板上。"——"那么,这个重量推压了软木板吗?"——"是的,但是非常非常少。"——"那么,推压了木块吗?"——"没有……是的。"——"那么,它在木板上和泡沫上的按压是相同的吗?"——"在泡沫上按压得更多。"——"那里(铁板)呢?"——"按压了。"——"这些圆柱体推压泡沫比推压铁板更多吗?"——"不是,它在泡沫上按压得更厉害,因为泡沫凹陷了。"——"然而,

它们的推压是相同的吗?”——“是不同的,因为那里有凹陷,而铁板上则没有,因为它更硬。”——“在铁板上按压得更少吗?”——“按压得更多……或更少。”——“那么,用木块(向下推压)呢?”——“这是不一样的:在泡沫上按压得更少,在铁板上更多。”——“铁块或木块呢?”——“木块在泡沫上比在铁板上按压得更厉害。”——“但是它没有凹陷?”——“它(指木块)比较轻,在这种情况下铁板不凹陷。”

Rem(9;1) 在泡沫和软木板上的圆柱体的重量“总是相同的重量”。“那么,它的按压是相同的吗?”——“是的,因为它们总是相同的重量。”——“在木板上呢?”——(长时间的犹豫)“是的,因为总是相同的重量。”然而这个美丽的逻辑对于对泡沫没有造成按压的软木块不再有用,接着“稍微一点点”,但是在木板上就没有按压了。同样地,木块“推压”了泡沫和软木板,但是在铁板或另一块木板上就没有推压了,“因为木块在木板上,这是相同的重量”。至于反作用力,Rem 承认为了抵抗成人的手,他的手“应该向上推压”,在这里出现了逻辑上一个新的瞬间的成功:软木板为了不让圆柱体凹陷,它“应该向上推压”,但是铁板“它不能推压:它必须做一点点努力。”

Ced(9;6) 认为圆柱体的重量是守恒的:在泡沫、软木板和木板上的“按压总是相同的”,除了在出现凹陷的情况下,“会凹陷到一定的距离,但是在之后圆柱体就不够重了”。在泡沫的情况中,抵抗的是它的内层;在软木板的情况中,是它的差不多相当紧密的微颗粒的结构:“有很多的非常紧凑的小球”;在两只手的情况中,“我抵抗了”,而且“我得重新上升”。但是尽管我们在刚性弹簧上以及泡沫上都给了他一个口头建议,他还是拒绝接受在泡沫上产生了向上推压的力量:“但,不是的,因为泡沫在下面,它保持原状。”

Ana(9;11) 观察到一个圆柱体不足以让泡沫凹陷:它“是反抗的,它抵抗了”。软木板块也没有凹陷。“我们可以说泡沫感觉到了上面的重量吗?”——“是的。”——“那么,软木板呢?”——“尽管有一点,但是少了很多。”——“木板呢?”——“在这种情况下,那里,完全没有。”我们重新回到泡沫的“反抗”上面:“你能向我解释一下‘反抗’吗?”——“啊! 这很难!”——在经历手的试验之后,“我们能够说泡沫也用自己的力量去对抗了上面的重量吗?”——“是的……不能,泡沫没有上升,它被压扁了。”——“当我们去掉那些上面的重量时呢?”——“它重新上升了。”——“那么,它使用了力量吗?”——“没有,仅仅是当你们除去了圆柱体的时候,而不是当它们还在上面时。”——“然而,为了抵抗它们,泡沫和你的手做了相同的事情吗?”——“是的,我们可以说它推压了一点点(但不是很确信)。”——“那么,用金属的柱体呢?”——“是的,但是这个(=它=泡沫)推压得更少了一些(!)。”至于软木板:“没有,它没有(为了抵抗而)推压,因为它相当厚而且足够硬,它不需要推压。”回到手的试验上,这次我们问这些重量(圆柱体,软木块或木块)在没有凹陷时

是否“也同样起作用?”——“是的,有一点点,但是我们察觉不到。”——“在所有的上面都是相同的吗?”——“是的,都是相同的重量,仅仅是在下面的物体更硬更重。”——“下面的物体把相同的东西推到任何地方吗?”——“不是,它是有区别地重新推开,因为那个(受力物体)硬得多:这有影响,但是我们自己看不到。”

Fré(10;5) 认为重量守恒了:“当然,如果我们把1公斤物体放到别的地方,可能什么都不会改变……在这种情况下,它按压了相同的东西。”——“当上面放置了圆柱体时,这些物体中的哪一个应该抵抗得更厉害?”——“铁板,因为泡沫很软,而铁板更硬。”——“泡沫上的塑料块按压了吗?”——“没有……是的,它按压了,但是我们感觉不到。”——“铁板上的塑料块呢?”——“是的,和之前一样。”——“泡沫针对塑料块或者木块的抵抗,哪个更厉害?”——“木块更重,那么也就是按压得更厉害:在这种情况下,泡沫对于塑料块的抵抗更厉害。”——“在你的手上,为了支撑木块或者塑料块,哪一个需要你更用力?”——“对于木块会更多一些,因为它更重。”——“那么,你的手对于木块或塑料块的抵抗,哪个更多一些?”——“对于塑料块的抵抗更多一些。”很明显在此处出现了对于抵抗得“更多”和“更好”产生了混淆;但是这种混淆是有教育意义的,而且似乎表明了“抵抗”只是“半活动”,且只是被预估在结果中,还没有在方向上被估计(参照Aan对于泡沫上的圆柱体的说法)。

Pac(11;11) 提供了一个新的例子:“然而,泡沫为了不凹陷需要做些什么?”——(长时间的犹豫)“它尝试着用它的宽度(此处指厚度)和长度去抵抗。”——“但它是怎样做的呢?”——“我不是非常清楚:可能有和圆柱体相同的重量。”这些重量与推压或按压的行为一起被保留了,但是抵抗改变了。如果我们去除了2个圆柱体中的1块,泡沫就重新上升了一些,“因为这会更轻一些”。——“我们能说泡沫用向上推压的方式抵抗了吗?”——“啊,不能,泡沫没有向上推压。”另外,“它不需要”抵抗塑料块,“因为它在与立方体作战时也是相当强壮的。”——“作战是什么意思?”——“为了战胜立方体。”——“那么,抵抗呢?”——“就是说不凹陷。”——“软木板也应该与塑料块的重量作战吗?”——“啊,不是,它不需要:它足够硬。”

我们还有更多这类例子,它们展示了一种从观察中解脱出来的视角,并开始建构了一种完全非观察性的观念,即作用力与反作用力相等但方向相反。然而,从逻辑上讲,一个不可见的推力和一个同样不太能察觉到的反作用力,这两个概念相互很接近,因为,如果一种压力没有引起任何明显的效果,就应该是被一种相反的力量消解了。只有当压力跟随着作用于受力物体的施力物体的运动而发生时,且受力物体静止不动,施力物体的这个动作可以被刻画为顺运算或正运算,而反应则是逆运算或互反运算,这样一来,就更容易将最初的例子扩展到不可观察的情况,它从水平ⅡA就开始了。因此,我们应该尝试分辨这两个水平,即扩展越来越多的表现这种扩展的水平ⅡB,以及“抵抗”成为问题焦点的水平ⅡC。然而,事实上,这种差距并不是绝对的:从Mag(8;10)和Rem

(9;1)身上,我们发现了为了形容这种抵抗而出现的“向上推压”的表达,同时,我们发现12岁的被试还在争论,圆柱体“在铁板上按压,但从铁板的角度,我们可以说它几乎没有按压”,以及圆柱体没有在另一个圆柱体上“真正地”按压,“因为它们有相同的重量”。

说到这里,尽管从9到11岁之间有了一些明显可见的进展,但是水平ⅡB的核心问题是受力物体的表现的本质,通过“保留”“抵抗”甚至“重新推压”之类的词语表示出来。其中,被试Ana在做解释时,她重复了好多次“啊! 这太难了!”从Mag和Nic的中间阶段的例子入手,他们的矛盾充分地表明了这两个问题(“按压”作用的概括化和“重新推压”观念的产生)之间的相互关联。对于Mag来说,重量仍然按压了软木板,但在木板上则更厉害些,“也更硬”;或者,如果泡沫向上推压是“因为它变硬了一些”(但要注意的是:它只推压了“一点点”以作为抵抗),木板则什么都没做,“因为它更重”。在Nic身上,这些矛盾更加明显,因为它们是即时性的:铁板是“硬”的,重量在它上面按压得更多,“……或更少”,并且他连续地假设在铁板上比在泡沫上按压“更多”。这也就是说,如果保留或抵抗是硬度的函数,则我们就不可能知道它们是否与施力物体的更强或更弱的压力相对应。

然而,这也正是问题的症结所在,如果Rem在弱效应的情况下选择了相关性(软木块在泡沫上只按压了“一点点”,在木板上则根本没有按压,反过来,为了推开铁块的重量,木板的重量只要求做到“一点点努力”就可以了),实际上我们看到了Ana,尤其是Fré使阻力成为硬度的静态产物,而不是在压力的相反方向上的方向性力:Ana毫无信心地接受了泡沫对压在它身上的重量的“一点点”推压,但是如果增加了它上面的重量,则它就推压得“更少”或者不再推压了;而在手的任务中Fré则完全分离了:他(说)支撑木块的努力要比支撑塑料块更多,但“在塑料块上抵抗更多一些”,因为它更轻。同样,Pac认为阻力的观念是多余的,如果这种阻力不是由于受力物体内部的硬度而保持,而是涉及其他东西的话:泡沫“没有向上推压”,而且“它不需要”抵抗塑料块,因为它“是相当强壮的”(另外,Ana也说了类似的话),能够阻止凹陷。

总而言之,保持、抵抗、向后推等,还没有在与外部作用相反方向的定向活动的意义上构成一种反作用力:它是在对立效果上的准活动,而且不是返回到原来相同的状态,因为它不会在受力物体的外部展开,并仅限于通过阻止威胁的入侵来维护它自身的完整性。因此,它只考察可观察到的结果,这些同样也更加自然,因为这些被试仍然倾向于相信在零效应的情况下,重量停止起作用:Mag说它仍然“留在了原地”,不是相反方向的挤压而是“向上推压”。

5 阶 段 Ⅲ

终于,仅仅只有在11—12岁的阶段,压力被概括为所有重量的施力物体,使受力物

体形成了一种相反方向的推力。然而,这种理解仍然分两个阶段进行,并且只在次级阶段ⅢB才最终完成。在水平ⅢA,仅仅是对ⅡB情况的逆转,当施力物体没那么重时,受力物体的阻力会更强,因此,对于水平ⅢA的被试来说,当受力物体更重且其被动阻力足够时,缺乏动态反应。这里举几个例子。

Nic(11;7) 放置2个圆柱体时,"泡沫阻挡,它阻止被压到桌子上"。——"那么,如果用1个圆柱体,它也阻挡吗?"——"是的,但没有那么重。"——"铁板应该阻挡吗?"——"不,因为它很硬。"——"那么,软木板呢?"——"没有。"——"这些圆柱体对铁板也会造成负担吗?"——"是的。"——"仅仅1个(没有凹陷时)会推压泡沫吗?"——"是的。"——"那么,在这种情况下,泡沫应该怎样做?"——"推开它。"——"圆柱体会向哪个方向推?"——"向下。"——"泡沫呢?"——"向上。"——"在泡沫上放1个木柱呢? 会向下推压吗?"——"一点点。"——"那么,泡沫应该推开它吗?"——"是的。"——"放上圆柱体,软木板应该推开它吗?"——"是的,应该推,因为它比圆柱体轻得多。"——"木板会推开它上面的重量吗?"——"因为它不能产生凹陷,就不需要推开了。"但是接下来,我们在铁板上放了1个铁柱,他认为"同样地推开了"。——"那么,如果它比铁柱推得更厉害呢?"——"它会重新上升。"——但是"泡沫应该(比铁板)付出更多的努力"。——"你坐的椅子,你按压它了吗?"——"是的。"——"那么,它按压你了吗?"——"是的。"——"这是同样的情况吗?"——"是的,它能够阻挡。"

Gab(11;8) 这样来表示在阻力方面的反作用力:"软木板(比泡沫)更能阻挡重压。它支撑了重量。"——"那么,木板呢?"——"它也能阻挡重量。"——"在木板上放1个1公斤重的铁块,与在木板上的木块进行比较呢?"——"它应该更能抵抗铁块,但是我们肉眼看不到。"

Ave(12;0) 通过软木板的微粒性质(即许多非常小的压得很厉害的小球)来解释反作用力,因此,不仅仅是它的硬度,而且它的阻力也被明确地视为一种活力,"这些小球可能像弹簧,当向上推压时,它会重新上升"。

Ste(12;7) 泡沫会"重新上升":"它弹出了圆柱体。"——"木板呢?"——"它没有,而且它不需要弹出,因为它很硬。"至于软木板上的重量,它"尝试阻挡这个重量,因为它比泡沫的力量更多一点"。相反,木板没有反应:"它足够坚固,能够支撑这些柱体,并用它的表面去阻挡它们……因为它的表面很硬。"

Phi(12;7) "重量尝试着在泡沫里凹陷下去",但是泡沫"像一个人一样:它应该收缩"。——"那么,软木板呢?"——"它应该做出更少的努力,因为它有阻力(除了这种反作用力之外)",然而"这是比支撑重量的木板更大的努力,因为木板更具有抵抗力"。

这里是水平ⅢB的一个例子。

Toi(11;2) "泡沫上的重量比软木板上更重吗?"——"当然不会改变啦,因为

它在上面。”——“那么它同样地推压吗?”——“不是,因为它很硬……是的,是同样的东西。”——“当你推软木板时,你的手指会有什么感觉?”——“我的手被按压了,是我在按着它……并且,当我按压时,很明显我的手指也就被按压了[①]。泡沫让轻的金属块重新上升了。”——“那么,即使我们看不到,你认为木板也让这个金属块重新上升了吗?”——“是的,我是这样认为的。”——“或者,泡沫和木板上的出现的状况是不一样的?”——“不是,我认为它们是一样的。”——“那么,软木板呢?”——“这肯定是一样的,每一个都要按照不同的力量。”关于这个力量,“泡沫对塑料块(小立方体)和木块的反应是不同的吗?”——“我不知道。它当然应该反应不同,因为木块应该更重。然而,坦白说,我什么也没有看到,因此,我认为(=我演绎)它应该推压木块比推塑料块更厉害一些……”——“那么,像这样,木块或者塑料块放到一个铁板上,铁板对它们的推压应该不同吗?”——“是的,和在泡沫上发生的一样。”——“那么,坐在椅子上时,你推压椅子了吗?”——“是的,当我坐下来时,我也向下推压了。”——“那么,椅子有向高处推压吗?”——(她笑了)“是的。”——“那么,如果它没有推压呢?”——“我会跌倒到地上。”——“那么,为何你既没有摔倒,也没有撞到自己呢?”——“因为它推压得足够了……它的推压和我推压的相同。”——“如果我坐下,它改变了推力吗?”——“是的。”换言之,作用力和反作用力是相等的,Toi同样也确认了这一点:在泡沫上放置了一个很轻的塑料块,发生的什么是观察不到的,她说“它推压到刚好能够停住”。

从水平ⅢA起,被试(儿童)有了反作用力的观念:无论是所谓的保持、抵抗或者反推力,它构成了一个与“作用力”同质的主动力,证据是,从此以后它必须与施力物体的重量成比例。然而,水平ⅡB的被动抵抗被认为是更加成功的,因为施力物体的重量很轻(这与互反性活动正好相反)。但是,如果轻的物体同样应该抵抗重的物体,并且“推压它”,则相反就是不正确的,并且重的受力物体“不需要推压”轻的重量(Nic),“它足够坚固,能够支撑这些柱体”(Ste)。因此,在水平ⅢA,在不对等的重的受力物体对轻的施力物体的情况下有了对于作用力的认知,也就是说,在较低水平时有压力,但是在轻的受力物体对重的施力物体的情况下则有残存的被动抵抗(硬度,等等),即在最开始时,初始压力被界定为不存在的。

最后,在水平ⅢB,在所有的情况下,反应变成了通过纯粹演绎进行的概括化(“坦白说,我什么也没有看到,于是我想”),并能遵循动作的比例,对作用力进行概括,并对互反和相等做了必然性论断(“当我按压时,很明显我的手指也被按压了”)。这就是其他研究在同一层面上所表明了的,但是仍需要澄清的是,这些概括化中使用的机械装置导致(儿童)对不可观察动作的令人惊讶的理解,这也是我们将要尝试的。

---

① 此时还没有进行推手的尝试。

6 结　论

在先前的大多数研究中，概括化仍然长时间地停留在归纳水平上，并成功地建立了一套关系或规则的集合，在此基础上，建构性概括化才能形成；通过增加的演绎性的、必然性的推理，观察事实因此在没有太大障碍的情况下逐渐地被整合到包含可能性运算的系统中。然而，在本研究中，观察被简化到很少的一部分，而且整个问题被植入一个巨大的作用力和反作用力的网络中，这些作用力和反作用力都是绝对无法观察到的，而且更难达到且矛盾的是，它们的本质是物理性的并且是现实性的，但确切地说，在一定程度上，它们在现实中经常被想象成是可能性的一个侧面。

水平 IA 坚持这两种观察：压力只发生在有凹陷的情况下，只有在受力物体不够坚硬时才会发生。因此，一些局部的归纳性概括化能够预测到轻的施力物体如塑料块，没有施加任何压力；然而对于硬的受力物体如木板或者铁板来说，它们则没有经受任何压力。在水平 IB 中，达到一定程度的压力变得容易被接受（“很厉害”“一点”等等），施力物体保持其能被受力物体“感应到”的重量，而不是施加任何压力。但如果这种被感知到而没有起作用的压力接下来将会超过观察，那么它仍然只是水平 IB 自己观点的延伸（手可以感受到一个似乎没有重量的物体的存在）。

接下来，在水平 IB 和ⅡA 之间的两个中间阶段的例子向我们展示了，（儿童）难以理解在无凹陷的情况下压力被保存的原因：如果存在两种相反方向的力（施力物体的重量或者受力物体的“可抵抗”硬度），或者它们是相等的并且什么也没有发生，因此它们无效，或者是一种力量胜过另外一种而后者被消除了。在这两种情况下，依据观察，不可能理解两个同时起作用的相对的力，因为一个可以取消另一个或者两种力相等。因此，在前运算水平的ⅡA，适当的建构性概括化涉及重量的守恒，客体的质量是一种不能改变的形式。然而，从逻辑的角度来看，如果重量守恒，压力就必须保持不变，其结果是在受力物体中施加相反的力量来解释无凹陷的情况。因此，从水平ⅡA 开始，压力守恒进而反作用力也守恒的观念因而具有了逻辑强制性。如果不是这样，那就会涉及这些问题，不仅仅是囿于观察的桎梏，而是另一种，即在似乎并没有观察到什么的情况下去“发明”一些事实。在这方面，两个相等的重量之间的均衡状态尤其具有启发意义，因为有东西被抵消了，因此，整个问题就是，需要知道它们是否只是抵消了其效力，但仍然继续作为相反的力在起作用，或者它们作为活动和力相互抵消了。根据观察，第二种解决方法是最自然不过的，因为什么都没有发生。相反，第一种解决方法则需要“发明出”两个新的思想内容：一种没有运动的力，而更复杂的是，当重量已经被放到受力物体身上并起了作用时，从一开始就静止的受力物体为了回应向下的重量而施加了向上的推力。然而，如果第一个解决方法只在水平ⅢB 才能理解，如果ⅡA、ⅡB、ⅢA 这几个水平只是构

成了一个漫长的准备阶段,能解释这种延迟的显著事实是,任何可观察到的事实都不能用来否定或者证实两种解决方案中的任何一种:只有内在的逻辑,即连续的整合和建构性概括化的渐进一致性强制性地实现了逐渐趋于恰当的选择,但是除了这种演绎性协调,就没有其他检验了,其在儿童掌握的经验中缺乏可能的吸引力。确实有一部分被试(如从Eri身上所看到的)达到了以构成性虚假观察作为理由,但必然地,除非在演绎和验证之间的这种理想的联系可以在事实上维持一段时间。尽管如此,当这种建构性概括化通过物体的力概念而实现纯粹的演绎时,它仍然被指出是经验归纳和建构性概括化之间可能的即时性的过渡。

在这方面,如果这些被试没有更多地表述他们做出的推理论证,那么依据他们的犹豫和矛盾,我们很容易建立从水平ⅡA到水平ⅢA的区分。至于第一个最简单的问题,即(儿童)在没有凹陷的情况下对于压力的概括化,它在重物上时被消灭或停止的想法是拟人化的:手臂的力量可以发挥或停止这样的做法,会根据情况随心所欲地改变。相反,在另一方面,如果一个物体看起来在这里压得比那里更多一些,那么我们就无法了解停止起作用的重量的性质。当9岁1个月大的Rem说出它在轻的和重的物体上的按压是相同的,"因为它们总是相同的重量"时,他很好地解释了在第二阶段的进程中越来越严格的概括化上的共同原因。

至于反作用力,经过逐渐的但是更困难的过渡,从被动抵抗到对等的推力,这种演变的原因显然在于要在这样的事实中寻找:如果压力守恒而单独的施力物体的重量变化,则受力物体的反应就应该是(重量的)函数。然而,源于唯一的"硬度"的被动抵抗则没有任何功能依赖:它仍然独立于任何压力,在事实表明有关系时,最初的意见是,当施力物体更轻时,它会更加强大,这相当于根据无凹陷的结果去评估它,而不是把它想象成一种活动。相反,从这个抵抗不再付出全部或者什么都不给,而是根据压力而变化的那一刻起,受力物体的反推就不再停留在内部(水平ⅡA的Rog说"全部向里面"),而是朝着与施力物体的方向相反的方向发展,作为一种定向向上的推力,与施力物体向下的压力相等。

总而言之,这个实验所涉及的建构性概括化不仅仅包括了给定的内容组成新的逻辑形式,还有对于压力的守恒以及在均衡状态下对于相反的作用的互反关系:虽然涉及了物理学,但它都是为了创造出一些新的内容,而不是由可观察内容所暗示的,譬如没有出现运动位移的力以及在它们的方向和部署中的观察不到的无形的反作用力。这种世系关系位于逻辑数学和物理学的建构性概括化之间,其原因是:如果前者直接处于可能性的世界中,而后者,却与它的目的完全不同,并且只倾向于解释现实。只有成功地把后者深入到可能性的同一个宇宙世界中,才可能成功。因此,正如我们一直说的那样,将被试的操作归于物体本身,即因果关系由什么构成,这远不止是为了经济目的而提出的申请:它所要求的这些新的建构性演绎导致了在真实性与可能性之间的关系的革命性的颠覆,这并不是这种概括化模式的最小成就。

第十二章　速度的基本概念的概括

与E.德克斯和S.达扬合著

在第九章中，我们已经指出了不仅仅是概括化提出了分化和整合的问题，这一点不言而喻，但仍有某些分化（如果不是全部的话），除了那些抽象思维的进程之外，还需要借助某些概括化机制，因此如同我们已经在滚筒的旋转和平移的关系中看到的一样，这是概括化和方法之间的关系的问题，迟早会与分化和整合的问题相联结，这是我们在这里特别希望重复考察的；然而这关系到一个相当大的问题，也就是速度观念的不同形式的共同特征的问题。事实上，如果存在一种以顺序为特征的早熟的速度直觉，只是基于超越并与时间延续性无关，这种运动学概念进一步发展以后，才会包括所有与时间的流逝（持续时间）有关的关系，而不再仅仅关系时间和空间的相继顺序：显然，这是速度-移动的例子（有角速度和线性速度两种形式），同时这也是速度-频率的例子。事实上，与持续性无关的频率仅仅是一种机遇的表达，例如数量上的相继出现n个动作，但速度的意义则是完全另外的表达，即这n个动作是集中在几秒内或者分散在几个小时之间，而这准确地构成了不同的速度。

因此，我们的问题是考察被试最终如何使用持续时间、线性速度、角速度以及速度频率等观念，我们看到这里有两个相互关联的问题：一个是分化，尤其是这些年轻的被试对于角速度和线性速度的区分困难；另一个是整合，特别是对速度频率做出与持续时间相关的解释。此外，我们希望指出这些分化的进程需要某些概括化，因为抽象不能缺少一定数量的相继比较。

技术：使用了3个步骤的任务。

Ⅰ．一个直径5cm的轮子，带有一根2cm长的红色的线条，在一个屏幕后面旋转，这个屏幕也有一个宽度2mm以及长度等于轮子半径的缝隙，它能够显示出红色线条的出现。我们使它旋转，同时要求孩子们描述出他们所看到的，接着我们改变速度，当被试声明“更快”或者“更慢”时，我们让他明确表达出如何看待这些，“你怎么看待这个”。在这些“更经常”或者“我们期待更多”的回答之后，我们询问是否有某些“确保的”方法，如果这个孩子再不能发现更多，我们建议他们做计算或者利用一个秒表。完成了这个步骤，我们就重新开始这些比较，并从中分析被试的这些方法。

Ⅱ. 第二个步骤被用于这些相同的被试身上，在于对线性速度和速度频率做比较，但包含旋转的圈数。我们使用上面提到的轮子，用一个圆片作为轮圈的标记，我们让它在桌子上滚动。开始的问题是：(1)如果它滚动了尽可能多的圈数，轮子会到达很远的地方吗？在n圈或者n'圈之后，它会到达哪里？(2)如果它仍然滚动了相同的圈数，但我们更快地(或者更慢地)发动它，它会到达哪里？(3)当一个轮子比另一个轮子滚动了更多的圈数，它会更快吗？等等。我们同样询问持续时间是和跑完的距离有关，还是与速度有关。

Ⅲ. 第三个问题(针对另外的被试)是针对轮子的线性速度和角速度，使用的装置是一个转轮和一个与之垂直放置的齿轮。平放的是一个有21个齿的黄色大齿轮(用J或J_1来表示)，垂直放置的是一个9个齿的红色小齿轮(简称为R)在旋转。然后，红色小齿轮带动一个有15个齿的中等大小的蓝色齿轮(简称为B)，有时候我们也会重叠放第二个黄色齿轮(称为J_2，有21个轮齿)。开始时，我们让被试先做预测，观察和描述旋转，作为观察的理解线索。接着，我们拿走蓝色齿轮B，并让他们预测，然后我们让黄色齿轮J旋转一整圈(以一个轮齿的标记为准)，让他们观察红色齿轮R会怎样。再接下来，我们会询问是否有一种方式可以知道：如果黄齿轮J转两圈的话，红齿轮R会转几圈。我们还会在不同情况下对各自的速度以及时间进行提问，如有必要，还会提议他们去数轮齿。我们也会问某些被试，在黄齿轮J上标记的一只蚂蚁，以及红齿轮R上的另一只蚂蚁，它们是否会路过同样的路径，等等。

第一部分 速度-频率

1 第一阶段和水平ⅡA

从前运算水平起，这种频率已经像速度一样可以被感知和想象了，即它应该和一个运动相联系，就像我们的装置那样，或者仅仅与那些持续的声音有关，或者与那些多变的间歇中的闪光有关[①]。在我们当前的结果中，需要区分出两个水平，一个是水平ⅠA，在这个水平时，这种速度只能根据自身的动作来估计，例如看得更清楚，诸如此类；另一个是水平ⅠB，或者频率理解的开始，(这时频率)不再是作为数字和持续时间之间的某

① 这是，如同G.伏亚特希望在困乏的状态下研究(被试对)时间持续性的知觉，向他的被试播出闪光的片段，让他们进行成对的比较，其中一个片段比另一个包含一些更长的间隔。然而，与目前的观察相反的是，他没有发现那些对于呈现出的最后效果的高估(一些心理物理学家的已知的系统错误，称为"时间错觉")。我们当时向他建议从询问他的被试看到的不涉及持续时间的问题开始，然而大多数在速度方面做出了回答(即那些来得"很快"或"很慢"的光线)，这自然地修复了持续的通常的错误。

种联系,而只是一种隐含的表述。下面就是水平ⅠA的一些例子。

Den(4;8) 描述了他所看到的,但表示“我不相信”这在后面动。他区分了这些“慢慢地运转”的情况,因为我们清楚地看到了红轮子,以及“会更用力(快)”的情况,因为“我们不能看到红轮子”。

Xia(5;0) 没有看到运动,只看到了“有东西升上来,就像这样(垂直的手势)”。她在“你转得太快,我不能看到红轮子”上估计了速度。“你怎么知道这是快的呢?”——“因为你打开得快。”——“那么现在呢?”——“慢的。”——(再一次更慢)——“根本看不到什么……它没来……来了!”接着:“啊!是白色的在动,是红色的在推它(这次的运动在水平方向指出)。”

下面是水平ⅠB的两个例子。

Mur(5;11) 引用了相同的话,如同速度的准则:“我只看到了红轮子。”——“现在呢?”——“我之前看到了红轮子……我看到了很长时间的红轮子。”

Jac(6;10) “啊!这动得很慢。”——“你知道是为什么吗?”——“因为我更好地看到了这些线。它们很密集。”——“快吗?”——“看到的很小,差不多到处都是(这里表现出了转化为空间的频率的开端)。”

我们看到在水平ⅠA,速度-频率的唯一准则是随着频率的增加,(在快的时候)他们不能辨别这些线,然而当“慢”的时候则能更好地看到它们。在水平ⅠB,用知觉的有效性来作为参照的做法依然存在(并且经常会保留到之后较晚些的时候),但Jac为了表示这些红色的线不停地回来,加上了“到处”的观念,Mur则表现出了持续时间的开端,“我看到了很长时间的红轮子”,在“我有时间看到它”的意义,这仍是处于用自身动作来定义关系的水平,但显示出了对时间间隔的估计的进步,这成为水平ⅡA的特征。

在亚阶段ⅡA(平均7—8岁),我们仍然还没有观察到(被试建立了)感知要素的数目和持续时间之间的联系,但频率在术语上或多或少地明确出现了,要么是数量上的(“更”、“很多”和“经常”);要么是运动上的,但与间隔(重新回来)有关,尤其是在红线移动的问题上。

Mol(6;11) “这旋转得很快……我们看到了很多灰色以及不多的针(红色)。慢慢地,看到了更多的针。”——“这对计数有任何帮助吗?”——“我不知道。”

Val(6;11) “它动得慢,因为我们经常看不到(红色)经过”,以及“快是因为它更经常地经过”。对于数目和时间的联系,她想象为“每次看到红色经过,这意味着一分钟”,就像是这个联系不会随着速度改变一样。

Cor(7;5) “它不快是因为我们等了5秒之后它才来”,因此不快是指看到的“不多”。但与此相反,当她计数红线时(基于我们的建议),她发现快的是26,慢的是16,但还是惊讶于这个数目差异:“这正常吗?”——“不正常。”——“我们可以有相同的东西吗?”——“我不知道。”

Bar(7;5) 用红线的经过来判断速度在增大:它“动得慢”或者“经过得快”。

当我们建议他计数时，但并不是为了发现找到的数目有什么特殊含义，而是探索它与速度有关的事实，“我已经数了太长时间了”，终于相信了速度与持续时间是成比例的。

Dom(7;8)　同样用“红线经过”的更快或更慢来判断速度，当运动慢时，“应该有一条一亮一灭的白线”。我像第一次那样重做了一遍(快的)。“不，这不是同样的情况(因为红线的原因)。”于是，我们向他展示了两个系列的点，有间隔的或密集的：“第一次(快的)像是哪一种？”他指了最大频率的那个。“第二个像哪个呢？”(指了较少的频率)。

Olg(8;0)　很快：“总是红色。”——(慢的。)——“是白色。”——“为什么？”——“因为白色会更快(由于它的频率增加)。”然而，第一个演示(更高速度)被认为最快的，但这对计数和查看手表上的时间都没有任何帮助。

Gia(7;10)　同样的标准(“红线快”)，但他发现计数或者测量时间“不是非常”有用。

Mar(9;9)　尽管他的年龄不大，他只用红色的返回间隔来判断，根据它“回来得很快”或者不快，并发现计数或者测量时间“完全没有”。

这些反应相对于之前的被试来说是明显的进步，尽管他们或多或少还需要明确地参考频率。例如Mol满足于对照“很多”与“不很多”，但不明确是否涉及某些出现(就像Cor)，以及是否关系到一个花费更多或更少时间来观察的独立显现(如同Ba、Gia和Dom)。在后一种情况下，被试徒劳地只考虑了一个个别的事件(如Bar说的红线“经过得快”，等等)，他很清楚他的估计中包括频率，因为如果它“来得快”，则“回来”得也快(Cor和Mar)，在这种情况下“它更经常地经过”(Val)，这显然是频率的表达，Dom没有明确表达，但我们一旦向他指出那些间隔的或密集的点，他就承认了。因此，在每一个例子中都有一个频率的陈述，清楚的或暗含的，于是我们能够说速度频率在水平IB会有进步。

但令人震惊的是，如果每个判断都暗含了持续时间或者数目，那么它在这个水平不会对演示中的线的数目和持续时间之间的任何一个整体关系起作用。可是，很明显的是，这些用语诸如“经常”或“很多”意味着一个数目以及需要等待红线的返回，或者表示它“经过得快”则包括持续时间(水平IB的Mur已经用“很久才看到”来表达“经过得慢”)。因此，这些被试认为或表示计数线的数目或测量时间是“完全没用”的，这是怎么回事呢？这些使他们满足的用于表现速度-频率的观念在本质上依然还未被区分开：“经常”，“很多”，返回或经过得“快”，等等，的确，这些观念都能够(将儿童的思维)引导到数目和持续时间之间的那些关系上，但只需在它们的暗含的组成部分上来区分这些概念，而它们在被试身上如同合成产品一样却一点也没显示出，而且它们只是作为定性的近似值满足于它们自己，优先于总体和未分化的直觉。事实上，儿童还没有区分这两种概括化，一种是以比较差异为目的的概括化，另一种则是形成公共要素的概括化。因

此,是这些概括化的比较使得这些被试去寻找、把握各种情形之间的关系的方法,并借助于必要的计数以及量化持续时间的手段。

2 水平ⅡB和阶段Ⅲ

在亚阶段ⅡB(平均9—10岁),这样的考量才开始出现,但是,依然难以将整个序列的数字和持续时间之间建立的联系实现数量化表征,这种联系与独立的线的间隔或者个别的“经过”相对立。

Luc(8;10) 判断这“旋转得太快,因为它(红线)立即就回来了”。——“为了确保,你能够做些什么?”——“任何事情,但我什么都不知道。”——“有些孩子说需要数数,他们有道理吗?”——“我不知道。可能他们知道需要数数,但我不知道。”——“这个秒表会有帮助吗?”——“是的(观察了)。”——“需要多少秒?”他当时测量了两个不同的频率用时15秒:“相同的,15秒。”——“这应该怎么说?”——“这两个是相同的速度。”——“多少圈?”——“我没数。”——“你确定我用相同的速度操作了两次?”——“是的。”——“没必要看这些线吗?”——“我认为没必要。”接下来他表述得很好:“应该数圈数的。”——“如果你当时在15秒内数了两次的圈数,你能知道哪个更快吗?”——“是的,但不用秒表也能知道。”

Ari(9;2) 一上来就说了:“很快,因为能经常看到红色的线。”但她没想象出我们为了帮助她而做出的事情。“数数?”——“是的,当它动得更快,就能多次数到这些线。”(我们转了9次很快的和13次慢的,她都数了。)——“什么时候更快?”——“第一次。”——“这样数数有帮助吗?”——“没有。”——(她笑了。)——“那么,而且怎样?”——“……”——我们建议她使用秒表:“这对了解速度有用吗?”——“是的,可以很好地读到每条线之间的秒数。如果秒数很少,旋转得就很快。”

Wil(9;4) “这些线(红色的)会更快(指它们的经过)。”——“为了证实这个,应该做些什么?”——“不知道。”——“数数?”——“这不起作用。”——“借助秒表呢?”——“是的,用秒表。”30秒和50秒,“第二次更快。”——“因为用了更长的时间吗?”——“是的。”

Car(9;6) “当它动得很快的时候,就可以经常看到红色了。”——“为了证实这个,应该做些什么?”——“……”——“数数有用吗?”——“是的。”(犹豫了)她在心里分别一圈一圈地默数到10和默数到7:“第二次更快。”——“为什么?”——“因为有更少的数字”,她明确表示这就意味着“更少的时间”。

Vil(9;11) 当“经常看到”的时候是更快的,但当说到计数时(非自发的),她说:“当我看不到红线的时候,我数到了10(低声地说出)。”换言之,她计量了红线每次出现的时间间隔。她接受了使用秒表,但用“这要更多的圈数和更多的秒数”来

判断高速,这不意味着什么。

Car(10;11) “我看到它经过了几次。”——“怎么才能确认呢?”——“数数。”于是,她和麦赫一样数了间隔时间,发现是6和4。——“4,这怎么解释?”——“即它更快。”(正确)——“4更快?”——“啊,不是,当它转得更快时,我只数到了6。”但用了秒表之后,她正确地发现了一圈是“3更快”。

Met(10;3) 开始时和Vil一样,仅限于计数剩余的时间间隔,因此是近似值,但有了制动器(指秒表)之后,他得出了准确的结论:“当轮子旋转时,我数了时间。”——“有哪些需要注意的地方呢?”——“红色的杠是6秒(两个标记的中间间隔),而这里是2秒。”——“哪次更快?”——“第二次。”他也到达了阶段Ⅲ。

在评论这些反应之前,这里还有阶段Ⅲ的两个例子,问题都得到了解决,也是通过对间隔的测量,但其间所遵循的是精确的必然条件,这是新的,是红线的数目和整体的持续时间之间的关联。

Zup(11;0) 当这个快的时候,“红色带子返回得更快并且更经常”。——“如何能够更确定呢?”——“如果这是有规律的,当每次看到一个红色带子时,我就会数1、2、3、4。”——“那么,如果(这两个序列)看起来很相似呢?”——“那就拿一块手表,并观察两个红色带子之间用时多少秒。”

Syl(11;5) “如果你不确定呢?”——“秒表:当我第一次看到(红色)时,我就按下按钮,第二次看到就按停止。”——“这是什么意思呢?”——“经过的时间。我比较这两个(出现的序列)。”

Oli(11;2) “经常看到红线时”更快。“怎样确定这一点?”——“我们观察1分钟之内红色转了多少圈。”

Man(12;4) 开始时提议数圈数,接着比较每次转三圈所用的时间;最后,“让它旋转15秒,并数红线的数量”。轮子的速度是“在一定时间内旋转的圈数”。

从这几个后面的例子开始,出现了两种意见。第一种是,11—12岁之间的被试有将近一半能够最终通过计红线的总数目,或者数红线返回到同样位置需要的圈数,而不是限于近似的定性的“更经常”。然而,我们要注意到,这个总数的观念构成了能够与持续时间产生联系的水平(阶段ⅡB的Ari的沮丧,在这个被试身上,是因为她笑着承认数到9和13没有什么用处,只要我们不再提起关于序列比较,她就不会发现错误)。换言之,正是关于两种不同速度的共同特征的概括化研究,导致了“经常”这个表述分化为两个通过一种必然性关系联结在一起的概念:总数和使用时间。况且有一半多一点的处于阶段Ⅲ的被试还停留在红线消失和再次出现之间的时间间隔的测量,因此单独一圈的持续时间的测量可能足够了,因为它与速度成反比。但是,第二种意见是,这种$t/1$(t等于旋转一圈需要的时间)的测量除了作为T/N(T等于旋转N圈所需的全部时间)的表达之外,没有其他的意义,这也是Zup所不能接受的仅有的暗含方式,但她明确说出了“如果这是有规律的”。换言之,如果一个相同序列的圈数是一致的(更不用说孩子自己数

数,她认为有道理的是,这与序列比较而言不太准确,此时最好使用手表)。

对于水平ⅡB的被试,几乎所有人都使用了两种方式中的第二种,除了开始时Ari计数红线时忘记了计算持续时间,令人惊讶的是,如果我们建议(儿童)计数,他们会把它用到两个标记之间的时间间隔,而不是用到标记线本身上。但如果他们因此都考虑了持续时间,也是存着诸多疑惑的:根据使用时间决定的速度而不是与它相反(Wil),混淆秒数和转的圈数(Luc和Car),等等,简而言之,困难在于很难用差异变量之间的关系来替代先前水平上的笼统表述。

第二部分 线性速度和角速度

3 桌子上的轮子的滚动为圈数

当前面的轮子在桌子上前进而不是自转时,问题在于要让它在既定时间内走完一段路线,即它的线性速度,不仅仅与滚动圈数(频率)有关,还与它的旋转速度或角速度有关。提出的这些问题只提到了圈数,走过的距离和速度,但没有涉及用持续时间做参照,也没有涉及持续时间、走过的距离和速度的三个条件来阐述的其他方面,这自然有助于(儿童的)分化和对旋转的把握:从这里,先呈现结果之中一些有启发意义的对照实验。

这里是第一阶段的一些例子(直到7—8岁)。

Bro(6;8) "如果我让它转1圈,它会到达哪里?(解释)"——"那里(10cm处的红色标记)。"——"那么,转2圈之后呢?"——"那里(18cm处)。"——"如果推动得更厉害些呢?"——"不,会太远了。"——"哪里呢?"——"地上(超出了桌边)。"——"如果转得很快,1圈之后,会到达哪里?"——(总是根据标记)——"那里(10cm处)。"——"如果转得慢呢?"——"那里(5cm处)。"——"我会用同样的力度转动2次轮子,哪种会需要更长的时间,1圈还是2圈?"——"2圈。"——"如果轮子转得很慢呢?"——"2圈(会更快)。"

Dan(6;11) "转2圈之后,会到达哪里?"——"那里。"——"如果转得更快呢?"——"会更远。"——"转得慢呢?"——"那里(非常接近)。"——"我让它们转得非常慢(1圈和2圈),哪个会更快?"——"是的,那个(2圈)。"——"你是怎么知道的?"——"因为它更远。"

Ard(6;10) 1圈慢1圈快:"它们用了相同的时间吗?"——"不是。"——"什么时候用时更长?"——"当转得慢的时候。"相反,对于距离,回答2个快圈用"可能是那里";回答2个慢圈时为"更近。"

Men(7;10) 5圈会比2圈更远，并且用时更长，但转2圈时，一个轮子会更快，“因为会比5圈更近”，因此更快=提前到达。“如果我让它转得慢一些，还仍然会很快吗？”——“这很难解释。”但他坚持“很快”。另一方面，5个快的圈数引向“更远”，5圈慢的为“更近”。

Gay(7;8) 更多的圈数引向“更远”以及更多的时间。但如果我们转2个快圈，相对于慢圈来说“它会很远”。“转4圈会比2圈用时更少吗？”——“是的，4圈更快。”

在他们的成功和失败中，这些反应都很清楚。对于那些预演来说，所有这些被试知道说：用相同的速度，前进得更远会耗时更久；速度较小时，移动相同的距离会用时更多。但这就像那时已经说过的那样，在提出的问题中，对持续时间的考虑是明确的，反映在这些速度、距离和时间的三种形式的例子中。另一个成功之处，同时也是比较普遍的，但在持续时间上没有提示，这就是确认了轮子转“更多的圈数”会导致“更远”，但是，我们既没有要求(儿童)数圈数，也没有在数目和线性路程之间建立度量上的协调，这带来的问题是(反应只是)“更→更”之类的简单的质性关系。

相反，观察到这一点是非常有意义的。由于在所有的参照中缺少了持续时间，速度的增加会让一个相同的圈数滚动得“更远”，就像一个相同的圈数与一个不变的线性路程[①]并不协调一样，而在这种情况下，速度却唯独改变了持续时间，而不是改变跑完的距离。但我们在这里重新发现了关于速度的整体性观念，未在距离和时间的关系上发生分化，在其他的(对于速度-位移的)研究中，这种整体性观念本质上即是位移的超越顺序直觉，因此旋转更快的轮子会超过转得更慢的轮子(虽然圈数相同)，由此得出更快=更远，好像更快的旋转等同于“更多的圈数”。因此，第二个系统性的错误是：“更多的圈数”与“更快”是彼此相等的，除了在有些例子中，如Men，“更少的圈数”表示“更近”，即更快地到达。孩子可能有时候考虑更多的圈数由一个开始时更用力的冲劲产生，这一点是正确的；同样，也总是坚持初始的相等，如我们所见(如同在Bro那里)，这点没有改变。

在阶段Ⅱ，被试从相同的方式开始，但是在桌子上尝试一圈以后能够自动地修正或进行测量。

Bir(8;10) 在四十几圈之后描述了他认为轮子会到达的地点。“如果让它启动得慢一些呢？”——“会更近一些。”——“转得更快呢？”——“比桌子上的其他终点更远一点。”——“转得慢一点呢？”——“啊！相同。”——“速度不算吗？”——“不。”——“那么，用这个小轮子(指另外一个)呢？”——“那里(更近)。”——“为什么？”——“因为它没那么粗。”

Olg(8;0) 相同的直觉反应。“在1圈之后，我们能不能准确地猜出它会到达哪

---

① Vinh-Bang描述了相同轮子的每圈路程的守恒只会在第二阶段时取得。(“Etudes”，第23卷10章和11章)。

里?"——"值得试一下。"她量了路线,并且理解了2圈是翻倍的距离,以此类推,并与速度无关。

Ari(9;2) 起初同样相信对于相同数目的圈数,路程取决于速度,接着,为了检验,她量了周长并把它转换成桌子上的直线!"那么,10圈之后呢?"——"是轮子周长的10倍。"——"如果转得慢一些呢?"——"还是那里。"——"快或者慢呢?"——"这不重要。"可是她开始相信轮子会"转1圈很慢,转3圈很快",接着改变了主意,说当"发动:那么速度会更快或者不那么快时",速度只取决于"力量"。——"这也就是说?"——"当用时更少时,速度会更快。"这并不会妨碍她在一会之后就坚持,如果数一分钟内的旋转圈数,"更少的圈数就是转得很快。"——"确定吗?"——"不尽然。"她自己更正了。

由此,我们重新发现了这些中间情况以及水平ⅡA和ⅡB的犹豫。概括化此时能够允许分化经过的距离和不同的持续时间,这个距离由相同圈数构成,是不变的,就像我们看到的那样,在一个递归过程中,从1圈=x到n圈=nx,以及在第二部分的水平ⅡB和阶段Ⅲ中,持续时间的作用的发现支持了一种迁移,即在一条路线上的习得迁移到由n条路线组成的任务中。最后,下面是阶段Ⅲ的一些反应。

Syl(11;5) 对于1圈的路线,一上来就测量了轮子的周长为16cm,并把它转移到桌子上标记出来。"3圈呢?"——"3倍的16cm。"——"确定吗?"——"是的,是的,完全确定。"——"当转得快时,1圈或3圈,你能知道哪个更快吗?"——"既不是这一个,也不是那一个。"——"你是怎么知道呢?"——"看如何发动。"——"如果我发动得很用力呢?"——(量了大约30cm:之前举动的影响。)——"转得慢呢?"——"啊,也是16cm,另一个(非常用力)也是16cm。"——"速度是什么呢?"——"用于从那里到那里(1圈)花费的时间……在一定时间内走过的距离。"

Ant(12;0) 一上来就量了1圈=17cm。"5圈呢?"——"17cm的5倍。"——"那么,如果我转动1圈或者5圈,哪个更快?"——"……"——"有办法知道答案吗?"——"我觉得没有。"——"这取决于什么呢?"——"取决于距离,啊!不是,是时间。"——"速度是什么?"——"我们测量了距离和所用的时间。"——"这里是距离吗?"——"不是,是圈数。"——"每次你说到速度,吃得快,跑,写,乘车去?"——"总是有时间的存在。"

Wer(13;2) 同样的反应。旋转n圈之后,轮子总是到达"同一个地点"。"确定吗?"——"是的。"——"你能说出1圈和3圈,哪个最快吗?"——"不能,我不相信,因为速度是旋转1圈所需的时间。"一般来说是"在限定时间内计算出的某种东西。"

针对用不同速度和同样数目的圈数走过的距离,(儿童的)回答都是正确的,除了Syl,他也立即更正了错误。关于不同数目的圈数时有固有速度这样的问题,不同之处在于,这些被试不再去寻找解决方法,而是理解了,如果我们不准确地把握持续时间是

不可能(获得速度的)(Ant和Wer说的"不能,我不相信")。由此,对于速度的一般定义,Ant有力地说"总是有时间的存在。"

4 齿轮的速度

如果轮子(旋转)的角速度同样通过速度-频率的中间状态(旋转的圈数),逐渐地与线速度相互协调,也可能是这样的,在桌子上前进的轮子的例子中,旋转以及水平轨迹的两种变化并不是被分化出来的,这已经被这个装置表达得非常清楚了。在一个小轮子与一个大轮子之间的齿轮的例子中,角速度(旋转的数目或者标记的速度)是不相等的,线速度(除了圈数之外,依次啮合的轮齿的数目)是相等的,这会是怎样的呢?这里是一个相当困难的问题,因为在这两种速度之间不再有直接关系,但他甚至可以由此得到认真考虑。

在1(第一部分)中已经显示了,速度的评估是以自身动作作为参照的,前运算阶段I是同样的特征,在当下的系列实验中,(被试)完全不考虑旋转的圈数或者轮齿的数目,而是仅仅通过知觉预判,以及在一些特殊情况下明显地犹豫不决,做出与观察不相符的预估。

Ste(4;8) 认为这4个轮子都是相同的速度。"那么,当R(小的红轮子)走了1圈时,那个(黄轮子J_1)会怎样?"——"相同。"看:他忽略了所有的观察。"那么,黄轮子J也转了1圈与否?"——"是的。"对于旋转的意思,他描述得越来越接近,但不久之后他就声称,这些相邻的是相同的意思1–2和3–4,第二次与第一次的意思完全相反。

Bou(5;0) 说黄轮J_1和红轮R转得"同样缓慢"。我们让她标出标记间的差距:"哪个先到达?"——"这里(R:正确)。"——"那么,哪个转得更快?"——"这两个更快。"根据建议,她承认"(J_1)比(R)更慢。"——"那么,J_1和J_2呢?"——"我们会看到。"——(解释)——"J_1更快(实际上是相同的)。"——"怎么会这样?"——"我仔细地看过了。"

Mar(5;6) "R与J_1(速度)相同",尽管我们已经向他指出了这些标记:"仔细观察(慢得旋转)。"——"R多转了3圈。"但她总结出"它们会用相同的速度,但红色(小的)用时更久"。

Fra(6;1) 反应相同。我们试着让她关注这些标记,但她数了两三个轮齿。最后结论:"我已经看到J更慢而R更快。"——"现在(我们轻轻地加速)呢?"——"2个都快,有时候2个都慢,有时候都快。"——"J有时比小轮子更快吗?"——"是的。"

无需更多的例子了。速度被主观地估计,而没有参照旋转的圈数,也没有与时间发

生联系，它们的变化无需理由，时间和旋转具有同样的意义。最初的自发性观念是很简单的：这4个轮子用同样的速度旋转，因为它们的旋转是耦合的。

亚阶段ⅡA标志着一个明显的进步，如同第一部分1中的被试一样：在速度和旋转的圈数或者轮齿的数目之间，以及速度和时间之间，都建立了特定的关系，但这些关系仍然是非协调性的，缺乏整体系统性。

Phi(7;6) 预测了旋转的逆反，但认为相邻的*R*和*B*在同一个方向上旋转。在观察中，他一上来就看到"它们是混在一起的(=交替循环)"。对于速度，他观察说："*R*(小的)2圈，J_1圈。红轮子(小的)省了更多时间。"——"那么？"——"也就是说它旋转得更快。"——"即使我们让*J*转得缓慢一些，它还是会不够快吗？"——"是的，因为如果缓慢地旋转，它总是会输的。"——"为什么不是用相同的时间呢？"——"我不知道。"——"是因为一个大另一个小吗？"——"这没有关系，因为它们旋转的速度相同(他的注意力局限在轮齿上)……是的，因为如果*J*旋转，它使得*R*也旋转，因为它们相互卡住了(齿轮传动系统)。"——"然而，是*R*先转完1圈吗？"——"如果*R*旋转，它会浪费时间，那么*J*就赢了。"——"一个会比另一个更早地完成旋转吗？"——"是*J*先完成(解释)，不对，是*R*，因为它有更少的针(轮齿)。"——"你要数一下吗？"——"是的，(解释)9个和21个。*R*会赢。"——"但前面你说过是相同的速度？"——"*R*更快，因为它有9个轮齿。"——"那么，它是更快还是不快呢？"——"是的。"——"哪个正确？——"比较正确的说法是它们速度相同。"——"为什么？"——"我们看到的。"——"仅仅这个吗？"——"而且有这些轮齿和这个计数的小纸片(标记)。"——"旋转1圈，哪个需要更多的时间？"——"*R*，如果*J*用时更多的话，它就应该有更少的轮齿。"——"但如果在一段行程中最先到达，用时更多还是更少？"——"更多。"

Gop(7;11) "小轮子更快。"——"你怎么知道？"——(加速。)——"这2个用了相同的速度，因为它们是一起旋转的(齿轮)。"——"它们有相同的速度，因为它们一起旋转，小轮子会更快，这种说法正确吗？"——"是的。"——"那么，速度相同，但在相同的时间内不相同，是吗？"——"是的。"——"红色轮子更快？"——"不是。"——"正确的是……？"——"它们一起旋转。"我们数了圈数：$J=1$，$R=2-1/2$。"这比较奇怪还是正常？"——"正常，因为它很小。"1只蚂蚁在黄色轮子J的周长上爬了很长的一段路，是"因为轮子很大"。——"那么，是相同的速度，还是其中一个更快？"——"其中一个更快，小的那个。"

Mun(8;2) 预测大轮子(*J*)会更快。测试之后："啊，不对，两个都快。"——(我们加速)——"它们是相同的速度吗？"——"是的……红色(*R*)更快。"数出的圈数(我们建议的)确认了这个判断。"如果我们在*J*轮的边上(周长)放1只蚂蚁，在*R*轮上放另外1只，它们爬的路是相同的吗？"——"因为*R*轮更快，所以*R*上的蚂蚁爬的路会更长……因为它爬了更多的圈数，所以路程更长。"——"我们能数轮齿

吗?”——“是的:21个和9个。”——“那么对于R来说是9个轮齿的路程吗?”——“不是,因为它旋转了更多次。”经过很长时间的讨论:“我认为R轮路程更长。”

Deb(8;2) 开始时选择R和J速度相同:“总是同样的,但是从另外一面”,接着“我搞错了:R轮更快,因为它更小……更快但用时更少”。接着她又回到了相同的速度,因为“R转了更多的圈数,更快,因此这(与J相比)是相同的”。

Gar(8;2) “它们速度相同,因为当我们选择R时,J也会转。”接着她确认了圈数的差异,“因为J更大,R更小而且又有更少的轮齿”。——“所以呢?”——“速度相同。”——“但R转了更多的圈数?”——“因为大轮子是大的,小轮子转了2圈是因为它小。”——“这并不意味着它更快吧?”——“是的,不能说明,还因为它有更多的轮齿。”——“但为何速度相同?”——“因为轮齿的缘故:每次都有1个凹陷让它回到那里。”——“但是,小轮子转了更多的圈数?”——“是的,它更快。”——“那么,什么才是正确的说法呢?”——“R轮更快,因为当它转了2圈之后,它更快地到达。”但对于蚂蚁的问题,经过相同的回答(“红轮子路程更长,因为它转了2-1/2圈”)之后,我们把她重新引向差异:“同样的路程,因为J轮每1圈有21个轮齿,R轮转了2-1/2圈也是21个轮齿。”——“但我们不能说它更快,对吗?”——“是的。”——“相同的速度?”——“是的。”

从水平ⅡA起,被试开始考虑到轮子的圈数和轮齿的数目的作用,圈数的差异导致了速度的不同,而轮齿的齿轮结构又使它们相同。因此,这里有两个事件,一个是,或者更经常的是,孩子们会很容易地就改变好几次主意,或者说自己搞错了(Deb),或者会暂时地接受这两种判断,就像它们一点都不自相矛盾一样(Phi和Gop);孩子们还会早早放弃之前承认过的那个比另外一个更正确的判断。通常在水平ⅡB的年龄(9—10岁),我们发现一些相似的例子,但是除了这些例子,我们需要引用另一些被试:为了避免矛盾,他们尝试了一种折中的选择。

Mag(9;10) 在给出这两个目前的陈述之后,说:“J轮更大,所以它旋转的圈数更少,转得也更慢,但它们是相同的速度。”——“其中1个用时更长吗?”——“是的,是J轮,因为它更大,并且有更多的轮齿”和“它们速度相同,因为每次用一个轮齿。小轮子转2圈,它更小,但却不会转得更快”。

Fré(9;2) “它们速度相同,因为在它们的轮齿之间是相同的距离。”——“但R轮转了更多的圈数?”——“是的,因为它有更少的轮齿。如果它的速度相同,它会比J轮旋转更多的圈数,而J轮有更多的轮齿。”

Bad(10;4) “对于速度来说,它们是相同的。但是J轮转了更少的圈数。”

Ria(11;7) “J轮转得更慢,但它们速度相同。这是一个关于轮子尺寸的问题,因为它很小并且有更少的轮齿。”——“就转了1圈而言,速度相同吗?”——“它们转1圈用的速度不同,但在它们同时向前的这一意义上来说,它们的速度是相同的。”

作为折中(的例子),我们找不到更好的了。然而,我们应该注意不要在这些表达中看到“我很有耐心,但我很快就失去了”这一类型的矛盾。事实上,水平ⅡA表达的巨大进步是,这些被试的确给出了持续支撑这两个判断的理由,而不是在两个矛盾的陈述中摇摆不定,而且,对这些事实在现实中并不自相矛盾具有了非常正确的看法。他们还缺少的是一个概念体系,它能够区分这两种速度,同时也能够将它们融合到一个一般性观念中:他们通过各自对圈数和齿轮传动系统提供的概括化很好地达到了分化,但是还没有看出位移或频率与持续时间之间的两种类比关系,即这两种速度同时以自己的模式相互区分和类比,在这里有出人意料的表述,就如Ria开始时说的“*J*轮转得更慢,但它们速度相同”。对我们的解释的最好的证据并不是太宽大,同一个Ria在随后的阶段Ⅲ时宣称:“它们转1圈用的速度不同,但在它们同时向前的这一意义上来说:它们的速度是相同的。”1圈(角)速度以及行进的线性“步调”的二元性实际上是问题的解决方法。下面是一个阶段Ⅲ的清晰的例子。

Gad(12;5) 观察到*R*轮更快,“因为它高出了*J*轮……如果它多转了1圈,就是说它旋转得更快。”但另一方面,这些速度又是相同的,“因为如果我们旋转这些相互嵌合的轮子,那么我们就不能越过1个轮齿”。——“但你不觉得*R*轮更快吗?”——“是的,红色轮子在其轴上转得更快,但和轮齿的速度相同,它不能转得更快。”——“那么会有两种速度吗?”——“是的,在轴上更快,但它同时不能越过轮齿。”

这种“在轴上的速度”和轮齿带有的周长的速度的区别表明了对两种不同的速度的明确的认识,但不像水平ⅡA一样自相矛盾,而是相互协调了。

5 结论:速度的一般性理念

因此,通过移动与自身动作期待的联结,超越的顺序直觉,以及同样地基于运动超越的知觉,最终构成了速度的观念。这种速度是两方面的联结,一方面是频率、线性轨迹或者旋转,另一方面是持续时间,因为就像第三部分3中阶段Ⅲ的Ant说的“总是有时间的存在”。因此,我们同样也呈现了一个物理性概括化的早熟的例子:不仅仅是一个归纳的过程,也不是仅仅在外延上扩展了检验法则范围;开始只出现在少数例子中,通过建构性推理而确立了新理念的发明,这些新理念不是在开始已知的,它们指导了规则的形成以及用规则来做出的解释。

但是,在一些特殊的例子中,空间距离以及持续时间的观念是既有的,因此(儿童的任务)只是需要建立它们之间的联系。然而,在超越和被超越之间的考量中增加了间隔的因素,这种联系所起的作用就不明显而是暗含的了,需要根据这种差距的大小以及所

需时间的多少来判断。因此，像我们已经看到的一样，这种联系的建构是分化和整合的问题。我们已经再次指出，首先，这些分化不仅仅是抽象的产物，它们也需要一部分的概括化。例如，第三部分（3）中水平ⅡA的被试发现更快地滚动n圈并不比慢一些滚动n圈的距离更远，这是一种递归的概括化：如果走完一圈是16cm，第二圈也是16cm，n圈就是$n\times16$cm。在这个例子中，走完的距离在速度上是有区别的，这也同时表明缺失了持续时间的信息。同样，对于齿轮系统来说，水平ⅡA的被试发现了圈数的作用，这要归功于这样一种概括化，即不仅仅是外延性的（Phi说J轮"总是会输"），只要指出了原因〔Phi还说因为R轮有"更少的针（轮齿）"，或者Gop说的"更小"，等等〕，它就还是建构性的了。简而言之，分化是概括性比较的结果，不仅仅是抽象的，这两者又有必然性的联系。

至于整合，首先，它在每种情况中都包括分化的变量，接下来要理解这些关系的共同术语是持续时间。对于关系的建立，它可能来自两个要素。第一种情况是填补了一个空白，来自于考虑到的变量迄今不能解释全部（例如速度不能没有持续时间只用圈数来解释），因此有些可观察的变化不属于变量的范畴。第二种情况是两个变量似乎导致了矛盾的结果，例如齿轮系统中的轮齿的数目和圈数。在这两种情况中，整合因为分化而同样是必要的，因为分化引起了一些干扰或失衡（空白或者矛盾），以及只有通过恢复协调的新联系的建立——也即通过整合——才有可能再平衡。这就是说，事实证明，在所有的情况下，速度是从与它相连的事件内容的特征开始（与运动或自身动作的等待时间相关的知觉，达到目标的顺序，空间位移继而是经过的路线，频率，等等）通过它们的结果；那么，在每种情况中缺少的变量都是持续时间，因为它假设了建立一种比空间的或频率的关系更困难的逆溯关系，由于它不是既有的结果，但包含一个重构。然而，被用来构成速度的内容所有后果要求的这样一种重构，它们（频率，线性或旋转路线）是如此的不同，持续时间同样是组成速度的关系的最一般化的术语。这两种事实导致了滞后的特征，但概括化或整合同样实现了在阶段Ⅲ（第三部分3的末尾）发现的关于速度的理念，即13岁的Wer同样说出的"在限定时间内计算出的某种东西（任何这些连续事件的性质）"，因为，Ant也回答说"总是有时间的存在"。

为什么概念形成不能仅仅用知觉来解释

〔瑞士〕让·皮亚杰 著
庞培培 译
蒋 柯 审校

为什么概念形成不能仅仅用知觉来解释

Pourquoi la Formation des Notions ne s'Explique Jamais par la Seule Perception

作　者　Jean Piaget

原载于*Acta Psychologica*，1959，Vol. 15，pp.314–316.

庞培培　译自法文
蒋　柯　审校

内容提要

本文旨在探讨概念和知觉的关系。通常认为概念仅仅是对感性材料进行分类，并未为知觉添加任何东西，但是皮亚杰认为，概念化为知觉添加了很多元素，而且二者的关系也并非从一方到另一方的线性演进，概念并不能单从知觉中产生出来，其根源应追溯到更为基础的感知–运动的格式主义和动作。皮亚杰区分了两类概念：逻辑–算数概念和物理概念。前者与知觉结构不相对应，例如人们无法知觉到一个类或数的和；后者则与知觉结构相对应，例如知觉到的空间、时间、速度、因果性、守恒等对应着概念的空间、时间、速度、因果性、守恒等。皮亚杰指出，对于这两类概念来说，感知–运动格式主义和动作都起到了重要的作用，而且概念可以为知觉添加从动作和预算中提取出的很多格式，从而使得各种知觉得以可能。

庞培培

为什么概念形成不能仅仅用知觉来解释

让·皮亚杰

1. 由于亚里士多德(Aristotle)的影响,常识是这样解释概念的形成的:从知觉材料出发进行抽象,再对这种抽象进行相关归纳。这样理解的话,概念并没有为知觉添加任何东西,它仅仅只是根据某种划分原则(抽象和相关归纳)对感性材料进行分类。因此,归根结底,概念要比知觉更为贫乏。

2. 相反地,我们将试图指出,概念化为知觉添加了很多元素,而且这种丰富从发生学上看在最初的阶段就开始了。这是因为:(a)在知觉中包含有不同程度的复杂性;(b)在概念化中也包含有不同程度的复杂性;以及(c)如果对程度为n的复杂性进行组织,在发展过程中可能同时会改变$n-1$程度上的复杂性形式(通过使之更丰富)和$n+1$程度上的复杂性形式(通过为之做准备)。

3. 但是,为了理解知觉和概念之间的关系,除了将它们假定为从一方向着另一方的线性演进之外,我们还需要谨慎地考虑另一种更大的可能性:有可能概念并不是仅仅从知觉中产生出来的,而是从一般而论的感知-运动的格式主义(schématisme sensori-moteur)中产生出来的(在这种观点看来,感知-运动的诸"格式"构成了概念化的初步形式)。在这种情况下,格式主义改变并丰富了知觉,与此同时它还通过后继的阶段(并在语言等的帮助下)产生了概念化的诸个高级形式。

4. 在这种观点看来,认识(connaissances)从来就不是单单由知觉产生的,而是源自从主体施与诸对象的各个动作(actions),只不过动作包含了组织的各种原初形式(从感知-运动格式,直到运算格式);知觉诚然在其中起到了信号的作用(un rôle de signalisation),但这只是次要(partiel)的作用而已。事实上,动作的这种格式主义从最初的那些阶段开始就从属于比知觉结构更高的层级上,它并不是由知觉结构中产生出来的,但是却为这些知觉结构添加了新的要素,并因此改变了它们。

5. 在这一点上,应该区分两类概念:逻辑-算数(或代数)概念和(一般意义上的)物理概念。前者表达的绝非对象的特性,而只是动作向对象所引入的那些特性;后者则是对象的抽象。空间概念则介于这两者之间。

6. 作为动作对对象带来的改变所引发的结果,逻辑-算数概念与知觉结构并不相对应。例如,人们不能知觉到一个类[当布鲁纳(Bruner)说知觉是一种范畴化行为时,这

并不是说知觉构建了这些范畴或类,也不是说主体将它们感知为如此那般的:主体只是知觉到属于这个类的一个对象,例如一个是"橘子"的对象,但他并不能知觉到橘子这个类]。人们也不能知觉到数的和,等等。相反,人们知觉到的是:(a)以象形集合(collections figurales)的形式进行运算时的逻辑-算数运算的结果,一个有序系列、一个矩阵、一个位数(nombre figural)等等;(b)个体之间的关系,以及个体和类之间的关系,不过对个体和类的关系的知觉预设了格式和框架的介入,这种介入并不仅仅归功于知觉。

7. 物理概念是对象的抽象(按照我们的层级),它们相反地全都有知觉的对应物:存在着知觉的(物理)空间和概念的空间,存在着知觉的因果性、时间、速度等等和关于因果性等等的概念,存在着知觉的守恒和运算的守恒。

8. 但是,一方面概念不仅仅是知觉的抽象,概念还为知觉添加了从动作和运算中提取出的很多元素。例如投射的概念、参照系。

9. 另一方面,概念的这些知觉对应物其实不仅仅是"原始材料(primaires)"而已,它们还使各种依赖着一般的感觉-运动格式的"知觉活动"得以发挥作用。在这种情况下,如果我们在另一种意义上重新采用米肖特(Michotte)的表述,概念在知觉中的"预兆(préfiguration)"并不意味着从知觉出发进行抽象,而是意味着要在运算建构(construction opératoire)的缩小了的和初级的模式上进行一种知觉建构(construction perceptive)。

10. 因此,知觉自身的发展使一系列感觉-运动更加丰富,例如正方形的概念并不是对最佳形式(bonnes forms primaires)的抽象,而是对次佳形式(bonnes forms secondaires)的抽象,这些次佳形式是对最佳形式的修正和补充。

术 语

généralisation solidaire 相关归纳

notion 概念

concept 概念

conceptualisation 观念化

schématisme sensori-moteur 感觉-运动的格式主义

action 动作

collections figurales 象形集合

notions projectives 投射的概念

système de référence 参照系

conservations opératoires 运算守恒

construction opératoire 运算建构

construction perceptive 知觉建构

关于“对应”的研究

〔瑞士〕让·皮亚杰 著
杨晓丹 汪 悦 严和来 译
蒋 柯 王 美 审校

关于"对应"的研究

法文版 *Recherches sur les Correspondances*, Paris: Presses Universitaires de France, 1980.

作 者 Jean Piaget

杨晓丹 汪 悦 严和来 译自法文

蒋 柯 王 美 审校

内容提要

基础对应中存在着一种重要的二重性，这些基础对应并没有使任何事物发生转化，只是对一些事物进行对应或进行比较，或者将事物的一种状态转化成另一种状态。

本书探讨的主要问题是对应与转化的关系问题，以及对应形成与发展的不同层面，重点放在基础阶段。本书分析了转化与对应的定义，引入“调节者”这一概念，“调节者”类似于柯里逻辑中的组合开关，然而这种相似只局限于心理层面。全书区分了九种类型的调节者，分为三组。其中最后一组调节者是改变的调节者，前面两者是负责区分与融合的调节者。

本书阐述了对应与转化的所有阶段，指出用于区分对应与转化的七种准则。根据对应与转化功能特点推断出，各个层次的转化都是致力于新生事物的构建，而对应特有的功能主要是进行比较。关于比较，最普遍的条件无疑是不能使待比较对象发生任何改变；对应需要从属于状态、从属于对象。因此，转化针对的是比较的形式，但它并没有因此对内容进行更改，总的目标依然是实现结构内部或结构间的比较。

本书对基础对应进行了总的阐述，区分了对应与转化关系的形成阶段，以及发展的三大阶段。形成阶段：对应取决于调节者的应用，调节者的组成部分则另外构成了转化的来源。发展的第一阶段：对应只与观察到的状态存在联系，与转化并无关联，即使存在联系，也是偶然的。发展的第二阶段：对应与转化之间形成相互作用，并互相依存，但这种依存关系是错开且非连贯的。发展的第三阶段：与运算结构的形成时间相一致，对应从属于转化，直至变成内部态射或共同转化态射。

本书将对应内在的演变总结为修正、概括化、互反建构，不过这些没有组成和客体相关的转化。和主体相关的时候，它们只呈现出可转化的形态而不是转化中的形态。对应是在自身与转化的关系中找到了发展的主要动力，因为转化动作及运算根据连续不断的建造过程孕育了新的结构。从心理发生的观点来看，对应为转化做准备，在此之后对应服从于转化。

对应没有指定转化的来源，来源是产生动作而不是比较，对应在每个转化的准备工作中发挥着不可替代的作用，提供了信息。转化首先是和具体动作联系在一起的，只有通过对事实的验证才能认识到它们的结果。转化变成运算性的，也因此是可推导的。对应主要组成了一个内容的组织，首先关注的是主体活动之外的部分，但是在建构新形式的过程中促进了活动，建构的目的在于准确考虑这些仅仅由预同态分析出的内容。

由于是内生的,这一建构不能被还原为外生的内化,甚至这一必然的内化涉及了重组,而重组在外生关系之上增加了另一种性质的构成活动,因为构成就在于主体动作的协调。实际上,因为新形式建构的存在,所以也存在着两种替换,一种作为重组,一种使得内容服从于转化。总之,在认知发展固有的调节与自动调节的作用下,外生认知向重建的内生机制渐进式的服从生成了一个整体进程。

严和来

目　　录

前　言

本书研究的初衷是发展我们在先前基础性功能分析中提出的解释(《发生认知论研究》第23卷),在先前的分析中,我们在基础性功能上发现了运算形成的预先阶段。然而,当将这一目标运用在对应及任意性质的态射上时[以及在$y = f(x)$这一公式中,保留函数中y与x这两个变量间传统的关联方向时],我们很快意识到,基础对应中存在着一种相当重要的二重性,这些基础对应并没有使任何事物发生转化,只是将以下事物联系在一起或进行比较:“状态”(或转化,但不对其做出改变),以及由一种状态到另一种状态的转化,我们一直称其为“运算”。

1. 当将函数视为运算的其中一种来源时(甚至是总源,如果我们承认任何一个转化行为均包含函数的话),我们忽略了一种差别,而这种差别在函数关系中已非常明显了。如果$y=f(x)$,那么实际上,一方面我们需要将x视为x',x''…将y视为y',y''…另一方面要将x与y的关系视为x'与y',x''与y''…然而,x与y的这些变量就是转化,这些转化已经表明或暗示了(如果主体引入了可逆性与守恒)运算被当成了转化。相反,年幼主体发现的对应首先只是将x与y,x'与y'…一一对应起来,这些对应并不构成转化的来源,它只需了解以状态的身份进行了简单比较的连续的结果。事实上,这样的对应没有使其他任何事物[①]发生转化,而且,如果它指出了y与x之间存在联系,也是以可观察量间的验证为依据的,并没有给出其中原因。这些原因的作用是,当转化被正确理解,并以运算的形式被组织起来时,能够推断出这些转化。上述情况中,对应之间相互联系,甚至从属于一个有组织的转化系统,对应的性质也就发生了改变,对应因此进入到态射阶段。

本书探讨的主要问题是对应与转化的关系问题,以及对应形成与发展的不同层面,重点则放在了基础阶段上,即使后面仍需要重新审视更高级别的态射运算。不过,这一主要问题是个中心问题,因为对应的演变首先取决于其与转化的关系。就其本身而言,对应的形式并没有发生由某一层次演变至另一层次的变化:无论是部分对应,还是“映射”或态射(我们将在下文中对这些术语进行准确定义),我们在每个阶段中均发现了双射、单射以及满射,或是三者间的结合;并且,如果我们不加干预地观察由无至满、由不相关至最相关的过程时,我们发现,这些转变与巨大的结构改变关系不大,甚至相去甚远,而这种巨大的结构改变正是运算阶段系列的标志性改变。如果可以,我们可以从生物学的角度进行一个比较:在一个不断

① 尽管随后x'或y'与x向x'…的转变建立起了联系。

整合的完整体系内，当运算或转化结构构成了不同的器官时，从认知的角度看，最初的对应就相当于组织细胞间形成的连接（以细胞作为格式）。然而，细胞间至器官的转化以一套复杂的后生综合与调节整体为前提：如果对应与细胞连接的普通阶段具有可比性，那么，对应认知对等物的作用是，在对应与转化渐进的相互影响下（基于此，才会有发展），寻找起初是简单转化，最后则演变成运算越来越具结构性的物种。从可观察量间的基础对应（通常是不完整的）到一定结构的态射（这种态射从其自身的规律出发可进行消减），其中存在着演变甚至是引入，除非引起这一演变或引入的不仅仅是对应，而是对应与转化间的渐进调节。

2. 对于转化与对应的定义，学派间存在着一些差异，因此，在介绍区分转化与对应的准则之前，我们先确定与之相关的术语。首先，我们从最广义的角度去理解"对应"一词，一方面，它包含"映射"与态射的所有形式，另一方面，它也包含"映射"与态射的初级及不完整的形式；并且，这一定义适用于我们提到的所有对应，还可以考虑这样的对应（客体的性质间或部分间的对应），并不仅仅是外延的对应。然而，如果从普遍意义上去理解"对应"，它的含义则不包括以下情况：它与自身的联系已经构成了一种对应，对应的产生必须以实际或虚拟的重复性动作为开始：b'与b 对应，a'与a 对应……因此，在斯皮尔曼（Spearman）看来，对应包含着一种关联，不过这种关联与其动作及目的相关，不需要缜密的抽象化，甚至概念化也是不需要的，因为作为对应开始的，是感知-运动格式在新对象或新情境中的应用。

根据功能，我们将起始集（或内涵属性集）定义为完整对应，将终点集定义为单义对应。然而，除了双射、满射、单射这些基本术语外，我们还需要一个术语，用于描述满射与单射的互逆，那么，与满射对应的将是我们所说的"多射"，也就是一对多，而与单射对应的将是"下射"，"下射"不再是一个映射，而是一个不完全的对应，这一概念在心理发生学领域占据着重要的位置，如在理解"包含"方面[子集A 在B 集中的单射首先不再是通过由B 至A 的下射表现出来，而是通过B 与 A'（A 在 B 中的补集）间的虚拟双射表现出来]。

至于态射，我们将使用当前映射的定义，保留系统间进行比较的结构（这种结构蕴涵了对应与转化间新的联系，前者从属于后者），不过，我们会引入"前态射"这一概念，用于表示对应的建立，其建立的基础不仅包括对象或对象的属性，还包括将对象连接在一起的关联。为了起到解释作用，联系间对应的加入使得结构得以保留，然而，在达到这一目的前，这一加入可能会呈现出不同的阶段，从发展的角度来看，这一点是有益处的。

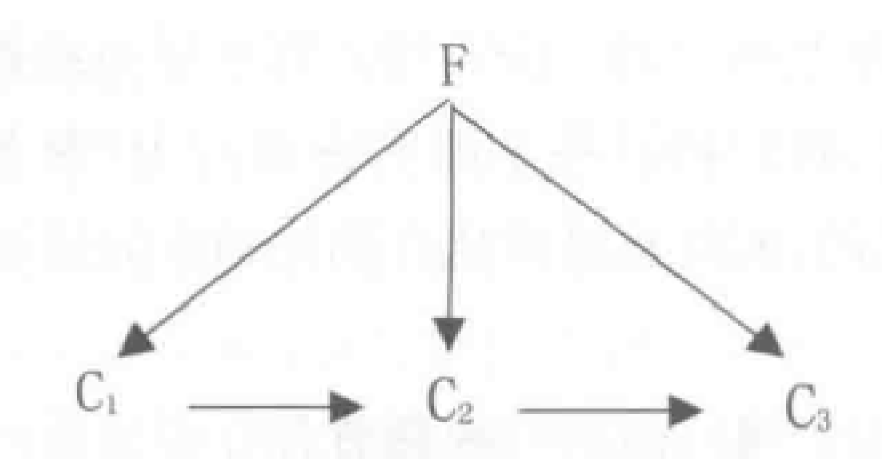
3. 另外，我们还需要引入"调节者"这一概念。"调节者"类似于库里（Curry）逻辑中的组合开关，然而这种相似只局限于心理层面，因此，它与组合逻辑的运算符间不存在同构性。事实上，从感知-运动的初级阶段开始，对应的来源就需要在同化这一心理过程中去寻找。例如，如果一名婴儿击打一件悬挂的物体，好让它来回摆动，就像以前在类似情境下，他成功做到的那样时，那他就通过这件事，将新的情境与之前的情境建立起了联系，并且产生了同样的动作，一种动作格式也因此产生。另一方面，转化的根源在于这些同化模式的调节。例如，为了将对面很远处、不能直接抓到的一个物体拿到自己身边，人们就需要拿出一个支撑物（或一个掩护物……）。在这种情况下，负责调节的是拿与抓这两种格式的相互同化，

而结合在一起的这两种模式则成为一种既相互区别又相互融合的一般性格。对于单一或相互的同化,有必要对其不同的功能方面进行详细说明,我们将这些不同的方面称为"调节者",不过前提是:这些不同的方面事实上只能是功能性的,因此也是内化在同化动作的过程中的,并不是作为预定型因子预先存在的。

如此一来,我们区分了九种类型的调节者,分为三组。第一组的三种调节者分别是重复调节者、鉴定调节者以及替换或代替调节者。它们构成了格式形成本身的特征,因为一个孤立的行为是无法构成格式的,只有通过在同一个对象上实现动作的重复才可以形成一种格式,而所指的同一对象是已被"鉴定"过的,它可以被其他同类型的对象所"代替"。第二组调节者构成了格式的逻辑形式的特征,它们是:建立相似或差别联系的调节者(我们坚持这一点,否则,一切都是联系)、建立合并联系的调节者、建立连续联系的调节者(同一动作各部分的有序连接,或任意一组直线排列的对象)。最后一组三种调节者涉及的则是格式的次逻辑形式(次逻辑的含义与邻近及连续相关,与离散对象间的相似性则相反)。这三种调节者分别是发展调节者、方向(空间或目的性的)调节者、暂时方位或只是位置发生改变的移动调节者(不考虑度量或其他要素)。我们发现,这三组中的最后一个调节者(也就是替换、连续与移动)都是改变的调节者,而前面的两个均是负责区分与融合的调节者。

再次说明,调节者仅仅是同化格式功能性的方面,不是作为预定型因子而存在的,它们的重要性在于:构成了对应与转化的共同来源,但这一来源产生于两种截然不同的方式,分别与动作发展的外化及内化这两种方向有关。当动作作用于对象时,动作被向外引导,而构成对应来源的正是调节者在对象身上发生的作用。然而另一方面,如果动作的调节是通过内在组合进行的,动作的内化就会出现(格式的相互同化形成一个新的整体,与对象的同化相对),并且,构成转化来源的正是调节者通过内在活动形成的这一组合。

4. 这样一来,我们发现了对应与转化的所有阶段,然而,本书的初衷是阐述对应与转化关系的总体设想,在阐述这个总体设想之前,我们还需要指出用于区分对应与转化的准则以完善我们的术语。我们发现了七种准则。第一,转化构成了状态的改变,因此,转化产生了状态,而对应只是静止地将状态联系在一起,将它们进行比较,不对其做出更改;当对应将状态与转化联系在一起时,转化就被当成思维的对象或内容,也因此被视为与状态类似的术语。在为状态赋予一种新的形式时,我们或许可以说,对应就是通过这种方式使状态发生了改变,但必须要对这些形式进行区分,这些形式是在新的范围内对现存的内容进行丰富的结果,还是对内容进行建构直至将其完成(如自然数列)或重建的结果?由此而来,我们得出了第二个区分对应与转化的标准:转化使对象在实际上发生了改变,使内容在逻辑上发生了改变,而对应处于从属地位,它将相同的形式运用到新的内容中去,这些新的内容本身同样受到了限制[如图1所示,此逻辑由G. 恩里克斯(G. Henriques)提出]。



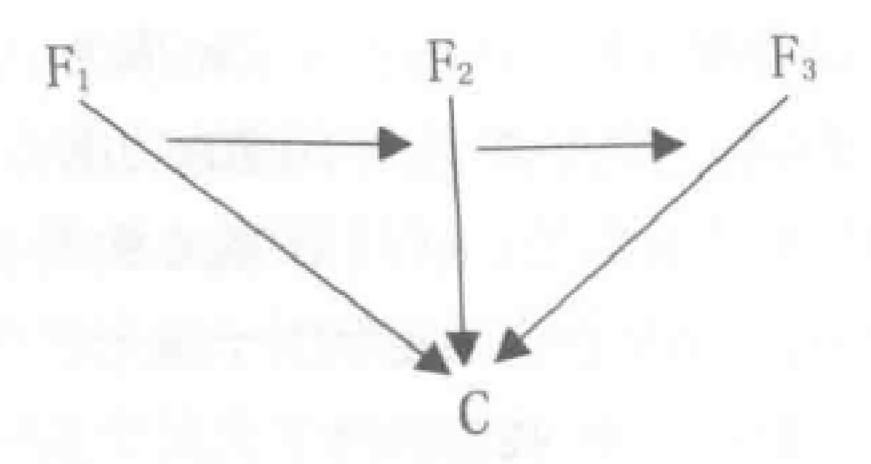


图1 对应转化

(F=形式——C=内容)

第三,转化创造新的形式,并将新的形式应用到内容中去。在运算层面上,新的形式可以自我改变,同时,也可以自我保持不变(变化的关联不变性),然而,当主体处于需要去适应客体的压力下时,对应的形式是可变的,但并非是自我改变,因为相对于客体的属性,对应的形式是处于从属地位的。第四,转化的构成或转化产生的形式的构成总会达到内在必然性的水平,而对应在受限于结构与转化之前,只从属于其内容的属性;至于它们的构成,是由一个满射组成的,这个满射中还包含了另一种满射,尽管如此它仍属于满射范畴;如此一来,使整体得以保存的单射与双射也同样存在,然而,一个单射与一个满射产生的结果,或相反,一个满射及一个单射产生的结果均是不确定的。第五,对应忽视否定的意义,因此,也忽略了反转意义上的可逆性,退化这一概念也不例外(通常情况下,在最轻微的程度下被忽略),然而转化均会涉及这些概念。第六,转化拥有一个内源性的来源,物理现象表现出的转化除外,这种转化只有通过同化主体的运算才能被理解;至于对应,则是相反的情况,在其融入运算的结构之前,是从属于一个内源性的内容的。最后,转化作为主体的结构,通过心理的前后联系(反省抽象以及建设性概括化)互为对方的起源,而对应则是彼此之间的相互叠加,依据的是观察以及经验的供给,而这个供给在连续性上仍然是具有偶然性的。

根据对应与转化不同的功能特点,我们可以推断出前文中提到的七个不同。各个层次的转化(从基础的转化动作到复合可逆的运算)致力于新生事物(此处指的是为了在实践或认知方面达到适应的目的而产生的变化,如创造等)的建构,而对应特有的功能主要是进行比较,包括对象的比较、状态的比较,最后是像这样转化的比较。然而,关于比较,最一般性的条件无疑是不能使待比较对象发生任何改变,因此,对应需要从属于状态、从属于对象……总之,需要从属于分析性活动,而不是从属于更改或僭越的内容。诚然,在内部或结构间态射的高级阶段,通过对应间的对应(如将函子态射间的函子联系起来的函子态射)构成了新的比较工具,因此,转化针对的是比较的形式,但它并没有因此对内容进行更改(额外的补充除外),总的目标依然是实现结构内部或结构间的比较。

5.本书中,我们对基础对应进行了研究,在对其进行总的阐述时,我们首先需要区分对应与转化关系的三大阶段,不过,在此之前我们首先要谈的是形成阶段,在这一过程中,对应取决于调节者的应用,调节者的组成部分则另外构成了转化的来源。第一阶段时,对应只与观察到的状态存在联系,与转化并无关联,即使存在联系,也是偶然的。第二阶段时,对应与转化之间形成相互作用并互相依存,但这种依存关系是错开且非连贯的。第三阶段与运算

结构的形成时间相一致，对应从属于转化，直至变成内部态射或共同转化态射(如一个群集内的顺运算和逆运算间的必然性双射)。但是，转化如果因此在演变中占据了优势地位，那么，应该补充的一点是，在所有阶段中，转化均是由对应准备的，在转化行为赋予对应新的，且有可能产生高级态射的内在形式之前，对应就已经实现了内容的组建。

我们还需要了解，如果对应、转化与调节者间拥有共同的起点，且均以重建或恢复一个协调的合成为终点，那么，为什么在刚才提到的第一阶段中，对应与转化间会如此缺乏协调性？在第二阶段中，两者之间的协调仍然不够统一且显得费力？其中原因似乎要归咎于认识的规律，认识是从四周开始再到中心，因此是从动作的结果开始再到其内部机制。从这一角度来看，与理解转化及其缘由相比，人们首先认识的肯定是对象以及动作外部具体面貌上可观察到的事物。但在这中间，认识发展的一般过程被纳入进来，其与认识的规律相关，由外生向内生进行转变。然而这一转变并没有简化为一个简单的内化，因为这一简单的内化，借助于新的工具会导致甚至是需要一个或多或少完全的重建。在这方面，科学史上有大量的例子与学说。在数学领域，几何由图形的描述演变成了巨大的转化群系统。在物理领域，合法性作为单一对应或功能的产物，被以数学的方式进行表达，然而，它从属于解释模型的趋势仍越来越明显。解释模型是通过主体的内部运算与内部结构建立起来的。在化学领域，随着门捷列夫的元素周期表的出现，部分最初的规律开始发生了转变，随即又被延伸至电子层面的解释，其中，转化的能动性是显而易见的。简而言之，在所有领域内，人们总是努力使一开始被简单挖掘的对应从属于以转化为基础的运算系统。因此，即使是在处于认知形成过程中极其微不足道的初始阶段，如果我们发现了以下阶段，也不必惊奇：一开始以外源性需求为主导，然而接下来紧密追随的几个步骤中，转化处于优势地位，并且，对应通过从属于结构转化成态射，并在认知体系的进程中找到了其真正的位置。

第一章 绘画初级阶段中的对应及调节者

合作者:A. 布林格、E. 梅耶奇与P. 门加尔

进入感知-运动阶段后,对应的来源增加了两个。第一个是动作格式的同化活动,同化活动将动作格式运用于与之前相似的对象或情境中,使其与之前的动作格式一致,但依据的是已经形成或正在建立的格式,接下来,我们会对其进行集中探讨。另一个对应的来源存在于调节进程中,因此,对应会被赋予客体的属性。然而,由于在模仿动作中,调节会以最高的形式被表现出来,所以,复本与原型间对应的建立就变得尤为重要,因为,虽然可能会造成一些问题,但在这种情况下复本对原型的忠实仍是主体在潜意识里追求的,尽管(或因为)它的忠实是集中在客体上。在感觉-运动阶段之前,我们就希望对这种对应的形成进行研究,这种对应存在于模仿活动这一特殊的形式中,模仿活动指的是绘画,它将作为原型的复本被呈现出来。

§1 问题的提出

我们提供的原型的难度各不相同,(被试的)复本需要一个循序渐进的建立过程,这个建立从属的或是自动书写的技术,或是以获得几何属性为目的的原型概念化。在这两种情况下,我们需要做的是对动作格式做出建构或是修改,而最关键的问题是要在一个正确的复本形式下,对这一建构的机制及对应本身建立的先决条件进行分析。从这一角度,我们将对一些对应的起源进行研究,而这一研究将会引出调节者这一问题。

注意,我们将“调节者”称为同化格式形成及运用的一般功能。因此,调节者并不构成先于格式而存在的原因要素。例如,任何一种格式均产生于一种行为的重复,从这个意义上讲,我们可以称之为重复调节者,但在重复运行之前,重复调节者是不存在的,重复的运行只是对调节者的一般方面进行表达,不过是内在的表达。相反,重复的运行是对应建立的来源或要素,因为对应的形成正是由这个重复引起的。包围对应、汇集对应、方向对应等其他对应也是一样,完成这些甚至需要好几年的时间,例如,线性构造的缺陷(75%的被试发生于5

至6岁之间)也是一样。

然而,我们接下来面临的问题是:在下面的研究中(第三章等),我们会遇到对应或态射间的基本区别,对应或态射将状态联系在一起,但不对其进行更改,并且,对应或态射还连接着状态的来源——转化。转化是一种动作,或是一种包含着与初始对应无关动力的运算。另外,在说到对应与转化间的关系时,我们注意到了三大阶段(再细分,则为六个阶段):第一,对应只是对转化的含义进行准备,并非是其产生的来源;第二,对应与转化之间是相互支持的关系;第三,运算的转化系统是其自身态射的来源。然而,在目前的研究中,当被试没能成功复制一个直线图形,并需要专注于一个原本就拥有创造性属性的整体构造以达成一个确切的对应时,这是不是已经涉及转化了呢?如果是,我们是不是已经处于有别于第一阶段但与之前第三阶段相似的情境中了?

由于被赋予了双重角色,调节者这一概念在此的作用也就显现了出来。就单个调节者而言,作为一个同化格式建立及运用的功能方面,调节者是对应的来源,因为这一格式是运用在其传统客体(动作的“重复”与客体“鉴别”的来源)或是新客体(“替换”的来源)上的。然而,调节者还拥有另外一个角色,原因如下:如果每个调节者都因其离散作用成为对应的来源,那么,调节者们同样可以在它们之间形成新的形式,并根据向心方向从中衍生出新的形式。外化(格式的运用)与内化(格式之间的调节或组合)这一对活动就使调节者成为对应与转化的共同来源,并且,对应与调节的轨迹是以离散作为开始的,这一点不足为奇,因为前者集中于客体及其观察到的事物,而后者关注的是主体活动;两者间只有通过相互作用才会开启最终的汇合,不过这种作用是交替进行的,最终的汇合也只有在很晚才会实现。以上这些也不足为奇,因为内源性重建将取代外源性联系。

也就是说,调节者间的组合引起了转化的开端,而转化的开端与运算转化(7—8岁是这一阶段的起始点)的差别需要衍生出它们各自的态射。它们间的主要差别是,在上一种情况中,为转化做准备的是对应,这些对应对于逐步理解转化是必不可少的,然而,正如我们即将看到的,调节者的组合并不是由最初的对应引起的,而是由最初对应的失败(或是对模式的曲解[①])引起的,正是它们的失败引起了建构不同调节者的需求。

§2 观察到的方法与步骤

接受测验的被试有40人,年龄从1岁开始,直到6—8岁间,第一批被试通过图形来接受试验,这些图形互不相同,尤其是所需直线的不同:// 或卄或Ⓧ,余下的被试则通过如下的7种图形来接受测验。当着儿童的面,测试者在一张纸的上半部分画出其中一种图形,然后,被试会被要求“在纸的下半部分画出与前图一样的图形”。画完后,我们会问,复本与原图是

① 我们所说的曲解是对应复本中的曲解,不是其他情况下仅仅是不完整的对应。

否“完全一样”，并允许其再次尝试。7种图形各有不同，每种图形都拥有一定数量的特点：闭合（7种图形均有此特点）、相切（图2(5)）、分离（图2(2)）、直线或曲线（图2(2)）、相交（图2(3)或图2(4)）、交叉（图2(6)）及曲线与直线相结合（图2(7)）。

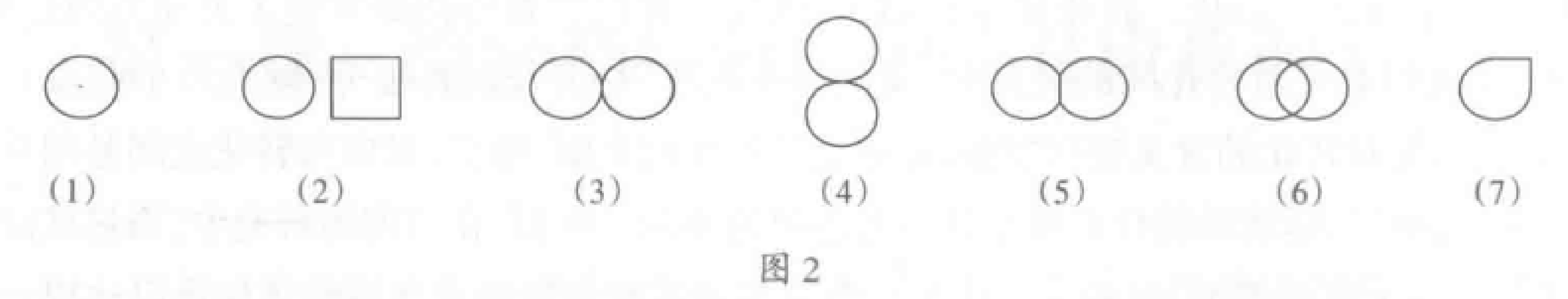


图2

然而，就像我们预料的那样，对于这些特点的认识不会发生在同一年龄段，当他们意识到这不仅仅是一幅涂鸦之作时，他们的认识可分为三个阶段。第一阶段时，他们能够考虑到闭合或曲线（就像我们刚才看到的，他们能够辨别出非闭合的曲线图像）。第二阶段的显著特点是，他们能够考虑到分离及相邻，紧接着是交叉及相交（从3岁6个月到大致4岁8个月），最后一个阶段（第三阶段）则仅仅是对直线的认识。因此，现在的问题就是要通过对各种调节者进行组合去尝试理解这一发展进程。

首先，被试在作画时，不熟练会产生怎样的影响？面对他们的图画，真实地将对应建立起来时又会产生怎样的结果？这些自然是一开始就要考虑的问题。然而，按照一定的规律，年幼被试在完成的图画中对模型的空间知觉的表达往往要少于其对自身想法的表达，这一规律反映的是一种联系建立的形式，这种形式是被部分概念化的，因此，当被试在作画期间表现出犹豫时，把握其意图也就变得相对简单了。再者，在涂鸦初始阶段与适应性绘画初始阶段之间，出现了两种具有启发意义的动作，不过，这两种动作的延续性经常超出了前面的范围。其中一个就是做标记，这一动作就是要根据模型本身画出其复本，从总体出发，或是从模型内部出发，通过线条将其与预想中的复本联系在一起（尤以1岁10个月、2岁6个月为例）；或是从模型身上进一步标记出需要记住的重要特征：以2岁7个月的主体为例，他在图2(2)的圆周上标记出两种彼此相邻的点，但又将这两点放在了正方形其中的两个角上；至于图2(7)，他将一点放在弧形轮廓上，另一点则放在尖角处，然后用一条线将该点与复本中相同的一点连接起来，这样就部分地复制了模型。这种情况下，在区别对应建立的不同意图时，作画时的不熟练并没有对其产生阻碍，而且当年龄增长时，这些动作通常是通过手势延续的，不再有图画式的标记。

另一个具有启发意义的动作是用一条或数条线将原图包围起来，可能是按照原图的轮廓，但注意，也可能是围一个更大的轮廓，如此一来，这一更大轮廓的含义就更具概念性而不是空间性：以被试Lau(2;6)为例，他用一个圆形线条将图2(5)围了起来，并相继向外画了三圈圆形线条，其内圈线条围成的面积至少是图2(5)面积的6倍；然而，这一较大轮廓（直径为17 cm，而原图中一个圆圈的直径为5.5cm）最终会延伸成一条十几厘米的直线，然后构成复本（只有一个曲线围成的闭合图形，且面积较小），这一复本本身可延伸为一条15cm的、近乎直线的线条，然后又可以反过来形成包围。

§3 包围的含义

以上案例较为贴切，让我们得出了这次小测验的主要结论：所有观察到的对应，在其发展过程中，均源于包围与其他调节者的组合。直线则例外，原因可能是就单条直线而言（当然，多条直线的组合除外，如在多边形当中的直线组合），它是唯一一种不会出现包围这种情况的线条；而不完整或有误差的对应，则主要体现在图2(2)与图2(7)上，这种对应的产生是由于缺少了那样的组合，换句话说，是因为一种猜想——单单包围本身就能满足所有。

1. 事实上，包围构成了一种一般化的格式，这一格式的功能是，为一个对象（包括一个图形）或一群对象赋予整体性，或是将这一整体性赋予与这一对象或这一群对象有关的（通过空间的相邻或是综合，如涵盖子类的综合类）所有部分。因此，基本形式下的包围就自然而然地成为一个调节者，成为对应的源头（通过对应的运用）或组合的源头（通过与其他调节者相互区别或相互连接）。

应该记住，根据前运算或运算二分法，以及次逻辑（连续或相邻）或数学逻辑（离散物体的聚集，这些物体因其相同或不同之处汇集在一起）二分法，我们即将讨论的包围只涉及四种可能性中一种比较特殊的形式。在这里，运算包围与我们并无关联，它们的性质本质上是数量的（整体数量等于部分数量之和，当形式发生变化时，整体数量仍保持不变）。至于前运算包围，则是建立在离散部分的基础之上（一定数量的筹码排成一列，当将各个筹码间的距离拉大时，这一列筹码的数量被认为是得到增加了的），它与此次的研究或是次逻辑，尤其是空间的整体同样毫无关联。这就是我们这些图形的情况。

但是，尽管如此，当第Ⅰ阶段和第Ⅱ阶段的被试们在运用他们的包围概念时，我们必须区分出两种意义。一方面，一个连续包围的特定空间方向是存在的，且这一包围是闭合的。我们中的一个工作人员英海尔德一起在很久以前就指出了儿童在达到欧几里得与投射直觉之前其初期空间表现的拓扑性质，并且，从这个角度来看，在初始阶段的特征是，简洁的闭合曲线。因此，这一方面我们将不再赘述。

相反，包围作为调节者，其起到的作用则更为普遍，而且，其作用的性质不仅是组织性的，还几乎是概念性的（从与吕凯的"智力现实主义"观点类似的角度来看）：根据公设，图像形成了一个整体，尽管各个部分之间由于关节的连接而存在不同。换句话说，包围是一种整合调节者，在空间的范畴内，这一整合性是通过确定一个整体轮廓的特性表现出来的。但是，只要有整体、部分及部分间联结的存在，就总会出现一个同样的问题，即在整合与分化之间寻求平衡的问题，并且，为了解决这一问题，被试就要利用其他调节者以构成包围（确保包围的存在），而这些调节者有可能明确指出各部分间的连接，并因此确定被包围的各个部分间的关系，以及部分与整体的关系。只有当包围不能被立即建构之时，我们才能从中再次发现一种二元性，不过这仅仅是从质的层面上来看的，这一二元性与量层面上的二元性相似，

量层面上的二元性将运算前包围(总量不等于部分之和)与运算包围(两者之间会产生缩减,那么,相应的连接就尤其具有了可加性)区分开来。以我们正处于的质的层面(因此更早)来说,问题是要确定:连接将被包围的各个部分之间相互连接起来,而包围线作为一个整体的轮廓,是否并非是这些连接的集合?或者,包围线是否会简化为这些连接的集合?从后一种情况来看,以下这点并不成立——整体在数量上等同于部分之和,但不同的是,整体必须包含部分间连接的协调性。然而接下来,在达成这一困难的综合之前,我们会发现三种不完备的解决方案:被试在被包围着的整体中寻找的并不是被包围的部分间的连接(如§2末尾处列出的被试Lau);被试强调的是分化而忽略了整合,并且,被试在临摹复杂图形时,给出的仅仅是一组拆开的部分;甚至(该方案在之后会取得成功)被试描绘出拆开的部分后,采用的是符号的方式以指出各部分间的联系(例如,两个不相交的圆构成了∞,不过接下来在两圆间加上一条小虚线)。

2. 但是,在分析这些现象之前,包围线作为闭合与弯曲初期拓扑性质的承载者,我们还需指出它的特点。首先,任何包围线均具有闭合趋势,这是不言而喻的,从2岁开始,儿童从涂鸦过渡到图画阶段,我们对这一过渡阶段进行研究时就已经观察到了。在该阶段中,我们观察到的反应最基本的特点就是闭合或至少是对闭合的寻求。以下这点同样是不言而喻的——在这一阶段,不熟练的绘画能力会被着重考虑,导致的结果是,这些闭合测验实际上拥有了如下特点:存在多个样本的重复,这些样本间会有或多或少的重叠,但终点并不会和起点相接。相反,从2岁7个月开始,尤其是在圆的复本中,我们仅仅发现了一条线条的闭合,而且最后也没有出现中断,不过,这种情况仍被视为特例。

对于这里的曲线,我们需要区分两种情况。后一种情况是,被试能够模仿直线后,会有意地将曲线与直线做比较,但是,这种情况在4岁左右或3岁6个月主体之前,从未发生过。相反,第一种情况产生的来源是:被试尚不懂得模仿直线,他只有在刚才提到的多个包围中,或是当被试使轨迹通向目标的过程中无意使路径呈直线状时,才能偶然地模仿出直线。在这些情况下,所有复本中最初观察到的曲线,包括类似正方形的曲线,只不过是包围意图的表达而已。

§4 联结的开端与成功(步骤Ⅱ及步骤Ⅲ)

在相交(图2(6),4岁起开始成功模仿相交,3岁2个月与3岁6个月则是两个例外,开始于4岁前)与∞[在模仿图2(3)及图2(4)时,5岁6个月的被试(6岁)首先获得了成功]中,我们发现了包围的分化,由于包围与其他调节者间会进行组合,尤其是与重复、合并与方向调节者,因此,包围就产生了分化。

1. 相交会产生五种类型的反应(1—5),我们可以将其分为三个阶段(A—C)。阶段A的特点是包围的重复,有可能是以非连贯的形式1/∞(3岁2个月的被试Pat、3岁7个月的被

试Tin、4岁整的被试Ure,或是4岁整的被试Opi),也有可能是以连贯的形式2/,类似于包含:(2岁6个月的被试Lau、2岁7个月的被试Beg、3岁整的被试Kab)。然而,包含是迟缓理解中一种逻辑算术的联系,对于这种空间且次逻辑的情况,我们只针对“包含”[1]进行阐述。阶段B突出了两个发展:双包围的分化产生的不再是一个包含,而是一个部分包围(半圆),伴随着一个整体包围(整圆)及越界(类型3):就像Cri(3;5)两次画出了或,而Car(4;0)也画出了类似的图形。第四种类型(甚至包括阶段B)的特点是,通过各种方法,试图去发现两个包围间的联系:Jer(3;6)开始画了,但没有想到这个图像的直线部分已经构成了相交,接下来,他又画了(一个部分包围与一个整体包围由一条弧线连在一起),Dom(4;2)一开始画了,这个图像再次包含了一个相交,但最后他又加上了一条外部的弧线;接下来,他又画了,这个图像事实上包含了两个相交,但这个复本里,原图共同部分的面积是相连两圆的2至3倍!在此之后,他又回到第一种类型。最后是类型5(阶段C),经过或多或少的反复试验,这一类型获得了成功:Can(4;3)一开始画的图形几乎处于部分分离的状态,不过它们有一块非常小的三角形公共部分,于是这一正确的解决方案就产生了,尽管两个圆的大小相去甚远。

如此一来,我们发现,一定情况下,包围分化为部分包围及越界是复本与原图对应的前提,相应地,对应的形式与重复、合并、方向调节者的组合也就成为复本与原图对应的前提,因为在或方向相反的情况下,两圆的相交包含了两处或四处越界,而且,此处列举的关于圆与圆间关联方式的各种试验足以表明此处存在着一个定向问题,而不仅仅是部分与整体间的关系问题。

2. 针对图形∞进行的各类试验极具相似性,我们同样可以将其分为五种类型和三个阶段。阶段A的特点同样是包围的简单重复,或是以非连贯的方式(类型1:3岁2个月的两个被试Pat与Tié),或是以简单包含的方式(类型2:2岁6个月的被试Laur……)。阶段B的特点是,对于多种联系的研究均取得了进展,其中,第四种类型里,主体在研究某一包围的界线(图像∞中画出的第一个环)与另一包围界线间的连续通道时就取得了进展。第三种类型只是通过一个简单的相交确保两个环连在一起,因此,不构成界线的交替:Kik(3;2)一开始画的是一个包围(类型2),然后将其改成了一个相交。Fab(3;5)一开始画的就是一个相交。Kab(3;0)一开始就正确画出了一个相交(然而,在画图2(6)期间,当Kab复制这一相交时,只画出一个包围),但是,他发现这一相交并不能确保交叉的发生,于是,他就在这两个圆的每个圆里都画了三个包围及子包围,这些包围越来越小,其中一个的结尾处是一个明显的点,但是,这个点并没有处于交叉点上,而是处于两个环中一个的中间。我们可以将Ric(3;4)的画与第三种类型联系起来:一个单一的闭合曲线,但在其内部有两个小黑圆圈。第四种类型被试处于切实的进

① 尽管拉鲁斯词典中并没有出现这个词,但我们大胆地对其进行了“补充”。

步之中，通过自身的努力，其将众界线连在一起，并确保一个环的界线可以通过一个通道与另一环的界限连接起来，但在交叉方面，仍没有成功。因此，将其中一个环的界线与另一个环的进行交换，或是反过来，将另一个环的界线与其中一个环的进行交换也同样没有取得成功：Beg（2；7）在画∞时建构了一种包围，但是非闭合的，并包含了螺旋的形状（图3a）。

在画8时，Beg画了一个简单的螺旋（图3b），而且，在重画∞时，Beg又画了螺旋，但是加上了一个延长的部分，这个部分描绘了一个环到另一个环的通道轮廓。如此一来，螺旋这一问题表明，主体意识到一个环的界线产生于其对另一环界线的寻找。但是，最常出现的模型是∞（3岁5个月的Alb、4岁整的Opi、4岁1个月的Car等）。另外，也要注意Lau（4；2）、San（3；10）以及Jer（3；4）的解决方案，因为，他们的解决方案不仅利用一条垂线|ʒ指出了一个界线与另一界线的通道，甚至还用清晰的叉号指出了界线间的相交：✕（Jer）以及✛（San）。最后是获得成功的第五种类型（阶段C），这种类型里的两个环只需一笔即可完成（5岁8个月的Isa以及6岁4个月的Mic，等等）。

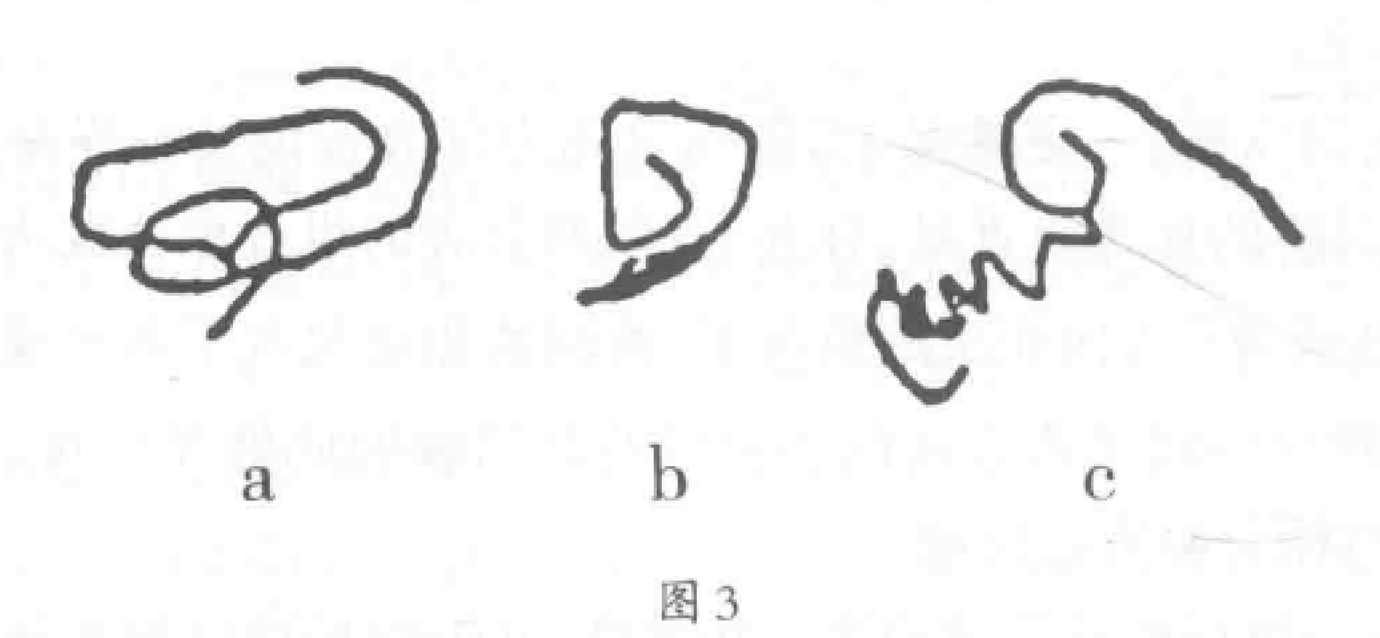


图3

因此，通过这组图像，调节者间的组合比在相交情况下看得还要清楚：起始包围（一个环）伴随着重复（两个环），但是会出现越界的情况（参见Beg画的螺旋）以及一个界线进入另一界线或另一界线进入这一界线的情况（替换及相互替代），另外还会出现相反方向的协调：由右上方至左下方、由左下方至右上方。如此一来，想要构成阶段C（5岁6个月至6岁）的对应，至少需要四个不同调节者的组合。

3. 被试在模仿第五个模型（两个相邻的圆）时，没有立即取得成功，这一点出乎意料。像之前的复合图形一样，我们观察到了阶段A的存在，在这一阶段中，圆要么是被包围分开，要么是通过包围聚集在一起：我们已经列举的有2岁6个月的被试Lau（§2结尾处）以及（2岁7个月）的被试Beg、Lau用一条长的闭合曲线将模型本身包围了起来。Kab（3；0）…一直到Car（4；1）均画出了包围（接下来，Kab甚至画出了相交）。第一次成功模仿出模型五的是Opi，他在4岁整时取得了唯一一次的成功。

§5 直 线 性

此处要讨论的是两个不同的问题:模仿正方形(图2(2)),或是包含曲线与直角的图形(图2(7))时,副本中的对应问题,以及一般直线性的条件问题。

1. 很早以前(事实上,是从Binet开始),我们就知道,儿童在接近3岁时,仍会将一个正方形画成一条闭合曲线。因此,儿童经常将图2(2)画得像两个圆,甚至用一个圆包围另一个圆(3岁整的Kab……),对于这种现象的频发,我们不需要感到惊奇。从另一方面说,当被试开始懂得画直线时,观察在这个过程中发生了什么,这才是意义所在:在这种情况下,我们发现了模仿正方形的以下图像,如 (3岁2个月的Cat), ,然后是 (3岁10个月的San)以及 (3岁3个月的Cri)。这些测验显示了调节者间进行组合的必要性,包括重复调节者(只有Cat获得了成功)、方向调节者(San获得了成功,Cri差点成功)、直线相邻末端合并的调节者(Cri没有获得成功,4个角中,仍有一个是弯曲的),目前为止,还包括连续包围调节者(San将其画成了一条闭合曲线),这一复杂组合问题的关键所在,是4个直角问题,这些被试没能解决这一问题。然而,当被试的年龄达到4岁时,他们几乎都能解决这一问题,而且,自3岁2个月,虽然被试的年龄还没达到4岁,但也出现了成功的先例。

至于角的问题,图2(7)显然会被描绘成一条闭合曲线加一点,类似于一种鸟嘴,并且,只有当被试成功画出正方形时,他们才能临摹出图2(7),在这过程中,方向是对的,但并不是连贯的,画出了一个直角,但并不是任意的。另外,我们想起英海尔德观察到的那些(规范的)"正方形",闭合曲线下,汇集着4个小点,或仅仅是4个小线条,它们充当了4个角的角色。

2. 至于直线问题,当只有一条直线时,应从对应形成的角度仔细辨别被试自发画出的直线,实际上,这些直线是被试无意中画出的,其与一种特定动作相关。在该行为中,直线充当了轨迹的角色,并且,它们与需要建构的直线(临摹的复本)也存在联系,其中,对应是唯一发挥作用的角色。然而,第一批被试的年龄肯定是偏小的:Ema(3;6)成功画出了图2(1),又在此基础上加了一条漂亮的直线,该直线长达9.5cm,整个图形像是一个"气球";但是,当她临摹 时,她画出来的只是些非闭合的曲线,这些曲线还很整齐。不过,在研究对应产生的这些直线时,我们得出一个结论,一组对应,尽管看上去非常简单,其存在的条件也必须包括调节者们事先的组合,这也证明了,调节者间组合的成功具有延时性。至于这一难题的原因,如果闭合曲线是包围(或是模式整体的表达)——这一最基本的次逻辑调节者的表达方式,那么,这一难题就不难理解了;实际上,直线是唯一一个以自身为出发点进行延伸,且不包含任何闭合或包围的线条。因此,直线包含着一个方向,对于这个方向起初的设定并不是那么自然而然的(再说一遍,

是在作用的过程中，而不是在临摹的过程中，路径……情况除外)，同时，它尤其具备着一种必然性——保持这一方向。因此，它就包含了方向与重复这两种调节者的组合，不要忽视这两者的顺序，因为此处的重复是有顺序的。这是我们在被试身上发现的，这些被试开始进行这一构造[Dra(2;7)或Cat(3;2)]，他们在尝试着画出直线，但事实上，这些“直线”又变成了一些线条的累积，这些线条或多或少都有着一定的方向性，例如 ×× 、×—，被试似乎无法画出直线，他们不停修改着这些偏差，这些偏差是本来就存在的，或是由于被试的纠正。无论如何，有证据显示，此处存在着一个组合，该组合一直存在，直至该结构的一连串时刻连成一个唯一的，且几乎同时发生的动作，另外，此行为具有提前性。

§6 总　　结

首先，我们观察到，除了图2(1)之外，对应仅在模型被被试重构后在复制中获得，并且，就像前面说过的，这一构造形成的基础是包围的分化，而分化则是基于其他大部分调节者间的组合：重复、同一、替换(在∞中)、合并、演替以及方向(相似及差别联系的建立尤为常见)。在我们的9个调节者中，唯独形式与方位(移动)的改变没有涉及(以下情况除外——直线代表着一个移动物体的运动轨迹)。

1. 回过头来看§2阶段提出的异议，它指出，所观察到的结构可能与图形行为的难点有关，而不是与被主体概念化的模型本身有关。我们得到的结果与我们内心构思的图形有着惊人的相似性，然而，对于这一猜想的决定性回答似乎正是由这一相似性提供的，心里构思的图形是一种模仿，就像是图形表象，但是它被内化成了一种描绘，而这种描绘也因此并不具有真实绘画时的不熟练。首先，心里构思的图形，就像图画一样，不管成功与否，都是针对外部模型与临摹图形间对应关系的一种持续找寻，但是，这不仅仅是针对图画这种情况，通常情况下，这种“临摹出来的图形”同样不是一种移印出来的图画或是一种照片。恰恰相反，形象化的描绘以及图画均不能被简化为一种知觉上的解读，这种解读只是通过空间知觉数据的单纯再现：知觉变形的规律尤其不适用于图像，像在图画中一样，图像初级的特定变形显示出不足的概念重组。

我们惊喜地发现，这些年幼被试在内心构思的图形中，存在着包围的雏形。包围，作为一个整体，高于部分间众关节的联结(参见§3)。包围的雏形集中表现在移动过程中对界限的过分尊重。[①]另外，需要注意的是，前运算阶段建立的基础一直是转化的结果，而不是转化本身。我们可以将其与以下情况做个比较，在图画中，当实验人员在被试面前画出原图，而不是直接将整个原图展示给被试时，被试所绘图形取得的进步很小

① 参见《儿童的心理意象》(皮亚杰与英海尔德)。

(或是没有)。

总的来说,被试在图像形成过程中面临的问题与在所有模式发展过程中面临的是一样的,即对应与转化间的关系问题,并且在初始阶段,被试均需要在概念层面上建构模型以为其提供一个忠实的对应。

2. 接下来探讨的是调节者这一问题,调节者是格式的功能性特征,也是对应与转化的共同来源。然而,从这一角度看,此处存在着一些仍属开放性的问题,理应在最后对这些问题进行一下详细说明。

首先,关于调节者存在本身,我们本可以忽略主体活动本身,将其假设成理论思考的产物。然而,如果一些假设在其被检验前实际上是可被形象化的,那么,对于表面看起来非常简单的对应(以直线为例),先前的测验在确保检验这些假设的同时指出其复杂性似乎是大有裨益的。事实上,如果一个对应是不完整的,那可能的原因有两个:对于外部给予的模型没有进行足够的研究,或是内在整合工具的缺失导致了不完全的同化。然而,在直线的情况下(正确的对应是最晚达成的),当我们发现了同化协调的必然性时,我们很难看出研究可以为即时知觉带来什么。

其次,仅仅是对9个调节者进行命名,并为其分别指定一个序号(明显经过检验)以对其进行区分,往往是赋予它们一种结构上的存在,然而,我们必须记住,此处所指的仅仅是功能方面。事实上,像同化本身,调节者只是对其机制进行了描述,作为一般功能,调节者无处不在,但它们却引起了差别巨大的诸多结构的建构(功能创造了器官):将同一格式应用于新对象的感知–运动性代替(或替换)以及“置换群”间加入了,例如,一段渐进的构造过程,这一过程长达11—12年。

在初始调节者的功能性与这些调节者组合后达成的构造间,存在着一个区别,这一区别可以解除一处明显的矛盾,即在调节者中,存在着对应与转化的共同来源,不过接下来对应与转化会相互分离,目的是只在运算层面实现事实上的合并。实际上,我们所说的共同来源属于初级阶段,在该阶段中,主体 C 认识的来源不是主体 S 可分离的活动,也不是对象 O 可分辨的属性,而是一处交互中心,该中心位于 S 与 O 之间,因此处于两者公共的外围部分(图4中间的小段直线),其中的很多部分均处于未分化状态。

$$S \longleftarrow \big| \longrightarrow O \quad (C)$$

图 4

$$S \rightleftarrows O \quad (C)$$

图 5

调节者作为格式的功能的表达,在初级阶段中,通过它们的运用产生对应,并通过这些调节者间的组合产生转化。然而,这一共同起点分化出两种进程,这两个进程方向相反,且差距愈趋明显:一种是外化进程(→O),在面对表现客体(对应)特点的可观察事物时,该进程的目的是能够对其进行客观解读,且客观性不断增强;另一种是内化进程(S←),该进程是转化的来源,并最终成为运算转化的来源。一开始,这些功能来源的进程具有较弱的协调性,它们会引起形式与结构的建构,而这些形式与结构势必会相互

影响(⇄),因为转化结果的最初显示只会发生在客体身上,而客体属性只有通过同化才会显现:这就是为何对应与转化间会相互支撑,直至两者在运算层面达到稳定、概括性的结合,此处的相互支撑一开始是局部且交错的。

图6对上述两者做一个比喻,我们可以通过它来表示两者渐进的相互作用。

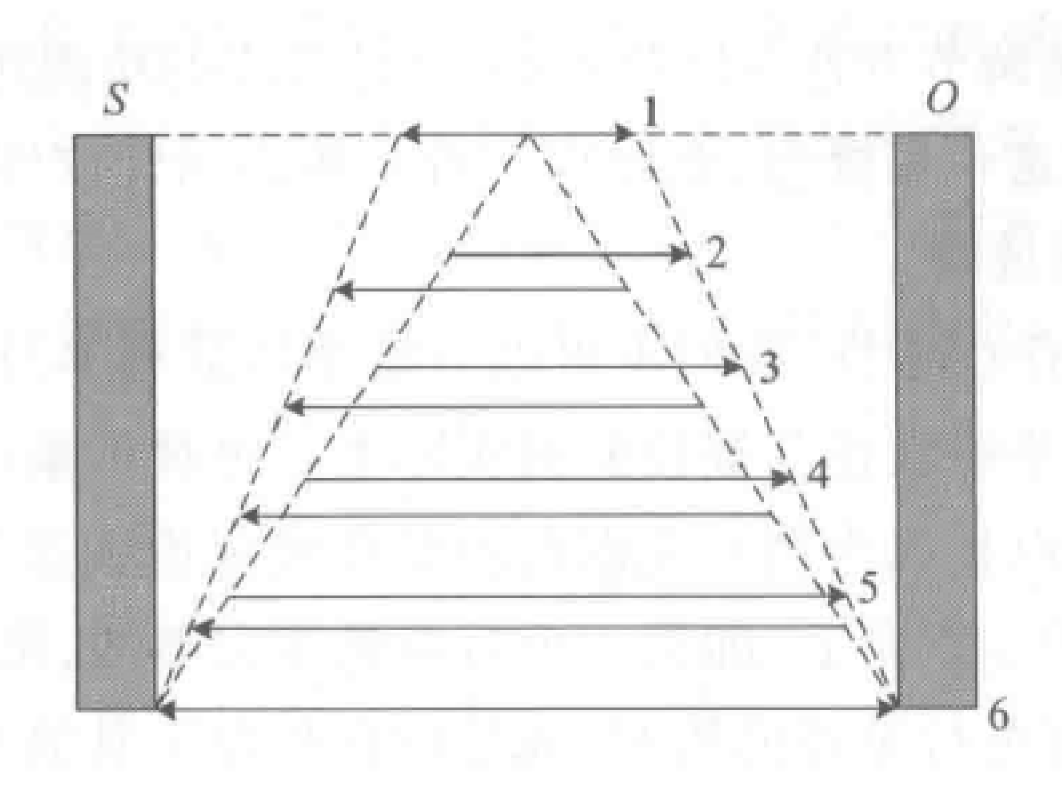


图6

从1至6,起始箭头由公共起点(|)出发指向相反方向,标有箭头的作用(→)指向对象,然后,这些作用的出发点深入主体构造的程度会越来越深(=更靠左),然而,对于在对象上观察到的信息,内部构造中代表着进步的作用(←)会使用得更多(=出发点更靠右)。如此一来,我们猜想,第一章描绘的内容与象征性的第二步相一致,即内部的功能调节者在对象上引起了对应;第三步是调节者在被要求适应比较对象多样性这一外部压力下,会出现分化,但反过来会产生更为多样的对应(第二章会涉及这些内容)。接下来(第三章开始),对应的外部内容会愈趋明确,为部分或局部转化做出准备,这些转化,通过(←)与(→)交替的相互作用会对预态射等起到促进作用,直至它们间的联合达到足够完善的程度。

第二章 客体间初级对应的形成与调节者的分化

合作者:E. L. 拉珀·杜·谢尔

本章(同第一章一样,仍不会引用详细的问询报告)涉及的问题是客体间对应的形成,并非是客体与其临摹图形间对应的形成,这是第一章的内容。至于这里的对应,我们仍需对感知-运动性对应进行区分,方式是通过客体间的同化,这些客体出现在某一动作格式(如使悬挂着的对象摆动)之后;另外,我们还需对具有代表性的对应进行区分,在这种对应中,通过一个目的性动作[这种动作带有(至少是短暂性的)一种外延性意识],对象间会进行比较并聚合在一起;而感知-运动性对应只有通过对相似情况的连续认识才会显示出来,使主体拥有外延性意识的再现是不存在的。

也就是说,我们应该注意到,调节者只是同化格式的功能性表达,因此,它们不包括先前的结构因素。我们现在要研究的问题是,同化格式的功能是如何产生形式或结构的。当格式的协调与其调节者们内部的组合引起转化结构的构建时(本章对这部分内容涉及较少,第三章时会较多涉及),通过格式及其调节者(这些调节者与可观察到的事物相关)的运用,对象间对应的形式是未转化的。因此,就像第一章结尾处所说的,在认识中,根据来源产生的源头——对象的限制或主体的建构,我们需要区分两种来源,并且,如果主体的协调动作对于基础对应的产生是必要的,那么其多样的外在内容会反过来使不同的调节者去适应主体的协调动作,并最终使调节者产生分化。那么接下来就是分化机制的问题了(经过§1—§4的说明后,§5会对其进行探讨):分化是否源于新内容的压力?或者分化是否总是包含不同调节者的组合?第一章结尾处也提出了这些问题。

此处使用的方法有三种。第一种方法是,出示9个娃娃,娃娃的高度由2cm至7cm不等,分别代表祖孙三代(1个婴儿、1个弟弟、1个哥哥、1个妹妹、1个姐姐、1个父亲、1个母亲、1个祖父、1个祖母),并要求:"按照你认为完全准确的方法对其进行排列。"接下来,我们要求被试寻找另一种更准确的排列方法。以上要求重复两至三次。然后,我们从中去掉1个娃娃,并让被试对变化的结果做出评价,接下来,我们将去掉的娃娃加回去,并要求被试做出新的评价。最后,我们将娃娃放置在两张10cm×5cm桌子(附有10张椅子)的周围,然后,2张桌子合成1张大桌子,再将这些娃娃放置在这张大桌子的周围。

第二种方法是,出示2间农舍以及(后面均为分开、单个的物品)3头牛、3只火鸡、

3只母鸡、1男、1女、1个牛奶罐以及7个小鸡蛋。要求："将你认为与农舍相关的东西放进去。"如果被试只考虑到了一间农舍，就要求他将另一间也一并装饰（但不加入新的物品）；接下来，我们将2间农舍间的隔栏去除，就成了1间大农舍，然后测试被试的反应并要求其对布置的原因进行解释，因此，被试其实是对动物和人的活动进行了解释。

第三种方法是，出示，不过是依次进行，一组钉子共有18枚，11个小鸡蛋、9个立方体、9个骰子、7把椅子、8个动物或8个布娃娃。每次均要求被试"按照自认为完全准确的方法对其进行排列"，再要求其寻找"另一种方式"……最后，询问被试："所有的方法中，你认为最准确的是哪个？"

§1 重　复

从感知-运动动作层面来看，重复不仅是格式形成的来源，也是对应形成的来源。实际上，单个动作还不足以构成一个格式，因为连续的动作中拥有共同之处才会产生格式。但是，这个重复在产生格式的同时，也引起（自然而然地）了初始情况特征与后续情况特征间对应的建立，并且，在这里，初始联系本身并不是对应，只有当重复性的联系出现时，才会产生对应，c为d，a为b，这种共同联系采用了斯皮尔曼意义上的相关形式，但差异与对等意识在开始阶段并未产生干预，因为在作为描述及定向研究对象之前，这两种意识是依靠动作本身建立起来的。

从另一方面说，由于客体间的对应，一些相关事物很早就出现了，我们发现，从2—3岁开始，被试会将父亲与祖父放在一起，将母亲与祖母放在一起……但是，在不同属性成分间的对应之前，我们首先看出的是动作间的对应，如直接延长感知-运动对应的动作。在此期间，由于这种差异性，该动作对感知-运动对应的多样性会发挥越来越大的影响，并最终赋予其外延性，至少是空间上的：这种动作仅仅是汇集的交换动作，或是排成列、人物集……的交换动作。所有这些都是大家所熟知的，但应强调的是，那些动作同样属于对应的建立，它们从属于重复，而重复的表现则根据多样的分化情况，这一过程甚至在某种意图或事前目标的介入之前就已经发生了。通常情况下，这些意图或事前目标只建立在过程当中，而且，当客体属性间可重复或可转移的联系加入到累积动作间的对应时，理解的对应也会加入进去。

从重复这个角度来看，目前的研究成果中有两点发现值得关注。首先是一组序列起初获得的排列顺序，该顺序一旦建立，当被试被要求以另一种方式去排列各部分时，仍会促使被试重复这一顺序：如2岁8个月的Fra，以任一顺序对5个娃娃进行了排列（忽略大小……），但从第3个开始，动作的方向与之前完全相反：顺序为5、4、3、1、2（1、

2为开头)。接下来是一次讨论,目的是辨别娃娃的身份,并且只提出一个要求——将这些娃娃重新进行排列:此次排列动作的序列是4、1、2、3、5,但被试做出的排序却没发生任何改变:婴儿在中间,妹妹和祖母在两边……And(2;11)也是同样的情况,他没能摆脱6、3、1、2、4、5这一顺序,该次序一旦建立,在围绕着桌子对娃娃进行摆放时,我们会再次发现相同的次序。

第二点需要注意的是,利用部分的某种属性(因此,没有根据大小进行排列),引起*a*、*b*、*c*…序列产生的被试动作的线性重复并不是普遍现象,再者,另一种重复是从中间出发,并根据→ 及 ← 两个方向交替延续。确切来说,And就是这种情况,他先放了1和2,然后将3放在1前面,将4放在2后面,后来又将5放在4后面,6放在3前面。但是,在其他被试身上,我们也发现了这一过程,甚至在考虑到大小的情况下,也是如此,这样一来,[Isa(4;1),(Clé 4;5)]两边都是最大的,中间则是最小的。当被试将娃娃围着桌子进行摆放时,结果是形成了一组对称:And对女性布娃娃的排列顺序是$6\,{}^{12}_{34}\,5$,男性的是$5\,{}^{34}_{21}\,6$(下面的桌子),在围绕着大桌子进行摆放时,1、2在上方;3、4在下方;6、8、10在左侧,5、7、9则在右侧。Yve(4;0)也是同样的情况,围绕着大桌子的娃娃中,男性与女性是完全对称的,不过这次的被试考虑到了娃娃大小的顺序。

当涉及对称早期的形成及发生频率时,以上的实例存在一些价值。在这些实例中,我们经常看到一个知觉形式发挥的单一影响,但当重复动作的顺序为5、3、1、2、4、6时,在序列完成之前,此处涉及的就不是感知问题了。在一张空间图中(与第一章§6中的图6类似),将一个轴作为参考系进行反转,我们可以将对称定义为重复或一一映射,但是,没有证据证明被试参照了这个轴,观测者是唯一引用之人。相反,被试的动作在方向上的重复则为我们提供了一个更加简单易懂的解释:儿童以中间作为开始,是因为他面前的方位(或是与视线正前方垂直的位置)理应是他最先注意到的位置,接下来,面对两边的方向,他没有任何理由选择一边却放弃另一边,因此,在这两种方向的选择上几乎是交替的,并不是随机的,而是遵循着一种补偿的倾向。至于这里的补偿,完全是随机的,至少开始时是这样,但其产生的原因仅仅是——选择*a*或*b*这两种方向的概率完全是等同的,偏向于选*a*就留给了*b*一个空白;偏向于选*b*就留给了*a*一个空白。至于二维对称,如And围绕桌子建立的对称,这里的补偿可能会变得更加清晰,安排方位时,一个方向的改变必须与整体方位或方向的改变相一致:因此,1、2在上方,2、1在下方;5、6在桌子上方的两侧,5、6在桌子下方的两侧……

§2 辨别与替换

1. 在客体间对应的影响下，对象形式及其应用领域的鉴定各不相同。关于这里的对象，我们还观察到[1]，如果将一个瓶中的水倒入另一瓶中，尽管水的数量可能会有变化（水的数量与之前不同），但水还是一样的水，一个处于生长中的生物与其本身（除了自我及其身体！）不再对等，因为它的体积发生了变化。

至于同一性的形式，需要区分的有三种。最初级的是建立在任一标志上的性质同一性：对于Phi（3；4）来说，一个人，即使换了位置，他还是他，因为“衣着是一样的”；对于Fra（2；8）来说，婴儿也是一样的，因为“没有漂亮的鞋子”。接下来是外延同一性，作为整体的一部分，它在总的数量上发挥着作用：对于不会计算的Réa（2；11）来说，一个人会或多或少地改变整体，因为如果去掉一个人，“就少了一个”。最后是作为一个整体，与其他整体数量相当的数字同一性：在计算家庭成员的数量时，每个成员所占的比例是相同的。

2. 替换调节者更值得注意，因为在其普通的形式下，包含着一个特点，那就是无条件同化，从感知-运动这一层次开始，无条件同化使格式能够运用到新的内容中去，这些构成了对应的建立，而其建立的基础不再只是动作的简单重复与部分的同一性，还包括动作的类似性。在客体间对应这一层面上，我们发现了多个分化。在农场游戏中，最常见的分化是具有功能或运用稳定性的替换，经常会出现的事例是，当一个人缺席时，另一个人会细心照料牛或鸡。如此一来，我们需要注意的情况就是因替换的缺失而导致的消极结果：“这里不再有主人，牛不再产奶，它们只会尿尿。”

已分化替换的另一种形式是通过短暂连续形成的序列，类似于一个立体排列，但伴随着同一位置上各部分间连续的替换。如此一来，Lau（3；4）在听到“将你认为最相配的动物放在一起”的指令后，将猴子放在了大象上面，然后将猴子拿了下来，又将其他8只动物依次放了上去，并说道：“其他的，我等会再放。——是不是就将它们这样放了（开始摆一个立体排列）？——不，它们应该在上面。——但如果是这样（的序列），你要怎么做？——她将老鼠放在大象上面，将狗放在猫上面。——哪种摆法才是最合适的？——这种（将大象上的9个动物进行替换）。”

另外需要注意的是相互替换，就像在空间安排中，一个人与另一个交换了位置以获得婴儿旁边的位置一样。

① 参见《同一性心理学与认识论》，第24章，“研究”。

§3 相似或区别联系的建立:合并与接替

1. 此处用到的三种方法包含着三种整体对应,这三种对应建立的基础是相似与差别:在内容(动物及人物)及表现出来的活动方面,这两个农舍可以包含对应;当娃娃代表着两种性别时,它可以引起同构性,与此同时,还伴随着演替阶段的对应,这种对应建立的基础是人物辈分及大小关系;至于相互间不存在联系的8个小团体,它们可以引起与被试类似或不类似的构造,不仅仅是因为被试在每个结构身上都使用了与其等级相匹配的同等容量(确定或有限的),还因为被试选择了类似的组织方式(如不同部分的排列)。对应中最简单的自然是农舍的对应,以Oli为例,在农舍的对应中,从3岁6个月开始,她将女士放入一间农舍,以照看那些“打架的动物”,也就是“火鸡和母鸡”,在另一间农舍里,由男士负责挤奶。这样一来,第一间农舍与第二间是一样的,两者相似性建立的基础是活动的一一对应,而不是内容的一致。在这些娃娃中,又另外加入接替调节者,这种情况下,年龄达到5岁时,同构性才会建立,该同构性是基于后代建立起来的[如Nat(5;1)意识到祖父或“爷爷”是“爸爸的爸爸”,爸爸是“祖父的孩子”,但是爸爸不是一个孩子,因为“爸爸是一个爸爸……好吧,我不知道了!”]同样,从5岁起,儿童开始发现小团体对应的结构(方法三)。

2. 总对应具有一定程度的延迟性,因为想要将复杂的各个整体连在一起,就必须拥有将每个整体组织在一起的能力,方式是通过内部的对应,赋予其一个形式之后,内部对应就成了局部对应,尽管这种对应接下来会在总对应的协调下得到提升。然而,从简单的单个或某种程度形象化的组合,到显示新运算“等级”的前运算集合,特殊整体的形式表现出的结构化程度是相当多样的。至于合并的初始形式,目前方法发现的结果必然是与英海尔德在合作《基本逻辑结构起源》时就已经分析过了。但是,我们仍可以从运用的对应或是预态射这个角度去重新思考这些结果,也可以从联系、合并调节者的逐渐分化这个角度来分析。这些调节者均处于对应的源头位置。

接下来首先要说的应该是合并调节者由“组合”至“集合”的逐渐分化,如我们即将看到的,不同类型的“从属”会与这些分化联系在一起。最简单的合并是仅保留待分类的几个部分,然后将其构成一个短的排列或一个空间形象[以Lau(3;4)为例,18枚钉子中,他只保留了6枚,用其围成一个矩形],不过接下来的分类将是涵盖所有部分的。第二,一个组合以连续添加作为开始,一开始是在任一性质a的指引下,接下来则根据另一性质b延续下去,而带来分化的则是最后被选择的那个元素,因为该组合将a与b合在了一起(如Ber在3岁10个月,根据不同的指向↖与↗,对钉子进行了排列),然后在一种颜色上偏离。接下来会产生一个小的集合,该集合局限于a或b的共同性质。第三,性质a被选中,首先,主体不会注意将“所有”A(包含性质a的元素)汇

集起来，但接下来，他会完成该步骤：以几乎达到集合等级的Cla(4;6)为例，他在摆放一条18枚钉子的长列时，却出现了4个不同颜色的部分，Mar(4;2)开始的情况也是一样，但由于缺乏完整性，最后的结果是混合的剩余物。第四，组合的部分间最后出现了无意识的相交，但是集合或子集是分离的。第五，在组合的初始阶段，被试并未发现补充部分(原因主要是混淆，如在2岁，经常是3岁时出现在两间农舍中的混淆)，然而，在集合层面，如果$B=A+A'$，那么，A与A'之间存在着一个互补性(另外，这并不是仅达到运算阶段的包含量化)。

3. 这样一来，根据合并的不同类型，我们可以辨别从属的不同形式，这些形式表现着组合或集合内部对应的发展。实际上，我们需要注意，从属是一个复杂的联系，它具有转移性，因此，对应也是一样，因为一个部分如果想和整体联系在一起，就必须与其他部分建立联系，或与其他部分具有相似性。

当元素从属于一个集合，且该联系是可论证之时(这一联系有明确动机的肯定或否定)，严格意义上来讲，我们将"包含从属"称为将一个元素与一个运算等级联系在一起的从属(伴随着包含的量化$A<B$，如果$A\subset B$)，从广义上来讲，我们将其称为"半包围"或"包围"从属。不过，我们接下来只谈"预包围"从属，它将一个元素与其相似的元素合并在一起，两部分可以形成一个"集合"，但是，被试将其与不同的对象合并在一起，使其仍停留在"组合"阶段。当一个元素以可论证的方式成为一个稳定连续整体的一部分时，如正方形的其中一个侧面，部分从属就会出现。相反，当受到重视的这个整体只是一个象征意义上的组合，由于缺乏稳定的划分(并表现出初级包围的特点，第一章曾对初级包围进行过描述，在这种包围中，整体并不等同于各部分及其连接之和)，这一整体只是一个空间上的组合时，从属会延续预部分的状态。最后，当整体是由实际使用或经验适应性的联系组成时，我们使用"实践归属"一词。

从对应角度进行的区分向我们表明了，在组合层面上，如果一个元素通过预包含或预部分与整体紧紧联系在了一起，并不能说明这是由性质的相似而引起的相同对应，只能说明对应将这一元素与其他元素合在了一起，因为，除了它的包围，整体并不具备共同的性质。相反，当处于集合这一等级时，被试的联系以及对应会成功建立起来，其中，对应同时关系到各部分的关系以及部分与整体的关系。

4. 2、3介绍了组合与集合的不同形式，现在的这些方法让我们重新发现这些形式的同时，也因此对先前的研究进行了确认。如果这些回顾是没有意义的话，从另一方面说，我们应该指出一个出乎意料的实例，这一实例与"实践归属"相关：是一种对应的出现频率，这一对应循环出现在年轻被试身上。根据这一对应，母鸡吃其产的鸡蛋、牛(不仅仅是牛犊)喝其产的奶，如此一来，自然就知道鸡蛋与牛奶从何而来。Lau(2;10)这样说道："母鸡会吃鸡蛋……女士会将牛奶给牛。"Gur(3;4)也如是说道。Igo(2;10)说道："这些母鸡会吃这些鸡蛋。"Jac(4;2)又说道："在这个农舍中，主人做什么？——他将奶给牛。——这个农舍中发生了什么？——有吃鸡蛋的母鸡。"Gar(4;11)说道："这些鸡

蛋可以吃。——谁可以吃？——母鸡们。——吃什么？——鸡蛋！”在此之后，这一循环出现的对应会全面扩大。Oli问道：“这些牛做什么？——它们为牛犊与人类提供牛奶。——母鸡呢？——它们为公鸡与人类提供鸡蛋。”

5. 另外，我们还需注意（尽管这是自然而然的），接替调节者与合并及相似关系一样，均会发生分化。然而，初始接替只包括一个任意顺序（或早期对称），它产生的只有一个接替者的预态射，如单一的连贯，接下来，接替就能够与差异联系在一起，并采用增加序列的形式（这一形式同样出现在递增或递减函数中）。因此，被试Val在5岁整时，将家庭成员排列成了一个对称的序列（大的在两边，小的在中间），然后将其改成了穹顶的形状，最后凭借经验将其由小至大进行了排列，不需要对演变关系的分化演替进行回顾（参见1最后的Nat案例——因果演替的典型案例）。

§4 包围与方向；形式与位置的变化（移动）

在前一章中，我们已经对包围调节者进行了充分的研究，接下来，我们需要将其与刚刚提到的预包围或预部分联系在一起。实际上，其发生的背景是：元素间的对应是建立在多变相似性的基础之上，而多变相似性是逐步建立起来的，并且，其中的整体因此并不具备共同的性质，而部分对应（成对的……）也并没有对部分与整体的关系产生影响。一个整体，只有当其具备了自身的特性，才能赋予其本身作为整体的存在，因此，此处所指的只是组成包围的空间性质，离散元素也是一样（排列、正方形……）。

至于方向调节者，我们发现其在客体间对应这一阶段发生了分化，其分化的形式至少有三种：空间方向，对称中，我们发现了空间方向的作用；实践方向，该方向与某一目标的寻找及必要方式的协调相关；心理或内部方向，是对象或计划内动作形成的主要特点。这些在初级集合间尤其罕见。

至于方位或形式的改变，我们参见一些明显的分化。一个组合一旦形成，初始反映并未表现出能对其进行修改的能力：参见§2 Fra（2；8）。接下来仅仅是方向的改变，Dra（2；11）将6个娃娃排成一条直线，在另一次排列中，她只是将娃娃的头朝下放置（同样，其他被试也将娃娃的头朝下进行放置），与之前的排列几乎一样。然后是较为普遍的反应——顺序的改变：将右边的某些娃娃放到左边，排成一排，将左边的某些娃娃放到右边，排成一排。在分类（不断移动变化）要求的替代中，英海尔德已经观察到了这一点：如集合B包含A与A'两个子集（由左至右），被试认为，将顺序$A+A'$改为$A'+A$，就会得到一个新的分类（另外，这表示，与类别相反，单一的“集合”总是依赖于空间的包围）。这些顺序的改变可形成一个显著的形式，用于显示“切换性”（也就是从某个点被移除之物与被移至别处之物间的补偿[①]）：Oli（3；4）按照某种大小顺序将9个娃娃排成一列，当被

① 切换性以一般的方式构成了保存的原则。然而，此处并不打算探讨这一问题。第四章中，我们再行探讨。

要求进行重新排列时，他移动了9号娃娃，将其放在1号娃娃的前面，因此，顺序就变成了9、1、2、3…接下来，再次排列时，他同样移动了8号娃娃，就变成了8、9、1、2…后面的4次排列以此类推，直至轮到1号娃娃，他将其放在了队列中间。只有在接下来的一步时，改变的组成部分才是分类事实上的改变：Cla(4;0)在排列之初形成了一个对应（祖父和祖母在队列的两端……），最后则是成对摆放（祖父和祖母在一起、姐妹们在一起，兄弟们在一起）。

借助于方法三中的小团体，形式及移动的变化变得更为简单，因为只需改变其空间形象即可发生改变：将鸡蛋（或其他物品）排成行或列，排成直角、圆圈、正方形或随便摆放……然而在这里，通过它们近乎运算的特点，我们还发现了一些改变，这些改变有时令人吃惊：Ber在3岁10个月，就已经如此将原来的正方形由9个接点(3×3)变成了3个矩形，由3个叠加的接点变为4(+1)×2的长方形；由4个叠加的接点变为4×2(+1)的长方形……这样一来，这里就有一个问题：什么时候我们才会谈论到分化的调节者——新对应的来源？什么时候所指的变换是由对应进行准备，而对应显示的特点对于变换来说是不可还原的呢？

§5 总　结

从这些事例中，我们大致可得出以下结论：调节者的分化产生新的对应不仅仅是因为需要适应外在压力，还因为其每次均包含了不同调节者间需要建构的组合。对称（§1）正是重复的衍生物［以Fra(2;8)为例］，但需要相似与方向调节者的组合。外延的一致（§2）不具意义，除非通过短暂连接将同一与包围及替换组合在一起，这一短暂连接需要一个接替，并伴有可移动物的移动，而这些可移动物是某一相同位置的继任者。合并的不同方式，及其从属的不同类型（§3）产生的前提是相似与相邻的组合，其与元素间联系及其与包围联系的组合一样，均是渐进且极其复杂的组合。至于增加的接替，是在准备优先顺序的同时产生的，这里的顺序是由区别的联系以及路径的强制性（方向）组成的。最后，形式及位置的改变（§4）需要同一性、延续性，并最终逐步形成切换性及其他运算的转化。

总之，不管强制调节引起的结果如何，转化的开始就是由调节者的分化构成的，并且，调节者分化充当的角色，仍然只是新对应建立的应用工具。如此一来，我们已经遇到了相互支持的情况，但是交替进行的，这一问题在第一章的结尾处也有所涉及：作为初始功能，初级调节者产生结构的初始形式，而这些形式就是包含对应的格式。然后，这些对应遇到了新的内容，因此，产生了调节及组合的必然性，而组合运用到这些内容身上，产生了新的对应。

内部转化，自其形成之时起，与对应间的相互支撑建立在内部内容的基础之上（见

第一章末尾处图6)，如果对应与内部转化以相同的方式在对方身上发挥作用，也就是说，如果两者通过纯粹的相互关系，互相成为对方的来源，这一相互支撑将变得非常简单。然而实际上并非如此，因为如果转化能够产生对应(首先通过运用到外部内容身上，再以此类推)，但对应能提供给转化的，最多只有允许其建构起来的材料，暂且还有满足转化自身的运算等级。另外，这一不平等的相互关系不足为奇，因为，这种情况正是数学逻辑演绎与经验间整体关系的一大特点：一开始，数学逻辑为理解经验提供框架，然后，当经验获得了发展，它会引起数学逻辑的重建，并不是产生数学逻辑，仅仅是引起或是唤起数学逻辑的重建。

尽管第一章末尾处的格式表面上很简单，但我们要理解，事实上，其中想要展示的外部与内部的相互逐渐渗透在对应与转化的关系中将伴随着情况反转。直至现在，前两章叙述的事例都仅仅是事前的情况，在这一阶段中，调节者与转化的初级阶段为框架提供了对应，为外部数据的解读提供了可能，也因此为可观察事物的解读提供了可能。准确来说，第一阶段时，我们观察到对应的发展及概括化(运用与预态射)，(从更高层面的狭义角度来讲)为尚未运行的转化做出了准备。第二阶段时，我们将会观察到更为紧密的相互作用，这些相互作用仍是交替进行的，但越来越紧密。第三阶段时，完全独立的转化与态射间最终会出现融合，由此，转化决定的态射达到转化态射这一水平。

第三章 与圆盘旋转有关的态射及转化

合作者:CL. 莫尼埃与 J. 沃克莱尔

三个相似的盒子中,其中一个放着被试感兴趣的玩具,将这三个盒子放在刻有不同旋转路径的圆盘上,这些旋转路径始终是可见的,被试面临的问题是找出盛有玩具的那个盒子,并将盒子的起始与到达路径对应起来。这一测验有两方面的意义。一方面,它使得重新上升至感知-运动层面(至少从1岁开始)、分析临摹的影响成为可能;另一方面,被试可以减少所涉及的转化(旋转),并且,转化与其建立之前的态射差异巨大。因此,想要确定以下问题就变得较为简单:在转化的解读上,态射是如何准备的? 而后,当转化处于被支配地位时,是如何指导并决定对应的建立的?

方法。——材料包括:(1)三个相似的红色盒子,圆形(直径为57mm);(2)底部被磁化的白色金属圆盘,直径为38cm,垂直固定在一个架子上。

圆盘上,固定着三个盒子,其中一个装着(当面放入,甚至经常是被试自己放进去的)儿童(被试)感兴趣的一个玩具。被试被要求在圆盘停止旋转后,重新找到放在盒子里的玩具。主要的试验情况如下。

1. 两个相对的盒子没有任何标记,被放置在圆盘同一条直径的两端。

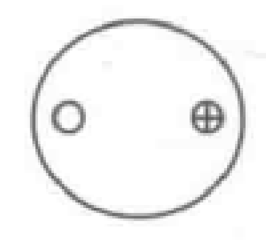


图7

2. 同一条半径线上,放有三个盒子。玩具可能放在其他两个盒子中间的那个盒子里,也可能在圆盘的外部或内部(圆盘中心)。





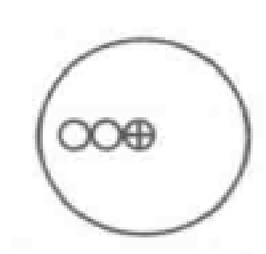


图8

当只有两个盒子时,也会出现处于同一条半径线上的情况。

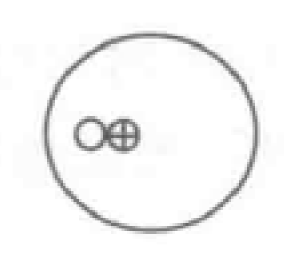


图9

3. 不论盛有玩具的B盒离其他盒子(A盒与C盒)或近(Ⅰ)或远(Ⅱ),它总是“被孤立的”。

需要注意,根据这种情况,被试可以将数条信息综合在一起(如,盛有玩具的盒子离其他盒较远,同时靠近圆盘的中心)。

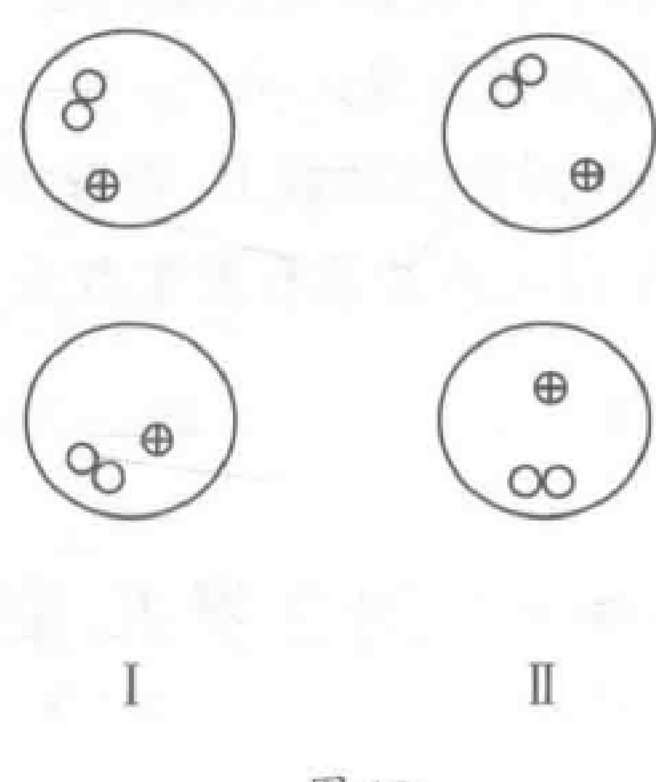


图10

4. B盒位于A、C盒中间时,盒子间的关系。三个盒子被放置在三条不同的半径线上,但离圆盘中心的距离是一样的。三个盒子间的距离可以是挨着的,可以是临近的,也可以是旋转90°。

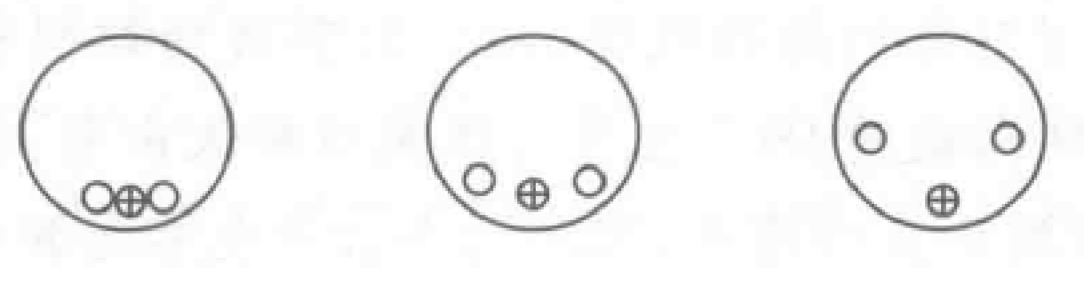


图11

5. 三个盒子的位置与之前一样,但盛有玩具的盒子并不在中间,而是在两边中的一个。

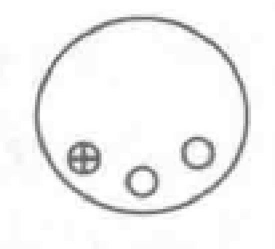


图12

6. 两个盒子被放置在两条不同的半径线上,但离圆盘中心的距离是一样的。两个盒子可能或多或少地彼此靠近。

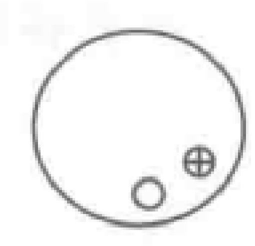


图13

尽管起点与终点的位置、盒子旋转的方向与时长各不相同，以上研究的每种情况均在同一被试身上多次出现。旋转的速度一般是稳定、缓慢的。在同一测验中，不同盒子的旋转方位有时会重叠在一起。

不过，其中两次的测验显得尤其引人注目，我们对其进行了系统研究：

（Ⅰ）开始时，装有玩具的盒子占据着一个位置，结束时，这个位置被一只空盒子占据；

（Ⅱ）以上所有情况，除去第一种，均经过可视以及不可视的测验。最后一种情况中，我们在圆盘旋转时，在其前方放置了一个遮板。被试可以看到盒子旋转（遮板是一块比圆盘小的纸板），但无法观察到盒子全程的移动轨迹。

除了旋转移动，我们还展现了两种直线运动——将三个盒子放在一个磁盘上，顺序为（横向）ACB[①]或BCA，将磁盘放在固定的圆盘上，顺着水平或垂直直径滑动：就像在旋转中一样，这种情况下，盒子的左右关系并没有发生改变，但以圆盘边缘或中心作为参考系时，盒子的位置发生了变化。

§1 初始反应——1到2岁儿童的行为例证

以下为观察到的年龄在1或2岁时的行为案例。

Bor（1;2） 首先，我们只使用装有玩具的盒子，令其旋转180°（从下至上），抵达终点时打开盒子，重新确认盒内的玩具。然后，再将其从上至下继续旋转，但Bor并没有亲眼观察这一过程。另一边，盛有玩具1的B盒被放在左边，A盒在右边，Bor观察了B盒的运动轨迹（180°），并成功辨别出它的位置，这一位置以前是A盒的。反向旋转180°也被被试成功辨认出来：他辨认出B盒在左边。那么，我们重新回到垂直的情况，但这两个盒子也参与其中：用B盒做了三次试验，先是朝上，再是朝下，并上下旋转180°。这种情况下，被试并没有像之前分辨左右一样成功辨认出盒子的移动路径，均以失败告终。

Dav（1;11） 在B盒由上至下旋转180°后重新找到了它（唯一使用的盒子），然而当A盒处于B盒对面时，Dav两次（垂直方向也是一样）都没有重新找到B盒。然而，旋转270°后，B盒在右边，A盒在左边，看起来似乎是成功了，但可能是巧合，因为接下来只旋转了180°，B盒在右边，A盒在左边时，被试并未成功。Dav这次失败的情况：一开始时，他用眼睛注视着移动的盒子，后来他跟丢了，然而，他的视线不是继续跟着盒子移动，而是回到了出发点。我们将B盒

① 我们总是用字母B标记这个盒子，用字母A和C标记另两个盒子。

放在A盒与C盒中间，B盒与A、C盒或是相距90°的旋转距离，或是非常靠近：这两种情况下，Dav一开始选的是位于边缘位置的A盒或C盒，然后才选的B盒（根据情况旋转90°至360°）。

May(1;7) 在B盒旋转了360°后成功找到了B盒，然而当B盒在左边，A盒在右边时，她一开始就没跟上移动的盒子，直到最后错把A盒（其位置是B盒的出发点位置）当成了B盒；但接下来的测验，她成功找到了B盒。B盒位于A、C盒中间，盒子序列旋转360°：她将A盒错当成B盒，然而，如果B盒在右边，A盒在对面，C盒在左边（旋转180°），她就成功找到了B盒；不过，如果将A盒与C盒稍稍分开，则是以失败告终（错把A盒当成B盒）。将B盒移至圆盘中间时，一开始May没有找到B盒，犹豫之后则获得了成功；之后，A盒在圆盘中间，B盒在右边，被试选择的是A盒。当盒子沿着水平直径线移动时（BAC方向或ACB方向），May一开始没找到B盒，接下来则获得了成功。

Gla(1;10) 一开始成功确定了B盒的位置，将其与A盒分开，但是，当Gla短暂丢失了B盒的方位后，他则重新回到了B盒的起点位置。在B盒处于A、C盒中间时，他没能找到B盒（尽管ABC三盒的位置很近）。相反，当盒子以BAC的顺序（沿着垂直方向放置）垂直移动时，Gla犹豫之后，还是成功找到了B盒（B盒的位置仍不变）。

Vid(2;0) 当盒子沿着垂直方向进行移动时（仅限于BA两盒并肩进行的垂直移动），Vid均成功找到了B盒，但只要涉及旋转，Vid均会迟疑一番。

Oly(2;3) 所有测验，除了B盒位于圆盘中间的那次，均以失败告终。

Clo(2;6) 在三盒以ABC的顺序紧密排列时，仍没能分清B盒与A、C盒的关系，但和前面的被试相比，她表现出了一些进步，盒子序列上下，或左右旋转180°后，她在A、B两盒中均找到了B盒。同样，当A、B两盒的位置并不是相对的，而是相距135°的旋转距离时，她仍成功找到了B盒；但是，当两盒仅相距90°或45°的旋转距离时，无论是上下旋转，还是左右旋转，她均没能找到B盒。当试验中涉及三个盒子时，只有当B的位置与A、C相对（从直径来看）或位于BAC序列之首时，Clo才成功找到了B盒。

因此，被试的反应基本上是尽量用视线追随移动的B盒，他们并没有自然而然地意识到这是一个旋转，只是将出发点与终点对应了起来。当被试成功找到B盒时，均是试验中只涉及B盒的时候，因此，确定B盒身份的方位与确定盛有玩具这一属性的方位间存在一个映射。但当测验涉及两个或三个移动的盒子时，困难就开始出现了。首先的困难是，将目光锁定在B盒上，避免将其落在A或C盒上：事实上，我们经常看到被试在跟丢B盒的情况下（参见Dav、May以及Gla的试验情况），将视线落在B盒的出发位置上，他们没有意识到，从出发点开始，B盒就被A盒或C盒替换了，因此，他们将A盒或C

盒当成了装有玩具的盒子；这个过程好像是被试跟丢的B盒是自己“丢”的，它肯定还会回到出发点的位置。

第二个是旋转180°引起的问题，旋转后，从起点出发的B盒位于直径线的边缘位置。这种情况下，我们发现了一个有趣的现象，与垂直方向比起来（上和下：参见案例Bor，不过Clo则表现出了进步），当直径线是水平方向时（从左至右，或从右至左），被试更容易成功。其中的原因并不复杂，从知觉比较行为起就显现了出来：一条水平线相对于其中间点是对称的，然而，一条垂直线是由高处一直延伸至低处的。的确，此处涉及的并不是直线，而是半圆；或者，更确切地说，被试对左右方位或高低方位反应的不同再次说明，被试仍然没有意识到，这是一种旋转[①]。

第三个值得注意的问题是，当B盒处于挨在一起的A、C盒对面（照直径来看）时，与B盒处于A、C盒中间这一情况比较起来，即使A、B、C三盒的距离非常近，仍是第一种情况下B盒更容易被找到。实际上，当B盒位于A、C盒中间时，三盒间的关系非常复杂：B盒与A、C盒相邻，却与A、C盒相区别。相反，相对只双重性的：B盒与挨在一起的A、C盒相对，与B盒处于A、C盒中间是不同的，这种情况下，A、B、C三盒间存在相互的联系。但是，如果我们将A盒与C盒稍稍分开，即使它们仍与B盒相对，对于被试来说，困难就又出现了（参见案例May），因为此处同样需要考虑两种关系（A盒与C盒的关系，A、C盒与B盒的关系），这种情况类似于B盒处于A、C盒中间时的情况。当B盒处于A、C盒中间时，如果A、B、C三盒并不相邻而是相距90°的旋转距离，那么，这种情况对于被试来说自然仍是难以掌握的：事实上，这种情况下，仅靠视线的集中是无法全面掌握这三个盒子的运动轨迹的，而且，集中的协调，尽管只是感知-运动层面的（以翻转一个物体为例……），自然是更为复杂的。

以下两个位置似乎有利于被试将B盒与其他盒子区分开来：当B盒处于圆盘中心（参见案例Olg），或处于序列的首位（BAC）时，三个盒子是相邻的（参见案例Clo）。尽管旋转过后，这个序列被移动了，但BAC这一序列仍垂直于圆盘边缘，或者尽管序列进行了垂直或水平移动，B盒仍处于序列的边缘位置（而不是A、C盒中间），这有利于被试确定B盒的方位。相反，如果CBA序列或BAC序列始终与圆盘边缘平行，当序列的初始方位与其最终方位是相对的，那么，序列的顺序肯定是颠倒过来的，这也给被试造成了困难，在接下来的试验中，我们会看到这样的案例。

总的来说，从第一阶段开始，被试就开始在B盒的后续方位中寻找对应，这些方位代表着B盒的身份属性。然而一方面由于被试的视线无法完全掌握盒子移动的轨迹，他们只是在不理解旋转的情况下即时对其进行观察，而且如果他们没有追随上盒子的移动轨迹，他们就会重新回到盒子的出发点，因此，他们无法像构想转化结果一样来构

① 前面的一些观察同样指出，一些情况下，尽管被试应该理解这是一种旋转，但实际上并没有。三颗珍珠被穿在一根铁丝上，我们将铁丝旋转180°，一定年龄段的被试可以理解两端珍珠的移动轨迹（⊖-⊖-⊖），但年龄较小的被试看到的，只是线性的交换。

想盒子的最终状况。所以,这一阶段并没有进行带有遮板的测验。另一方面,被试建立的对应尚未建立在圆盘的外部参考之上(这尤其有利于高与低间对应的建立),只是建立在内部参考的基础上,如圆盘中心,或B盒相对于A、C盒的位置。但是,当盒子间是相互隔开的,后者情况下的指数就是不完全的(如不理解B盒位于A、C盒中间时的位置),这些指数与简单的联系(相对的位置)相关,且不存在协调,而且它们经常并不是直接相关的。

§2 第二阶段

当被试的年龄达到2岁时,他们的反应表现出一些进步,尤其是B盒处于A、C盒中间时,对于其关系的建构有了明显提升。

Kyr(2;2) 在B盒垂直或水平旋转180°后,直接找到了单独的B盒。盒子以ABC的顺序靠近排列时,在移动前,她首先指出了A盒,然后是B盒,接着,盒子旋转了270°,又旋转了180°,她又一下子找出了B盒。然而,如果A、B、C三盒间均相距90°的旋转距离,经过三次不同幅度的旋转,她先是指出了A,后来只指出了B,不过,当B盒位于A、C盒中间,且三盒的距离很近时,Kyr还是成功理解了三盒间的关系,甚至在后来加入遮板的试验中也是一样。

Car(2;1) 在只有A、B两盒时,很容易就找到了B盒,不管B盒的方位是位于A盒对面90°(由垂直方向旋转至水平方向),还是180°(水平方向)。接下来,当三盒以ABC的顺序靠近排列时,她立刻就找到了B盒,甚至在有遮板的情况下,盒子由下至上旋转180°后,她仍获得了成功。然而,当三盒以ABC的顺序进行排列,每个盒子间均相距90°的旋转距离时,她则没有成功找到B盒,在其他的测验中,她也是频频出错。如果盒子进行垂直移动时,被试成功找到B盒是因为B盒处于序列的顶端,那么盒子进行水平移动时,被试没有取得成功的原因是当三盒以ACB这一顺序进行排列,在左,B与圆盘中心相邻,在右,B靠近圆盘边缘。同样,反过来,如果三盒以BAC这一顺序进行排列被放置在圆盘左边(B盒靠近圆盘边缘),通过移动,转至右边(B盒更靠近圆盘中心),被试在寻找B盒时,首先选择的是C盒,然后是A盒。当三盒以BAC这一顺序进行排列被放置在圆盘左边,旋转180°后(B盒到达对面的圆盘边缘),被试在A、C盒的左边寻找B盒。

Ros(2;4) 在A、B盒的方位是垂直对立的情况下,成功找到了B盒,同样,当盒子从水平方向旋转90°后,她也获得了成功。当三盒以ABC的顺序紧密排列,并旋转315°时,被试立即理解了三盒间的关系,并在加入遮板时,以此类推。

但是，当A、B盒与C盒被分开时(90°的旋转距离)，被试没能成功找到B盒。

Isa(2;5) 当A盒与B盒处于相对位置，且两盒间相距180°的旋转距离，或是B盒处于A、C盒中间，且三盒距离较近时(甚至在加入遮板的情况下)，Isa均没能找到了B盒；当三盒间相距90°的旋转距离时，Isa仍没能成功。然而，当三盒间只相距45°的旋转距离时，Isa成功找出了B盒。当三盒以BAC的顺序进行水平移动时，Isa获得了成功，但当三盒以BAC的顺序沿着水平直径线放置，并在遮板的遮掩下旋转90°时，Isa出现了犹豫。

Fra(2;10) 在B盒处于A、C盒中间时(旋转180°，且三盒距离较近)，一下就找出了B盒；当盒子序列旋转270°且加入遮板时，也同样获得了成功。但是，当三盒以BAC这一顺序进行排列时(垂直旋转180°)，Fra并没有发现(有无遮板均一样)B盒正处于序列之首；然而，当B盒位于A、C盒对面(旋转270°)或当三盒以BAC这一顺序进行排列，只进行垂直移动，且这一过程对被试来说是可见的时候，Fra重新找到了B盒(实验中加入了遮板)。

第二阶段的新颖之处在于，从这阶段开始，出现了"中间"态射的建构，这种模式是一个元素与两个元素间的对应(B盒与A、C盒)，包含了相邻(BA与BC)与分离(A与C)两种关系。从某种意义上说，此处存在着一个顺序联系的开端，但该联系在实际中变成了一个线性的包围，而包围正是相邻与分离的起源。以下事例从反面证实了这些特点：如果A、B、C三盒间均以90°的旋转距离被分离开来，因为相邻与线性位置的缺失，被试就无法辨别出B位于A、C中间时三者的位置。然而，当三盒间只相距45°的旋转距离时，Isa重新找到了这些联系。诚然，我们可以狭隘地认为，盒子间距离较远，被试没能找到B盒是因为他们没能在知觉层面上用视线将三个盒子集中在一起，但是我们或许可以换一种方式去描述同样的事情，因为从知觉开始，包围、相邻、线性……均带着它们自己的集中规律参与了进来。但是，当三盒间的距离比较近时，我们还可以姑且认为，被试直接知觉的是B与A、C关系的整体形式，并没有在B与A、C以及A与C间建立详细的对应。以前，在与英海尔德研究顺序关系的起源时，我们反而只观察到了预先摸索的存在，此阶段中，被试在能够将盒子合并成ABC形式的即时整体前，他们就已经建立了相邻与分离的联系。

被试的反应中，还有另一个重要特点，该特点再次涉及了直线性，以及被试对旋转的不理解：当三盒保持BAC这一顺序从左至右进行移动时，被试成功找到了B盒；三盒旋转180°后，B盒被移至右边(参见Isa案例中盒子的水平移动，以及Fra案例中盒子的垂直移动)，这一重要的特点就是上述两种情况的鲜明对比。相反，当Car参照圆盘中心(一种绝对参考物)对B盒的方位进行调整时，她忽视了盒子的水平移动。

除了"中间"关系[1]的发现，此阶段中，另一重要的新颖之处是，当盒子在遮板的遮掩

① B盒位于序列中间时，三盒间的关系。

下移动，其移动轨迹不可见之时，被试保留盒子间关系的能力：对于这段关系的理解，此处有一个证明，但是，对于旋转的阐释，仍不存在任何证明。实际上，遮板遮挡的只是盒子，并不妨碍被试看到正在转动的圆盘。然而，尽管被试之前在没有遮板的情况下观察过圆盘及盒子整体的旋转，但这些仍未包含旋转形式的移动，因为被试还未能考虑到方向上180°的翻转，诸如此类。

§3 第三阶段

当被试年龄在3岁左右时，除了圆盘中心提供的信息，新的信息会引出对立关系以及“相互”关系，这些信息或是与圆盘中相对位置有关，或是与两盒或三盒的结构相关。

> Bul(3;1) 在只有两个盒子相对放置的情况下，成功找到了B盒，无论盒子是沿着垂直直径线还是水平直径线放置，均获得了成功；盒子序列经过270°的旋转后，他又在A盒后面成功找到了B盒（与A盒相距90°的旋转距离），在此期间，盒子的运动轨迹确实是可见的。相反，当B盒位于A、C盒中间，且与两盒均相距90°的旋转距离时，他没能找到B盒，紧接着序列经过垂直旋转后，B盒位于序列的顶端时，他成功找到了B盒；又一次旋转前，B盒再次处于序列的顶端时，他同样选择了高处的盒子，然而，序列在遮板的遮掩下旋转180°后，此时B盒其实是处于序列低端的。

> Oli(3;1) 在A、B盒沿着水平线相对放置的情况下，成功找到了B盒，但当两盒的位子变成垂直相对时，他则没能成功。当序列旋转180°或270°，B盒正好位于A盒（或A与C盒）后方时，被试没能成功找到B盒，然而，当BAC位于同一条半径线，B盒位于序列外围（圆盘边缘）时，他则成功找到了B盒。被试在寻找B盒的过程中，用到的另一讯息是：选择单独放置的那个盒子，所以当三盒的摆放位置为$_{A}{}^{B}{}_{C}$时，他就成功找出了B盒，但如果变成BA…C，他则没能成功（被试错把C盒当成了B盒）。

我们回顾一下3岁1个月案例，被试Oli进一步肯定了自己的选择，他在理解“中间”关系（三盒间各相距90°的旋转距离）的进程中又前进了一步。当三盒以ABC（C与A相距90°的旋转距离，且实验中出现了遮板）进行排列时，他成功找出了B盒；以BAC（BC间相距90°的旋转距离）进行排列时，情况是一样的，但当BA以此顺序沿垂直直径线或水平直径线旋转180°（无论实验中有无遮板，结果都是一样）后，他理解不了AB盒的位置发生了翻转。相反，当三盒以ABC的顺序紧密排列，且实验中加入了遮板时，他成功找到了B盒，Oli解释道：“我看到了那两个盒子（A盒与C盒）在B盒旁边。”当三盒以

ABC的顺序进行排列，且B盒与AC盒均相距90°的旋转距离时，Oli同样成功找到了B盒，他解释道："在这，我有个盒子(A盒)，这里，还有个盒子(C盒)。"这样一来，他达到了ⅢB水平。

Phi(3;6) 在B盒的位置相对独立，AC两盒间的距离较近，如$A_{B}C$或$C_{B}A$时，成功找出了B盒，但如果被单独放置的是A盒，那他打开的也是A盒。另外，当三盒以ABC的顺序紧密排列时，Phi成功找出了B盒，之后，当B与A、C均相距90°的旋转距离(加入遮板)时，他也正确理解了B位于A、C中间时三盒的关系。

Pie(3;9) 在三盒以BAC的顺序进行排列且经过不同的旋转后(无遮板)，成功找到了处于边缘位置的B盒，但加入遮板后，他没能找到B盒。相反，当三盒以BAC的顺序被放置在同一条半径线上，B位于圆盘边缘时，他则成功找到了B盒。

San(3;9) 在三盒以ABC的顺序进行排列，B与A、C相距90°的旋转距离时，没能找出B盒，但被试已经懂得利用以下信息：并排而列的A与C盒距离较近，与之相对的，是位置较为独立的B盒。

在对这些情况进行分析之前，我们再举几个达到水平ⅢB的例子，前面的多个被试[如Oli(3;1)]在三盒以ABC进行排列，且B与A、C均相距90°的旋转距离时，均正确理解了"中间"关系。

Mar(3;11) 在三盒以ABC的顺序紧密排列，且加入遮板的情况下，成功找到了B盒；但后来，当三盒以ABC的顺序分开放置(加入遮板)时，他先是没能找到B盒，从第二次测验起，他却多次成功找到了B盒。相反，当B盒位于BAC序列的边缘位置或按照旋转方向，A盒与B盒处于相邻位置时，他均没能成功找到B盒。

Clé(4;6) 在盒子序列进行垂直移动时，先是成功找到了B盒，接下来则立即进入以下情况，三盒以ABC的顺序进行排列，B盒与A、C均相距90°的旋转距离，并加入遮板。序列旋转90°后，Clé成功找出了B盒，说道："B盒原来在这儿，然后又转到这儿了。"接下来的测验中(盒子以ABC的顺序进行排列，B位于序列下方，序列旋转270°)，Clé一开始选择的是A盒，因为"它的位置在上方"，后来则正确指出了B盒；当三盒以同样的顺序进行排列，但B与A、C均相距45°的旋转距离时："B盒在这儿，因为它以前的位置就是在其他盒子中间。"接下来与此类似的测验中，Clé均成功找到了B盒。当序列BAC位于同一条半径线(B盒位于圆盘边缘)并旋转180°时，他成功找到了B盒。相反，当盒子以AB或BA的顺序被放置在圆盘边界线上时，他则没能找到B盒。除非序列呈垂直方向时，这里A盒和B盒的位置发生了翻转，被试或许可以取得一半的成功，但其先是在盒子的终点上产生了犹豫，后面又在起点的重构上产生了犹豫。

Ver(4;11) 在三盒以ABC的顺序进行排列且三盒距离较远时，成功找到了B盒，但当三盒以BAC的顺序被放置在圆盘边界线上时，他失败了，除非盒子的移动是可见的且只需描述性的解释时，他才获得了成功。

阶段ⅢA与ⅢB中，被试成功的方式及其反应的局限性值得关注。被试获得成功的基础无非就是成功经验的扩展，该经验或方法已经在之前的测验中被成功运用，这些成功的测验有的与对立位置(等级Ⅰ)有关，有的与中心位置有关，当三盒以ABC的顺序紧密排列时，也与中间位置有关。实际上，此处所指的无非是信息的利用，这些信息由周围的环境提供，与圆盘或盒子间形成的构造相关：如当三盒位于同一条半径线，B盒位于序列的边缘位置时，或当B盒相对于A、C盒处于相对孤立的位置时，被试就能根据以上信息，成功找到B盒。A、B盒与C盒被分隔开来，B盒处于A、C盒中间时，如果被试成功理解了三盒的关系，一部分是因为其将三盒紧密排列(参见被试Clé：B盒位于中间，三盒依次相距45°的旋转距离)这种情况进行了扩展，还有一部分是因为当B盒对面没有盒子，其他主要的点被A、C盒占据时，这或许是一种暗指参考"中间"关系的方式。

如此一来，阶段ⅢA与ⅢB中被试的进步归功于静态下其所能获得的信息，因此并不涉及任何与旋转有关的参考。如果我们不让圆盘进行旋转，而是将这些盒子放到另一个圆盘上，按照变化后的位置直接进行摆放，被试依然可以原封不动地获得同样的信息(圆盘中心或边缘、结构…)。相反，重找一个B盒，将其放在A盒的左边或下边，而实际上B盒一开始的位置是A盒的右边或上边，假设圆盘已被旋转，且旋转的结果正是A、B盒位置关系的颠倒(相对于主体来说)。然而，这些正是被试仍不能理解的，如果所有被试看到了圆盘的旋转(从等级Ⅰ开始，甚至加入遮板)，他们还是无法从中建立对应，他们得到的，就像刚刚说的，只是静态下的信息。

需要注意的是，在B盒位于A、C盒中间，且与两盒均相距90°的旋转距离的情况下(等级ⅢB)，Clé在谈论B盒的中间位置时，确实已经说过B盒"原来在这儿，然后又转到这儿了"，从概念化这一角度来讲，这或许是一次小小的进步，从无意识到为阶段Ⅳ做准备。但一方面，指出的这个旋转并没有改变三盒的相对关系，另一方面，如果要将盒子序列进行180°反转，旋转是可以发挥作用的，甚至是必不可少的，但是，这种情况下，准确来说，旋转并没有发生。

§4 第四阶段

第Ⅳ阶段时，当三个盒子相继位于圆盘边缘，B位于序列边缘位置时，或同样的情况下B与A盒被并排放置时，对应最终成功建立。但是，由于对应的成功引出了一个中心问题——与旋转的关系问题，因此，我们将此阶段分为ⅣA与ⅣB两部分：阶段ⅣA的成

功只是部分的(序列水平运动时,被试成功找到B盒,但如果是垂直运动或是序列的颠倒,被试则没能成功),阶段ⅣB则是被试全都获得了成功,但伴随着犹豫,这与第V阶段的情况完全相反,第V阶段时,被试做出正确选择时的行为演变成了系统化的行为。以下为ⅣA阶段的案例。

Igo(4;2) 在前面的试验中均获得了成功。在序列AB旋转180°且无遮板的情况下,他成功找出了B盒,加入遮板且旋转90°的情况下,结果也是一样。然而,当旋转180°后,序列呈水平方向时,他没能找出B盒(混淆了左下的B盒与右下的A盒。相反,180°的旋转后,当AB序列呈垂直方向时(B盒出发时位于右边,随即移至下方),他一开始犯了一些错误,但后来逐渐找出了B盒。另外需要仔细注意的是,当序列只旋转90°时,Igo成功找到了B盒,但他补充道:"如果你转90°,我能找到鸭子(B盒),但如果转动另一个幅度(270°),我就找不到了。"然而,我们其实连续转了很多圈。

Nat(4;10) 在BAC序列旋转90°且无遮板的情况下成功找出了B盒,然而,加入遮板后,同等的两次测验中,他只有一次获得了成功。至于AB序列,一开始加入遮板时,Nat没能找出B盒,但接下来,AB序列呈垂直方向时,他成功了,呈水平方向时,则相反。

Ast(4;8) 在序列呈垂直方向时,成功找出了B盒,但旋转幅度并不是90°(序列一开始位于圆盘底部,最后旋转至圆盘右边,但中间连续转动了数圈)。

Fred(5;0) 在序列ABC呈垂直方向时成功找出了B盒,但当序列呈水平方向时,则没能成功,后面的两次测验也是一样(均加入了遮板)。

Kyr(5;11) 在AB序列呈垂直方向时,成功找出了B盒,但他接下来说道:"(有遮板)我没办法知道B盒在哪儿?"相反,当序列呈水平方向时,他的反应就很明确:"圆盘转动后,盒子从下方变到了上方(=在另一个盒子的上方)。"

接下来是阶段ⅣB,首先是一个过渡案例。

Nic(4;0) 在本阶段开始时的测验结果与ⅣA阶段的一样:当B盒位于A盒上方,A盒的位置是在左边时(水平方向加入遮板),Nic成功找到了B盒,而当A、B序列旋转180°呈垂直方向且无遮板时,他没能找出B盒。我们重新回到序列呈水平方向时的情况:他非常仔细地观察了盒子的运动后,找到了B盒,然后以此类推,在B盒位于序列中间时同样取得了成功,最后当序列呈垂直方向时,也是一样。

Nad(4;9) 在三盒以BAC的顺序进行排列、旋转90°且不加入遮板的情况下成功找到了B盒,但当序列呈水平方向时,他还是产生了犹豫;接下来,不管序列位置如何,他均套用了此种方法,没有受反对意见的影响。

Ⅳ阶段中被试的反应有助于我们确定旋转建构的对应建立与转化之间的关系。首

先需要注意的是，盒子位置与盒子旋转间后来会建立起联系，并且，根据设想，旋转可以改变盒子的位置，但直至现在，旋转尽管是可见的，仍被当成了一种简单移动，它并没有改变盒子序列的初始结构(从儿童的角度来看，盒子序列位置的改变并不是因为翻转，他们是用投影的角度去看待序列位置的变化)。相反，先前的被试很快发现B盒与A盒或C盒的影射关系会发生变化，并且，这种影射关系的作用是用来与改变它的旋转建立对应的。但这里的对应首先是局部的，且是被限定的，并没有被推广至旋转的整体。因此，阶段ⅣA的所有被试在序列呈垂直方向时均成功找到了B盒，但当序列呈水平方向(频率最高)或发生翻转(阶段ⅣA时，Kyr以及Nic一开始的案例)或旋转一定幅度(90°)时，则没有成功。在此期间，可以肯定的是，他们已经考虑到了旋转：Igo说道，按照一个方向旋转与按照另一个方向旋转是不一样的；Kyr甚至明确地说道，“圆盘转动后，盒子从下方变到了上方”，但他同时承认，根据垂直直径线，“我没办法知道”B盒是在左边还是在右边(这一论调与前者相矛盾，令人更为吃惊)。

通过这些不连贯的片段，我们发现了转化的作用，这一发现似乎表明，转化与对应间存在渐进的交流，并且这种交流并不是单向的。也就是说，被试对于转化的理解并不是突然发生的，作为一个整体，转化对对应产生着决定性的作用，它并不是对应的整体进步(促成对转化的理解)，而是它有时是有利于理解为对旋转部分的成功对应，有时则首先理解它是改善预变形的事实。因此，两者间存在相互的依靠，只不过是交替的，并且，这种情况依然属于阶段ⅣB，该阶段中，所有的发现均是在摸索中进行的。

§5 第五阶段与总结

最后一阶段时，旋转才被理解成一个整体，并且，从旋转整体转化这一特点来看，旋转也因此对态射起着支配性的作用(态射之所以变成这样，是因为与其关联的一个结构决定的)。

Nin(4;6) 在开始的所有测验中一下子就获得了成功，接下来无论盒子的顺序是BAC还是ACB、序列呈水平还是垂直方向、盒子间相距90°的旋转距离还是紧密摆放，结果都是一样。另外，她明确指出，“加入遮板时，难度是一样的”，并且，即使圆盘旋转了很多圈，也并没有增加复杂度。

Nua(4;11) 在三个或两个盒子的序列上也获得了成功(但出现了一个错误)。

Yan(6岁) 同理，Yan在序列ACB改变方向时，也同样获得了成功：“因为

我还知道什么时候B盒的位置是在最后。"这样一来,"最后"一词就是相对于旋转方向而言的,不再取决于被试唯一的投影视角。

总之,如果我们将起点与终点的盒子结构称为"状态",将被试(总是这样)介绍或阐释的由一种状态转至另一状态的旋转(部分的……)称为"转化",在这五个阶段中,我们会发现两种演变。第一种演变只与第一至第三阶段相关,由于新静态信息的发现,状态间正确对应的数量会增加,新的对应直接加入到先前的对应中。与此同时,在错误联系介入的点上对先前对应的错误进行修正。因此,第一种演变形式的进步属于经验性的抽象、归纳性概括,并没有提出特别的解释性问题。

相反,第二种演进与不同阶段的整体相关,并将对应与转化的关系再次纳入讨论。本章一开始探讨的是已经建构的对应,并没有探讨这些对应是如何从调节者(因此,也就是从动作格式的功能)出发后形成的,这是第一和第二章的内容。但非常清楚的一点是,§1中被试的初始反应里包含了相同的初级发展阶段,这些阶段甚至是非常明显的:盒子序列移动之后努力找到B盒,就是从鉴定、改变、方位初级协调者的运用中提取出对应,因为实际上,被试正是在尝试用视线追随移动物的同时,建构着他的对应。从这个角度来看,我们注意到这些协调者之间根本的区别,仅仅运用于研究结果、转化本身的功能,为旋转的推理重建,因此作为为状态提供解释的概念性阐释。

也就是说,对应的形成归因于被试的初始功能活动,本章中,我们的问题本来就是要分析对应与我们所说的转化间的联系。从这一角度分析,五个阶段在其渐进的运动中趋于统一,形成了五个水平,通常情况下,我们可以用这种联系对其进行区分,具体方式如下:Ⅰ至ⅢA为水平1,ⅢB为水平2,ⅣA为水平3,ⅣB为水平4,Ⅴ为水平5。

第一水平中,对应并未与转化产生联系,且只在状态间得以建立。因此,这是Ⅰ或Ⅱ至ⅢA水平发生的情况,这一时期,被试已经明确此处存在旋转,但只将其视为方位的变化,这种变化并没有改变盒子间形成的(投影)结构。当状态间的对应可能被普及时,第二水平就形成了。这是ⅢB阶段发生的情况,这一时期,出现了"中间"联系。第三水平以某些状态与部分转化间对应的建立作为开始。当我们发现被试仅在某些特定点上(如仅仅是垂直方向的翻转,不是水平方向的;或仅仅是水平方向的翻转,不是垂直方向的)理解了旋转的影响后,ⅣA阶段就出现了。第四水平时,新对应的普及使得被试逐渐从整体上理解转化,而转化,又反过来促进对应的建立。因此,双方存在相互作用,但仍是交替的,并不是同时发生,在ⅣB阶段时,我们也发现了这一点。最后,第五水平时,被试同时理解了态射与转化,因为根据设想,状态必然来源于转化。这是Ⅴ阶段发生的情况,此时,我们终于可以谈及转化态射。

最后,我们仍需注意,这些事实验证了我们在简介中指出的对应与转化间的区别,应当理解,此处的转化正是由旋转建构的,而对于旋转的理解,是一个被试的操作,或与此类似的理解。因此,非常清楚的是,转化产生了状态,而对应只是将两者联系在一起,

并且,转化对客体进行更改,而状态只是以可变的形式,而不是可转化的形式对客体进行着丰富……如此一来,我们再次发现了本书开篇介绍的那七个区分标准。然而,关于这点,我们要讨论的问题正是对应的进步提出来的,如当儿童发现并使用"中间"关系,并因此改善其一直忽略的预态射时,在这种情况下,我们谈及的是不变客体属性的重新解读,因此,我们不认为对应已经对客体做出了更改;与此同时,我们提供一个更好的内容组织,这些均促进了转化的准备。然而,我们是不是不能就此认为,这就是唯一观察者的观点?对于主体来说,客体本身已经改变了?形式因此是可变的,而可变形式的改进同样使其具备可转化性,因此促进了客体自身的建构?

事实上,此处存在一个普遍的问题,也就是观察者与被试视角两面性的问题,这一问题经常被提到,成了一个经典问题,但其提问的方式存在错误,因为此处要区分的是三个概念,而不是两个:(1)被试在连续的动作和比较中所做的事情;(2)被试想到或意识到的事物;(3)观察者的阐释,涉及(2)时,观察者对其的阐释出现了困难,且可能伴有主观性;涉及(1)时,观察者对其的阐释就更为容易且客观性增强。然而,从(1)视角出发时,很清楚的一点是,态射的进程并不会对客体做出改变,只有其可变而非可转化的描绘或对应才能对客体做出改变,这促成了转化准备内容的建构,但此时转化尚不属于对应的范畴。事实上,主体本身迟早会意识到,对于新的特性(主体发现了特性间的联系),主体在意识到它们之前,就已经存在于客体之中了(这些丝毫没有排除概念化的建设性)。

第四章 轨迹间的对应

合作者:E. 亚拉多-阿克曼与A. 布朗歇

本章涉及的问题与之前的类似,这些问题看似简单,但却复杂得多。我们为被试准备了一个不可变形的直条或三角形固体物,直条的两端或三角形的三个角上均有一个供笔尖穿过的小圆环。通过这种方法,我们从顶点A出发画一条直线、一条折线或一条简单的曲线,并且,此处涉及的问题不再是根据最终位置或移动过程中的某些中间位置来猜想B、C的运动轨迹(同时,固体物本身并没有转动,且其相对垂直或水平轴线的相对位置不变)。第三章时,被试观察盒子的旋转,旋转90°或180°后,被要求重新找到两个或三个盒子的位置。现在的情况是,被试观察A的移动、A以轨迹的形式存在,其移动的轨迹甚至始终是在被试所见证的情况下进行的,他需要做的,只是将B的连续位置与固定位置进行匹配,或将B与C的连续及固定位置进行匹配,因为测验只涉及局部的直线或环形运动,且整体移动对象的形状是不变的,所以这项任务显得较为简单。然而,这次测验得出的结果却为我们指出了两种可能的对应建立,一种是B、C路径相对于A路径对应的建立,一种是B、C连续,固定位置相对于A连续,固定位置对应的建立,被试并没有发现这两种对应建立的同一性,也没有认识到,从基本位移(源于位置改变与对应间的简单协调,这些对应是当路径被当成状态时产生的)过渡到转化移动,一个构造的整体是必不可少的,改变、不变与"替换"的基本规则组合在一起,以一种对等(即双射)的形式出现,即离开某个位置与抵达某个位置间的对等。

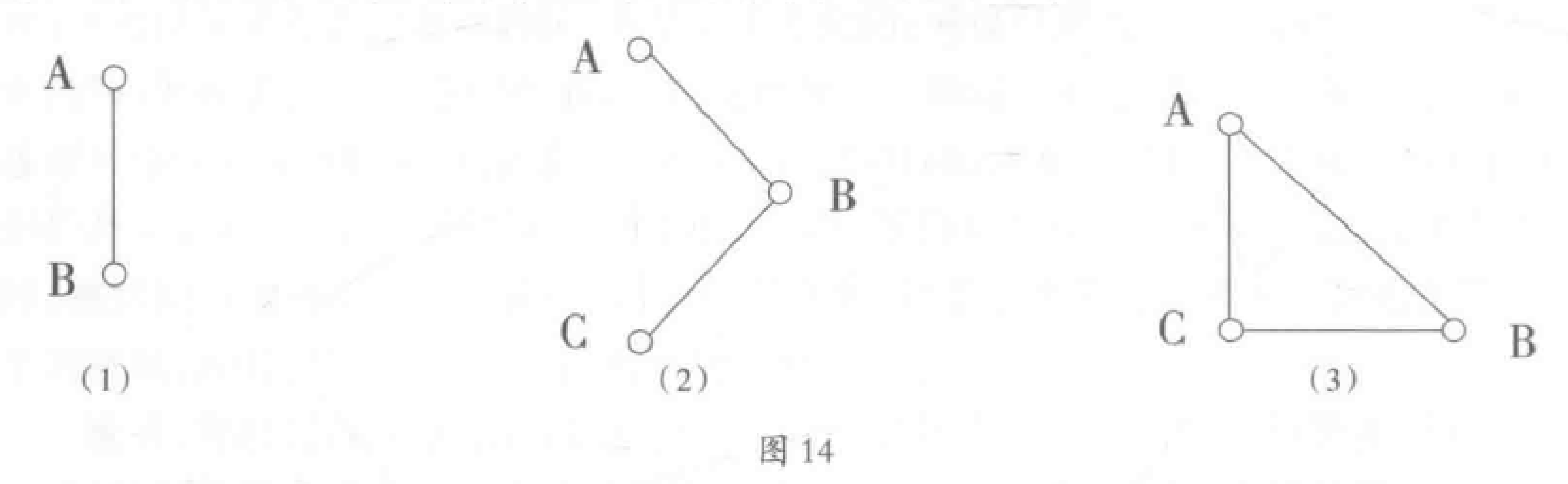


图14

实际上,尽管切换性中涉及的对应仅仅是同构性,但这些同构性在任何测量之前均是建立在基本定量值基础上的(特殊情况下,建立在A、B、C相对不变位置的基础上),

然而,准确来说,在移动与可能变化预先想法存在的情况下,建立守恒或同构性才是困难所在。因此,待建立的同构性就成了守恒的一部分,守恒本身则是由移动概念的重建确立的(整个对象位置的变化并没有改变其数量与形式)。因此,该过程最后阶段涉及的就是从属于转化的态射①。

方法。——测验中使用的三个图形被绘制在5cm长的纸板上。我们将一支笔的笔尖插入A孔,通过纸板整体(也就是样图)的移动,A的移动轨迹如下:○——→,○〜○,○︿○,⌐L○或○Z○,然后,我们要求被试画出其他孔的移动路径。接下来,被试借助样图查看他们的答案是否正确,如有需要,则再次进行测验(还需注意的是,为了方便提问,A、B、C三个孔分别被标上了不同的颜色)。

§1 第一阶段(4岁):路径之间的整体对应

以下为两个案例。

Ver(4;3) 在图14(1)进行水平移动时,将B点画在了A点下面,但只是用手势再现了B的运动轨迹,并没能将其画出来。我们重新演示了A的运动轨迹,并标上了其连续的位置,包括其终点位置:当整个图片均展现在她的面前时,她准确指出了B孔的对应路径,但当展现在她面前的并不是图片全部,只是A孔的路径时,Ver则没能成功。当模型进行曲线运动时,情况也是一样。至于图14(2),Ver成功复制了模型(整张纸板的移动路径),然而,如果她看不见整个模型,她画出的则是三条水平线,这三条线的终点位于同一条垂直线上(因此是⁝),然后再次离开,其形成的图形正是模型的对称图(因此是·⁚,而不是⁚·):如第二章§1中的对称。

Mur(4;5) 在图14(2)的实验中(水平路径)假设终点的三点在垂直方向上重合(因此,B、C孔恰好位于已知A孔的下方)。当模型的移动轨迹呈曲线或呈屋顶线状时,Mur给出的只是一些任意曲线,对于各个孔的中间位置、终点各个孔(图14(3))的布局是垂直的(⁝),还是倾斜的(⋱)?对应则完全没有建立起来。

如此一来,我们发现,尽管看到了整张纸板的移动,尽管亲眼观察到了A孔运动轨

① 在本质守恒方面,首先,移动的基础同样只是一个简单的形式及方位的改变调节者:被试将注意力集中在终点,忘记了起点移动之物,这样一来,在被试看来,内容是增加了的。接下来,替换就是要理解,在一个点上被增加的内容在另一个点上又被移除构成了移动物的守恒(因此,也构成了移动部分与不动部分间合并的守恒)。目前情况下,由于移动就是将起点移除之物加入到新位置上,所以,切换性,或其同等之物,就是要在移动结束时或过程中重新找到A、B、C环以及它们的相对位置与距离,如起点时的距离。但是,就像我们之前说的,这里存在一个复杂的转化平衡系统,不再是简单的对应(被初级协调者,也就是被动作作用更改的可观察物间的对应)平衡系统。

迹的形成，被试似乎并没有想到，这些模型是不会变形的固体物。从起点开始，被试记住的所有内容就是元素(A—C)的数量(2或3个)，通常情况下还有元素间上下关系的顺序(但仍有错误，如Mur在图14(3)的测验中)。另一方面，如果测验中始终存在将三个终点重合放置的趋势(图14(2)、图14(3)时，不管起点位于何处)，当涉及(移动路径中的)中间位置时，图14(1)准确的重合则完全被忽略。总之，在被试寻找的对应中，最重要的不是元素间的相对位置，而仅仅是移动路径的整体方向与形式，即使只是非常粗略的再现。甚至Mur在复制屋顶构造(╱╲)时，将其描绘成了拥有三个，然后是两个顶点的构造，而将拥有一个顶点的曲线描绘成了拥有五段波纹的构造，似乎模型中的B、C元素可以不受A元素的影响随意移动，只要它们在终点处于相邻位置，即使与出发点的位置不同也无妨。

总而言之，这些情况证实了移动初始阶段我们所了解的：移动是不可预见新事物的来源，这一动作不存在数量的守恒，另外，正如我们经常看到的，也不存在移动物形式的守恒。实际上，只要没有构成替换，与此移动物相关的对应就只有确认其性质同一性(=同一对象)的对应，但这一同一性既不是外延的同一性(第二章，§2)，也不是空间结构的同一性。这种情况下，通过最普遍的特点将路径联系起来的对应将成为本阶段唯一研究的对应，这一点不足为奇。

§2 第二阶段(5—6岁)：路径之间对应中的形式同一性

以下对应的进展是，当被试开始将移动简化为位置的改变，但仍未能确定移动物形式被改变的程度时，他就意识到，移动物的各个部分，在形成一个连续整体的同时，被强制地遵循同一条路径。这种情况下，最简单的解决方法是平行性，也就是路径间的恒定差距，并不是元素间的恒定差距(但是，当A孔的路径是倾斜的，这一差距将不再保持)。

Fab(5;0) 实验者的一个实验对象。在对图14(2)进行实验时，实验者提醒Fab注意起始点B孔[①]的特殊位置，如此一来，Fab犹豫之后获得了成功，但对于其移动中的位置，只有当三孔完全位于同一条垂直线上(⋮)时，他才获得成功。当路径呈楼梯形状(‾‾|__)时，所绘路径的平行性在不考虑初始位置的情况下，引起了两个角度根据倾斜度(.·˙)的对应关系。当A孔的路径呈倾斜状时，Fab描绘的B孔路径的倾斜程度则更大，因此，A、B间的距离逐渐扩大。

Bio(5;11) 在针对图14(2)的测验中犹豫之后正确指出了各孔的终点，不过之后他又认为这是错的，重新将三孔的终点描绘成重叠状态(⋮)。当移动路

① 就像我们要研究面团守恒替换的作用时，我们会从面团上取走一块，将其加到另一边一样。

径呈楼梯状时，Bio的反应与Fab一致，并且，无论路径是斜线还是曲线，A、B间的距离都没能保持。当移动路径呈乙状时（只有A、B孔），由于被试想要避免交叉，所以A、B间没能达成完全的平行，如此一来，A、B孔路径的长度并不相同，至于中间位置间的对应，其倾斜度也各不相同。

Gro（6;1） 在针对图14(2)的测验中，将A、B、C三孔的终点描绘成重叠状态。针对A、B两孔时，当图片移动路径呈屋顶状态时，由A孔至B孔的箭头则与A路径垂直。当图片移动路径呈楼梯状乙时，A孔路径与B孔路径平行，且无相交或重叠情况。另外，对于图14(2)中A、B两孔中间位置间的对应来说，看到以下情况是很震惊的：靠近起点的箭头（↘）缓慢竖直，直至垂直于水平线（↓），并且这一情况在移动路径中段就已经发生。

San（6;5） 在针对图14(2)的测验中同样逐渐将↘竖直成了↓。至于图14(3)，当A孔路径呈楼梯状时，B孔路径与之平行，但没有完全重合，C孔路径则是在B孔下面转了一个弯，接下来则是就近按照B孔路径进行延伸，不过仍没有发生重叠。

Gin（6;6） 通过修正向第三阶段发展。图14(2)呈水平状态时，Gin习惯性地将A、B、C的终点置于重叠状态：“黑色的孔（B孔）怎么在这儿（起点）？——要更靠后一点。——这里（终点）？——更前一点。——你认为是这儿？——不是的（修改）。”当路径呈楼梯状时，Gin将其与模型进行比较，立即就被惊到了，因为两段路径的垂直段存在重叠现象：“我发现，是同一条直线。”

与§1的被试相反，本阶段的被试根据A、B、C三孔均是一个连续整体的一部分得出以下结论——它们的路径必须是一样的，因此，他们将三孔的路径描绘成平行的，形成了路径间的对应。然而，在第一章中，我们就发现，我们需要区分的至少有三种类型的包围，以下为三种根据：包围线涉及的是合并与被包围各部分间的衔接以外的事物；包围被简化为衔接部分的整体，但仍不是定量保存的整体；最终，整体在数量上与部分之和是一致的。但是，这些被试仍然只是处于形式的初级阶段，只要两个或三个元素的路径是一样的，它们的联结即使发生了改变也影响不大：Gio与San在针对图14(3)的测验中将A、B中间位置联系起来的方式足以表明，在他们看来，这一关系（↘）在靠近起点时才会被保留下来，在移动的过程中，则会发生改变。

第二个需要注意的被试的反应是，他们非常希望避免任何形式的交叉或重叠，原因似乎是以下两点：因为各部分必须与整体的路径一致，所以各部分可以同时占据相同的位置，且有重叠的可能；尽管各部分与整体分开，但它们各自的路径也应该与整体一致。但是，这两种状况中存在着移动物与移动路径混淆或未分化的情况，因此，如果这些被试拥有了可替换性，而可替换性仅仅是将移动纳入到转化的序列中去，他们就会明白，一个移动物留在身后的空位与其即将占据的空位是对等的，并且，如果两个移动物

追随而行,那么,第二个移动物没有理由不占据第一个移动物的位置。

整体与部分的关系表现出来的第三个奇怪的现象是,如果A孔的路径呈倾斜或弯曲状,倾斜或弯曲的状态会在B孔的路径中得以强调,因此,两者间的距离将不再守恒,似乎整体方向标注的趋势必须由相应的路径进行加强。

总而言之,整体路径的完整倾向及对部分间初始连接的忽略为它们的终点位置提供了说明:重叠的终点位置(⁚)与水平或垂直方向上的平行路径相对应,而终点位置则由平行路径的终端边界决定,不受其长度影响。相反,当我们提醒被试出发点位置时(Fab),或被试通过与模型进行比较,想起了出发点位置时,这些变形是通过新生的可交换性进行修正的,而这一可交换性的特征就是要理解开始时被移动的一定会重新出现在终点。

§3 第三阶段:被包围的可替换性的开端,但与包围路径仍存在冲突

7至8岁时,在数量的守恒方面,儿童开始产生自发的可替换性(开始理解,开始时,也没有删除任何内容,移动结束时并没有增加任何内容),当涉及直线连续体移动时内部位置的守恒时,儿童也会产生自发的可交换性。关于这个不变形固体概念本身,我们将再次回到总结部分的内容中去。至于它所包含的内部位置,则要涉及A、B、C三个要素间的距离关系与方向关系。对应建立这一阶段的新颖之处在于,为了在终点处判断这些关系,被试会自发地参考这些关系在起点时的状态;另外,这并不意味着被试没有出现迟疑或修改的情况。特别的是(对修改进行分析就变得有意义),终点位置的对应被提前了,因为还需要将终点的位置联系起来,所以需要摆脱保持到现在的平行路线:当这里可能会与整体路径产生冲突,因此,也会与包围路径产生冲突时,被包围部分间的联结将会被简化为一个集合,但这并不是立即发生的。举例如下。

Lut(7;6) 在针对图14(2)的测验中(A孔的移动路径呈水平方向)立即准确给出了三孔的终点,甚至给出了各孔中途位置间完整的对应;相反,如果A孔的移动路径呈曲线状,Lut就将B孔的路径描绘成相似的曲线,但部分曲线是被包围着的。因此,这一曲线与倾斜的对应箭头在一起就过长了,因为这些箭头垂直于移动路径,并不垂直于水平线。当A孔的移动路径呈屋顶状时(︿),Lut描绘的B孔移动路径的形状是正确的,但位置稍稍出现了偏差,因此,A、B位置间对应的箭头完全呈垂直状,但是,由A孔路径起点出发的箭头却将终点落在了B孔的起点旁。不过,Lut画的所有图中,最值得关注的,是在针对图14(2)的实验中A孔的移动路径同样呈屋顶状时他所画的图︿。这种情况下,各

孔的终点位置都是正确的,但涉及各孔的中间位置时,相应的A、B、C点连起来均呈垂直状。当A孔的移动路径呈楼梯状时,Lut成功画出了其他孔的移动路径,部分路径有重合现象,不过当Lut再次回来之前,这些重合令他很为难("这样不行")。

Ver(7;0) 也表现出了同样的进步,不过重合方面除外。在针对图14(3)的试验中,当A孔的移动路径呈屋顶状时,她首先画出的是呈三角形结构的A孔路径,B、C则位于屋顶两端,顶端下面的构造很好看,然而接下来,她通过单个路径简单地将B、C的正确位置连在了一起,因此,顶端出现了一个凸出部分。

Zol(7;6) 在针对图14(2)的测验中,当A孔移动路径呈水平方向时,他四次画出的结构都是一样的,即以A、B、C为出发点沿着它们的路径延伸,但在平行性的影响下,终点首先是呈重叠状的。当图14(2)呈弓状时,开头与前面一样,然后Zol说道:"啊!不!不!"于是他做出了改正。至于图14(3),当A的移动路径呈楼梯状时,他毫不迟疑地将B、C的路径描绘成水平方向,并伴有部分重合,但在垂直方向,他没能成功,后来,在新一轮的测验中他则获得了成功。在针对图14(2)的测验中,当A孔的移动路径呈乙状时,在Zol的描绘中,B孔的路径出现了交叉,但在C孔的路径中,他则避免出现交叉。

Sté(8;0) 在针对图14(2)的测验中,当A孔移动路径呈水平方向时,他的反应与Zol一样,然后,在路径方面,他问道:"是不是一定要一个低于另一个,这样子(:)来排列?——按照你自己的想法。——我觉得应该是这样的(重叠)。"然后,"(B相对于A的位置)要更远一点"。当A孔的路径呈弓状时,他的问题与Zol一样。当A孔的移动路径呈楼梯状时,Sté立即正确画出了B孔(图14(3))的移动路径,并且成功画出了重叠部分,但首次画C的移动路径时却失败了。相反,当A的移动路径呈乙状(图14(2))时,Sté描绘的B、C孔路径是平行的。

Del(8;0) 在所有的测验中均取得了成功,唯独当A孔的移动路径呈楼梯状时除外(与Zol相同),当A孔的移动路径呈乙状时,Del在B、C路径中均成功画出了一个交叉路径,但伴随着犹豫:"如果是汽车,这样不行。"

因此,这些被试自发达到了可替换性阶段,但并不完全:起点的位置被转移了,或转移至各孔唯一的终点,而不是中间路径的点(Lut),或与之相反,起点的位置被转移至中间路径的点,而不是终点(Zol及Sté)。接下来,被试进行了修改,Sté提出的问题足以说明,此处仍有问题存在,不仅是被试存在分心的状况。当可替换性建立在位置守恒,而不是数量守恒的基础上时,其变得尤为复杂,原因可能是它需要调和整体(部分的合并)位置的变化,与此同时,还要保留部分间的相对位置。当可替换性建立在数量守恒的基础上时,一旦理解了终点增加的与起点删除的是对等的,被试对守恒进行概括化就变得

很容易,因为这完全确认了移动被简化成了位置的变化,而移动物的量并没有发生变化。相反,现在的情况是,整体的位置发生了变化,连带部分的位置也发生了变化,然而整体的移动理应保留部分间的相对位置,也就是说,并没有出现内部的移动。因此,困难之处就在于将位置的变化构想为不存在变化的事物。在整体移动的过程中,移动物形式与内部位置的同一性会不会简化为量的同一性呢?这是第Ⅳ阶段加入距离这一标准后,我们将讨论的(显示了可替换性这两种形式的相似性),但其所指的是不同关系的量化,而不是整体数量的量化,这些内容会更复杂。或许,这些足以消除区分两个参考系的困难,但是,两个坐标系的组成是稍后形成的。

除了这个概括化的冲突,还增加了一个新问题:A、B、C(移动的)终点位置是固定的,然而,对于中间的位置,却需要被试找出其对应,这是关于移动的即时性抽象。不过,如果说本阶段的被试在交叉与重叠上取得了进步,那也是伴有犹豫的进步,Del对于汽车的思考表明,路径仍被部分构思为移动物的连续存在,它使得利用不变对位置的变化进行协调变得更加困难。

为了解决这一问题,需要进行协调的对应有以下三种:(1)A、B、C路径形状的对应(方向为→);(2)同一时间,A、B、C中间位置的对应(方向为↓);(3)终点与起点位置的对应(方向为↳)。但是,问题不在于待区分方向的二元性,而在于改变与守恒的异质性,换句话说,这是困难的:在方位方面,将可变性概括为移动期间和之后发现的结论,即出发位置的构成特征。

§4 第四阶段:协调与量化

最后一阶段(9—10岁)同样出现了错误,这些错误一直延续至成年,但是,它们产生的原因是空间再现建立在多个变量基础上而产生的缺陷;然而,实验中指导被试的准则是正确且通用的:被试寻找的是方向与距离的守恒,距离守恒建立的基础则是路径的长度,如A与B、C的间隔,或B与C的间隔。因此,协调与量化就同时存在于此阶段中。

Sal(9;6) 在图14(2)水平移动时,拿起模型,画了三角形:"没有模型,你也能画出来吗?——不行,我需要做一些测量。"同样是图14(2),当其移动路径呈屋顶状时,他用手指测量B与A、C垂线间的距离,并将这一距离保持至终点,但一开始忘记了测量垂直度以及顶端的位置。当图14(3)的移动路径呈楼梯状时,他测量了A、C间的长度,并且,Sal一开始遗漏了B,接下来进行了修改,将重叠部分仅限于水平部分的路径。

Mic(9;9) 在图14(2)的移动路径呈水平方向时,将三孔的终点描绘成重叠的,但接下来进行了修改,并说道:"蓝色的(B路径)是最长的,这次应该也是一样的。"当模型(反置的图14(2))的移动路径呈弓状时:"啊,我应该将蓝色的

放在后面。”当模型的移动路径呈楼梯状时：“这样的话，三种颜色的长度是一样的。”

Ira(10;4) 在图14(2)的移动路径呈屋顶状时，几乎准确找出了所有中间以及终点的位置：她明确指出，A、B的最高点不是同一时间形成的，但她错误地认为B的最高点位于A的最高点下方。当B、C的移动路径呈水平方向时，“B是先出发的，也是先到达的”。当图14(3)的移动路径呈Z状时，Ira经过摸索成功画出了各孔的路径，并准确指出了路径的长度，尤其是水平路径的长度。

Orf(10;10) 在图14(2)的移动路径呈楼梯状时，一开始用眼睛进行了估算：“这不行”，然后Orf用手指测量了每段的长度并一一采用，重新画了路径图。

Dio(10;8) 在同样的构造下说道：“我看着路径终点，然后将该点再放到这儿”……“然后，绿色的线路在后面，因此，这里、这里和这里(这三部分)的距离应该是一样的”。当模型路径呈Z状时，情况也是一样。

测验中的模型是不可变固体物，守恒位移为什么建立在内部数量关系(距离)的基础上，并最终保留各部分间的相对位置守恒的结果？以上这些问题，儿童在9—10岁才会理解，这一点令人吃惊。另一方面，相关对应的协调是由量化获得的，这一事实指出，替换性的形式与建立在整体数量守恒基础上的形式间存在相似性，唯一不同之处是，此处指的是方向的内部，且相互关联的量化。

§5 总 结

很久以前，几何学认识论就指出，不可变固体经常被当作欧几里得结构经验论的起点，然而实际上，它却是这些结构的一个衍生品，甚至是一个非常复杂的衍生品。我们来看看有多少发生心理学的分析佐证了这一角度的反转。从态射与转化的关系这一角度(也是这部作品中我们关注的一点)来看，这一角度的反转意味着，位移这一概念自其最基本的感知运动起源开始显然与其本身一致，然而，这一概念的同一性反而在其发展的过程中发生了深刻的变化。

起点时产生的变化仅仅是位置的变化，这一变化产生的源头是一个调节者，因此，一个动作格式的功能，并且只有其运行的结果，也就是移动物的定性同一性以及终点，才能作为状态进行对应的建立。甚至当移动物在其身后留下了运动轨迹，如这里的A孔在其运动的过程中留下了轨迹，或当A与B、C一道构成了一个不可变固体时，B、C轨迹虽与A轨迹建立了对应，只要A、B、C的终点处于相邻位置，且三部分的定性同一性保持不变时，两者仍会产生巨大的差异。

下一步主要的对应是A、B、C三部分的满射，三部分共同组成一个连续整体，该整体

包围了这三部分，并且，包围线的移动开始承担转化的角色，因为包围线的移动引起了被包围物的移动，因此两者的路径必有相似之处。但是，包围线移动的转化动作并不深入，因为它既不能保证被包围物位置的对应，甚至也不能保证两者路径的长度是相同的，其相似之处只有路径的形状而已：水平或垂直线的平行，以及斜线倾斜度的加强。

只有处于具体运算的初级阶段(7—8岁)，移动才会进入获取转化同一性这一过程，但仍是局部的，其特征包括必要的组合、改变与守恒的持续关联及推论。实际上，被试开始发现的是，包围只不过是被包围各部分间关节的整体系统，因此，整体的移动引起部分移动的同时，各部分的位置并没有发生改变。但是，研究发现，转化首先仅仅是局部的，因为为其做出准备的对应仍是不完整的：实际上，第三阶段的被试观察到的仅仅是起始位置与终点位置的双射(一一对应)，他们并没有将这一关系推广至中间位置，又或者被试一开始只注意到了中间位置的对应，忽略了两端位置的对应。这种不一致产生的原因是，在任何转化情况下，想要在改变与守恒间保持平衡是很困难的：从替换这一角度来看，我们在移动结束时重新找到的仅仅是开始时的起点，然而替换在此处提供的只是一个大概，因为哪些位置发生了变化，哪些没有仍需要进行区分。

第四阶段时，我们发现了解决方案：发生改变的仅仅是包围整体的位置，其形状并未改变，因为包围整体的位置是由被包围部分间空间连接(或关联)的定量值决定的。因此，即将被转移而不会发生任何改变的是这些可被测量的值，这种情况引起了对应的产生，而不是对应引起了这一情况。如此一来，切换性最终达成其作为转化的完整结构，也在移动与守恒间取得了平衡，这些最终为不可变固体这一概念赋予了意义。

第五章 从容器到内容里可分类部分间的对应

合作者：D. 弗赛林-利亚姆贝与I. 博哲德-帕潘德里保罗

实验中有8根竿或木棍，长度尺寸递增，分开展示，被试需要在一个密闭盒子的盖子上挖一个或多个槽，使得木棍穿过盖子并水平地放置在盒子内。显然，这种情况下，只需要根据最粗的木棍挖一个槽即可，但是，我们要说的是，牛顿为了让一只猫穿过一扇门时，凿了一个大洞，而让一只小猫穿过这扇门时，他又凿了一个小洞。如果这只是一个成年人的消遣，那么，我们可以预想到，儿童是无法立即掌握这一问题的，并且，他们尤其相信一一对应的必要性：一根木棍对应一个洞。

尽管测验中使用的材料是立体、有形的，但此处涉及的是一个逻辑问题：将这些木棍进行分类，付诸行动或在脑海中构想均可，以找出最粗的那根，理解长度为L的任意一个槽均适用于长度为L的木棍，但不适用于所有长度大于L的木棍。然而，如果需要建立的对应是如此明显，那转化就要复杂一些，因为此处涉及的不再是实际上对象或空间结构的改变（如第三章中，圆盘的旋转改变了3个盒子形成的结构，构成了空间上的转化）。实际上，转化的形成或对转化的理解是个缓慢的过程，随着序列的建构、否定与肯定的平衡、从序列＜＜＜至序列＞＞＞的转变，或从序列＞＞＞至＜＜＜的转变，转化基本上是建立在传递性与递推的基础上的。因此，利用我们已经介绍过的一些准则，力求确定对应与转化在特殊情况下的关系是很重要的：状态的产生、对象的变化（此处是聚集在一个槽里的木棍集）、转变与守恒并存的内生结构，尤其还有这种共存状态的必然性。

方法。——材料：8根不同颜色的木棍，根据长度（1=最短，8=最长）对其进行分类，一个盒子，盒盖为一张纸，两个形状不同的物体（一个螺柱，木质的半个鸡蛋状物体），用来引入将要谈论的问题。

给儿童提出的问题：试图将所有木棍放入盒内，不能抽掉盒盖，只能在盒盖上挖孔使木棍进入盒内。我们要求儿童（作为介绍）在盒盖纸上画一个“适合”上述半个鸡蛋状物体穿过的孔，然后再画一个适合圆形物体通过的孔，在物体能通过的情况下，要使孔的面积达到最小；接下来，我们要求儿童画一个既不适用于半个鸡蛋状物体，也不适用于圆形物体的孔。（这些是为了说明，物体的形状和大小与其通过的孔之间存在对应。）

实际测验:适用于所有木棍水平通过的一个或多个孔。情况Ⅰ:我们要求被试想办法使“所有木棍放入盒内”。如果被试的解决方法是只挖一个孔(与最长的木棍相匹配),就进入情况Ⅱ。如果被试画了多个孔,分别与多根木棍相对应,我们就问他:“你能不能少挖些孔?”“尽量最少?。”情况Ⅱ:只适用于某些木棍的孔。(1)我们要求被试挖一个孔,这个孔只允许三根木棍通过,其他木棍均无法通过;(2)同样的要求,不过这次是只允许五根(有时是六根)木棍通过。这种情况下,被试必须考虑木棍中长度尺寸最大的木棍轮廓,但是,他尤其需要考虑的,仍然是确定涉及的是哪些木棍。情况Ⅲ:推论。根据已画的两个孔(被试或实验者所画),尤其是C孔与F孔(分别与3号木棍与6号木棍对应——被试已确认),我们提出一系列“谜语”,这些“谜语”以接下来定义的孔与木棍间的关系作为前提:“我需要一个木棍(1)可以通过C与F孔(1、2、3号木棍);(2)可以通过F孔,但无法通过C孔(4、5、6号木棍);(3)无法通过C、F孔(7、8号木棍)。”另外,我们经常提出如下这一“荒谬”的问题:(Ⅳ)哪根木棍可以通过C孔但不能通过F孔?(被试不同,以上四个问题的顺序以及指定C孔及F孔的顺序也各不相同。)第(3)种情况下,被试必须找出哪些木棍可以穿过这两个孔,哪些木棍只能穿过其中一个或没有一个孔可以穿进去(选择的两个孔有时是B、D,有时是C、E)。情况Ⅳ:首先需要进行分类(“将所有木棍排列整齐,方便观察周长的不同”),随后,我们问被试,与周长最短的木棍比起来,比它长的木棍有几根?(避免让被试去数有几根),与周长最长的比起来,比它短的有几根;然后,我们要求被试对自己的答案做出解释。

§1 情 况 Ⅰ

根据不同情况下的共同步骤,我们无法对被试进行分类,在对被试进行逐个测试的同时,我们将根据前面的测验来观察他们的行为。因此,第一步就是要求“所有木棍”可以进入盒子,不涉及孔的数量。

1. 第一步时,被试认为所有木棍都是一样的,没有意识到它们长度的不同。于是被试选择了一个任意大小的孔[①],尽管一般情况下会在比较大的孔中选择,并且他们只有在事后遇到周长更长的木棍时才会发现木棍与孔的不对应。

Ber(3;9) 在预备测验中,当我们要求她将一个木棍穿过盒盖纸时,成功画出了供其通过的孔,但当我们要求她“画一个木棍无法通过的孔时”,她没能画出一个比原先小的孔,只是不停地重复:“它过不去。”接下来,为了简化任务,我们只给她

① 孔(trou)指的是根据棍子的长度而画出来的狭长的缝隙,可以容许棍子水平地通过。——译者注

2、4、6、8号木棍。当我们问她所有木棍均能通过的孔是哪个时，她指了2号木棍对应的孔（B孔）。“你能让这根木棍（6号木棍）通过吗？——不能，要小的才行（她重新拿起了2号木棍）。——还有其他的吗？——（她拿起了8号木棍）——（我们画出了H孔）你认为能穿进去吗？——可能性会大一点。（她进行了尝试）可以。——其他的木棍可以穿过吗？——（她尝试使4号木棍穿过B孔，失败了，尝试让6号木棍穿过H孔则成功了）不，不可以。——红色的木棍（6号）可以穿过这里（H孔）吗？——可以。——那为什么6号木棍无法穿进B孔？——它比孔要大。——那2号木棍能穿进H孔吗？——能。——你怎么知道？——因为木棍比较小。——那其他所有的木棍呢？——（她指出了H孔）”

Mar（3;4） 一开始在被要求画出一个1、3、5、7号木棍能通过的孔时，画出了G孔，这名被试看似处于更高级别，但当我们问他，除了7号木棍，其他所有木棍是不是均能通过G孔时，他需要拿着5、3甚至是1号木棍去进行尝试。“你怎么知道这个孔可以供所有木棍通过？——（他又将5号木棍穿过了G孔）——如果我们画一个这样的孔（与3号木棍对应的孔），所有木棍可以通过吗？——是的，可以（尝试将5号木棍穿过C孔）。这个不行。——有其他不行的吗？——这个（7号木棍）可以通过这里（G孔）。——还有其他木棍可以通过C孔吗？——这个（1号木棍）。——这个孔（A孔）可以供所有木棍通过吗？——可以（伴随着犹豫）。——所有？——那个（1号木棍）。——其他的呢？——那个（3号木棍）可以。——还有那些（5号及7号木棍）。——不可以。——为什么？——……”

在看到测验结果之前，我们发现，一个孔，不一定是比较大的，就可以供所有木棍穿过，在考虑实验者提出的问题时，被试似乎认为所有的木棍都是一样的，并没有根据其周长的不同而对其进行分类；另一方面，本阶段中，分类测验只会引起组合的形成（一大，一小……）。Mar一开始选择了一个大孔，然后，他认为C孔可以供所有木棍通过，要想让他意识到自己的错误，仍需进行尝试。通常情况下，在这些测试中，被试没有出现提前理解的情况。然而接下来，被试会逐渐进行学习，不过是以逐个学习的方式，但对于一般化的原因，他们并不理解，一个孔必须与木棍的长度相当或比它大才能供其通过，如果这个孔的长度比它们的都小，则所有木棍均不能通过。以上这种情况是我们在IB阶段仍能清楚观察到的，本阶段中，与木棍集的子集对应的有两个或三个孔，这些子集并不是根据更大或更小的关系来区分的，它们区分的依据是“小”木棍这一子集以及“大木棍这一子集（甚至还有‘中’木棍这一子集）”的整体特点。

Ana（3;6） 在针对D、F两孔的实验中，不仅把4、6号木棍放了进去，还尝试使5号木棍穿过D孔，“因为它（5号木棍）小”，将8号木棍放入F孔，“因为它大”。试验尾声，她成功指出G孔作为可供所有木棍通过的孔，“因为它比较大”（仍然没有说出“最大”），在被要求“找出所有木棍均不能通过的孔”时，她再次指向了G孔！

我们对木棍、孔的大小进行了区分，这使得分类取得了一些进步，这些进步经过被

试的摸索变成了可能，并且，通过双映射对应，“可供所有木棍通过的孔”这一构思包含了“可供每个木棍通过的孔”这一想法，后者也是前者的一个解决方案。

2. 第二阶段的特点自然是双映射，另外，此阶段并不是立即达成的，而是通过中间反应。这一阶段一旦表现出来，就会往下延伸，为后续阶段做准备(任何阶段都是“纯粹”的，除了最后一个阶段)。

Car(4;6) 沿用了IB阶段的做法，成功达成了双射。一开始，他画了“一个像这样的(与7号木棍的周长对应的G孔)大圆(孔)。——然后呢？——我画一个小的(与2号对应的B孔)。——你想最后把所有木棍都放进去？——是的。我要这样(E孔供5号木棍通过，因此有了一个中等大小的孔——E孔)。——你为什么选择这个孔？——这个(E孔)与那个(G孔)的大小不一样。——其他的木棍能通过这些孔吗？——可以，这个(尝试使8号木棍穿过G孔)不行，这根木棍太大了。——其他的呢？——需要其他的(孔)。——我们已有的孔可供所有木棍通过吗？——可以(4号木棍穿过E孔，1号穿过B孔，3号穿过G孔，4号穿过H孔)。”因此，与前面的部分一起，这里形成了一种满射，但这个满射并不完整：“4号木棍从(E孔)通过？——只要我们把它缩小(=缩小E孔！)。——只要把我们已经画好的孔缩小？”由此，他过渡到了双射，有意思的是，尽管他在接下来的分类测验中失败了，他却按照与木棍有关的顺序进行着测验，有的是上升顺序(1→B，3→G，6→H，其他的是下降顺序7→G，8→H，6→E后来改成了5→E，以及2→B。7号木棍无法通过H孔，但如果切开H孔，木棍就能过去了)：“在所有木棍能通过的前提下，能减少些孔吗？——不行，这些孔是必需的，因为它们都太小了。——所以呢？——这些木棍都很大”，但是Mar承认，H孔也可以供其他木棍通过：6号木棍，“因为它太小了”，甚至2号木棍，因为“当我们像这样裁剪所有孔(H)时，木棍都可以过去”。

Oli(4;0) 在针对2、4、6、8号的木棍中，在第2阶段前，经历了ⅠA以及ⅠB阶段：他首先画了F孔，供6号木棍通过，并认为这个孔可供所有木棍通过。然后，他试了试8号木棍，说道：“需要再画一个孔。——什么样的呢？——大的还是小的？”他画了H孔，并且发现，6号木棍也可以通过，“甚至那个(4号)和那个(2号，没有亲自尝试)也可以”。——还需要其他孔吗？——需要。——但是，如果我们希望只有一个孔？——(他画了一个孔，长度和盒盖纸一样长)。——需要一个这么大的孔？——不，一个小的，像这样(但他画的又太小了)。——你裁剪的两个孔中，有一个可供所有木棍通过？——不能。他画了D、B孔，得出结论“(4→H)中等，(2→B)太小，(6→H)中等，(8→G)太大”，通过贴标签的方式，Oli进行了分类。

Sam(5;2) 与之前的被试完全相反，她在最后的测验中立即成功进行了分类。开始提问时，面对8根木棍，她为8号木棍画出了G孔(木棍始终是分开放置的)，然后补充道：“我有个主意：我剪开这个孔，剪开后，其他所有的木棍就都能通

过了。——怎么做？——(她拿起4号木棍，并画出了它的轮廓)我先把它们画出来，然后再剪。”这样一来，Sam在G孔上就想到了一个双射而不是满射。“我们不能剪一个供所有木棍通过的孔吗？——可以(她握紧没有分类的木棍，将这些木棍穿过一个已经画好的大圆孔，这一圆孔的尺寸均大于每根木棍的)。”我画出E孔：“(除了5号木棍)还有其他木棍可以通过吗？——有，3,4,2……甚至还有5啊，还有这个(1)。——那6、7、8怎么办？——需要一个大孔、一个小一点的孔，还有一个中孔和小孔。”我们将参与测验的木棍局限在2、4、6、8号木棍上：“你可以画一个这四根木棍可以依次通过的孔吗？——这太难了。这需要4个孔。——为什么需要四个孔？——我有个主意(她将木棍按大小顺序进行分类)。——但只有一个孔？——……”

Guy(5;5) 同样将实验者的指令理解为“一个孔只能用一次。——那这个孔可供多少木棍通过？——一个。——F孔，其他木棍可以从这个孔通过吗？——可以(5、4、3)。——为什么？——因为这些木棍尺寸小。——那它们也能从E孔穿过吗？——不能”。

Fra(5;7) “要让这些小木棍全部通过，你要怎么做？——(他数了下木棍)需要八个孔。——可以少于八个孔吗？——我们只能画八个孔，因为一共只有八根木棍。——但我们可以少画几个吗？——那也要七个孔。——7个孔就够了？——九个？只有八个。——我们可以少画一些孔让非常多的木棍通过吗？——不行！(非常明确)”他画了H孔，尝试使5、6号木棍通过。“不试其他的了吗？——(还是又试了7号)是的。——不试这个(2号)吗？——不试，2号木棍需要一个更小的孔(画出了B孔)。——这个呢(3号木棍通过了H孔)？——不试，它需要另画一个孔。——为什么？——因为它不能通过B孔。——……——那个(H孔)呢？——不行，因为这个(H孔)很大。——但3号木棍可以通过吗？——可以。——那它需要另画一个孔吗？——……”同样地，他没有尝试使5号木棍通过H孔，但后来，他自己补充道：“这个(8号)是从H孔通过的木棍，这个(7号)也一样。——为什么？——它们的大小差不多……这个(6号)也一样。——那5号木棍呢？——不行，它需要另画一个孔。”至于4号木棍，需要画出D孔：在此期间，他尝试了3、2、1号木棍，但每次都说：“不。3号过不去？——啊！可以，它们的尺寸差不多。——其他的也是一样？——这个(2→C)，这个也一样(5→H)，还有这个(1→B)。——1号木棍可通过A、B孔或者所有的孔？——可以通过这(B孔)。——可以通过另一个吗？——不行(他尝试使1号木棍通过D孔)。不行，它们的大小并不相近！”Fra因此总结道：“8、7→H；2、1→B；3、4→D；5、6→H。”——“这就是全部？——是的，其他没有尺寸相近的了。”由此，Fra进入第Ⅲ阶段。

阶段IB中，一开始(阶段IA)等同的木棍开始产生分化，产生了大中小之分，就像Cyr与Oli在IB阶段中的反应指出的那样，第Ⅱ阶段的起点就是要寻找：这一过程延续

的源头，直至被试发现了木棍间的区别，并因此为每个木棍寻找不同的孔。另一方面，第Ⅱ阶段的终点是第Ⅲ阶段，这一阶段中，部分等同似乎会再次出现(一些“大小相近”的木棍均可从同一孔中穿过)。但阶段ⅠB与阶段ⅢA的根本区别是，不仅仅是阶段ⅠB，存在着错误(Oli为所有木棍选择了一个过小的孔)与妥协，如“切割”(也就是缩短)那些孔，更包含着部分本身进行分化的开端，而阶段ⅢA，则包含着关系间等价整合的开端($x < Tn$，其中x为变量，Tn为大小为n的孔)，这两者完全不同。另外，还需注意，一个孔一旦形成，将其与较小的木棍一一对应，要比将这些关系提前预测为满射容易得多，这一点在ⅠB阶段与Ⅲ阶段的区别中也是需要考虑的。这一注意事项应用甚广，几乎适用于所有阶段，除了最后一阶段。

也就是说，这样一来，双射的主要条件就是元素分化的概括化，也就是序列化的可能性(在Cyr失败的例子中，序列对应比序列化更不重要)。但是，同一个双射产生的原因是不同的孔必须与木棍的不同长度相对应，似乎差异排除了所有的同等性：这就是为何被试会立即产生“一个孔对应一根木棍”的理解(参见Guy的试验情况，他明确表达了被试的这一共识)。

然而还不仅于此，Fra明确指出了另一要素的介入，实际上，这一相当重要的要素经常出现在书中：这一要素是一种观点——如果一根木棍无法通过一个小孔，那大一点的孔，它也无法通过(参见，“仅仅”8个孔会和“不多”也“不少”相混淆，或者H孔并不适合3号木棍，因为3号木棍无法通过B孔)。换句话说，3号木棍无法通过B孔构成了该木棍的特征(=有别于其他所有的木棍)，因此，当涉及更大的孔时，该木棍的这一特征依然保留了下来。诚然，如果展现在主体面前的是一根单独的小木棍与一个尺寸更大的孔，那他们肯定会认为木棍能穿过该孔，然而，该阶段特有的木棍与孔的双射促使主体相信，一个孔只适用于一根木棍，而且，这根木棍的个性化将更大或更小的木棍均排除在外。因此，比起对于木棍递增的尺寸，尤其是基于木棍间传递性的考虑，一种错误的对称就占据了上风。由此，这里就产生了$<$与$>$这两种方向上相对未分化的状态，对于这种状态产生的其他影响，我们接下来会看到。

然而，当木棍的尺寸差别不大时，这些被试在考虑哪些木棍可以通过时最终会将小一点的木棍纳入可通过范围，但并没有考虑其他尺寸的木棍。以上情况之所以产生，与我们在第Ⅴ阶段(运算分类，不再是经验性的)发现的一样，是由于传递性与递推的缺失，如果具备了它们，“几乎同样的尺寸”会逐渐延伸至“所有的木棍”。

3. 如此一来，第三阶段就是满射(Fra刚刚达到)开始的阶段，但是，由于针对同一个孔选择的所有木棍并不总是相邻的，所以，对于所有木棍来说，需要的孔不止一个。由于被试采用的是反复尝试，而没必然性的预测(大部分情况下，以双射作为开端)，因此，需要的孔也就更多。

Fré(5;9) 以双射作为开端。“我们可以画少点孔。——这个(5号木棍)可以通过这里(G孔)。——还有呢？——这个(2号)、那个(1号)，它们也可以通过，还

有那个(6号可以通过G孔)。——那么,这个孔可供所有木棍通过?——是的”,然后,她发现8号木棍无法通过G孔,所以画了H孔:“要想知道所有木棍能不能通过H孔,需不需要去试?——需要(她尝试使6号木棍通过H孔,然而,她刚刚见证了这根木棍穿过G孔!)”

Elé(6;0) 同样以双射作为开端:“每根棍子需要一个孔。并且,如果去掉那个(F点),那个(6号木棍)就无法通过”,“如果没孔”,4号也无法通过。但接下来,当被问道“能少画一点孔吗”时,Elé发现可以将孔的数量减少到4个(H、E、F、G),因为其他木棍“比较小,它们还是可以通过的”。后来,她又发现可以将孔的数量减少到2个(G、H)。“可以少于2个孔吗?——不行,因为如果去掉H孔,这个(8号)没法通过。——如果去掉G呢?——(恍然大悟!)所有木棍均可以通过(H孔)!——为什么?——因为它很大。”

Ced(6;6) 建立了一个双射,并为8、7、6号木棍画出了H、G、F孔。“这些孔可供其他木棍通过吗?——不行……可以(他尝试使5号通过F孔,2号通过H孔,4号通过G孔)。——所有木棍都能从这三个孔通过?——可以,因为这有一个大孔、一个中孔,还有一个小孔。”后来,他发现保留H、G孔即可,因为这两个孔更大,最后,在实验者的再次询问下,与Elé一样,Ced也只保留了H孔。

第Ⅲ阶段中被试的反应为何是这样的?大致原因如下:一个孔是不够的,因为周长尺寸大的木棍无法通过小的孔,因此,大孔与小孔都是需要的。实际上,尽管被试能够进行经验性分类(通常情况下,这种分类甚至是自发形成的),但他们仍然无法掌握传递性或递归性推理,这一点非常明显。Fré认为,确认所有木棍均能通过H孔是必然的(提问结束后,仍没有改变想法),但是,他刚刚发现这些木棍成功通过了G孔,为了8号木棍,他画出了H孔,使得H > G。Elé将必要的孔缩减到4个后,又将其缩减到了2个,H与G,Elé认为这两个孔均是必不可少的,因为8号木棍无法通过G孔。总而言之,因为周长大的木棍无法通过小的孔,所以这两个孔是必需的。这一让人意外的推论让我们突然明白,传递性或递归性的缺乏与这两种方向的初始未分化有关,似乎被试在反对称关系> 与 <上施加了一个错误的对称,他们并不理解,当小木棍与大木棍均能通过大孔时,只有小木棍才能通过小孔这一对应关系从根本上来说并不成立。

4. 到了第Ⅳ阶段,两个相关联的进步起到了决定性的作用,开始理解以下事实:对于共用一孔的所有木棍,这个孔必须与这些木棍中周长尺寸最大的相对应,最终,通过探索,只有H孔满足这一条件。随后又补充了各个部分间拥有毗邻这一特点,但并不是普遍的,这些部分起初以小组的形式聚集在一起。

Sal(6;5) 仍以双射作为开端:需要“8个孔,因为有8根木棍。——能去掉几个吗?——不行,因为有8根木棍”。然而,她画完H孔,并拒绝尝试让7号、6号,尤其是1号木棍(“因为它太小了”)通过该孔后,发现“1号可以通过,因为它很小”,她将这种情况类推到1号至6号木棍上,然后是7号和8号,总结道:H孔“比较大……

有这个孔就够了,因为其他的都比较小"。

Nat(6;8) 认为,对于5、6号木棍、1、2号木棍、4、3号木棍以及8、7号木棍,至少需要5个孔,然后又缩减至4个,并且,在选择每个孔时,"我总是选最大的。——有没有可以穿过所有孔的木棍?——这根绿色的小木棍(1号)。——还有其他的吗?——还有这个(2号)。它们都很小。——还有吗?——这个(3号),因为它非常小"。然后,尝试过使5号木棍通过D孔后:"不行,这个太大了,只有这三根木棍(1、2、3号)可以通过所有孔,并且,只有这个(4号)通过D、F、H孔。——那所需的孔可以少于4个吗?——那个(H孔)是必需的。——为什么?——必须这样(!),否则大的木棍无法通过那个和那个(F、D、B)。"

Did(7;0) "我们需要8个孔,因为有8根木棍。——孔能少点吗?——可以,7个:与5号木棍对应的孔更大,所以,2号木棍可以通过。所有小于其他木棍的均可以从其他木棍对应的孔中通过。——那需要几个孔?——4个(每4根木棍需要2个孔),因为那些(7、8、6、5)比那些(4、1、3、2)更大。"接下来,他按照相邻原则对8、7、6、5、4、3、2进行了分类,并计算道:"这7个孔足以让那个(与A对应的木棍)通过了。——孔能少一点吗?——可以,2个……——2个?——是的,2个或1个(8)。我觉得这个(7)比那个(8)要小。——1个就够了?——是的,因为所有的(1—7)都比那个(8)小。"

San(7;3) 同样以双射作为开端,然后将木棍以组合的形式进行分类(因此,需要的孔为4个),接着又指出,1—6号木棍可通过F孔,然后又添加了7—8这一组合,最后的结论是,一个H孔就足够了,"因为它是最大的"。

我们发现,几乎所有被试均以双射作为开端,然后过渡到组合的或更小的集合,于是很快接纳了一个原则,Nat在说明这一原则时说到,在选择每个孔时,"我总是选最大的",Did说道:"所有小于其他木棍的均可以从其他木棍对应的孔中通过。"最终,他们自然而然地发现,一个H孔就够了。同时,我们也发现,这一原则只是传递性的一个开端,仍未具备由8至1或反方向上的递归。相反,被试会一下子辨别出这两个方向,但仅仅是在最后承认反对称中这两者间相互性的时候。

5.最后一阶段是直接理解阶段,起始点通常为6岁,但一般始于7—8岁。

Lan(5;8) 立即说到,要使所有木棍通过,需要一个"这么大(8)的孔,所有木棍就能通过了(没有进行尝试)"。

Ina(6;0) 握住这些木棍,使其垂直、无序放置,以判断它们的长短,并且画了一个方形孔,"以供尺寸最大的木棍通过"。实际上,这个孔的高度与最长的木棍一样,宽度可供所有木棍并排进入。

Phi(6;8) 画了个一样的方形孔,当我们要求他节省点纸的空间时,画出了H孔,并说道"这就够了,因为这(8)是最大的"。

Yve(7;7) "我拿尺寸最大的一根木棍画个孔,所有的木棍都能通过。"

本阶段的一开始，就会出现递归。我们记得，第Ⅳ阶段时，被试需要经历无关的类别，尽管拥有分类的能力[参见Did(7;0)，该被试建立了1—4类与5—8类]，每一类别在具有传递性的同时并未立即具备概括化的递归性。相反，第Ⅴ阶段的被试可以立即理解，在$\alpha<\beta<\gamma<\delta<\cdots$这一序列中，存在着各类别的连续包含。从中，我们可以得出$(\alpha)\subset(\alpha\cup\beta)\subset(\alpha\cup\beta\cup\gamma)\subset\cdots$的结论，通过部分间的直接满射，总类与H孔相对应。

§2 情 况 Ⅱ

这里的问题是，只为n个元素(1,3,5或6)决定出一个孔(只有n根木棍可以通过)，这一问题比上一个更难，因为它需要划分出一个与其他相对的子集，而不再是寻找整体的关系。结果是，我们观察到的各个阶段完全不同，至少在同一主体上是这样的，在上一问题的各个阶段中，条件也是完全不同。实际上，为了解决这些新问题，必要的充分条件为：(1)选择的n根木棍要是最小的；(2)这些木棍必须是相邻的，如果不是，要将中间漏掉的木棍加入到其他木棍中去；(3)画的孔需要同时满足以下条件：可让n根木棍中长度最大的通过；孔的尺寸不能大于长度最大木棍的尺寸，否则，会有更多的木棍$n+n'$可以通过，n'就会加入原本选定的n。然而，观察到的这六个阶段(除去双射阶段)与以上三个条件间过程性协调是相关联的，根据n的值，可能会出现一定的偏差。

1. 此处的第一阶段是双射阶段，该阶段并没有那么重要，因为它源于对指令的曲解，如“只供2根木棍通过的孔，其他木棍无法通过”被理解成“供2根木棍中的每一个通过的孔”。然而，年幼的被试经常选择最小的那个，这引出了一个问题，但该现象并未出现在第Ⅱ、Ⅲ或第Ⅳ阶段。举例如下。

Cyr(4;6) 只供2根木棍通过的孔：他立即指向了1、2号木棍，然后画出了A、B孔，“因为它们很小，而且是两个。——那只供一根木棍通过的孔呢？——一个小孔”。

Sam(5;2) 1个孔供3根木棍通过：她拿着1、2、3号木棍，想画3个孔，后来又决定只画一个C孔。只供5根木棍通过时，她选了8、7、6、5、1，但并不知道应该画哪个孔，最后画的是C孔。

我们发现，被试既没有遵循毗邻原则，也没有选择长度最大木棍对应的孔，如果一个孔只能供2根或3根木棍通过，被试选择的往往是尺寸最小的那些木棍。最年幼的被试之所以会做出这一表面的理解，可能是因为选择“小”的数字会让他们联想到“小”的木棍。以下这一现象也佐证了这一观点：当一个孔可供通过的木棍数量变大时，他们(如Sam及其他被试)会首先选择尺寸最大的木棍，并按照递减的顺序而不是递增的

顺序。

2. 接下来这一阶段的特点由对任意n根木棍的选择(不再选择最小的)构成,这些木棍不一定是相邻的,而且存在比长度最大木棍还要大的孔。

Dan(5;8) 在面对1个孔只能供3根木棍通过的要求时,选择了8、7、4号木棍,并且,在列举剩下木棍(2、5、1、3,然后是6)时,并没有发现有问题存在。我们重申,只能供3根木棍通过,并补充道:“这个孔会比较大,还是比较小?——比较大。”然后,他画出了H孔以供7、1、2号木棍通过。最后,他发现1、2、3号木棍可通过F孔,又指出5、4、6也可以,与此同时,他坚持认为,1、2、3号木棍同样可以通过。

Sté(5;10) 汇集了3、5、8号木棍,同时也指出了余下的木棍。“但只允许3根木棍通过。——我不知道。——应该怎么做呢?——小孔只供小的木棍通过,或者大孔只供大的木棍通过。”只供6根木棍通过时,她选择了8、7、6、5、3、2号木棍,并使其保持竖立,但后来,她又换成了8、4、1、5、7、3号木棍,并补充道:“那个(8)太大了,那个(3)太小了。——但就像这样?——那个(8)可以通过(H)!”

如此一来,前文中的所有条件均未满足。

3. 这一阶段,被试希望建构的孔不仅与SK①中周长最大的木棍相匹配,也与其他木棍相匹配(因为此处存在一个子集,该子集由指定的3、4或6这一基点定义,不再是单个木棍构成的集合),于是,被试建构了一个与木棍尺寸完全匹配的孔,这个孔,不是一个裂口,而是一个真正的包裹物。

Viv(6;3) 在面对1个孔只能供3根木棍通过的要求时,并没有选择尺寸最小的木棍,而是选择了8、7、6号木棍,她将其并排放在一起,并用一个矩形同时围住这三根木棍,矩形的大小已经根据木棍的尺寸做好了调整:她甚至将三根木棍的方位进行了翻转(由 变为)以进行确认。接下来,她选择了8、6、2号木棍(忽略了相邻性),并用一个图形(见图15,然后是图16)包围住了这些木棍。这一包裹物根据木棍的具体情况作出了调整,然后,她又选择了5、6、7号木棍,并建构了图17的包裹物。在面对1个孔只能供6根木棍通过的要求时,她建构了图18包裹物,并肯定地总结道“其他木棍无法通过这里”,这样一来,SK′就从空间上被划分了出来。

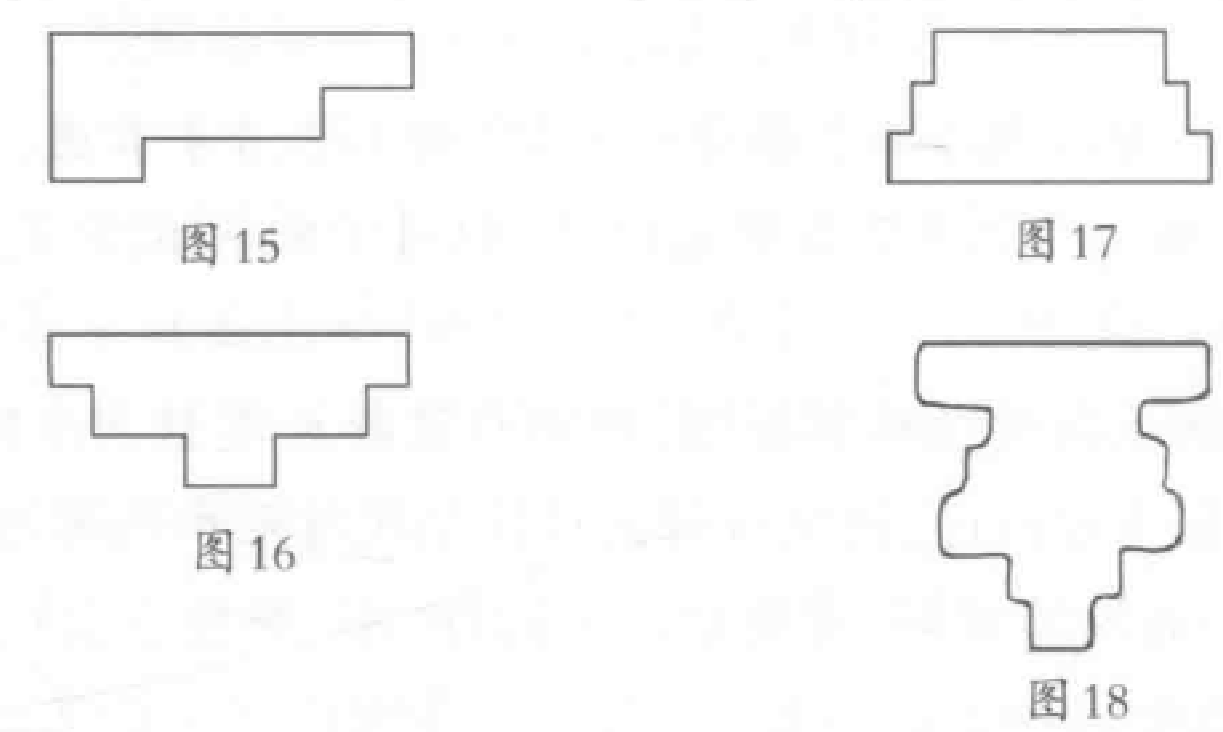


图15 图17

图16 图18

① SK是木棍K集合中需要找到的子集,SK′是SK的补集(=集合SK之外的)。

Ced(6;6) 在面对1个孔只能供3根木棍通过的要求时，同样选择了8、7、6号木棍，并画了一个矩形孔将其包围起来。在面对1个孔只能供1根木棍通过的要求时，他画出的孔与C孔的大小相近，同时指出，2号和1号木棍也能通过。“我们要求1个孔只能供1根木棍通过。——……——如果只允许1根木棍通过，需要1个小孔还是1个大孔？——……”Ced没有回答。

第Ⅲ阶段（不一定所有被试都经历了该阶段）产生的原因似乎是，儿童不再像第Ⅱ阶段时将任意木棍集合在一起，在被要求的3个或6个木棍中（对于1个孔来说，它们是“唯一”可以通过的3根或6根木棍），他们开始发现木棍总集K的子集SK。实际上，相邻性也开始在本阶段中显现出来。尽管如此，被试还是从这一子集整体的角度，试图建构这个包围形式的孔。至于如何理解这一包围，以及情况2中近乎普遍的一个趋势——建构一个过大的孔（从第Ⅱ阶段至第Ⅴ阶段），我们会在第Ⅳ阶段中进行探讨。

4. 第Ⅳ阶段在相邻性上表现出了进步，但在其他两个条件上则没有。另外，我们需要记住，几乎所有的被试都至少经历了两个阶段，甚至超过了情况1。

Cec(6;1) 在面对1个孔只能供3根木棍通过的要求时，选择了4、3、2号木棍，并画出了E孔（与5号木棍对应）。在面对1个孔只能供6根木棍通过的要求时，选择了5、2、3、4、6号木棍，并在后面改变了这些木棍的顺序。

Did(7;0) 在面对1个孔只能供1根木棍通过的要求时，在6号与3号木棍间犹豫，然后，最终选定了3号木棍，并确认道，“这些（4、5、6）无法通过。那个（2号）可以，有2根木棍可以通过。但我们说过了，只有1根木棍可以通过，那我需要排除它，将它与大尺寸的木棍放在一起（！）。——一个供0根木棍通过的孔，没有木棍可以通过？——（他拿起了1号木棍，以它的尺寸画出了A孔！）”1个孔只能供3根木棍通过：“1、2、3，不！6、8、5、3。”8号木棍用来决定孔的大小，接下来，他解释道，像E(=5)这样的孔，5号木棍“无法通过……这是可能的？”并且，2、1、3号木棍中，“只有2根木棍（1、2）可通过C孔”。同样，“我已经画了与这根木棍相对应的孔（与7号木棍相对应的G孔）”，然后他将3根木棍聚在一起：“那些（6、4、5）”，就像7号木棍，无法通过G孔，而这个G孔正是他以7号木棍为模板刚刚建立的。

能够通过Tx孔的元素组成了一个子集，而Tx孔正是元素x参与建构的，判断元素x是否包括在该子集内是一个难点，情况1中并没有遇到这一困难，然而，这一难点只是另一更大困难（只在高级阶段出现）的一部分，这一困难是——从包含3、5或6个元素的子集中推算出无法通过该孔的补集（但这一问题与情况1中的问题间存在着相互影响）。以本阶段的一个被试为例，他被要求建构一个包含3个元素的子集，然后，他选择了E孔，而5、4、3、2、1号木棍均能通过该孔；为了建构一个只包含3个元素的子集，他开始排除1、2号木棍，其他的被试则排除5、4或5、1号木棍（以第Ⅱ阶段的Sté为例，他在8、4、1、5、7、3中排除了8、3）。

接下来的问题就是解释为何元素x被排除在可通过Tx孔的子集外，以下这种解决方案或许可行。我们要求被试建构一个子集SK，该子集“只”包括1、3、5或6元素，它们均可通过同一个孔：这就意味着，被试需要通过满射找到与SK对应的元素，同时排除补集SK′。但如此一来，这就意味着被试甚至需要在总集K里建构出一个子集SK的单射，这一单射的倒数是一个能够排除SK′的下射(soujection)。然而，这种排除是以SK与SK′间的界限为前提的，而这种界限正是现在所缺乏的，因此，就像我们刚刚看到的，想要知道需要被排除的部分[无法通过该孔(子集SK中的元素均可通过)的元素]目前是个很大的困难。换句话说，我们再次注意到，与单射相比，下射更难掌握。如此一来，在SK与SK′间固定界限缺失的情况下，SK中某些元素的满射本身将不能包含SK与元素间1对多的可逆性。另外，在这样的条件下，我们知道，一个整体(这里是SK)的特点不该由其元素(建立在多射的基础上)的总和来决定，而应由区别于该总和的包围来决定。这一说法似乎可以解释以下事实：在最大元素为x的子集中，被试选择的孔大于Tx，且能够包围其所有的元素。如此一来，本阶段才出现的过大孔就构成了第Ⅲ阶段包裹物的逻辑结果。

5. 第Ⅴ阶段见证了一个非常重要的进步：在面对1个孔只能供3根或6根木棍通过的要求时，被试选择的总是最小的且相邻的元素，然而，在此期间，我们发现了被试一个多余的行为，即面对1个孔只能供n根木棍通过的要求，且木棍中尺寸最大的为x时，被试选择的孔并不是Tx，而是$Tx+1$，举例如下。

Lau(5;8) (情况1：§1，第Ⅴ阶段)在面对1个孔只能供6根木棍通过的要求时，选择了1—6号木棍，并且画了一个与7号木棍对应的G孔，但他没有尝试使7号木棍通过该孔。

Sab(6;5) 在面对1个孔只能供5根木棍通过的要求时，选择了1—5号木棍，画出的孔则是按照6号木棍的尺寸。在面对1个孔只能供4根木棍通过的要求时，她画出的孔则是与5号木棍对应的E孔，但她并未将5号木棍计算在内。同理，我们向其展示D孔时，她认为该孔可供1—3号木棍通过，也就是3根。

毋庸置疑，这些被试成功解决了情况1中的各种问题，他们深知，被排除的这一元素可通过$Tx+1$孔，但此处涉及的是一个子集SK，而不是单个木棍，因此他们认为，将高于x等级的$x+1$作为孔($Tx+1$)来充当这一子集的界限还是有用的。

6. 在接下来的阶段中，三种条件会被同时满足：相邻性、尺寸最小的元素、与元素中尺寸最大的相对应的孔。

Dav(6;9) 在面对1个孔只能供1根木棍通过的要求时，毫不犹豫地选择了1号木棍，“因为这是最小的”。在面对1个孔只能供3根木棍通过的要求时，他选择了3、2、1号木棍，并画出了C孔：“只有这3根木棍可以通过。——为什么？——因为以前(情况1)，我选择了8、7、…、2、1号木棍：如果抽出的是这3个(3、2、1)，它们

可以通过，但这5个(4—8)却不能通过。”同样，在面对1个孔只能供6根木棍通过的要求时，他选择了1—6号木棍，将7、8号排除在外，并画出了F孔。

总而言之，我们发现，子集的嵌入以及假设的相互对应构成了这些问题最复杂的部分。在后面的总结中，我们会继续探讨这一问题。

§3 问 题 Ⅲ

在实验者发出的指令中，考虑到C、F孔与3、6号木棍相对应，那么，目前的问题在于找出：(1)一根可以同时通过这2个孔的木棍，也就是C、F；(2)一根无法通过这2个孔的木棍，也就是$\bar{C}$、$\bar{F}$；(3)一根可通过F孔，但不能通过C孔的木棍，也就是$\bar{C}$、F；(4)一根可通过C孔，但不能通过F孔的木棍，也就是C、$\bar{F}$，这一情况可能存在。这里，我们又发现了六个阶段，前两个阶段的特点是，无法将C、F孔联系到同一整体上，后面阶段的特点是，它们之间会出现渐进式的协调，但这与三个问题的成功肯定是有差距的。

1、2. 第Ⅰ阶段时，儿童将实验者的指令理解为只考虑指定的2个孔中的1个，或是将“可通过这2个孔的同一根木棍”颠倒理解为“可通过同一孔的多根木棍”，这一情况，有时在5岁以下的儿童身上仍能发现。第Ⅱ阶段时，被试只是将1根木棍与1个孔相对应(双射)。

Ber(3;9) 在寻找能同时通过B、F两孔的木棍时，为B孔选择了2号木棍，为F孔选择了6号木棍。“但我只要1根能同时通过B、F孔的木棍。”Ber将2号木棍放入B孔，将6号木棍放入F孔。对于能够同时通过B、F孔的木棍，Ber选择了6号木棍，但只说它能通过F孔，忘了考虑B孔。“我要另一根能通过F孔，但不能通过B孔的木棍。——不是这个(2)，是这个(6)”，这次他选对了。我们要求他再选一根“可同时通过B、F孔的木棍”，他再次做出了相同的选择(为B孔选择了2号木棍，为F孔选择了6号木棍)。

Sam(5;2) 在寻找能同时通过B、D两孔的木棍时，为D孔选择了2号木棍，为B孔选择了1号木棍。在被要求找出一根能通过B孔但无法通过D孔的木棍时，她将该指令理解为找出一根无法通过B、D孔的木棍，所以为D孔选择了7号木棍，为B孔选择了6号木棍。“但只有1根木棍?”她拿起了3号木棍，逐一尝试使其通过B、D孔，但没能成功，于是重新回到了双射：4→D，2→B。在被要求找到“1根能同时通过A、B的木棍”时，她同样为B孔选择了2号，为A孔选择了1号。“哪根木棍可通过B孔，但无法通过A孔？——那个(2号，是正确的答案)。”同样地，在寻找既不能通过A孔，也不能通过B孔的木棍时，她立即找出了8号木棍。

Fra(5;7) 在寻找能同时通过C、F两孔的木棍时，选择了对应的3号与6号木

棍。"但我只想要1根木棍。——这个(3号),因为它的尺寸与这个(C孔)是一样的":她漏掉了F孔,因此,她又在后面加上了6号木棍。在被要求找到1根既不能通过C孔也不能通过F孔的木棍时,她试了试6号木棍是否能通过C孔,3号木棍是否能通过F孔,为了显示它们都无法通过。"但我只想要1根木棍。——那就是3号(然后又选择了2号,最后是1号),因为它们的尺寸不一样(2号和1号木棍不'适合'F孔,也不'适合'C孔)。"

这里双射的意义与情况Ⅰ中双射的意义略有不同,后一种情况着重的是使一直被视为等同的元素具有自己的特征,而目前被试的困难,是要同时考虑两个三。那么,双射产生的第一个原因就是将需要建立的联系并列了起来,这些联系一开始是相继产生的。但还不止这些。第二个原因是,能够通过B孔或C孔的木棍构成了能够通过F孔木棍的一个子集,并且,被试的倾向自然是将这种包容性转化为不相交集合的二元性。第三个理由是,如同我们在§1中发现的,一根木棍无法通过一个孔,原因可能是孔太小了,但也可能是孔太大了,木棍与它并不匹配:参见§1中引用的被试Fra的案例,该被试正持有这种观点,因此,她认为3、2、1号木棍不适合通过F孔。这种情况下,将每根木棍与相应的孔进行匹配并排除其他木棍自然是更为稳妥的。这一排除的趋势在年轻被试中表现得非常明显,严格来说,这种趋势并不是被试建构的否定,而是客体的一种抵抗。因此,被试在解决"既不能通过C孔,也不能通过F孔的木棍"这一问题时,就变得相对简单(初次见到时,这一问题对于被试的简单程度令人吃惊),Sam指出了$8 > F$,立即解决了这一问题,而Fra仍然认为,3、2或1号木棍不适合通过F孔。因此,"能同时通过C、F的木棍"与"可通过F,但不能通过C的木棍"是以包含为前提的,因此,要解决"无法通过C、F孔的木棍"这一问题,我们可以利用一个更简单的方法(主体经常使用)——不相符联系法。

3. 接下来这一阶段是双射向满射开端过渡的阶段。

Oli(4;0) 在寻找能同时通过B、F两孔的木棍时,为F孔指定了8号木棍、为B孔指定了2号木棍,接下来,他又进行了修改,选择了2号木棍,"因为它可以通过这2个孔"。面对"无法通过B孔,也无法通过F孔的木棍"这一指令时:他立即选择了8号木棍,"因为它很大"。然而在面对"能通过F孔,但无法通过B孔"的指令时,他将其理解为"无法通过B孔,也无法通过F孔的木棍",因此又选择了8号;在被要求选出"能同时通过F、B孔的木棍"时,他又选择了2号,然后像明白了什么似的,指向了6号,不过又提出2号"也行"。

Car(5;8) 能同时通过B、G孔的木棍:为B孔指定了2号木棍,为G孔指定了7号木棍。"但我只要1根木棍。——那就是这个(2),它都能通过。——现在找出既不能通过B孔,也不能通过G孔的木棍。——那个(8),它都无法通过。——那哪根木棍可以通过G孔,但不能通过B孔?——这个(7)。——还有其他的吗?——这

个(2)能通过这个孔(B),但不能通过这个孔(G:不合适!)。——但2号木棍可以通过G孔吗?——可以。那还有其他的吗?——4。”

Fré(5;9) 一开始,在被要求找出“能通过C孔,但无法通过E孔的木棍时”,他没能成功,后来想到了与C、E对应的3、5号木棍:“我要求的是1根木棍,同一根木棍。——那个(4),因为它的尺寸小。——那既不能通过C孔,也不能通过E孔的木棍呢?——(立即指向了8号木棍)因为它大。——还有其他的吗?——7……6,它不能通过(C)。——找出1根可同时通过这2个孔的木棍。——5,不,2、3、1,因为它们都比较小。”

Ced(6;6) 在寻找能同时通过C、F两孔的木棍时,一开始为C孔选择了3号木棍、为F孔选择了6号木棍,后来又认为,3号木棍可同时穿过这2个孔。“还有其他的木棍吗?——没有(经过一系列尝试)。——这个(2)呢?——不行,这个太小了。——但它能过去吗?——可以(因此,Ced新增了1号木棍)。——(对于既不能通过C孔,也不能通过F孔的木棍,他选择了5、7号木棍)但这是同一根木棍吗?——那就是6和3。——但哪根木棍既不能通过C孔,也不能通过F孔?——7、8号木棍。——那哪些木棍可以通过F孔,但不能通过C孔?——那个(3),(因此,他选择的既能通过C孔,也能通过F孔)。——我的要求是什么?——(指出了3、2号木棍,最后是6号木棍)——还有其他的吗?——8。”

Man(7;1) 在寻找能同时通过C、F两孔的木棍时,为C孔选择了1、2、3号木棍,为F孔选择了4、5、6号木棍。“但这是同一根木棍吗?——那就是1、2或3。——能通过F孔但不能通过C孔的木棍呢?——那个(8)。不,我不能确定,有可能是7号或6号?(最终选择了6、5号,尝试之后,又选择了4号)——既不能通过C孔,也不能通过F孔的木棍呢?——这两个(7、8)。——能通过C孔但无法通过F孔的木棍呢?”他没有发现这一问题的不合理性,然后排除了均能通过的3号木棍以及均无法通过的7号木棍:“是7号”,然后又选择了3号:“3号木棍正好能通过C孔,但F孔对于它来说太大了。——存在可通过C孔但无法通过F孔的木棍吗?——啊,不存在,能通过C孔的所有木棍比能通过F的木棍要小,因为,它们都能通过F孔。”

很明显,最简单的问题依然是:“找到既不能通过C孔,也不能通过F孔的木棍”,至于其中原因,我们已经进行了说明(被试中,只有Ced在成功找到7、8号木棍前表现出了犹豫)。被要求“找出能同时通过C、F孔的木棍”时,一开始,被试总是遵循双射进行选择,后来,有的被试最终列出了全部的正确答案(Fré与Man)。对于被试来说,“找出能通过F孔,但无法通过C孔的木棍”这一问题是最难的,Oli先是将这一问题理解为既不能通过C孔,也不能通过F孔的木棍,又将其理解为能同时通过C、F孔的木棍,尽管他离正确答案已经不远了,但还是没能解决这一问题。Car以不相符(2号木棍与G孔不相

符)为由,也是以失败告终。Ced最终成功找出了6号木棍,但后来又错误地选择了8号木棍。Fré与Man在即将成功之前进行了摸索,但在面对“找出能通过C孔,但无法通过F孔的木棍”这一问题时,后者没能发现这一问题的不合理性。

4. 接下来的这一阶段,被试立即开始寻找满射,但这一过程伴随着摸索,还没有形成要求的子集(能同时通过C、F的木棍:1、2、3;能通过F但无法通过C孔的木棍:4、5、6),至少在“找出能通过F孔,但无法通过C孔的木棍”这一问题上是这样的。

Sab(6;5) 在寻找能同时通过F、D两孔的木棍时,选择了3号木棍。“还有其他的吗?——有(1)——还有吗?——2。——还有呢?——(漏掉了4号,尝试了5号)不,没有了。——能通过F,但无法通过D的木棍呢?——……——这样的木棍存在吗?——不存在。——为什么?——因为5号木棍对于D孔来说过大了。——那它能通过F孔吗?——能。——还有其他的吗?——有,那个(先选了1,又选了3)……不行,它们都能通过D孔。”“既不能通过F孔,也不能通过D孔的木棍:立即指出了7、8号木棍。”对于能通过D孔,但无法通过F孔的木棍,她探索到:“这样的木棍存在吗?——(摇了摇头,但是尝试了4、6号木棍)不存在,因为F孔很大,可供通过D孔的木棍通过。”

Mur(6;0) 能通过F孔,但无法通过C孔:他指出了7、8号木棍。“这些木棍能通过F孔吗?不对,应该是那个(6)。——还有其他的吗?——没有,只有这个(尝试了5、4号木棍)。一共有这些木棍(4、5、6、7、8)。——全部?——(再次尝试了7、8号木棍)没有了,只有这些(4、5、6)。——既不能通过C孔也不能通过F孔的木棍?——犹豫了一下,然后选择了7、8号木棍——既能通过C孔也能通过F孔的木棍?——这些都是(1—5)。——所有都行?——不对(1—4)。——所有都是?——是的,因为这些(8、7、5、6)既不能通过C也不能通过F,那个(2)可以通过这两个孔,那个(1)也行。”这样一来,他的分类就出现了部分错误,但在被要求找出能通过C孔,但无法通过F孔的木棍时,Mur发现,“没有这样的木棍!”

Rin(7;2) 能通过E孔,但无法通过C孔:“那个(5)无法通过那里(C)。——还有吗?——6,啊!7,试了试,没有说话,然后选择了4号木棍。——(能同时通过F、C孔的木棍)?——这个(5)。——它可以通过这两个孔吗?——不对,那个(3)。——还有其他的吗?——1和2。——既不能通过C孔也不能通过E孔的木棍呢?——那个(8)。——还有吗?——7和6。——为什么?——因为它们都比E孔大。”

我们发现,在寻找能同时通过F、C两孔的木棍这一问题上,被试的选择中会立即出现满射,或表现出接受满射这一可能性的意愿,但这一选择中的满射是错误的,或是不详尽的,这一点与被试在面对“找出既不能通过F孔,也不能通过C孔的木棍”这一问题时的选择完全不一样。至于找出能通过F孔,但无法通过C孔的木棍这一问题,Mur一开始的答案是错误的,而Sab甚至一开始认为这样的木棍并不存在,这一问题对于被试

来说还是较为困难的。Rin则是在推敲之后做出了正确的选择。

5. 第5阶段时，对于"找出能通过F孔，但无法通过C孔的木棍"以及"找出既能通过F孔，也能通过C孔的木棍"这两个问题时，被试成功给出了全部的正确答案，但不是一下给出的，也没有早于预期。

Elé(6;0) 能同时通过C、F孔的木棍："那个(3，进行了确认)。——还有其他的吗？——2、1。——既不能通过C孔，也不能通过F孔的木棍？——那个(8)和那个(7)。——能通过F孔，但无法通过C孔的木棍？——那个(5)；不，没有了，因为能通过C孔的木棍也可以通过F孔。"

Cec(6;1) 能同时通过F、C孔的木棍："那个(3)。——还有吗？——2、1，因为它们都很小。——一根能通过F孔，但不能通过C孔的木棍？——是的。——(拿起7号木棍，将其排除在外，然后选择了6号木棍)——还有那个(5)。——还有其他的吗？——4。我都指出来了(4、5、6)。"既不能通过C孔，也不能通过F孔的木棍：立即找出了正确答案。能通过C孔，但无法通过F孔的木棍："没有这样的木棍！"

Did(7;0) 既能通过C孔也能通过F孔的木棍："那个(1)。——还有其他的吗？——4号，啊！不是的，(没有经过尝试)2号木棍。我确定这根木棍可以通过，因为它比C、F孔小，然后还有3号木棍。——还有其他的吗？——其他都不行，只有这三个：1、2、3。——能通过F孔，但无法通过C孔的木棍？——那个，啊！不是的，应该是6、5、4号木棍。只有这两个无法通过：7、8。——还有其他的吗？——没有了，那些(1、2、3)比这个(C)小，而7、8号木棍比F孔大。——能通过C孔，但无法通过F孔的木棍？——一个都没有！"

与前面几个阶段比起来，本阶段表现出了一些进步，Did最终达到了第V阶段。

6. 本阶段为最后一阶段，对于"能同时通过C、F孔的木棍"以及"能通过F孔但无法通过C孔的木棍"这两个问题，被试均给出了详尽且早于预期的解决方案。

Sté(5;10) 能同时通过C、D孔的木棍："1号木棍。——还有吗？——3号木棍。能通过这2个孔的有3根木棍：1、2、3。——能通过F孔，但无法通过C孔的木棍？——还是有3个：6、5、4。——没有了？——是的。5号木棍比C孔大，但比F孔小。4号木棍也是一样。——既无法通过C孔也无法通过F孔的木棍？——只有2个(7、8)。——能通过C孔，但无法通过F孔的木棍？——没有这样的木棍：如果它能通过C孔，肯定也能通过F孔。"

Dav(6;9) 能同时通过C、F孔的木棍："那个(3)，还有这些(1、2)。——能通过F孔，但无法通过C孔的木棍呢？——6号木棍，还有5、4号木棍：只有这3个。——为什么？——7、8太大了，而4、5、6比C孔大，同时也比F孔小。——既不能通过C孔，也不能通过F孔的木棍？——7、8号木棍。——能通过C孔，但无法通过F孔的木棍呢？——(他笑了)如果这个孔可以通过这里(C)，那也能通过那里(F)。"

如此一来，我们可以清楚看到，被试指定的这些木棍（总是正确的）是被提前合并成子集的：(SK) A=能通过C孔的木棍集；(SK) A′=能通过F孔但无法通过C孔的木棍集；B (A+A′)=能通过F孔的木棍集；B′=无法通过F孔的木棍集。但在讨论这一问题前，我们还有最后一个问题需要进行研究。

§4 路径的两个方向

在根据<<<…以及>>>…的相互性对这两种路径方向进行调节时，很多被试首先遇到的困难，就是在不混淆这两种关系的情况下对这两种方向进行系统区分，在这一过程中，我们发现了该困难带来的影响。因此，下面这一问题就显得很重要：我们一共有8根木棍，其中，有7根木棍比第一根要大，那么，有多少根木棍比最后一根要小呢？

1. 然而，令人吃惊的是，我们发现有的6岁儿童，甚至是7岁儿童仍无法解决这一问题。

Elé(6;0) 达到了§1的第Ⅲ阶段，她快速将1—8号木棍进行了正确的排序，并正确回答了以下问题："比最小的那根大的有多少根？——所有的，除了它自己，有7根木棍。——那比最大的那根小的有多少根？——（她想去数，但被我们制止了）我不知道。——那你数数。——（她又一次从2号木棍数到了8号木棍）……——那其他的呢？它们不比那个(8)小？——它们比那个(1)大。"

Ced(6;6) "有多少根小于8号的木棍？——7根。——那有多少根大于1号的木棍？——这个（他指出了其他木棍，还想去数，但后来变得混乱，就没能答出来）。"他成功数完后："怎么会有7根较大的还有7根较小的呢？——它们的大小都不一样。"

San(7;3，§1第Ⅳ阶段) "比那根(8)小的有多少木棍？——（数了数）7根。——有多少木棍比1号要大？——我不知道。——一共有几根木棍？——8根。——比那根(1)大的木棍有多少根呢？——（他需要数一下）7根。——为什么是这样？——这两次，我分别去掉的是8号和1号木棍。"（这是第Ⅲ阶段出现的根据，但就像我们即将看到的，从预测开始，这一根据就会被使用）

如此一来，我们发现，对于这些被试来说，在一定的序列中，"比较小的元素"完全不需要与"比较大的元素"拥有相同的数量，这一点也很好解释了情况Ⅰ－Ⅲ里被试一开始的某些反应。有些被试甚至没有将2号木棍纳入"比较小的元素"行列。

Oli(4;0) 在2、4、6、8号木棍中："有多少大于2号的木棍？——3个（他指了出来）。——那有多少小于8号的木棍？——2个(6、4)。——那个呢(2)？——它

太小了。”

从另一方面来说，如果我们从绝对意义的视角，而不是以相对意义的视角去理解“大”与“小”这两个概念，那该被试的论述并没有错。

2. 到了第Ⅱ阶段，这一问题仍没有解决，但表现出一些进步，被试将总集划分为（1）+x或（8）+x，对总集的身份进行了确认。但这并不代表这两个方向上的x数量一定一致。

Sab（6；5） “比最小的那根大的？——（将木棍拿在手里，并数了起来）7根。——比最大的那根（我们藏了起来）小的？——……——不数的话，就不知道？——……——（拿出藏起的木棍）——所有的！——比最小的那根大的，有多少根？——所有的（她又数了一遍）7个。——怎么得出的答案？——因为拿了这根（8），然后放了回去，又拿了那根（1，后面又将其放了回去）。”

因此，在 < 与 > 数量间的可能对等性与“木棍总数”应该得到保证的永久性[①]之间，存在一个中间反应。

3. 接下来的这一阶段由逻辑顺序演化而来：这两种方向上的数量是一样的，并不是因为联系间必要的相互性，而是因为在这两种方向上，我们均排除了一个元素。

Sté（5；10） 立即给出的答案均是7根，“因为我们排除了1个，如果排除的是2个，那就是6根（另一个同样也是6根）了”。

Cec（6；1） 按照尺寸由小到大往上数：“7个。——那比最大的木棍小的，有几根呢？——呃……7根。——你怎么知道的？——因为每次都是有8根木棍，然后我们从中去掉1根。”

Did（7；0） “这里有8根木棍，如果我去掉1个（8），就剩7根；如果我去掉（1），也是剩下7根。”

因此，这里并没有涉及联系本身。

4. 相反，在接下来的这一阶段中，儿童会将重点放在联系及其相互性的运算必然性上。

Lau（5；8） 指出有“7”根小于8号的木棍，并在没有数的情况下指出“有7根大于1号的木棍”……“因为我把这些木棍一次与8号木棍放在一边，它们都是大于1号的木棍，一次则放在另一边，都是小于8号的木棍。”

Viv（6；8） “小于8号木棍的是所有的这些，7根；大于1号木棍的也是一样，不

① 因此，当定量处于数量的不变性之前，某种意义上，这里存在着我们在保存里看到的倒数。后种情况中，存在着数量的守恒，而不是总数的守恒，然而在目前的第Ⅱ阶段中，则存在着总数的保留，而不是数量的守恒。这两种反应，表面看起来相互矛盾，但其实共同说明了，本阶段的整体还不等同于部分之和。

过是倒过来的。"

Man(7;1) "7=7,因为8是所有木棍中最长的,1是最短的,不需要数!"

我们发现,联系或元素本身数量的对等只有在其相互转换被主导后,才是必不可少的。

§5 总结:预态射、态射以及转化

首先,注意一下我们对"对应"的定义:从"应用"前不完全的对应,到态射、重复或可转移联系的建立。"应用"在左边将被称为"完全对应",在右边被称为"单义对应"。"预态射"被定义为一种应用,这种应用建立的基础不仅与扩展相关术语及其谓词属性有关,还与它们间的联系有关,它们在左边保持着这种联系,在右边又再次发现了这种联系。最后,态射成为守恒结构(因此,所有需要考虑的联系也得以建立守恒)的对应,这又让我们猜测到,结构的组合不仅影响着对应,甚至对其起到了决定性作用,这也是可能产生"转化态射"的原因。

1.也就是说,在研究情况的最后阶段(§1的第Ⅴ阶段,§2、§3的第Ⅵ阶段),我们首先注意到是需要面对许多与态射有关的问题,对态射起决定性作用的是转化或是与单、双序列结构有关的运算结构。根据常用的六个标准(参见本章的引言),我们可以辨别出这些转化,主要的转化如下。第一种转化与递归性有关,利用前面的方法,我们从一个系列中推导出每个项的可能性,以此来定义这种转化:

$$H=A+\varepsilon(\Delta AB+\Delta BC+\cdots+\Delta GH)$$

因此,

$$X=H-\varepsilon\Delta XH$$

A、B、C…是根据木棍轮廓测量的长度,Δ则用来表示一个项与后面那个项之间的差额。Δ这一差额包含着一个非常具体的发生心理学意义,儿童一般会用"超出"一词来表达这一意义,我们的被试有时也会将$x>y$表达成x"超出了"y。但是,这并不意味着他们能立即懂得如何建构超出($\Delta xz=\Delta xy+\Delta yz$)的意义,相反,就像我们即将在2中看到的,一个更大幅度的超出,甚至一个同等幅度的超出(只不过是在更大的元素间),与一个小元素间的超出相比,在被试看来,它们的性质可能也是不同的。超出的这种不同性质似乎表明,例如,如果8号木棍无法通过B孔是因为木棍太大,而2号木棍无法通过H孔是因为这个孔不适合这根木棍,与这两种情况表面的差别相比,其意义间的差别会更小,而且这两种意义说明,因为木棍与孔间的差距太大,所以它们之间无法建立联系。因此,儿童自然无法理解这一递归性,而取代它的是一种错误的对称。根据这种对称,因为大的木棍无法通过小孔,由此得出的推论是,小木棍也无法通过大孔,所以,大孔与小孔都是必需的。同样地,在解决第Ⅲ阶段的问题时,被试对连续性的忽略也是这种非

递归性的一种表现。

其次，此处存在与传递性介入有关的转化，尤其是在第Ⅲ阶段的问题上：如果1根木棍可以通过C孔，那它也一定能通过F孔：

如果C<D，D<E且E<F，那么C<F。

§1中的Ⅰ－Ⅲ阶段，以及Ⅳ阶段中的部分内容均显示出被试没能理解这一过渡性，因此，将这一传递性与简单的可转让性区分开来是很重要的。当被试认为有建立多个孔的必要性时，如2个孔，C孔供1、2、3号木棍通过，H孔供6、7、8号木棍通过，这里存在着“从一个更大的孔中通过”这一联系的可转让性，但尚未出现使被试意识到只需要一个H孔的传递性。

第三种转化是向上(1→8)及向下(1←8)方向串行关系的互逆性，而不是对应本身的互逆性(如满射，及其对应的多射)。利用这种转变的逻辑必然性(“所有”$x<y$的联系均包含着其逆式$y>x$)，§4已经向我们显示了这种转变的操作性和延迟性。然而，我们注意到，这种转变一开始是被忽略的，因为被试在能够对这两种方向进行区分并将其调节为一个严密的整体之前，一开始是无法区分这两种路径方向的(因此，情况Ⅰ中“小孔是必需”的这一假象才会得到强化)。

第四种运算组合的形式是子集SK在总集K内部的建构，方式是通过子集具有的包含联系，另外，这种形式与之前的形式相关。实际上，我们应该记得，当经历的延伸仅限于“至少一个”或“至多一个”时，单靠满射和单射是不足以构成一个集合的：这些集合因此又根据运算的可倒转性(+与－)和组合规律(SK+SK′=K…)(这些规律构成了分类组合的特点)假设出一个连接或合并运算。然而，在解决第Ⅲ阶段的问题时，被试遇到的困难在第Ⅱ阶段中已经出现(§2和§3)，它们足以显示出这些组合的转化性与延迟性。

最后一种需要区分的转化是由被试建构的否定。因此，这种否定不是指客体的单一反抗，如被试在寻找无法通过C、F孔的木棍时，指出了7、8号木棍，比预期更早地获得了成功，因为被试需要做的只是指出最长的几根木棍。这种否定是建立在子集基础上的否定，例如在寻找能通过F孔但无法通过C孔的木棍时，子集SK′的建构就以两种否定为前提，一种是对SK(能通过C孔的集合)的否定，另一种是对大F孔木棍的否定，也就是对7、8号木棍的否定。这里的否定仍不能简化为简单的对应，对应总是肯定的，下射表达的只是运算的缺失，而运算的否定是以一系列包含为前提的，并带有包含引起的合并以及缩减。在这方面，应该注意的是最后一阶段中否定表达的出现，这种表达一直未曾出现，直至“3号木棍不比8号木棍长”……

总之，这五种转化似乎形成了一个严密的系统(其中的两个属于集合的必然结果)：子集的建构，方式是通过子集包含的与其补集相对的部分否定。其他两个转化则是联系的必然结果：不对等的传递性以及两种路径方向的相互性。这四种不同形式最终由递归性决定。最后需要注意的是，这五种转化的共同特点是，它们均处于具体运算的初

始阶段，但这并不否认，就像我们即将看到的，从前运算阶段起，在预态射的作用下一些准备会在这些阶段中形成。

2. 这些转化拥有如此特点的同时，我们观察到，在解决问题（< 与 > 对等时出现的双射或过早出现的满射或单射）时遇到的这些态射，严格意义上是由这些转化进行操纵的，然而，这些转化本身只能是一步步形成的，并由预态射进行准备。如此一来，一旦（情况 1）阶段Ⅰ中的整体对应被分化的开端代替，（阶段Ⅱ）产生的双射就会对分类的初步测验起到促进作用，而对分类的初步测验则构成了转化的开端。

只有双射自然是不够的，被试还需要为每个元素在序列中指定一个位置，并将顺序联系加入进去。不过，如果想要建构接替者的预备条件（其中，一个元素与其接替者的联系是由可观察到的尺寸大小决定的，这一联系的建构并不是通过重复 $n+1$ 在运算层面上得以实现的），则需要一个先决条件，即接替联系间的性质必须是相同的。然而，因为某些原因，我们怀疑，对于年幼的被试来说，除了元素本身[①]，两个元素间 < 的联系与其他任意一组元素间的联系并无区别，尤其是 $x_1<x_2$ 的关系与 $x_1<x_5$ 的关系，在被试看来，它们性质相同，x_1 与 x_2 的差别作为其中的一部分介入到 x_1 与 x_5 间的关系中去（这些为递归性与传递性做出了准备）。如果是这样的话，联系间的组合自然就变得非常困难，而且，联系本身间对应建立的预态射（促进，然后普及联系的可转让性）是对应建立准备阶段必不可少的部分，预态射的建构以一系列尝试与观察为前提。

这些条件一旦满足，存在于预态射与转化开端（分类）间的相互支撑（但支持作用是交替产生的）就会变得频繁，并引起满射的形成（第Ⅲ阶段）。而满射的形成会促使被试将多根木棍与同一个孔对应起来，其中，第Ⅳ阶段时，被试选择的孔与一定木棍集合中长度最大的那根相对应，最终，则是与木棍总集中长度最大的那根对应。这就是连续预态射中取得的进步，这些进步促进了递归性与传递性的建立。这种情况下，第Ⅴ阶段时，递归性与传递性的建立在严格意义上就对态射起到了决定性的作用。

至于预态射至最后态射的过渡，以及转化开端至完整运算结构的过渡，它们都有着一大特点——两种基本改变。第一种改变是用连续性观察替代“同时性”。在预态射阶段，同时性被简化为对一种独立关系的观察，通常是对差别的观察，然而，多重关系的建立只能是连续性的，并且一开始在序列的移动过程中是无意义且没有方向性的。相反，在运算阶段，在对总体进行再现时，联系的建立具有同时性，且会考虑到上升与下降这两种方向。另外，非常重要的一点是，态射与转化不再是简单交替的关系，而是构成了一个同时的整体。但两者最本质的区别是，预态射只受到连续观察的影响，而态射以及转化在第Ⅴ阶段时，也就是出现预满射的阶段时，会达到逻辑必然性的程度。

3. 接下来看情况 2，为了解决提出的问题，我们已经发现了三种需要建立的对应。第一种是确保连续性的对应——定性接替者的预态射（与情况 1 一样，在第Ⅳ阶段）。

① 例如，一条线段长 20cm，它的终点超出另一条线段（长度同为 20cm）的终点 5cm，这两条线段由 20cm 延伸至 80cm 的这一路径上，很容易让被试认为，两条线终点的差距大于 5cm。

第二种对应的作用是，能让被试注意到，只有以最短木棍作为开端的一系列连续元素才能使这些木棍通过特定的孔(最大的孔必须被分开)。一旦递归性与传递性产生，这一限制性对应的建立(第Ⅴ阶段)就会依附于此，然而此前，在促成预态射形成仍是必不可少的一系列尝试与观察中，递归性与传递性为对应的建立做出了准备。第三种对应的作用是，促使被试选择的孔与选择的元素中尺寸最大的相同，而不会高于尺寸最大的元素。我们发现，这一问题在第Ⅵ阶段得到了解决，原因仅仅是之前，子集SK中聚集木棍的满射与全集K中聚集木棍的入射间并未伴随下射与多射的相互关系，因此，这个洞被赋予了从外部包围的封闭形状，而不仅仅是把它们组合在一起。这种情况下，预态射有助于子集及其包围(而最初的趋势是通过不相交的集来进行的)的运算构成，就像"整体"与"个别"的运算构成一样(此时，预态射以连续性的方式作用于"个别"上)。

4. 然后，态射与转化间的关系表现得最为清晰的是在第Ⅲ阶段。我们记得最简单的问题是找到既不能穿过C孔也不能穿过F孔的木棍；然后是找到能同时穿过C、F孔的木棍；最难的是找到能通过F孔，但无法通过C孔的木棍。然后，解决第一个问题的关键不仅仅是按照升序排除最大的两个木棍(7和8)。另一方面，第二个问题的解决办法有找出所选木棍附属的子集，且该子集包含在全集内：如此一来，在做出选择时，这一选择就有了上升和下降两种路径。要解决第三个问题也是一样，但多了一个必需项——设置两个限制，从而形成一种交集。

当我们将最后一个问题的答案与§4的问题(最小和最大的数字相等)的答案进行比较时，最后一个问题与路径方向之间的联系就更加明显了。没能答对这一问题的被试(Ced和Sab)在解决第一个问题时同样表现出了迟疑和错误：无法分清"能同时通过F和C孔"和"同时无法通过C和F孔"这两个问题，搞不清楚"能通过F，但无法通过C的木棍"，无法理解相关联系中必要的符号。另外，率先解决数字问题的被试，大部分也解决了"能通过F，但无法通过C的木棍"这一问题。

因此，>和<的传递性和相互性之间似乎存在着一种联系，这两种关系都在最后一个层次上得到了运算上的肯定，并且，该联系只在这一阶段以必要的转换形式出现。关于相互性，§4中年龄在7岁左右的被试清楚地说明了这一点。至于运算的传递性，最确定的标准是——面对"能通过C，但无法通过F的木棍"这一问题时被试的反应：如果在以往各阶段，被试通过尝试，发现根本就不存在这样的木棍，也只是在最后一步，他们才会突然意识到"可以通过小洞"与"无法通过大洞"间的矛盾。相互性与传递性间的关系可以在递归性中找到：如果$H=A+\Delta AB+\Delta BC+\cdots+\Delta GH$，这一方面涉及传递性，但另一方面也涉及消除差异和增加差异的可能性，>和<的相互性也由此而来，对应是不能单靠自身来确定的。此外，正是这种递归性使得序列可以表现成嵌套的集合：如果$A<B<C\cdots$我们也有$AC(A+B)\ \ C(A+B+C)$等，这些对于问题2、3和4的解决是必需的(§2至§4)。

简而言之，预态射通过基于测试的观察为转化做准备；转化，一旦以运算的形式出

现，不再仅仅是局部、部分的转化活动（前运算）时，将会取代预态射，预态射仅仅是由所观察到的内容和必需的态射所决定的，因为它们的形式最终是由相关的运算决定的。实际上，我们需要仔细了解运算转化阶段前（递归性、传递性和相互性，伴随着嵌套集合及否定的建立），局部、部分的前运算是存在的而且它们的形成取决于前运算，尽管将前运算与转化动作联系在一起，在前运算被整合到运算结构中形成具体的形态之前，前运算的形成首先只取决于状态间的比较。因此，在所有阶段中，我们都可以找到对应和转化，但它们之间的关系在从一个阶段过渡到另一阶段进行最后的整合时，因为方向的改变会发生变化。然后，在进行最后的整合之前，我们可以说，如果每个局部的转化都必须通过预态射进行准备，那也是局部的转化致使预态射被发现。因此，通常情况下，是转化（尽管是前运算的）构成了不同阶段间发展的主要动力（除非涉及的是不完全对应的简单外延性概括化）[①]。

① 对应于转化关系的阶段中的第Ⅱ阶段。

第六章　链条承重力相关的对应与构成

合作者:爱德华·马丁与S. 瓦涅耶

本研究着眼于两个问题,第一个问题和前一章所讨论的类似:有五条链子,从1…5依次标号,五个重量依次增加的砝码,编号为A…E。它们之间存在一定的关系,例如3号链条就正好足以承受C号砝码的重量,若是用D或E号砝码,该链条便会断裂。问题就在于,一旦承认1—5号链条和A—E号砝码之间存在着对应关系,那么就会得出这样的结论:一、链条能够承受所有比它对应的砝码更低级的砝码;二、若是将最重的砝码放上去,链条就会断裂。第二个问题虽然和前者相关,相反,却让我们做出了新的分析:如果将两根链条连接在一起,也就是变成一根长链条,那么会发生什么?在这种情况下,被试必须按照要求建造一个函数。这条复合链条的承重力会仅仅是来自某一根链条的作用吗?若是,那么是承重力高的那一根,还是低的那一根?是总长度发挥了作用,还是和排位(哪一根在上、哪一根在下)有关,抑或起决定作用的是两根链条的平均长度?然而在运用函数$y=f(x)$时,我们还要注意区分函数的对应方面(x值和y值的双射)和转化方面(x的值变化会导致y值的变化)。于我们而言,接下来应该明确两者之间的关系,找出是什么将这些关系与对应融合在了一起,这些对应在第一个问题中就已经建立。

方法:本实验使用的重力素材包括五个砝码,A—E重量不同、依次增加;另外还包括五根链条,1—5都有6段铁链节和1个纸质的中央链节,有些承重能力较强,另外一些不太能够承重。不同重量的砝码挂上去,它们可能断裂也可能不断。每根链条的中央链节和砝码一样色彩不同,因此能够根据颜色辨认链条,而它们也"刚好能够"(假定一定如此)吊起与自身颜色一致的砝码。因此,我们已经将初始对应的重量设定完毕,主体第一步所做的就是验证这些设定。

实验第一部分我们只会使用简易链条作为研究素材。被试验证完毕后,我们仅仅提出这样的问题:为什么这根链条能吊得起这个砝码?如果随机选择砝码,链条会不会断?问题就在于,如何才能让儿童明白,若是更轻的砝码则不会断,但若是更重便会断裂。那么为什么会这样呢?在多次验证过程中,被试偶尔还会做出一些预测,甚至对原因产生疑问。除了1—5号链条,我们又使用了与之对应的1′—5′号链条(对应体现在承

重力及颜色相同)。儿童的当务之急是检验1—5号链条与砝码间的关系是否也适用于1′—5′号。还有一个问题,两根成组的链条(例如位于序列两端的1和5号、相邻的3和4号,等等)中哪一条吊得起最重的砝码?

第二部分里我们将链条两两相连(总链条变长而不是变粗),在被试正确掌握两根链条的承重力之后,我们让他对连接后复合链条的承重力做出预测。被试每有一个预测,就让他亲自试验以后再考虑下一个。一般我们会询问被试是否确定自己的预测及其原因,抑或是否应该加以验证。同时,我们还会研究顺序(ab或ba)是否会对结果产生影响(即可交换性),及其原因。接着我们请被试组建出所有和2+3组合承重力相同的组合,找出1+2与2+3或2+3与4+5等相邻序列中较不易断的复合链条。最后,将两或三个砝码同时挂在某一根链条上(例如A+B组合起来放在2上),或挂在某一组合上(如B+C挂在2+3上),过程中儿童可能做出2会吊起B,3会吊起C类似的描述。

§1 最初两个阶段

我们只能从三岁及三岁以上的儿童那里得到有意义的反应。他们没有反复验证同一件事,而某两根链条所具有的同一颜色也没有得到承认。换言之,第一阶段的对应认知开启于重复的验证,儿童不一定每一次都要给出相同结果,但必须认识到颜色相同的两根链条具有同一性。

Sab(3;7)　验证了1号链条可以吊起A:"它能不能吊起来B?会不会断掉?——吊得起来呀。——可是断掉了啊,为什么呢?——它受不住吧。——另一根1号链条,——可以。——(验证失败了)为什么呢?——两条1号链条都断掉了,应该是1号受不住吧。——给我找一根能吊起C的链条。——(她找来了3)——再来一个?——(找来配套的2和B)——再找一条吊得起C的链条?——那个(3)。——再来一条别的。——(她虽然尝试了几次,但没有按什么特别的顺序)——这个(2)和这个(2′)是一样的吗?——是的。——(2′)能够吊起什么?——(她展示了B)——那(2′)能吊起来(C)吗?——能。——为什么?——它受得住。(验证)断了。——为什么?——但5没断!"

Pie(4;3)　我们先向她展示了5与E、4与D之间存在的对应关系。"那么3和D呢?——(多次验证)断了。——3和A呢?——吊得起来。——3和B呢?——可以。——3和A呢?——可以。——3和D?——可以。(验证)断了啊。"我们重新拿出5和E。"这回怎么样?——吊得起来。——5和D呢?——可以。——那5和C呢?——会断。——5和B?——会断。——5和A呢?——可以。"同样的,2与D搭配就"吊得起来",但是2与E就会断掉。等等。

Cia(4;6) 经过尝试后,证明了4吊得起D、C、B和A。“那么E呢?——我不知道。——(验证)不行哦。——为什么?——太重啦。——2和C呢?——不行。——2和D?——看看吧。——那为什么遇上C就会断呢?——它不是(C)对应的那一个。——2和D呢?——不知道。——哪一条链条能够应付多数重量?——我不知道。”

Pat(4;6) 我们让他掂量掂量砝码。“最重的是哪个?——E。——为什么它‘重’?——因为它大,它重。”至于5和E这一搭配,他做出了如下判断:“不,不会断,因为它很硬。”在用3号链条做了几次尝试后,他仍然认为2能够吊起来从A到E所有砝码。“这所有的吗?——是的。”他承认了2和2′的同一性,并发现了2号链条遇到C会断裂。“2′呢?——可能不会断吧。——但2=2′呀?——那要是下一个呢(D)?”

上述情况让我们觉得奇怪。一方面,情况反映了某种对于对应的追寻,体现在Sab仅仅表示当一条链条不想(=不能)支撑住就会断掉,Cia坚称4吊不起E,因为“太重”,Pat说5不会断“因为它很硬”,因此牢固。但是,另一方面,我们未能观察到“如果x号砝码不能被稍微吊起一点,那比x更重的y就更不能做到”或者“如果x号链条足够坚硬和强硬可以吊起y,那么它也可以再次吊起比y更轻的砝码”的判断。原因并非简单地是因为相同颜色之间对应关系让被试相信了这样的事实,即只有一根链条(例如3)和一个砝码匹配,因此,在C条件下,2号链条就会断裂,因为“它不是(C)对应的那一个”(Cia)。被试还产生了另一种观点,即当某动作具有一定难度时,是既可能成功也可能失败的。例如Pat发现2′和2具有同一性,但是2在和C做实验的时候会失败的前提下,他却表示2′“可能不会断”。另一方面,若用第五章的例子来说,棍穿过和不能穿过洞口就是一组对立面。被试在解释“自己断掉”(大概是个偶然)这一结果时,使用了“不能支撑”,尤其是“不能吊起”或者是“不能提起”之类的表述。被试更是偏向于做出积极预测(大概2/3的时候认为能够“支撑”或者“吊起”,剩下的1/3认为会断裂)。在观察到3号链条所遭遇的多种限制之后,Pat仍然认为2号链条可以吊起所有砝码。无论如何,在第一阶段的认知实验中,任何的系列传递性很明显都不存在。

第二阶段中,尽管被试已经进入了确证的概括化阶段,却仍然没有将效果系列化。被试体现出了两种趋势:一个涉及邻接关系,促使被试认为对于同一根链条而言,在某一个砝码上观察到的效果会在下一个砝码上重现,而两个砝码有微小差异;另一个涉及分离或拆分关系,当与验证结果差距扩大时,相反被试会趋于颠倒属性。

Eva(3;6) 下了这样一个结论:2吊得起C和D(两者相邻)但是吊不起B。由此证明,是2支撑了B。我们可以认为这是对E>D且>C该序列化系列的正确反应。但在看到2再度吊起A时,她判断2同样可以吊起B和C,除了D不行(这一崭新的半系列尤为显眼)。她认为2遇到E的时候不会断裂,换言之,即

足以吊起D，因为E号砝码离A号更远。

Gen(3;8) 则发觉对于1号链条来说，B号砝码已经过重。与此同时，他还正确地判断出若是遇上D，1号链条也会断裂。但他又认为遇到E的时候便"可行"，相当于离A更远的一个砝码。主体的这一表现若说是偶然性的，也未免太过频繁了。

Lui(4;8) 观察到3号链条吊得起来B和C，并正确预测到遇到D时3号会断裂，但他与Eva、Gen一样，坚持遇到E时3号能"吊起来"："(实地验证后)为什么？——这行不通。"

Nic(4;5) 将砝码系列化对他来说并不困难，他承认1号链条是最脆弱的，而3号和5号同属最强力链条之列。在验证了5号链条足以吊起C之后，他得出结论，3号"能够吊起(E)"，随后他在5号链条和C的问题上又改变了主意："这组效果不会好，因为(C)小了。——那么链子断了？——没有，因为它足够强，但是应该把它和E放一起。"

Fab(5;6) 就这个问题做出了正确的判断，C号立方体比B要重，而3号吊得起C。但他却由此总结出3号链条既吊不起B("它会断裂")也吊不起D(他拿起链条然后预测它会"断裂")，相反可以吊起A("抬高")和E("不会断")！因此，距离的远近形成了对称，替代了系列化(参见第二章§1)。之后Fab向系列化接近(5吊不起E，同样还有D、C、B和A)，从第三阶段开始，他明显偏向于"吊得起来"这一表述：3′和3是一致的，遇到D的时候会断裂，但是3′"是会裂开，但不是自己裂开的！"

可以看到，在用相邻砝码和差距变大的砝码进行试探时，被试未能实现系列化和传递性，直到Fab有了对称概念时才有了一丝希望；在尝试过程中，Nic的对称性认识是错误的。他认为如果一条脆弱的链条支撑不起一个重的砝码，反过来，一条强力的链条(5号)也不适合一个轻的砝码(A)；或者更过分的是，如果5吊起C，那么3就能够吊起E！尽管有些错误，他的反应仍然体现了两方面的进步。一方面，如果被试证明了会断裂，并且预测遇到邻近的砝码时它也是一样的情况，被试会建立起一种局部的传递性，但也只是暂时的。因为这种传递性在实验证实正确之后，不会持久地保持。而从7岁开始，被试就会实现传递性的概括化。另一方面，选择两个差距较远的砝码或链条进行尝试，可能对被试系列化的预备产生了作用。

§2 第三阶段和第四阶段

在第三阶段，通过反复测验我们得到了这一结论：系列化的对应允许被试预测和解释“能够吊起”这一现象，但反之便不尽然。

Cla(4;4) 通过实验让4号链条再度吊起D，并由此得出结论，即它同样应付得了C、B和A，“因为它们更轻”。但是根据从前一个层次继承下来的反应，若是用几个相距较远的砝码来实验，像是2遇到C和D的时候会断，而遇到E的时候则能撑得住。

Sam(5;6) 证明了4再度吊起D，并预测这对C和B来说是同样的情况，“因为更轻。——那么A呢？——更是这样了。”因为已经证实了2和B，所以A同样会被吊起，但因只证明过2遇到E会断，所以2被视作可以吊起C和D。

Oli(5;6) 能够以5、4、3、2、1的顺序分别将链条和砝码按强度和重量排序，但是他认为已经证实可以吊起D的4在遇到E的时候不会断。换言之，它能撑得起D—A，因为它们轻。

Flo(6;6) 同样说5号链条比4号更强力，然后是3号，“因为我看到了它的中心纸链节更脆弱”。最后是2和1。这是将对应的砝码(E—A)放到链条上得出的结论。她总结出4号可以吊起C、B以及A，但是不能吊起E，“因为E比其他的都重。——那么5号链条吊得起哪一个呢？——所有的砝码”。尽管如此，2还是能够吊起A、C以及B：“那么D呢？——不行。——但是2能吊起C？——是的。——它最适合哪个砝码呢？——B。——它能吊起C吗？——是的。”

在这一层次，被试意识到链条不仅能吊起对应的砝码，同时还有所有比对应砝码更轻的砝码。尽管如此，被试却不能意识到另一件事：链条遇到更重砝码时会断裂。虽然在测验前我们已明确提到链条强度是刚好足以吊起对应颜色的砝码。在前几个阶段，被试预测“可以吊起”比“断裂”的次数更多。而到了第三阶段，他们解释了自己的选择：“更轻”的话就能吊起来，“更重”的话就会断裂。换言之，传递性显得必要了起来，链条存在着一个可以支撑住的临界点，但一旦超过这个临界点，就会可能因为“断裂”作为“吊得起”的反义词来说不够准确，而使得传递性受到了影响。

第四阶段，被试在两方面进行了明确的推理后反应，体现了互反性。

Ude(6;3) 验证了5可以吊起E：“如果对这个适用的话，那么对一切都适用。”并且注意到2遇到C的时候会断裂，她由此做出推论：“因为(D)更重，所以它也会自行断裂。——那么哪根能吊起来(A)？——所有的链条。”

Col(7;0) 可以吊起C的3也能吊得起来B和A,"因为它们更轻";但是D就不行了,"因为更重",E也不行,"因为它还更重。——那1撑得起什么呢?——除了A都不行,因为其他的都比A重"。

Tro(7;6) 表示5可以吊起E、D等。"因为5是最强力的链条。它能吊起来所有砝码。"

那么如何让被试形成吊起与断裂之间的拮抗关系呢?如何让被试意识到存在某一个精确的临界点,超过该点后的砝码的重量就超出了(链条)承受力的限度?不过,参考一下重量概念的演变过程,可以猜到这一问题与方向相关:一旦被试认为砝码的重量会将链条向底部拉伸,也就形成了与"吊起"相反的准确概念。我们重新回到构成的问题上。

此时的研究活动与第五章(第一阶段)至少有三点不同。第一,在一开始,本实验就给出了砝码和"刚好足够"吊起砝码的链条之间存在的对应关系,而棍与洞的关系则要依靠被试的自我建造。第二,预估受力情况,接着吊起,这一套动作比起判断一根棍能不能穿过洞来说,对被试的要求更高。因此,被试就更容易在本实验中达成多项映射思维。第三,在重力的物理作用下,方向具有一定的影响,而在容器和内装物的关系中则是缺失的。更有趣的是,我们发现了正是在7—8岁这一阶段(还有很多6岁的案例),被试从两个可能的方面进行思考,迅速从系列化对应中推断出多项映射并加以概括化。

这一相同倾向的原因很明显,若将要建立的对应依赖于显然不同的可观察现象,那么在两种情况下,对应准备的转变与最终引导它们的转变是相同的:双重意义的路径之间存在的递归性、传递性与互反性。重提这一点并无意义。

接着,被试接到了这样一个提问:如果将两或三根链条按照顺序连接在一起,再挂上一或两个砝码,会发生什么?在这种情况下,儿童没有发现决定整根链条的承重力的是最脆弱的那一根,而是期待这些合并的链条能够增强它们的能力,好像两根链条呈平行状,可以同时受力一般。不得不说该问题比之前的更为复杂,解决过程也更慢一些。

链条x通过和链条y绑定获得延长,拉着的是B号砝码。孩子首先想到的是$x+y$形成了一个整体向上拉伸,只有B号砝码向下拉伸。诚然x把y拉向高处,但因y同时和B绑定,实际上y受到了B和x的双重作用,B将它拉向低处,而x将y+B吊起。因此很明显,决定承重力与$x+y$的拉力的是最脆弱的那根链条。但是,被试若要理解这一点,还需考虑涉及力的方向问题,而不仅仅是承重力与砝码之间的对应关系。

§3 第一阶段和第二阶段

在第一阶段,挂在延长链条的砝码毫不稳定,甚至相连接的是两根相同链条时也是

一样。其他情况中,主体往往只信赖构成链条中的某一根。

Col(4;5) 面对5+5这一连接组合时表示:"它们集合了两个力量。——那么(3+3)遇到(E)呢?——砝码重了,会断……不,不会断(验证后)。——为什么改了?——我之前不太理智。——5+1遇到C呢?——不会断。——你怎么知道?——……"

Qig(4;8) 尽管已经证实了2+5遇上D会断裂,他仍然认为5+2组合(5在下)会吊起所有的砝码,2+2也是一样。虽然他验证了2+2遇到E、D、C的时候会断裂,但是还是认为可以吊得起所有砝码。

Rog(4;6) 提议说用5+3试试看E,接着又说如果是3的话,仅仅是E就能会让它断裂,但是遇到5+3的话,就不会断了。相反,他承认3+3也承受得了E。

Cat(5;0) 想到3+1吊不起E,但是1+3能吊起C或A。

被试承认在某一个时刻,两条链条绑在一起比一条链条更有力。这不是从狭义上来陈述的数量上的可加性,除非复制的是相同链条(5+5的情况下,Col也说"它们集合了两个力量",参照Qig的2+2和Rog的3+3),但是这是集合在一起的结果。可以看到,Cat认为1+3可以吊起E。更加确切地说,存在包含形式的满射关系的元素集合,集合后的能力超越了整体里各组成部分的能力。

接下来的阶段里(要明确一点的是,目前的阶段与第一节的阶段在细节上并不对应),集合的效果不再全面,但因为链条和相同颜色的砝码之间存在双射,故$x+y$拥有双重的能力,x吊起一个,y吊起另一个。

Sam(5;6) 和第一阶段开始时一样:"3+3吊起什么?——那个(E)。——也就是所有的砝码吗?——是的。——你还记得拿着3的时候你只能吊起A、B和C?——是啊。——那如果是3+3呢?——所有的啊,因为3+3是最大的了,大于3。——5没有3+3强咯?——这两者都是一样的。——3+3+3呢?——也是一样啊,但是这个(3+3+3)能够拉得更高。"

Fab(5;6) 同样认为3+3"比3要强",3+3+3还要"更加强。——2+4呢?——能够吊起D和B,因为2承受得起B,4承受得起D。——那C呢?——嗯……不能(不存在对应,也没有传递性)。——2+5能提起从E到A的砝码。(验证)断了!——2′+5会断吗?——不"。"最后2+5和3+4是一样的。——什么情况下2+5可能不断呢?——遇到B和E的时候。——3+4呢?——这个D还有那个C。"

但是从这些双射出发,根据位置的不同会有些区别(非可交换性),在砝码和位于下方的链条的承重力之间建立了对应。

Cor(7;0) 想到1+4可以承受A、B、C、D,双射1→A和4→D促生一种更为强力的准则。尝试证明会断裂后,他认为若换成4+1就可以承受,"因为4在下"。

最后特别还要提到一点，在已有的年龄段，砝码和合成链条间的对应关系导致了(可能有其他原因的作用)第四级的假想，假象有关链条之间的具体相互作用。

Pac(5;4) 5+4“比5强，因为它更长”……“5和4是强硬的。——谁更强硬？——协助另一个变得更强硬的是5”。4+3“受得住(D)，因为4协助了3”。

总体来说，和之前滥用满射相反，这一阶段被试考虑的是以$x+y$形式组合的链条与需吊起砝码之间的双射。被试对链条组合区分对待，过渡到了下一个阶段。链条的效力在内部就遭到了区分，最脆弱的链条如果遇到不相匹配的砝码就会断裂。

§4 第三阶段到第五阶段

第三阶段(7—8岁，从6岁6个月开始)主体的回答表现得合情合理，但直到第五阶段，被试才学会考虑方向因素，从而做出更合理的判断。

Kar(6;6) “如果我把2+2放在一起，它的承受力会比单独一个2强吗？——(能吊起)这个(A)和这个(B)。——其他的呢？——就这两个，因为其他的重了。——1+3呢？——这个(A)。——还有吗？——没了，因为1会断裂。——但是还有3呀，它帮不上忙吗？——不，因为1已经会断了。——5+4呢？——所有的，因为5能受得住E，而4受得住D。(退回第二阶段)不，因为4会因为E而断裂。——如果是其他更强的链条呢？——一样会断的。”

Flo(6;6) 对于1+2表示：“A呀，因为那个(1)脆弱，而那个(2)更弱：应该放上(A)。——B呢？——不；(省略)。至于2+4、5+1、4+2、3+3和1+5，哪条最强？——5+1。——为什么？——不，我弄错了：是3+3最强。——那4+2比5+1强。——因为4+2里没有1啊。”

Nat(7;5) 对1和2、4、5组合时表示：“只有A可以吧，其他四个应该会断。——但要是把这几个都组合在一起呢？——还是会断。(因为有1)——3+2呢？——只能A和B。——4+3呢？——C、B、A。”

Fra(7;9) 一样的反应。“但要是两条链条组合在一起，会变成一条更强的链条吗？——不，还是一样的。——那么断的总是那根最弱的链条。——为了吊起D，我们找得到一个别的东西和3组合吗？——找不到。”

这些回答是合情合理的，但正如前文所述，这只是双射概括化后的结果。双射概括化让孩子们明白，如果链条中最弱的那条无法承受起某一个重量，它就算和其他的组合在一起也不能阻止“一样会断的”的结果(Kar、Nat)。双射之简单还体现在，如果我们将两砝码(P+Q)，而不再是单独的一个砝码与两条链条($x+y$)对应，就会惊讶地看到被试又会退回第二阶段。

Rog(8;11) 考虑到最弱的那条链条,"因为应该拿来那条仅凭一己之力就能承受"指定重量的链条。但是对于A+B的组合来说,2+2双重组合链条就够用了,因为"2能够承受,同样另外一个2也是一样",因此一个负责A,另一个负责B。随后罗格否认D+B比E重,D+C也是一样,最后提出因为D+C+B+A=E,所以4+3+2+1=5。Rog的错误就在于仅仅是简单相加,如果这些错误不是出于对链条和组合元素之间双射的关注,就不可理解了。

Xyz(8岁) 表示(2+3)遇到C会断裂,原因就在于2,但是能受得住(B+C),"因为B有2,C有3"。同样他在意识到错误后,想到3+3可以承受住B+C(一根3对应B,第二根3对应C)。

接下来的第四阶段(9—10岁,个别是8岁)和第三阶段相比,似乎标志了一个后退。但这是一个物理学问题的普遍现象,和该年龄段紧密联系,实际上促成了一种进步。儿童会自行提出一些有活力的新问题。现在所要做的,就是向被试详细说明相连链条之间的相互作用,链条之间可能是相互辅助,也可能是加固彼此,等等。

Gle(8;4) 从第三阶段开始,对话如下:"1+3遇到B呢?——我觉得会断,最好还是拿这个去吊A吧。——那么4+5遇到E呢?——应该会断吧,因为4和D是一对啊。——你自己觉得呢?——我觉得吧,4+5组合加倍了原来的牢固性。"

在接下来被试的回答中,强的那个元素"不停地"增强弱的那个元素的承重力。

Ama(9;0) "4+2比3+2强。可能它能受得住D;4在承重方面更出色一点。"

Tri(9;10) 4+1吊得起所有,从A到E,"因为加上1就囊括了全部了。它变得很强:它能受得住所有的"。

Gra(9;3) 同样认为5+1吊起"所有的重量,因为1负责A,5负责E"。

Sop(9;6) 4+2承受得了D、C、B和A,"因为两条链条的力量集合在一起就有更多的力量来提起一个重量"。

Iva(9;0) 4+4比只有4一个要强,"因为当一个断了,还有一个4在呢"。4+4+4的话就更强了,"一个松开了,还有两个在呢",3+4"比3+3要强,等等",一组链条中较强的那条"辅助"了另一条。

Lip(10;3) 和Iva一样想到4没有4+4,更没有4+4+4强。

我们可以看到,被试关注了动态的相互作用,导致在针对($x+x$)双重模式的回答中,回归了第一层次的套路。但是我们同样注意到,这些概念和同一年龄段中力量构成概念有相似之处,由于缺少方向构成(向量),平行四边形的准则尚未被发现,力量之间的作用还局限于"互相辅助"的层面上,等等。

不过让被试考虑到方向因素明显是有必要的,因为它能够保证在第四阶段回答的正确性。虽然第四阶段与第三阶段的回答似乎是一致的,但我们可以保证被试会对首

尾相接与平行粿合的组合链条进行频繁比较。

Ili(9;8) 首先提出了类似观点,他没有像第三阶段那样回答(例如4+2既不能支撑D也不能支撑C,"因为2比4要弱,所以可能断裂"),相反克服了附加上另一砝码后认知的困难:他认为A+B可能不能被2+1吊起,"因为1支撑得了A,但B就不行了:它会断掉"。4+2对于A+B来说也是一样,"2断,只有4能够,A+B=D(他想说<D)……2无论如何都会断"。

Val(10;3) 5+2不能支撑C:"只有一条(链条)在另一条的一侧(呈平行状态)才不一样。"

Hug(10;4) 2+2遇到C会断。这个组合只能支撑A和B。"你确定?——完全确定。——为什么C就不行。——如果我们把一条放在另一条的一侧(平行状态),可能挺好的,但是如果我们把它们拼成一条直线(相接状态),就和2一样了。——一条不辅助另外一条?——是的。"

Dan(11;11) 是一样的反应:"如果我们把它们弄成平行状态,我们可能认为比一条直线的情况要好。"

Tik(12;5) "2+2遇上A+B?——一条直线的情况可能不行吧,但是一条在另一条一侧(平行),就能够吊起来了。"

And(12;6) 比较了4+2和5+1:"4+2更强力。只要比较2和1,4、5不需要管。只要小的那条断了(更弱的那条链条),就结束了!应该把4和2放一起(平行),但是像现在这样(相接),会断的。"

由上可见,被试坚持想要表达出一个观点,链条若是相接便不会导致力量的叠加,但若是呈平行状态粿合,情况便会不同,即便挂上相同的砝码,也会迎来与之前不同的结局。不过,所有这些话都是自发的,被试没有明确表达过比较的意愿。对于这些被试来说,不再有第四阶段中"共进退",且向上拉伸的$(x+y)$序列了(Tri),有的只是拉向低处悬挂着的砝码:$(x+y)$这一连串中的每一节都变成了两个相反方向动作的中心部位,一条凌驾在另一条上的成功只取决于链条自身的承重力,而另一条就如And所言,"没什么可关心的",他简述过属于那条较弱链条的法则:"只要小的那条断了,就结束了!"

§5 结　论

上述反应的关键就在于,被试设想出来指引其对应研究的某种假设扮演了何等角色。这是一种复杂的物理现象,而非前面的章节中所涉及的仅仅只是空间关系。因此应该从对应和转化间关系的角度,检验这些假设的本质。

但是在物理学知识的领域,我们应该区分两种转化:一种是把被试本身作为信息来

源和中心部位，被试的动作局限于发现或者证实，另一种来源于客观转化中被试借助经验实现的操作性重建。不过，在仅凭某个重建被试就能够理解转化并挖掘出原因的情况下，在重建前，客观转化对于被试而言，不考虑它们自身的阐释的话，仍然是简单变化或可观察到的共同变化。有效转化和对应建立了联系，同时该类转化也是被试在可观察数据的基础上重建出的。但还有一点需要明确，那就是独立变化的客观转化与第一批对应建立之间的关系。

从这一角度来说，需要区分本质合法的假设（只是假设在变化及观察到或认为可能的对应中存在规律）和因果的或是说明性的假设（旨在对转化的重建，对应可能构成必然性结果）。在第一阶段，被试预计3+3连接组合比3号链条要强力，或者说按照双射，4+2吊得起D和B。被试仅仅预测（合法的）规律，根据的是先前的联系或者对应，他们假设这些联系或者对应是通用的，但是没有从因果角度对相关机制做出解释。相反第四阶段中，被试想到连接链条加强了牢固性，“聚集了两股力量”或是允许一条链条去“辅助”另外一条，他试图去做出解释，尽管并不正确；在第五阶段，儿童终于明白，连接链条不能生成链条间的相互作用，而将链子平行放置在一起效果就会不同。儿童的假设来自推论，而非仅仅是先前的尝试证明。

那么第一种类型的假设本质上就在于待发现函数（作为共同变化和对应）的合理性，而说明性的假设的目标更远，旨在通过推论达到转化，转化以必然性结果为名义决定了对应。在第一种情况中，变化的转化与对应紧密相关，它引发对应的同时也是对应的结果，无论是被事实证伪抑或证实。与此同时，在第二种情况下，尽管有效转化是由对应所准备（对应在特殊情况下和方向相关），却也存在于演绎运算的层面上。

但应该明白，说明性假设与非说明性假设之间的这一区别与提问过程中反应的演变相关。和其他情况下不同，我们不能仅仅归因于观察者，还要注意到被试[①]；证据就是，在第五阶段，10—12岁的主体精确反驳了在前几阶段颇为明显的无根据假设：当我们向他们提问的时候，他们区分出了附加性、非可交换性和链条间互助而产生的补偿作用，等等，同时他们还将所有因素当作是虚幻的。相反，对年纪最小的主体来说，这些假设似乎是解释性的。从这一点来说，在最初阶段，当事实推翻了假设时，他们没有放弃，但他们找到了更加不矛盾的妥协方式。接着他们为每一种特定情况设想了解释，这些解释组成了已预测对应的“理由”，但是在最后一个阶段将发生改变：如果3+3比3更加有抵抗力，那就是它集成了“两个力量”[Col（4；5）]；如果链条的顺序并非可交换的，那就是下方的链条“支撑”住了重量，而不是上方的那条；如果4+2既能吊起D，也能吊起B，那么4也就足以吊起D；如果4+1同样吊得起E，那么4+1=5和E相对应；如果4+2适用于C，那就是4“辅助”了2，这是补偿作用的结果，或者是平均后的结果，或者其他。

---

① 参见第三章末尾。

不过,从第五阶段的观点来看(不仅仅是观察者的观点!),转化仍然是无效的,且只有在我们的语言中是假定的共同变化,但是在某种意义上为最终达到的实际改变做了准备。要么被试完成了转化的局部系统(像是在第三阶段,当两条链条吊起唯一的砝码,而不再是同时吊起两个),要么观察到的对应证伪了预先设想的共同变化,这仍然需要我们的深入探讨。

总而言之,可以说任何被证实的函数都在为有效转化做准备,因为如果$b=f(a)$,在b的值和a的值之间证实的双射对应就设想了一种依赖关系(特殊情况下,一连串链条的承重力独独取决于最弱那根的承重力),因此,或早或迟必然会产生对这一依赖关系原因的研究。与此同时,连带产生了一个有效转化的系统和以必然性结果为名义构想出的同态:"只要(充分必要条件)小的那条断了,就结束了!"

第七章 交集中的对应和转化

合作者:Cl. 沃尔兰

本章要讨论的在所谓操作性“转化”和“转化”组合之间存在着的不同与同一的关系问题:如果A_1和A_2两个分类有一个共同部分A_1A_2,一方面来说,这是在A_1A_2(或者是在集合$A_1 \cup A_2$)和分类A_1、A_2之间存在多向映射(1对多的对应关系),但是同时也相应地,A_1和A_2存在$A_1 \cup A_2$形式的满射。于是我们可以思考一下,建立此类对应之间的互反性是否满足理解交集的需要,或者是否应该增加外延性的分类运算。在后一种情况下,应该确定对应的互反性在多大程度上形成分类运算,或者,相反,应该确定分类运算对于制定对应来说是否必要。如果我们坚持对应和转化的初始二元性,正如本书的情况,假设二者的结合只是渐进的,且只会在一个终极层次上完成,我们将承认,以上问题就是必须讨论的。准确来说,这个终极层次上,交集被当作运算的组合来理解。

材料及方法。——在所有情况中,我们所设置的情境都包括最少量的子集合:A_1非-A_2、A_2非-A_1和A_1A_2。不存在非-A_1非-A_2。虽然后者可能提供有用的指示,但是鉴于我们的测验报告中充斥着计数错误和同一性认知错误,诸如此类的客体无疑会严重扰乱被试的计数。我们选择了鸭子和其他动物作为测验的客体,它们在外形上形成对比,组成了操作实验和现代数学教育中习惯使用的素材。首先,我们想要规避来自学校教育的刻板回答。其次,我们知道用“动物”材料来测试儿童的困难(参见动物的内涵)。因而,我们让材料的属性突出,而缩小客体集合之间的词语差异,从而降低客体集合的显著性。

我们向实验被试呈现以下三种条件,分别是条件1—3:

	A_1	A_1A_2	A_2
1.	3只非蓝色的鸭子	3只蓝鸭子	2只蓝色非鸭子
2.	1只非白色的鸭子	3只白鸭子	4只白色非鸭子
3.	1只蓝鸭子	1只白鸭子	1只白母鸡

为了解决提出的问题,我们首先让被试对素材中的所有元素进行同一性辨认,然后向他提问:“在你面前(例如条件1),蓝色动物更多还是鸭子更多?”(这里是5只和6只)无论他如何回答,我们都会要求他予以解释,目的在于检测他从A_1和A_2到组成元素的多

项映射。之前就双射的分析已通过间接途径开始着手。在被试数过所有的A_1后，我们在纸上写下他发现的数量（这里是6只），然后对A_2做同样的事情（记下5只）。在此之后，我们藏起素材，然后询问他纸箱中有多少客体：基本上，年幼的被试们都回答11，因为5+6=11。于是我们拿掉遮挡的纸片，再问："这里所有东西我数过是8，如果我把那里的5只蓝色的动物和同样在那里的6只鸭子放在一起，为什么是11而不是8呢？"不过经常没有必要提问，因为通常被试都会发现这一显而易见的矛盾，他们会自己提出问题。

询问的最后，我们经常会就另一个素材提出一个包含关系的数量问题：如果$A \subset B$，那么$A<B$，因为$B=A+A'$。

§1 第一阶段

长期以来，我们知道，在前运算的层次上，儿童对包含了交集的分类的反应，就是把所有的东西放在同一个集合里，他不知道如何将集合切割开，而只是将A_1和A_2二元对应，没有考虑到两个子集存在一个公共的部分。因此在这些情况下，满射和多项映射与分类形成对比，但由于缺少子集A_1、A_2，所以是不完整的。回顾这些事实是无用的，但是在分离的子集占很大优势的背景下，这对进入子集的第一层次是有指导意义的。

Ald（7；0） 2cB、2cJ、1piB[①]。首先他成功认识了包含关系（最后的问题上，他会说白鸭子比鸭子多，白鸭子有6只，鸭子有9只）："兽类比鸭子要多：5比4要多。"但就"蓝色兽类更多还是鸭子更多"的问题上，他仍然保持在非的状态中："蓝色兽更多：那里有3只。（只展示了黄鸭子）有2只。"情境3：1coBc，1cBc，1cB："你面前还有什么？是鸭子呢还是白色兽呢？——鸭子，因为鸭子有两只，那里还有一只公鸡（再次非）。——多少白色的呢？——2只白色的和一只蓝色的。——一共呢？——3只兽。——（写上2+1=3）——一会儿，两只鸭子：2只鸭子+2只白色兽还是等于3只吗？——不……因为2只鸭子和2只白色的等于4只。——4只什么？——2只鸭子和1只公鸡（就有3只了），但是2只鸭子和2只白色鸭子是4只。——4只什么？——4只兽。——在我们面前有4只？——不，是3只……加上公鸡就是4只了。——我只看见3只。——因为有2只白色的和2只鸭子。——你能更好地解释一下吗？——那个（白色鸭子），它既指2只鸭子又指2只白色的。它指代了两件事。——为什么？——这是一只鸭子且它是白色的。"但是，一旦多出一个白母鸡，他就会再次坠入"非"中。

① B=蓝色、J=黄色、Bl=白色、c=鸭子、po=母鸡、co=公鸡、hi=燕子、pi=鸽子。

Yva(7;8) 面对2cBl、1cJ、3cB、1piB+1hiB时一开始做出了同样的“非”的反应，在这里他看到了更多的蓝色动物。“是什么动物？——鸭子。”过了一会儿，我们又向他提出描述更简易的问题：“你没把这只蓝色鸭子计算在鸭子里或者在蓝色动物里？——在……在……鸭子里，同样也在那些(非蓝色鸭子)里，我把它们计算在鸭子中。某些时候能算在鸭子里，其他时候算在蓝色动物里。——两种里有哪一种比另外一种正确吗？——不，这是正确的：有两只蓝色动物(鸽子和燕子！)以及几只鸭子。——鸭子更多还是蓝色动物更多？——鸭子更多：蓝色动物有两只。”尽管之前存在满射和多项映射，伊瓦还是注意到了交集。在情境Ⅲ中(1poBl、1cBl与1CB)，有3只动物，但是在如下问题中他是这样作答的：“2只鸭子和2只动物等于多少？——2+2是4，但是如果再加1的话是4。——这话怎么说？——2+2是完美的4。再加1，就是4。——是鸭子更多还是蓝色鸭子更多？——鸭子更多。有2只鸭子以及1只母鸡。”

Ana(8;6) 还停留在“非”中。她是这么看待情境Ⅲ的：“如果说是2只白色的和2只鸭子呢？——就是4。——为什么马上说是4而不是3呢？——因为如果拿来2只白色的……比如如果有3只鸭子，一样也是4(她补充道)。”

这些被试未能触及交集，虽然Ald向交集有所靠近，但维持的时间很短。在缺少帮助的情况下，他们没有解决(除了Ald又一次正要解决问题，但是也只是那一瞬间)数量计算$A_1 \oplus A_2$(计算了两次共同元素)以及$A_1 \cup A_2$的扩张集($< A_1 \oplus A_2$))之间矛盾的问题。不过从对应的观点来说，他们达到了多项映射和满射。Ald第一个说：“它(白色鸭子)既指2只鸭子又指2只白色的，它指代了两件事。”因此他开始了1对2的对应；Yva，在容易回答的问题上声称“某些时候能算在鸭子里，其他时候算在蓝色动物里”。关于满射，Ald以“这是一只鸭子且它是白色的”来为之定义，与此同时，高层次的被试经常坚持要明确解释为“它同时是白色的和鸭子两个状态”。另一方面，Yva从外延集合的角度，把蓝鸭子算进鸭子中，在想过这些(非蓝色)之后，“我把它们计算在鸭子中。”因此在这些案例中就存在多对一的对应，根据定义来说，目的集合的任何一个元素是源集合的至少一个元素的象。相互的映射没有引发对交集持续的理解，该层次上是缺少了什么呢？

更加先进的被试表述的“同时”和Ald短暂肯定的表述之间形成了对比，又或在Yva短暂连续性的表述中透露出了点微妙：“在想过这些(非蓝色)之后”或是“某些时候……以及其他时候……”。因此被试似乎想到了产生对应的过程，而不是一次性组成全部的分类或是子分类。事实上，被试还停留在集合的层次上，甚至是Ald都没有达到对包含关系稳定的量化(在询问的最后，当9只鸭子中有6只白色的时候，在肯定了全都是鸭子之后，他说“白鸭子比鸭子更多”)。不过，为了建立起交集，他清楚应该通过协调“所有的”和“某些”以配置外延分类，此时对应只确定有1对1,1对多等等，数学家简单地把这些解释为“至少1”、“至多1”或者左边更详细(对于映射来说)，但是不包括“所有的”，在

含义上可以被解释为“每个”。

第二处线索显示了这一缺失的外延：为了将计数的结果和计算的结果相对等，主体提出单纯添加一个客体（“再加上1就成了4”）。当被试把对应引入客体间的时候，他忘记了这些客体所属的总体。相反，当问题在于定义集合之时（鸭子更多还是蓝色动物更多），被试忘记了素材的区别，且Yva回答说：“有两只蓝色动物”，排除了蓝色鸭子。交集中没有涉及运算加工，在与客体属性与类别属性的协调相一致时，才最终实现了分类运算的必然性条件。

§2 第二阶段

之前在“鸭子更多还是x更多”的问题上，被试受析取（运算）的主导而遭遇挫折，且只能进行不完全外延推理，尤其在$(A_1 \cup A_2) < (A_1 \oplus A_2)$这个问题上困难重重，这常常需要通过增加一个动物来解决。在现在的阶段，相反，被试解决了第一个问题，但是在第二个问题中，被试令人惊讶地返回了之前解决方案的讨论中。

Sil(7;9) 对于这第二个问题还停留在第一阶段，但是因为他关心明确表达在情境3中的扩张，在这一情境中，只有3个元素，他要指出：一开始他说“鸭子更多，因为有一只白母鸡和2只鸭子。——那个(cBc)你是把它和鸭子一起算还是和白色的一起算？——单纯回答白色的或者鸭子没什么用(=两个都对)……如果说‘白色的动物’，那么白色母鸡也在内，如果说‘所有的’鸭子，那么蓝色鸭子就算在内”。也就是说，对Sil而言，能够随心所欲地做一个或另一个对应，但是不一定能够明确表述“全部”“它在鸭子的集合里以及在白色的集合”里。

Vol(8;9) 则是一个此水平的典型案例。在情境1中，他做出了如下反应：“鸭子更多。——为什么？——6只鸭子啊。——那蓝色动物呢？——2只而不是5只！”藏起来后：“这下面有多少动物？——11。我把6和5加起来，等于11。——应该验证一下吗？——可以呀，但是很确定！(看着她数到8)——这个你怎么解释？——一直是8，刚才我说错了。我本该把6加2来得出8。——刚刚还是6和5吧？——不，因为之前就有8了。——但是6只鸭子和5只动物都好好地在那里吗？——啊！但是因为我把蓝色鸭子算入了蓝色动物里了……数了下有5只鸭子和6只蓝色动物，(其中部分)还是鸭子(她同时回忆起了多项映射和满射，有关这个她只相信一半)。——这在之前是对的吗？有权利这么做吗？——不。应该把这些鸭子(B)放在鸭子里。然后就是6c和2B。——那么把3cB和c放在一起，而不是放在B里？——是的，因为……(不)也可以把它们放在蓝色的里面。在那个时候，就是5B和3c。——不能把cB算在c里？——那么就有6了。——还

有B。——有2。——然后这个(蓝色鸭子)呢?——也是一样的,它们同时能算在两个里(她又回到了多项映射),因为它们既是蓝色的又是鸭子(相互的满射)。——那么我可以说6只鸭子和6只蓝色的鸟?——不。啊,这是对的……如果把它们算在B里的话。——当把它们放在蓝色的里面,它们就不算是鸭子了吗?——它们同时两者皆算。”但是到情境2,一切要重新开始。她从共同的部分出发,说:“能数它们(从一个方面),也可以不数——有偏好的某一种吗?——可能也应该把它们同时放在两个里面。”但是她继续犹豫,就像对应是一个可根据选择而改变的暂时的过程。

Lau(8;1) 也对共同部分做出了反应:“它们能够同时与两者相关吗?——不完全。——它们既是鸭子又是蓝色的让你感到困扰?——是的。”他提出换掉蓝色的鸭子:“有时鸭子更多,然后有时鸭子更少,这让我很困扰。可能应该把它们换下去,然后放上来别的颜色的。”

Lin(9;2) 提出了同样的暂时的可选过程,但最后还是走出来了:“如果这样弄(把cBl归为c),就有很多c了,然后再那样(归为Bl)就有很多Bl的了!”情景3只有三个元素:他时而看见更多的鸭子,时而看见更多的白色的:“但是(一个还是另一个)?——鸭子更多……还有更多的……啊!现在我懂了:这是一回事,2和2,这才对:两只鸭子一起(他把它们聚拢在一起),两只白色的一起(他也把它们聚拢),就是这样!”

Ser(9;8) 在情境1掩藏了客体的状态下,计算出5+6=11时相当惊讶,因为当他数的时候,他只发现了8个。但他最后懂了cB“组成了两个东西,一个是鸭子组,一个是蓝色组”。只有这个发现是如此不稳定,以至于他想了很久后才能在情境2中暂时性地达成[“它们是两者的一部分,就像之前:能(把它们)放到这里,然后替掉”],最终得到一个不可能的结论:“如果丢掉这个的话,可能有更多的鸭子,但是如果增加的话,就像它们也是白色的……那就既不能把它们放到这个里,也不能放到另一个里……”最后在情境3中,他找到了解决方法:“这是一个鸭子……然后它是白色的,这是两个属性。”

这些事实对研究对应和分类之间的关系有着启发意义。首先,它们让我们理解主体赋予了多项映射和满射什么样的清晰角色。两者中的前者更常见,可能是因为它表现得更加自由,承载了多种可能性,而不是具有强制性。比如对蓝色鸭子,每个被试都说:“它们能够”(Sil)算是蓝色或者算是鸭子,但是能够把它们去掉,“能数它们,也可以不数”(Vol);同样,不能完全(Lau)把它们同时放在这两个中,直到和Ser说的:“大概能(实际上),但是不能(能力上)。”相反,满射不再从蓝色鸭子出发,追随两根可能的箭头(C或B),而是从集合c(鸭子)和B(蓝色动物)出发、引导箭头射向同样的元素cB(“蓝色的刚刚还是鸭子的”,Vol;“这是一只鸭子以及它是白色的”,Ser)。在这种案例下,尤

其是"它们是蓝色的,它们是鸭子"这一表述,有对同一个客体的两个似乎是稳定的特性,而它们的联合体则是强制的。在Lau的表达中,最多能够把这两个性质的结合当作是"令人厌烦的",但是在另一处,当存在多项映射时,就不能自由地添加或去掉性质。

也就是说,多项映射在获得承认之前,提供了可能的并依次使用的联系的图形。当满射为之佐证时,在两根箭头的帮助下就能被接受,且变得稳定。如果是这样,我们看到交集的创建时,从对应到分类应该至少以三个条件为前提。第一,多项映射和满射共同操作,一个根据多样的变量(动物和颜色)在目的集合的方向中建立箭头,另一个在受到考虑的元素的特性上建立箭头,在这种情况下,方向是相反的:在同一客体中重新找到一个或两个("至少一个")相关的变量。

鉴于先前的事实,第二个条件同样是基础条件:停止把多项映射视为一种暂时的过程,同时箭头在某一种方向或是另一种方向中交替,用同时性或者更恰当地说是一种非暂时的地位代替连续的可能性。因此,也就是把两根箭头以及两个目标集合的属性视为必须"同时",就是说"共同"(如此便首先否认了刘和赛尔)。

这两个条件不满足,但是为了达成交集,引进超过对应的量化是必不可少的,但是是从新的机制中抽取出来的,这些机制就是分裂的操作机制。新的形式组建起来,就是转化,本质是对"某些"以及"全部"的划分。这是斯尔明确提出的,在把白色鸭子定位在"白色的"而不是在"鸭子"中之后,他明确表示:"如果说所有的鸭子",那么应该重视这个"所有",白色鸭子包括一个双重的属性。

§3 第三阶段

(5个)9岁的被试中有一个和所有的10岁被试一下子就解决了提出的问题,不再因为反常现象$(A_1 \cup A_2) < (A_1 \oplus A_2)$感到困惑,于是我们找了一些8—9岁(甚至还有一个7岁6个月的)的若干案例,案例中的被试都找到了解决方法(甚至大多是自觉地明确了两个属性的"同时"性),但是从第一、第二阶段开始,便又涉及了最初的析取(disjonction)。例子如下。

Ste(7;6) 开始于情境1中的析取,然后发现这里有6只而不是3只鸭子!他惊讶地发现有8个元素,但6+5=11,所以他想再增加一些来补上(第一层次)。但之后他又明白了交集的存在,明确地说(第三阶段)"它有两个属性,因为它既是白色的又是鸭子"。

Isa(8;6) 拥有和上述相同的演变过程,在第三阶段时,他表示有2个,之所以是2,是"因为这只鸭子,它是白色的,而同时它还是只鸭子"。

Den(8;2) 还是以析取状态开始,在情境1中他还保持着第二阶段的表

达:"cB,我们可以同样把它们算入鸭子中。"但是从情境2开始,他明确指出有4b和6Bl,"将白色鸭子同时算在白色动物和鸭子中"。

Cri(9;4) 对于情境1,还在第一阶段,在了解到在遮挡之下有8个元素之后,她没有找到原因,表示"可能应该是11:6+5是11"。但是在情境3,他面临了3和4之间的冲突,该冲突来自她把一只鸭子计算了两次,"因为它是鸭子,然后它是白色的",回到情境1,她使用交集建造了分类:"我把它们放在中间,因为是鸭子也是白色。"

至于完全的第三阶段的不受限制的案例,也没有更多的问题。

Jos(10;6) 情境2中她说道:"我们能计算它们两遍(cBl),因为一只白色鸭子是鸭子的一部分,然后也是其他白色动物的一部分。"

Jac(10;9) 对情境1表示:"鸭子更多:6只,然后是5只白色的鸟。"我们将它们藏起来后,他表示:将有11个元素,"因为6+5。呃!……等等!不,是8,因为数5只白色的时候,有3只是鸭子……它们是白色的,但同时也是鸭子"。

可以看到交集的三个条件都满足了。首先,满射和多项映射的协调是永恒的。第二,对应不再和暂时的交替相关,大部分被试甚至自发地坚持两个属性"同时"发挥作用这一事实。第三,建造的分类和子分类都是清楚的。

但是还要去明确分类运算和对应之间的关系,前者伴随着对所有的和某些的"划分",后者在服从之前就走在了它们前面。很明显,对应为它们的制定过程做了准备。因为,当一个分类的内容不是完全肯定(就像在对数字不同分类的案例中),但又由具体的客体组成的时候,被试制定分类时是以了解它们的特性为前提的,众属性有相似之处也有不同,被试通过事先比较组成了对应。一旦分类建成,我们就能通过必要的联系提取出对应,比如在分类中子分类的单射,这是很清楚的。但还要提出两个问题,一个是分类运算是抽象地从对应中提取出的还是包括了转化另一种性质的介入?第二个问题是在分类和对应之间的演变关系中,满射和多项映射之间是否一致,或者更广义上来说,两者之间的组合有没有构成转化?

从第二个问题开始,首先要注意的是,在相关的配合之外且在之前的事实中,我们找到了其他的构成。包含是单射,交集将两者组合在一起。当被试看到情境Ⅰ和Ⅱ之间的相似,会做出双射,在这种情况下,满射和双射的构成维持了前者,等等,但是两个本质的区别将转化与这些多样化的构成对立起来。第一个区别是多样化的组成没有孕育新的形式,而是仅仅维持之。在多项映射中只有颠覆性的满射,在离散域中(连续域与之相反,各部分没有被划定范围)这一互反性并不是问题,证据就在于,自第一等级开始,Ald在某一瞬间突然发现了多项映射,并一下子运用满射,"这是一只鸭子且它是白色的"为之证明。至于"映射"之间总体的构成,它们局限于维持源形式:"单射×单射=单射""满射×满射=满射"。对维持了一切的双射来说也是一样。第

二个不同在于运算的构成是必然性的，而在对应之间除了仍然维持了形式外，情况却并非如此，单射和满射以及反面的构成仍然是不确定的，能够提供的是三种可能的映射形式。

如果在现有结果中发挥了转化的作用的分类运算派生出了准备转化的对应，那么就应该区分形式和内容。首先必须注意，在算术结构中，分类群是最少形式化的，最接近本身的实际内容（包括交集的来源乘法群）。因此非常清楚一点是，它们的内容总是由预对应提供，而这一点也是我们反复说到的。而另一方面，也就是形式问题上，不能说是抽象地从预对应中提取而得，因为它引入了新的量化。诚然，一旦建立起对应，我们就能增加拓展问题，并且运用数字来代表它们，就像我们在目前的研究中做的那样。但是之前恰恰是出于从对应过渡到对分类的考虑。不过，把两个分类合并成一个嵌套分类 $A+A'=B$ 必然包含了一个相反的运算 $B-A'=A$，与此同时，当第二阶段的被试提出一个多项映射时，他的目的就在于随后再将其解锁（我们能把它们和……放在一起，或者我们能拿掉它们）。这是因为他还没有控制这个多项映射，他诉诸于集合的前运算，对于这些前运算，我们能够以普通的可能性的名义，随心所欲地组建或者分解它们；至于第三阶段的满射和多项映射，将两者比较后会发现，它们是互反的，但是不包括“反面”或者否定，只是在成为自身的内容之前，就被迫成为分类运算的内容，而分类运算是在一个更高的级别建成的。

第八章 对应与关系

合作者：A. 卡米洛夫-史密斯与 J. -P. 布隆卡特

在前面的章节中，我们已经就对应和分类之间的关系展开过讨论。由于差异问题的存在，对应和关系之间的关系要更加复杂。实际上，按照分类属性的不同（鱼和鸟的差别在于是否拥有鳍）和数量特征上不同（3-2=1），还是体现在关系上的不同（x 和 a 较 b 来说更加不同）[①]，差异表现出了双重性质。在第一种情况下，差异在运算过程中和否定相联系（$A=B-A'$），在对应方面，差异通过非双射的映射表现出来。但是，作为关系，差异的关系也会引发对应吗？诚然，我们可以说，正如 B 和 A 不同，D 和 C 也是不同的，但是在这种情况下，对应将平衡引入差异，这也许是一种必然。我们还可以将递增的差异设置为对应，或者，在迭代差异（就如常见序列）的情况下，将元素排列和差异连接起来，不是最小的差异（而是更大大小上的差异）。最后，我们可以并且将会简单地询问被试有多少差异（大小、颜色等等，包括属性和数量两个方面）。因为任何客体都和另一个有着或多或少的差别，完全的无差异即归于同一。差异若是没有被分配到属性上也没有被量化，便是不确定的。但是，差异是否就此和相似形成了对比？在这一过程中，相应的对应和运算和前运算转换担任了什么角色呢？我们会再度看到先前有关分类的内容吗？情境会不会更加复杂？这就是本章要讨论的问题。

我们使用了三个系列的白色方形卡片作为素材，卡片的边框为红色，卡片上有1—5个红色小圆点。A 系列体现出了一种平衡关系，每张卡片上只有唯一的一个红色圆点；还有反对称关系，卡片大小从 A_1 到 A_5 依次增长（等差）。B 系列同样包括平衡关系，体现在正方形的大小相等，以及反对称关系上，卡片上的红点数量从 B_1 到 B_5 依次增长，从1个到5个。C 系列不包括任何的平衡关系，卡片的大小如 A 系列一样，从 C_1 到 C_5 不断增长，但是卡片上的红点分别有2、4、3、1和3个（其中 C_3 和 C_5 都是3个红点）。三个系列间允许某种形式的交换：例如 A_3 和 C_3 尺寸相同，因为它们所属的两个系列有着相同的尺寸组合的规则；C_2 和 B_4 每张都有4个圆点，但是没有相同的系列组合的规则。另外，我们还准备了6张备用卡片：比 A_1 小的 X_1，红色，有一个圆；比 A_1 稍稍要大的 X_2，红色且有一

① 本语境中形容词（A 和 B 是不同的）和名词（A 和 B 的不同）之间存在区别，前者表示一种联系，后者是质或量的差异。

个圆点；X_3和B_3类似，但是绿色的；$X_4=B_4$，但是蓝色的；X_5和B系列的尺寸相同，但是没有红圆点；带9个红圆点的大三角形X_6。

首先，被试所面临的问题就在于相似和差异。我们向被试展示了某一张卡片（通常是B_3），然后询问他哪一张与之最为相似，随后请被试再说出一张和它相似的卡片，等等，直到被试确定不再有这样的卡片。我们再从B_3（或者其他一张卡片）出发，询问哪些卡片和这一张有一处、两处或者三处的不同。

随后，我们将三排白色的大纸盒放在孩子面前，内有目前为止随意排列的A、B、C三个系列的15张卡片，请他尽可能以最好的方式把这些卡片放进纸盒。我们一次性只排出5个纸盒，按A、B、C的顺序开始。被试必须解释他这样分配的理由，如果可能的话，还要总结出他所排列出结果的组合规则，明确它们是否相同或者彼此存在怎样的不同之处。

最后，在遵守之前规则的前提下，我们制作了卡片A_6和A_0，前者放在A_5之后，后者放在A_1之前。然后对B和C系列也进行了同样的操作。就替代问题我们向被试提问，卡片是否可以在系列间进行交换？可以是为什么，不可以又是为什么，以及在没有调整整体序列的情况下，备用卡片X_1—X_6是否能够插入进去？

自然，每一个问题都引发了我们和被试的讨论。讨论是为了确保被试回答的稳定以及回答的各部分之间的一致性。

§1 相似与差异：第一阶段

我们只将在章节1—3中检测相应的关系，暂且还不涉及多样化的客体排列方式。初始反应的例子如下（针对4—5岁）。

Oli（4;7） “和那张（B_3）最像的是哪张卡片？——他提供了B_4，和B_3的大小相同但是上面有4个红圆点，B_3上只有3个。——它是最像的吗？——他提供了X_3，绿色。——现在呢？——A_3和B_3大小相同。——现在（C_3=id.）——还有吗？——是的（B_2）。——还有？（B_1，具有相同的大小）——大概相似的呢？——C_5更大，还有同样更大的C_4，A_4，最后还有蓝色的X_4。——还有没有了呢？——C_2、A_2、X_2、A_1，还有C_1、X_1…C_5以后最后的蓝色X_6，他有时带着些犹豫，有时又没有。——X_6（蓝色）和B_3相像？——不。”为了解释最初的选择，他反复地说“因为形状是一样的。——B_3和B_4（有4个红圆点）不同？——它们完全是一样的东西。——毫无差别？——没有，因为是一样的形状。”我们把话题转移到和B_3的不同上，奥利指出了X_3和B_3不同，“因为一个是蓝色，一个是红色。——还有其他和B_3不同的嘛？——B_2，因为它有两个红圆点。——还有别的吗？——B_4，因为它的形状一样。——那为什么它不同？——那些卡片的颜色一样。——它不

同？——没有不同。——再说一个和B_3不同的？——A_3，因为它的颜色一样（当形状相同的情况他才说是相似的）。——哪个不是一样的？——A_3，因为它只有一个圆。——再说一个不同的？——A_2，因为它很小，跟这个（B_3）平均值相比的话。——X_3（和B_3相似但是蓝色的）和A_2（小），哪一个和B_3差别最大？——X_3，因为（圆点是∵这样排列的，也就是）2和1，而这个（B_3，∴），先是1才是2。——那么哪个差别最小？——A_2，因为它们的颜色相同。（此时，X_3的绿色不会被当作差异记录下来）"

Lyn（4;0） 有关B_3的相似问题他是这样作答的："C_5（更大，n=3）和它很像，B_4（更大，n=4）很像，B_5（5圆点，但是大小相同）有点像，A_2很像。——B_3像X_3（绿色，n=3）？——完全不：它更像X_1（n=1，比B_3小）。"但是面对差异的问题，他首先拿出了C_5（然而是"相似的"），还有X_1，"因为是不一样的！"

Mar（4;11） 一下子选出了X_3（=B_3，除了颜色不同）、C_5（n=3[①]，但是更大）。"为什么B_3和X_3相似？——因为X_3是蓝色的（=唯一的差异）。——摆出来一张和B_3特别不同的。——C_3（相同的大小，和B_3一样，n=3）。——为什么？——因为有3个红（圆）点（这是两个共同特点之一）。——X_3是特别的？——它没有不同，它是蓝色的。"

Pie（4;6） X_3，"这是一样的（和B_3相比）。——哪里一样？——圆点一样（n=3）。——它们是怎样的？——玫瑰色和蓝色的。——这样它们还是像吗？——有点吧。——还有另外一个像B_3的嘛？——C_3（相同的卡片大小和圆点的数量）。——为什么？——图案是三个圆点斜着向上爬（∴）。——它们相似？——在那个（B_3∵）上，三个圆点虽然也是向上爬的，但（在直角处）分开了。——它俩还有什么相似之处吗？——这两张都是正方形，而且都是玫瑰色。——再说一张特别像的。——C_2。——为什么？——有某个东西变了：这个是3个圆点，那个就多了1个（=4），而且玫瑰色的部分更多（边框线更长）。——再说一个像的。——B_4，它多一个（圆点）。——再说一个呢？——X_4，B_3是玫瑰色的，它是绿色的，B_3有3个圆点，它还多一个。"

Eva（5;0） 给出了X_4、C_5、X_1、X_2、B_2、X_3、C_3、C_2和B_4，每次都说和B_3"大抵相似"。但是，一方面，它们之间并不相像，另一方面，她也认为X_4和X_1和B_3不同（颜色上、红圆的排列）。

作为主体，不仅要将元素间的相似和相异引入对应，尤其还要协调这两种形成关系。以上对我们解决已知困难是有启发意义的。

首先我们注意到，被试这些连续的选择并不似看上去的那样纯属偶然，有时还遵循

① 此处的n为卡片上圆点的数量。——译者注。

了一个无意识却足够有规律的探索模式。Oli开头就说了7张和B_3相同大小的卡片(此外,他还说"因为形状是一样的"),随后给出了3张更大的卡片,再是3张更小的,最后是最大的。Eva同样先给出了3张$n=3$的卡片,然后是2张$n=2$的卡片,2张$n=3$的以及2张$n=4$的,她只说了一句"大抵相似"。我们发现,在外延扩展和对称的基本形式相对的(→)和(←)两种路径中,(儿童)先前的表现常常体现了序列化。

尽管如此,对于一般性的系统的问题,被试仍然停留在孤立的元素间建立局部关系的阶段,每次依凭的都是不同标准,这都是缺少系统化意识的缘故。这一方面的基本事实(包括进行局部比较的因果性)是在相似和差异中都不存在等级(也不存在对差异的计数),从而引发了两者间完全的不协调。例如,在X_3和A_2中选择和B_3最不同的那个的时候,Oli按照3个圆点的排列上的轻微变化,指出了X_3最为不同,他没有考虑颜色的差别。而在选择哪个和B_3最为相似的时候,他点明是A_2,"因为它们的颜色相同"。

在这些不协调中,尤其令人震惊的是,被试不但会将相同元素时而认定为相似的,时而认定为不同的(如果他们考虑了等级的话,选择就更有说服力,没有考虑就仍然松散不连贯),还会将相同属性有时判定为相似点,有时判定为差异。第一点上,我们看到Lyn称B_3"完全不"像X_3(然而除了颜色之外都相同),但"更像X_1":不过,随后他很快指出,和X_1也不同,这表明被试还没有等级的观念。第二点上,Oli没有看到他认为相似的元素间有任何不同,"因为形状是一样";随后,他指出了B_3和X_3实际存在的两个差异,然后是B_2,之后突然转到B_4(确实不同,因为$n=4$),宣称它不同,"因为它的形状一样",然后又提到A_3,"因为它的颜色一样"。Mar看到B_3和X_3之间的相似,这是有道理的,但是他是这样表述理由的,"因为X_3是蓝色的",等于提出了两者之间唯一的差异。反过来,他认为C_3和B_3"特别不同",依凭的是两者的一项共同特征。随后他说X_3"它没有不同,它是蓝色的(而不是红色!)"。Pie还要更加反常,当让他提供一张和B_3"特别像"的卡片,他给出了C_2,因为"有某个东西变了":3个红圆点与4个红圆点;接着他以类似的方式提出B_4和B_3相似,甚至还提到了X_4!

这些相似和差异的替换太过频繁和坚定,以至于都无法将其归咎于偶然或是语言上的错误。个中原因更为深刻和有趣,在于相似、差异的对应之间的对比。就相似来说,只需要找出一个共同的特性a而不用考虑差异,目的在于将A_1、A_2两个客体捆绑成一个整体Col(A),在特性a的基础上,A_1、A_2通过满射和Col(A)相对应:这就是Oli所为,表现在他仅仅用"因为它的形状一样"来重复予以解释。另外,差异则依赖于下射,就是说依赖于对应的局部缺席:A_1拥有特点a_1,但是A_2没有(反之,如果A_2拥有特点a_2,那么A_1就没有)。下射不能单独存在,它必然和单射紧密相连。通俗地说,就是如果相似有一个"最大值"(同一),但是没有一个等于零的"最小值"(因为在两个客体之间总是存在某点相似,主体间亦然),相反,差异就包括一个"最小值"(同一即毫无差异),但是没有"最大值",也就是没有完完全全的不同,因为总是存在相似。在这种情况下,受到比较的A_1、A_2两个客体同时表现出了相似和差异,因此A_1、A_2组成了集合B的子集合(即使是

特殊的)，它们的共同属性既不是a，也不是a_2，而是b。A_1和A_2分别单射到B，但是同时B的下射也考虑到了它们每一个；或者更接近现实存在的精神过程，A_1是一个属性的复合体，而A_2是另一个类似的复合体：存在对共同属性的下复合体而言相互的单射以及对相异属性而言相互的下射。

当然，这些都不是儿童的反省性思考。但是很显然，被试拥有一项天赋，他运用诸如“因为是一样的形状”“这是一样的”一类的陈述来解释相似性，忽略差异。同时，为了寻找或是解释差异，他混合了相似和差异，与我们关于差异的下射分析相对应，显示了它们必不可少的联系，以及，作为其结果还显示了作为同时性中间项之间可能的混淆。

这就出现了一个有意思的事情，我们只有在假设的前提下加以解释：Pie为了回答相似问题援引了一些共同标准(红圆点的存在、边框颜色)，但他也提到“有某个东西变了”，他的反应和待比较元素两种各自的特殊属性有关。在这种情况下，我们有一种印象，那就是他在这些相互的下射(A_1有a_1但没有a_2，正如A_2表现出a_2但没有a_1)中看到了某种函数上的相似，这种相似意味着A_1和A_2是相等的，A_2和A_1同属于一个类型，不过有着自己独特的差异：因此a_2是属于A_2的，就如a_1属于A_1。

§2 相似和差异：第二阶段

Pie的情况拉近了我们和第二阶段的距离，第二阶段的一个特征就是建立重复的关系，从被试的角度来看就是建立对应，被试保持了同一个有关相似的标准直到转移到下一个。但是如果在相似问题中开始考虑等级，就能够发现相似和差异之间的新关系，和相似相反，被试经常不会列举出差异。

Yar(5;9) “和B_3最像的是哪张卡片？——C_3，它也有3个圆点。虽然没按照同样的顺序，但是一样的正方形。——还有另外一个像吗？——C_5，因为是一样的顺序。——再说一个？——这就变难了，因为不再有3个圆点的了……B_4吧，因为边框的长度相同。——再来呢？——B_2……(随后)B_1……(再后)B_5，因为是一样的正方形(大小相同)——来一个像B_1的？——A_4，因为是1个(圆点)；A_5，因为有1个点；C_4，因为有1个点，C_2(4圆点)，因为只要去掉一个(为了和B_3的3个相等的话)。——为什么C_2比C_1更像B_3？——因为C_1里的圆点少些。——有没有一张卡片，和B_3只有一处不同？——C_3，它的红点像斜坡一样排列(线性的)，而B_3的红点是打乱的。——还有没有只有一处不同的卡片？——C_5，它那个正方形更大。”

Val(5;11) “哪张和B_3最像？——C_5，因为有3个(圆点)，边缘也是一样的颜色(但是$C_5>B_3$)。——还有呢？——C_3……不是那个，它们没有按同样的方式排列。——那还有呢？——不，不是，虽然有(3个圆点)，但是没有像B_3一样好好排列啊。——X_3？——不，边缘都不是一个颜色的。——其他的都不考虑吗？——不，

因为其他的都没有3个点。——你选了C_5。它真地和B_3很像吗？——不，它更大。——C_5、C_3、X_3，这三个里和B_3最像的是哪个，还是说全都不一样？——这两个(C_3和X_3)很不一样：没错，大小一样，但是颜色不一样，圆点也没有好好排列。”

Lau(6;4) 出于数字3和大小的考虑，他选择了C_3。考虑到3个圆点的他是这样回答我们的提问的：“另外一个？——C_5……还有X_3。”最后他总结道：“不再有了。——X_5呢？——不像，(B_3)那儿有3个，这里0个。——有什么地方像的嘛？——就只有一样的大小了。”B_2和B_4也是一样的。“你能给出一张和B_3只有一个地方不同的卡片吗？——A_5，因为E更大，只有1个圆圈。——这是一个不同？——不，两个不同。——那只有一个不同的呢？——C_3，这些小圆点排得不一样。——有没有别的？——C_5，它更大。——C_3和C_5之间有什么不同吗？——有两个：排列方式和大小(但是他考虑到了$n=3$)。”是B_2而不是B_1和B_3更像，因为B_2有2个圆点，B_1只有1个。

Ana(6;2) “哪张和C_1(小，且$n=2$)最像？——B_2(更大，但$n=2$)，因为它有2个小圆点。——确定？——B_2更高。——那么还像吗？——是啊，比其他所有都要像了，因为其他的，要么(n)比2多，要么比2少。——A_1不像C_1吗？——有点，因为它也很小。——给出一个和B_4($n=4$)不一样的。B_5，刚刚好中间(多了)一个小圆点。——再给一个？——B_3($n=3$)，因为我们要去掉一个圆点。——哪个和B4最像？——B_5，因为它的四角也都有一个圆点。”反过来，在B_5($n=5$)和C_4($n=1$)中，“和B_4($n=4$)最不同的”是B_5：“它最不一样，因为还多出来一个圆点。”

Rio(6;9) 把B_2绑定到B_3上，“因为形状一样，然后(=但是)少了一个(点)”，随后是C_5，“因为它也有3个点，然后(但是)更大一点”，再是X_3，“(但是?)全是蓝色的”。他总结说重要的是点的数量，差别就“只是大小”或者“只是颜色”。但随后他又表示最像B_3的是B_4，“因为它只是多了一个圆点”，排除了X_3，“因为它那颜色”。谈到不同，他表示B_1和B_2就很不相同，“因为它少了一个圆点”。但是C_3则不然，“因为它的圆点多了($3>2$)。——B_3呢？——啊，嗯。——是一样的不同吗？——$3>2$和$1<2$。——不，差别大了：那个我们还要加上圆点呢”。

Dan(6;7) 做了一些同质化的尝试，接近了下一个阶段：C_5像B_2，“因为它大，而且有3个圆点，另外一张小。——有更像的吗？——C_3，不仅小而且是3个圆点。——再说一个？——X_3，虽然它有蓝点，另外那个是红圆点，(但是)它们都是小方形。——C_5、C_3和X_3中，哪个最像B_3？——C_3，一样的颜色，一样的圆点，C_5大了，(但是)有3个圆点和一样的颜色。——C_3和B_3之间有区别吗？——没有，因为(只不过)圆点排列方式不同”。

假设存在差异之间的必然联系，那么这些反应中让人感兴趣的第一点，就是在相似性问题中被试考虑了等级因素。在第一阶段，完全的相似(“相像”等)没有提及任何差异。不过，被试在转移到下一个标准之前，仍然停留在详细分析得出的同一个标准上，新的联系就诞生在这一事实背景下，它们促使已建立的对应在某种包括子集合的集合

系统的意义上实现了预置，与此同时，第一阶段建立起来的关于对应于简单连接和位置的靠近，这种关系因为面临新问题而不断变化。

但是这些回答第二个让人感兴趣的点，即这些相似与差异的等级不在于可能组合的数量（或者连续系列），而在于此类内容或多或少的重要性：对部分人来说，颜色是次要的，但对另一部分来说，这是一个很大的差异，大小也是一样的情况。相反，让人震惊的是，有好几个被试（参见Ana、Rio）都把待选择的卡片（而不是参照物）上的圆点“多”一个视为相似度更高或者差异更大的根据，似乎某种意义上的“多一个”和其他意义上的“少一个”并不相等。

总体来说，在引入等级之后，我们观察到对应开始转向单射以及相互的下射。既然我们有1<2<3等，可能从这一转变中，被试开始重视红圆点的数量，大多数被试还考虑到了圆点的排列方式，而接近第三阶段的Dan却“看不到”此处非常重要的“差异”。

§3 相似与差异：第三阶段

在第三阶段，某一项相似或者差异的重要性不再和被试的估计相关，于是就只剩下差异的数量作为可能的估计对象。我们向所有水平的被试提出了一个问题（但直到现阶段才有系统性的成功），虽然这个问题可能有些武断（和“差异最大的是什么？”相反的问题），但是接着我们会发现，在回答“最相似的是什么”的问题时，超过一半的7—9岁的被试会自发地估算这些被判断为等值的差异。另外，这一等值标志着这一阶段第二个显著的进步：这是同样多子分类的可能构造中蕴涵的假设，在子分类之间有差异或者组合。但是就同态而言，这就是制造高能对应，或者是对应中的对应（差异的对等）。

Nat（7;5） 在和B_3最像的卡片这一问题上选择了一张X系列的卡片，因为它“形状是一样的东西，两张都是红色。一个区别：B_3更小点”，之后又表示其他的X也有一个区别，相反，这张倒有两个。

Dac（7;7） 没有自发地考虑差异，但是在相似问题上做选择的时候，他列举了各种不同：颜色、圆点的排列方式、圆点的数量，最后还有大小。由此，X_3成了相似度最大的那个，但“这几乎是相同的不同物”。随后，B和X_3、C_5或是C_3“有一个不同”，B_3和C_2“有两个，大小和数量”。

Pat（7;11） 同样，一开始的反应是列举，然后他正确回答出了1、2、3处不同。

Xan（8;4） 更加清楚。在X_3、C_5和C_3中哪张和B_3最为相似的问题上，他说：“等等，我认为是相等的。蓝色，是一个不同。（他自顾自地算着）嗯，这两张卡片（X_3和C_3）最像了，那两张有一个不同。——C_5呢？——两个不同：大小还有……啊，不，就只有大小。（那么）它也像……等会，那个（X_3），也有圆点的颜色和线条的颜色两个不

同，那么就不对了。”所有这些都在我们提出问题之前就说出来了，因此这些有关差异数量的问题成功了。

Cla(8;5) 在回答B_3和C_3、X_3还有C_5的相似度时表示：“——哪个最像？——不，这3个是一样的东西。——哪个和B_3最为不同？——3个一样的东西。”

Dan(8;10) B_3与C_3以及C_5和C_3的相似度是相等的，因为“有一个不同，这两个，它们每个都有一个不同”。于是我们转移到差异数量的问题上：他成功找出了有1个、2个和3个不同的。“那么4个呢？——没有的。”

Fré(9;0) 就和B_4最像的问题：“能拿出2个吗？——随便你。——那么B_3和B_5吧，因为B_4是4个(点)，3在4旁边，5也是一样。——你看的是什么？——个数、大小还有颜色。”

Tia(10;1) 就和B_3最像的问题：她做了各式各样的尝试，然后说：“难，因为它们都不一样。”随后，“X_4和B_3最不同吗？——是的，因为和B_3有两个不同，在B_3和B_2之间是一个不同”。

A、B两项的不同是一个差异，它有两种表现形式，可以是若$B>A$时的一个大小$\Delta AB=B-A$，也可以是一个性质a，属于分类或子分类A，却不属于B(伴随着可能的互反，即如果B有性质b，A就没有)。在序列情况下，很容易就能建立起相等的连续差异$\Delta AB=\Delta BC=\cdots$尚在第二阶段时，Ana、Rio两位被试没有看到多一个和少一个是相等的(反过来Fré在上述情况中明确表达了这点)。相反，在有关性质或者混合差异的问题上，就如所有被试说的大小、颜色或者圆点数量的差异是相等的，这至少让我们回到更加清晰的假设上，假设这些差异能够引发子类别的重构，子类别的数量独立于它们各自的内容，每个都与其他的有相同的行列。

这一水平强调了对相似和差异的综合考量，差异招致相等，相似度以差异数量来衡量。从最初的不完全对应出发，这一由同态组成的双重进步必然归于转化，转化并不难想象，因为这第三阶段和具体运算的水平，也就是分类和序列的运算相符合，正如第二阶段和集合的层次相对应，第一阶段和简单汇合的层次相对应。不过，如果分类群集和关系群集的建构肯定是由先前的对应来准备，那么一旦组成了群集，群集自然就会引导对应的建立，并且变成严格意义上同态的源头。

§4 自由排列所有卡片

在开头有关相似和差异的盘问之后，我们又在§1到§3中进行了分析，接下来我们将所有的卡片杂乱无章地聚集在一起，然后请被试将卡片按心中所构想的标准进行排列。我们将会简要介绍结果，因为它们没有向我们展示新类型的对应，但是提到它们也

并非无用，因为这些结果肯定了我们在前一个演变和前运算与运算结构的建构中假定的关系。

第一阶段的反应只是由局部汇合组成，除了语言形式外，没有统一的标准。

Oli(4;7) 把卡片排列成三条连续直线，实际上他混淆了大小，它们之间并没有什么区别，他声称："我把中等的、中等的和中等的放在一起，大方形放在一起(其实并不是这么一回事)，一样形状的中等方形、中等的小方形。"等等。

Mar(4;11) 首先受到1—4数量的影响，但是没有考虑到5，然后他将剩余部分随机摆放，肯定他"把颜色一样的放在了一起"。

这就出现了我们在§1中提到与相似和差异的部分混合相对应的东西。

同样，第二阶段对应于集合与序列，但缺少整体的系统性。

Yar(5;9) 组成了三个系列："这个按照1、2、3、4、5的数量排，这个按照大小，为的是改小，这个也是按照大小，但是要改大。——这里A_1和C_1是不同的吗？——不，应该给那边那个小的。"

Val(5;11) 分出了5列×3行的方针："我把2个(圆点)和2个的放一起，4个和4个放一起，5个和3个放一起；3个和3个放一边，然后6个1放一边。"

Dan(6;7) 根据数量排成了两行，然后刚刚开始排第三行："这个(第二条线)，有4个1和1个2，另外一条(第三条)里就只有一个2，也许我应该把它放在另一边。"他这么做了，然后完成了第三行："一个4，一个中等和小的4，一个大的1，一个中等的1，一个很小的1，一个小方形，一个中等方形，一个圆很大，一个圆都很小，那里2，小的2，3、3、5、5、3。"

在某些情况中，被试在寻找一个统一的标准，就像Val，但是是无顺序的；再如其他人，比如Yar，他有两条标准，然而并不协调(序列上的错误，以及他为了引入多样化的标准而提出的两个方向是对立的)；或者，最后还有一种像Dan这样的混合标准。这些都没有超过小集合的水平，以上和§2中描述的反应保持了一致。

最后，第三阶段特点在于两个重大的进步，确定了在§3中假设转化运算所扮演的角色：相等分类的组成依赖于"一切"这一标准以及它们的排序，最终形成了分类内部的嵌套序列。下面就是例子，不需要提到几个从6岁6个月到7岁6个月的居中情况，这些例子都尝试了嵌套，但还是失败了。

Jos(6;11) 把所有的5聚集在一起，说："这些5，然后4，然后3,2,1、1、1、1、1、1。——那些你是怎么排列的呢？——从最大的或者最小的。"

Pat(7;11) 开始于一个简单的序列："5，然后少一个，4；少一个3"，但是她验证了3的多重性和尺寸上的差异，然后和Jos做的一样："(按分类)数目越来越小，然后是方形(A，2=1)越来越小。"

Cla(8;5) 相反推广了协调的分类和系列："首先我把所有的1拿出来，然后是

2,3,直到5,每次我都从最小的排到最大的。”

Fré(9;0)“我按照数目来放,然后我把所有的1按照大小以降序排列,接着按框子的大小排列2和3,再按数目排4(只有1个)。——你能把它们摆成3堆?——(他把所有的B放在一起,也就是n=1—5。然后是所有的A以及C_4、C_1和C_5,接着是C_3和C_2,数目和大小混淆),你能排出3个长堆?——所有的A就是1,4个B和1个C(为其大小),然后刚好还剩下5。”

Tia(10;1)“我把圆点数量1的卡片从最大排到最小,然后是数量2的卡片,也是从最大排到最小,然后是3、4、5,都是一样的。”

我们可以看到,§3中所描述的相似与差异关系的协调与结构的建构是同步的,而在这一层次上,对应和运算是严格一致的。

§5 系列的外延与元素替换

为了补全这些关系的信息,我们向被试提出了多种问题。第一个是将A、B、C三个集合分开排序。A、B两个集合不成问题,因为它们自成序列。至于集合C,大小上有序可循,但圆点数量上并没有,因为C_3和C_5这两张卡片的n都等于3。从第二阶段起,被试就有些为难,5岁9个月的Yar就提议道:“我们应该拿走C_5,放进来B_5(n=5)”。或者:“那些有地方一样的,我把它们放在每一列的末尾。”[Ana(6;2)]或者更简单地说“但是有圆点……我们不考虑它们”[Mar(6;9)]。从全凭经验的排序层次开始,一个完美的排序最终是必然性的。

我们展示了按大小排序的A系列、B系列和最后的C系列,然后为了引导他,我们让被试增加(并且简单地描述一下)一个元素A_0或B_0,该元素放在整个的前面,还要增加另一个元素A_6,放在末尾最后一个的后面。

在第一阶段,被试很好地构思了一张A_0,“一张很小的。——为什么?——因为它很小,然后就是小的,然后是中等的,中等的,中等的,然后大的,然后中等的”[Oli(4;7)]。最后一张中等的就是A_6,他描述A_6比A_0要大,但是实际上,比A_2小。

在第二阶段,A_0比A_1小,A_6比A_5大,但是被试没有提到尺寸或是大小,也没有成功地协调尺寸和圆点数量的关系,有时他加入了设有相等或反面的反对称,但偏向前者。

Val(5;11)是这样构思B_0的:“我觉得上面没有圆点(恰当,因为B_1、B_2等的n=1,2;等),它应该更小(B系列大小是一样的)。”至于C_6,她放了4个圆点上去,因为C_3和C_5的n=3。“方形整体呢?——更大。”

最后在第三阶段,相等和反对称两者都建立了守恒,被试考虑到了整个系列,明确或含蓄地建构连续差异之间的平等来确定从A_0到A_6的大小:Jac(7;7)构思了一张

“(比 A_1)还要小的 A_0”,“为什么是一个圆点? ——因为那里只有一个(A_1 等)——B_6 呢? ——我放了6个(B_5 有5个圆点)。——A_6 呢? ——非常大”。然后为了让系列“美”:“啊,应该(比构思的)更大些。”Xan(8;4)对于 B_6 表示:“和别的大小一样,但有6个圆点在上面。——C_6? ——比 C_5 要大,我们能在上面画6个、5个或者2个或者3个圆点(笑)”,因为 $C_3=C_5=n3$。在构思 C_6 之前,Fré(9;0)估计了 C_5 几个边的长度。

我们再次验证这些反应是如何与我们从差异和相等关系中所观察到的逐渐协调及靠拢的。最后一个问题还证实了这一普遍性:知识的普遍性体现在哪些情况下我们拿一张卡片去代替另一张卡片,但不会改变系列(我们回想起曾将 X_1、X_2 两个替代物的大小安排在两个尺寸之间,而我们改变了其他的替代物的颜色)。

第一阶段,被试自然而然地忽略了一些东西,或相等的需求,或反对称的需求,对最年幼的被试而言有时候两者皆有。

Lyn(4;0)把 B_5 换成了 X_1,“因为它和 A_1 一样小”,然后她接受了 X_1 放在 A_1 的位置。“但它们不是一样的吗? ——是啊,它们都小。”相反,X_3“无论如何都不行,因为它是蓝色的”。对 Pie 而言(4;6),X_5(n=3)能够替换 C_3,因为“有某样东西变了。——但是大小刚刚好? ——是的。”Oli(4;7)拒绝把 X_2 放在一张小卡片的位置上,“因为将有两张小卡片”,他对大卡片的态度也是一样,但是接受几张中等卡片。

在第二阶段,被试认同一种关系,大体来说就是反对称性,同时会忽略其他关系。Yar(5;9)使用了 X_3,“因为我们没说到颜色”,X_4 能够代替 C_3。“但是它有4个圆点啊? ——那没关系。”随后他把 X_1 放在了 C_1 的位置上:“但是它更小啊? ——那没关系,往往就是从最小的到最大的。”对 Val(5;11)来说,X_1 应该“在 A_1 之前”,而不是在它的位置上,“否则我们做不成这个游戏。——什么游戏? ——从最大的开始,一直到最小的”。对 Lau(6;4)来说,尽管 X_5 没有一个红点,它还是能够代替 A_3,“因为这样很好地维持了原样,都是一样的大小”。B_3 也是如此,“因为(B 系列)都是中等大小”。Dan(6;7)也有意识地忽略了圆点:“起作用的是大小。”

第三阶段,被试再一次考虑到了两种关系,最初是轮换考虑,随后被试对两者进行了协调:Nat(7;5)表示一个替代物要么大小适合,要么“上面(圆点的)数量”符合。同样,Pat(7;11)首先表示“我按照数字分类”,然后接受了大小作为衡量标准,“因为越来越小了”。Xan(8;4)有所进步,对于 X_2 他表示:“我看到了(圆点的)数量,还有它比后一张更小。”Cla(8;5)坚持认为 C_2 不能被任何的 A 或者 B 代替,“因为 A 系列都只有一个圆点,B 系列卡片都是大号的”。相反,X_3 能够代替 C_3 或者 B_3,“因为有三个圆点”,而且尺寸相同。Cri(10;1)明确给出了几次拒绝的理由:“不,因为有两件事:方形的大小,还有圆点的数量。”

这些事实再一次和关系的演变过程中展现出来的情况(§1—§3)保持了一致,让我们能够研究如何总结观察到的对应和转化之间的关系。

§6 结　论

无论是分类还是排序，这两者都假定了在相似和差异之间的协调，但是各部分以其相互联系与终端运算的一致性，体现为不同的形式。因为分类问题上的进步引起了它们的分化，系列差异上的进步引起了连续性的均衡化。接下来会再一次通过两种形式的量化去区别两种差异，其中产生了两种类型的对应和转化。差异就是两项元素之间在性质上的距离，其中包括大小，这一差距可以是非对称性的，即$B>A$，这种情况在其他项的元素之间重复便是$C>B$等等。由此，大小的差距或者大小的连续差距实现了量化：$\Delta AC=\Delta AB+\Delta BC$，等。但是这一差距在其他情况下可以是对称的，并且包括一个互反规则而不再是连续规则：这就是其中的“相异性”[①]（B与A相似，正如A和B相似；或者，如果客体A和B在颜色上有所区别，那么B就有A所没有的“另一个颜色”；等等）。重要的不是差距的大小（既可以另行考虑，也可以导致非对称性的连锁），而是A与其他项目之间同时发生的连带的数量，这是通过分类分化带来可能的子类别的起源。

1. 这也就是说，两种情境涉及的对应是不同的，对应所准备的运算本身也是不同的。若A_1、A_2和A_3因共同的属性a而相似，那么就存在一个这些元素和a之间的满射，同时还有从a到元素的相互的多项映射，这些内涵上的映射为合并集合或是建立在对应上的A分类做了准备，并且增加关于外延的考量。至于子集合或子分类，对应就更为复杂。一方面，它们和总分类之间以及它们的元素与它们中的每一个之间存在满射和多项映射。但是另一方面，它们之中存在展现了一个特殊情境的相异性关系，我们可以从理解的角度将这些关系做如下描述：在两个可区分的子集合A与A'之间，彼此拥有复杂的属性联合，存在一个它们的共同属性b的对应，该对应定义了整个$B(=A+A')$，而有关它们的差别属性a与a'的对应就不存在。不过两者都是有问题的。b之下的对应表现在B上的多项映射，但是与A及A'之间的关系做对比，我们可能会说到A与A'的元素间的（b之下）局部双射，或者还会说到（但是在内涵上）在A'的复杂属性中A的b的单射：但是该单射是互反的，A'的b重现在A的复杂属性中。我们将为A与A'之间的对应选择“互相单射”或者“共同满射”，因为单射总是和下射相关联，而且准确来说，这里我们找不到A'上的a和A上的a'：在这种情况下，下射也是互反的，“相异性”的特点就是这样的双重互反性。

若论非对称性差异，情境所处的意义就更为简单，因为如果$A<B$，那么我们就能说

---

① 在《运算逻辑试论》（Dunod，1972，142页，定义25、26）中，我们对两种对称关系进行了区分：（1）除了对称的，还有自反的和传递的“相等”（正性的）解释了属于一个分类的不同性质的共有；（2）尽管是对称的，但是非传递和非自反的“相异性”（正性的）（例子：我不是我的兄弟，我兄弟的兄弟可能是我的兄弟，也可能是我本人，这就是所谓的“alio传递性”），既解释了嵌套了最近的分类的属性的共有，又解释了已嵌套分类的性质的非共有（例子：同样的属但不同的种）。

A在B上存在单射，因为B的部分和A是相等的，而B在A上存在下射，也就是说对于差别部分$B-A=\Delta AB=B-A=A'$存在非对应：不过和相异性情况中一样，在对称的意义上，无论是单射还是下射都不是互反的。相反，新出现的状况比较复杂，$A<B$这一对应在一连串的$B<C$、$C<D$等中不断重复，因此有两个新对应介入：(1)一个继承者和每个项对应(相异性与之相反，没有同行子分类接上，却有类似的一连串的包含关系$A\subset B\subset C\subset\cdots$这一连串组成了一个初级分类的序列)；(2)继承者$BC$、$CD$等之间的每一个类似$A<B$的关系都有一个相等关系$<$与之对应，这一相等包括了应该坚持的可能的等级，因为某些等级假设了转化。

最低级的等级相等只需要解读可观察事物：C比B更加大，等等，正如B之于A，但是没有量化这两种差距或者差异，因此也就不知道$\Delta AB=\Delta BC$。不过，我们看到，即使是在圆点数量的问题中，第二阶段的被试例如Rio和Ana(参见§2)都不认为“多1个”和“少1个”是等价的差异。在第五章(§4)我们曾展示过5—6岁的被试甚至不知道，在一个8元素的序列中，如果有7个比第1个要大，那么就有7个比最后一个要小。因此要考虑的第一种等价形式只是“更(如何)”属性的守恒，且不对这一差距进行量化。第二种等价形式就是进行简单的量化或是加法量化：$\Delta BC=\Delta AB$，因此$\Delta AC=2\Delta$；$\Delta AD=3\Delta$，等。第三种形式即做乘法等价(在指数系列等情况中)。

2. 在本章的描述中，演变过程尽管很复杂却又十分规律，现在，我们能够区分其中涉及对应的东西和转化的介入下产生的东西。不过，正如分类的情况，因为关系群集所包括的是内容，既简单且邻近的部分。被试活动所引发的转换建构与内容分析的一致性提供的东西相比似乎微不足道。实际上，在简单的解读后(但自然有一个条件，那就是必须同时考虑到一切，想到下一个关系的时候不能忘掉上一个)，处理我们素材的主体能够很好地发现所有的相似或者涉及的等价抑或所有组成相异性的差异，还能把非对称性差异连接起来，直到根据经验建构可能的小序列。第三阶段的工作中出现的运算显然只是通过添加看似简单的语言来记录这些匹配结果。

但是，对比了第二和第三阶段的反应之后，我们注意到被试的态度发生了两次显著变化：能够加以组合的量化的介入(同时具有转化和守恒两种形式)与必然性联结的建立，不过，这正是转化的两种主要标准。正如在第五章中看到的那样，运算序列包括三个必要特征，这恰好是经验序列所缺少的：递归性(或从构成规则出发对一个关系进行可能的推断)、传递性和上升与下降两种意义上路径的互反性。这里我们又遇到了这样的情况：是关于量化，而不是回到对“全部”以及“某些”的划分，这些划分是建造了等价分类和有相异性的子类别的条件。很明显非对称性差异的相等$\Delta BC=\Delta AB$等并非由单射映射和连续性(=“越来越大”等等)的简单组合来提供，但它假设了一个多单位组成的度量制度。同时，对相异性差异(可能的子类别的源头)进行的计数没有出现在证实差异的对应中，但至少含蓄地引入了带有包含与部分否定的分类运算的整体系统。

总而言之，最初的对应向转化动作和运算提供了一个以可转化而非转化中的形式

组织起来的内容,而运算层次内生重组不仅吸纳了这些结果,且转化了结构中先前的一体同态的映射。结构并非是从映射中抽象出的,反而融合了那些至今尚未协调的东西,在新基础上重建了映射:对应发现了内生内容的规则性,被试的动作试图建构结构,其完成依赖于动作构成上的进步,然后还有运算发展上的进步。

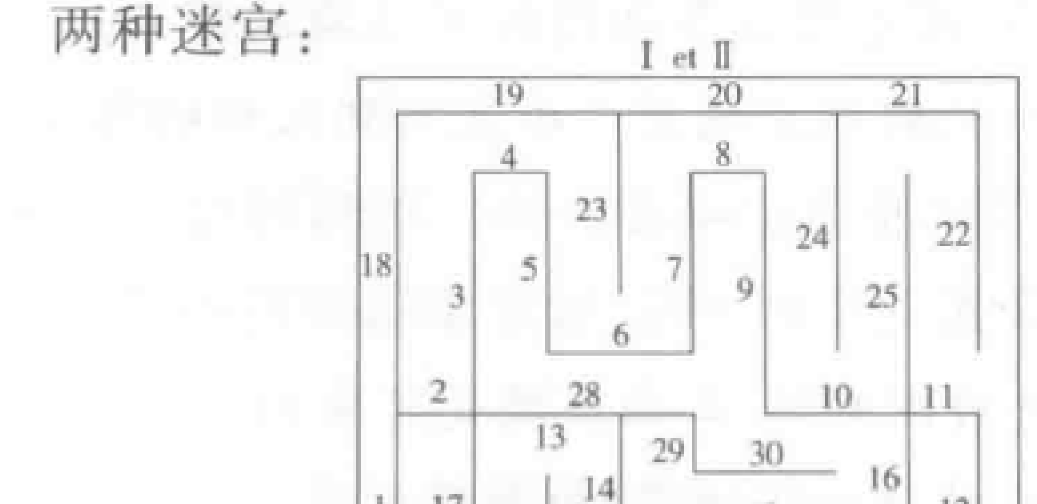
第九章　拓扑系统下的连续性对应（开放的和闭合的迷宫）

合作者:F. 库布里

迷宫中设计的对应和同态提出了一个特殊的关系问题，因为要寻找的不是前面的例如序列项的函数，而是最终项的函数，此项标志着难寻的开口（系统的出口），与死路组成的闭口形成对立。因此我们在这种情况下，预计可以找到对应的双重作用：一个是给已知的出发点匹配一定数量的后续路径，甚至，如果条件允许的话，找到所有可能的路径；二是根据可能路径的集合，将目标匹配到某条或者某些路径上。匹配是分阶段进行的，当每个新选择被强加于主体时，匹配可以从逐步的决定开始，但是在预测的情况中，这也需要根据一种反向递归性组成同态，我们称反向递归性为先归性，因为它是终点出发的，到达之前无法了解选择的组合是否良好。

方法。——我们依次给被试展示了三个迷宫，前两个是同构的但制作的材料不同，因此它们的相似之处是不可见的，除非通过路径检验，而第三个和它们有差别。首先，被试要找出一条能让入口E的小鼠到达出口S的路线，中途不能折回。路径都太窄，迫使它只走一条路。然后我们会问，如果有一只猫在出口S等着小鼠会怎么样：在三号迷宫的情况中，因为没有别的路线，小鼠就会被抓住；而在一号和二号迷宫，如果能一直跑在前面的话，小鼠可以借助岔路回到入口E。实验最后，我们请被试根据适当的规则，根据记忆重构一下之前的两个同构迷宫，一个“有利于小鼠”，另一个“有利于猫”。自然，我们会问为何选择这些线路、交叉路口的意义，以及现在除了这条路之外还有没有别的路。然后请他描述迷宫的Ⅰ-Ⅱ和Ⅲ两种形态之间的区别。（见图19）

两种迷宫：



Ⅲ

E　S

图19

§1 最初的反应

当然,年轻的被试只有通过反复尝试,才能逐步在偶然间获得成功的可能,但是同时也带有预期中的缺陷。引导儿童避开死路是一个渐进的过程,这就让区分阶段IB和阶段IA变得困难。阶段IB上,儿童有避开死路的行为(但是自然没有将岔路中心和其他连接起来);而阶段IA,儿童似乎还没有避开离自己较近的死路。比如我们发现有一些被试一开始会选择1→2→17的线路,没有看到17是一条死路,在通过1和2两条路后很难不把17纳入视野中。那么,那些从2到3或到13的被试多少应该是有意避开了17,抑或只是一个巧合?下面是第一阶段的一些例子,被试从阶段IA不断过渡到阶段IB。

Har(7;5) 虽然他的年龄在那里,但是他是从1→2→17路线开始的,第二次则尝试了1→18→19→23路线,这次遇到了一条更远的新死路,但在到18或到19的时候很容易看见。然而,后来被试避免了18和17,成功找到一条1→…→12的线路,之后他又找到了另一条1→2→13→14→15→16→11→12的线路。接着他很肯定地说,小鼠若想要从猫手中逃脱,就应该重新回到入口。但是正如我们看到的那样,他不理解若是不能折返,就必须是一条循环线路。二号迷宫中,他找出的是同样的线路。三号迷宫中倒是成功了,但是Har相信了有另一条线路的存在,(在不知不觉找到同样的线路之后)只有一句"我找不到"。不过反复试验后没有获得实质性上的成功。在三个迷宫的对比过程中,Har从第二个迷宫中看到了比第三个迷宫更多的死路(事实上,第二个迷宫有6条死路,而第三个迷宫有7条),他把一些不重要的细节当作是差异,没有理解在第三个迷宫中根本不可能再次回到入口。但是尤其要注意的一点是,在构造那些对小鼠有利的迷宫的过程中,Har只做出了两个没有关联的图形(两个分离的部分),以及在第二个迷宫中,虽然他提出了一条返回入口的线路,但是在没有帮助的情况下,他也做不到闭合这一个循环。

Béa(7;1) 她一开始和Har一样选择了1→23的线路,通过反复试验(几乎时不时落入死胡同),成功找到第一个迷宫中的两条线路,但是没有找到第二个迷宫的。第一个迷宫的情况中,她认为不自觉重复第二条路线时可以找到第三条。仅仅通过对所要求的不同岔路的一次检查,她就渐渐找到了小鼠回到入口的路线,她认为在第二个迷宫中是不可能做到的,第三个迷宫也是一样。她的迷宫由正方形及相邻的长方形组成,对于返回的小鼠设置更多的方形,对于不返回的小鼠就减少到了两个方形,她没有注意到既然迷宫是封闭图形,那么就还是可能的。

Yvo(5;3) 做出了相似的反应,但是值得一提的是,他最后的建造是由三个部分组成的,彼此之间没有连接:第一个垂直部分从入口出发,另一个垂直部分临近第一个,无视了规则,抵达了额外的出口,这是两个连续的矩形图形,但和剩下的

那个部分没有联系。

这些反应中提到的对应有着明确的限定和明晰的积极作用。在有交叉路口的情况下，儿童观察到在接下来的路线中，两或三个可能的延续直到此时是对应的，这就是在每个岔路中重复的元素的多项映射，但是被试并未将岔路连接起来。在两或三个的延续间有两个类型：一种会导向死路或封闭；一种是一系列的打开状态。不过在被试最初所在的阶段IA，没有检测之后的情境做出的选择，在解读了研究中后续的成功或失败后，却存在不含预测的简单尝试：Har和Béa的路线1→2→17与1→15→19→23即从此而来。在先前的尝试中，被试或多或少考虑了公认无效的路径，我们教育他存在某些可能的死路，在选择路径之前，他开始观察路径通往何处，这才是阶段IB的开始。这种情况下，对于I号迷宫进行的行动获得的成功就很好解释了：到达1的节点后，被试懂得要排除18，然后顺着2走。在2的终点，3和13两条路皆可。于路线3→4…12而言，唯一要避免的死路就是25，但是在10的节点，可以看到无论是16还是25都不可通往邻近的出口。至于路线13→14→15→16，主体很可能在16的终点怀疑是10或25通往出口，因为它们正在向上或向左移动：也就有了路线16→11→12的成功。即使整个过程只是在一步步地进行，也形成了一个新形式的对应，旨在向几个可能及可观察的延续中加入唯一那条不会通往封闭的路线。

但是我们可以看到这一对应存在特殊性质。在连续关系的系统，例如序列的情况下，接下来的元素或关系（<）的属性由序列中的前一个决定，继承者的同态由前一个的属性集合决定。相反，此处待选择的继承者拥有的属性独立于前一个，只依赖于其他距离越来越远的继承者，一直到决定了所有其他段的最后一段12。于是这里存在一种颠倒的递归性，我们将它命名为“先归性”，因为它建立于后来而不是先前。

不过，第一阶段自然还没有先归性，在第一个交叉出现的情况下，直到最后一个节点前，被试都完全不能确定选择的延续会提供什么：被试没有将选择的延续加入第一组可能的集合，而之后便是如此，如果一切顺利，就加入第二个集合，以此类推，没有整体的预测，而是逐步前进。

这一加入受到了限制，延续的间隔很小，且没有先归性中方向的颠倒，它很好地解释了这一层次的缺陷。例如，Har和Yvo自从明白小鼠若要避开猫，就必须回到入口（Béa就不明白这一点），他们就找到了那条不走回头路的路线，但是对他们而言，利用已经发现的1→2→3…12和1→2→13…16两条路线就足够了，并不需要建造新的东西；不过，因为他们仍然处于一个循序渐进的过程中，所以尚不明白存在着一条循环形式的总路线。当他们局限于重造那两条已经发现的路线的其中一条的时候，发现一条新路线的意义便尤为重大。因为他们没有对交叉预先进行协调（也就是缺少间隔长的先归性），便不能一步步地将选择集中成一个整体的表征性的及同时性的系统。他们未能成功理解三个布置情况，尤其是Ⅰ－Ⅱ和Ⅲ号迷宫的布置。但是最为明显的一点是，我们认为他们最终建造了和Ⅰ－Ⅱ还有Ⅲ号呈同态的迷宫，但缺乏联系（除了Béa，但只是因

为她为了简化，而仅仅建造了长方形）。事实上，这些不连续区域组成的图形象征了缺乏整体视角而导致的前馈缺失。

§2 第二阶段

具体运算层次上的被试（从七八岁到10岁）的新情况就是组建了前馈性，在这一意义上，有岔路的情况下，被试不再满足于通过检查最近的延伸部分来观察是否通往死路或者延续，但限制是短间隔的死路或延续。相反，在存在一系列的岔路的情况下，就要依据可能的延续链条的最末一节进行判断。但是尚且应该区分两个阶段：在阶段ⅡA，被试陆续发现了系统的大体上的多个方面（有效路线之间相互联系、小鼠躲避猫时循环的来回路径、Ⅱ号和Ⅲ迷宫之间的区别），但是被试仍然不能将这些运用到最终的建造中，关注某一方面的同时就会遗忘其他；在阶段ⅡB则相反，被试懂得运用，但是直到第三阶段，被试才清楚地发掘出了大致原因。以下为阶段ⅡA的例子。

Dan（6;0末期）　仍然介于ⅠB和ⅡA之间，在发现路线1→2→3…→12之后，他的第二次尝试则陷入了1→18…→22这条死路中，正确指出小鼠须返回入口之后，他在Ⅱ号模型中提供了一条通往17号死路的返回路径。但在处理Ⅲ号模型时，他发现没有其他的路径，指出（在第一阶段失败了）我们可以增加一处小小的联系以便可能返回入口。他所做出的和Ⅰ－Ⅱ号模型相对应的最终建造包含了联系，但是一开始他忘记了确保能够返回的那条联系："给我解释一下你的建造。——如果猫等在出口……不，我忘记了某个东西（他增加了一处确保循环的联系）。"

Cla（7;10）　一开始也给出了一条没有出口的路线1→18→24，随后找到了一条小鼠可以返回入口的正确路线，并且认为这是唯一的一组往返路线（封闭循环），同时在Ⅲ号模型中，由于还需要额外的一条路线而无法返回入口。Cla把注意力集中在返回的条件上，在我们询问的最后，Cla建造了一条有五段的路线，但是忘记了把路线和通往出口的第六段直线联系起来，此后她增加了一根连接杆。

Thé（7;10）　处理Ⅰ号迷宫时找到了那两条路线以及返回入口的路线。在处理Ⅲ号迷宫时，他只看到了一条路线，但是他没有做出什么决定就寻找第二条路线，随后才建议增加与一条死路之间的联系，此举可以确保是一条循环路线。他最终的建造虽然复杂，但能确保是一个有八段的循环，并且锐角、直角、钝角兼有，不过却未能与出口的有向直线建立联系："这次的建造好不好？——不好。——应该做什么改变呢？——增加两条连接线（因为已有循环，此时没有一条无用的中线，他这样做就是多了一条死路）。"随后他提出增加一个出口，我们同他重复了一遍指令后，他发现实际上缺少一个与出口那一段的联系。

以下是阶段ⅡB的若干案例以便比较。

Sca(8;0) 在Ⅰ号迷宫的情况中一下子就找到了这两条路线以及小鼠可行的返回路线。对于Ⅱ号迷宫,相反,虽然她对前两条路线相当认可,却忽视了返回,“因为在Ⅰ号迷宫里有一些通往外界的岔路”,接着她又注意到了返回(第二段)。她发现和Ⅰ号及Ⅱ号迷宫相反,Ⅲ号迷宫真地不可能实现返回,因为在前两个迷宫里,“出口更多。——在哪儿?——路更多。”我们问她如何破坏小鼠在Ⅱ号迷宫中的返回,她回答说截断第15段即可。她的最终建造同时包括了一个循环(12段)与一个联系。

Rog(9;1) 也迅速地找到了Ⅰ号迷宫中的两条路线以及保证返回入口的循环。Ⅲ号迷宫中则不能够:“我觉得不再有额外的路了。”相反,在Ⅱ号迷宫中,除却Ⅰ号迷宫中指出的两条路径之外,他认为重复经过上方的路线,可以找到第三条路:由此得到路线1→2→3→10→16→15→14→13→3→4…→12。在对比Ⅱ号和Ⅲ号迷宫的过程中,他认为Ⅲ号的“死路更多”。他的最终建造不仅包括了一个含有出口段的双重联系,还包括了带有中间变体的三种可能的返回路线。

Kar(9;6) 最初做出了相同的反应,但他马上意识到在Ⅲ号迷宫中“没有返回的路”。他的建造一次性包括了联系以及循环设计,但是缺少了一个她自己添加的(有关10的)元素。

Cor(10;1) 对于小鼠返回一事提出问题“是否可以做一个循环”,然后她开始了构思。Ⅲ号迷宫中,“不再存在出去的路”。她的最终建造包括了返回路线与联系。

这些阶段相应的进步体现在被试对整体系统的掌控,首先是关注路线,直到探索路线末端,由此可以判断路径的数量;随后是对形式的描述,循环的或是线状的,明白了要根据目的的不同增加或去掉联系。在阶段ⅡA,被试尚没有立刻将上述多个方面运用在最终建造中,但是阶段ⅡB便做到了。

通过将连续的岔路串起来从而达到对系统的整体把握,这一行为的前提是组成了对应,这是由第一阶段的被试逐步建立起来的,同时此后对应也迅速地得以协调为典型的预测。对应的组成表现为两面。第一种形式是每个交叉都引发了多项映射(1和2或者3的对应),2个或者n个多向映射的结合等于一个多项映射,但是多项映射每次都会增加可能路线的总数量,包括通路也包括死路。组成的第二种形式在于提前排除没有出口的路径后再选出通路:不过我们重复说,该选择由目的点而不是前面的部分决定,因此就是前馈的而不是递归的,也就是在所有的可能中假设存在一系列有效路线的单射。这就是单射的组成,两个连续的单射又一次衍生了一个单射,但是它的域随着组成渐渐收窄,而不是像多项映射逐渐扩大。另外,单射一般都伴随有下射,也就是说与死路形成的非对应关系。但是所有组成都不包括转化,因为只是将属性已知的可发现状态重新连接起来,发现形式只是排除障碍。

§3 第三阶段及结论

最后阶段唯一一个新亮点就在于在尝试之前已经表现出了系统性的因果探索，引入了逻辑的必然性，将同态和结构联系起来。

Eri(7;10末期) 最初做出了ⅡA类型的反应，在预测出正确路线之前犯了两个错误。但是从我们提出猫的问题开始就出现了推理过程："小鼠应该跳起来。——这不行。——那么应该有两条路。——那现在有几条？——两条！"这就是在验证事实之前引入了逻辑的必然性。最终建造正确地给出了一个包括返回循环的结构和另一个被排除的结构。

Nic(10;7) 亦表示，如果要从猫的手中逃脱，应该"有一条路，它连上另一条路并且再次通往入口"，Ⅲ号迷宫中，她指出了除唯一有效路线以外死路的共同性，因此并不适用此理。

Rol(10;4) 一来便看出了在Ⅲ号迷宫中若是不能回头，返回是不可能的，"因为只有一条路"。他的两次建造都是正确的。

对应的演变所形成的结构被称作是"有序的连续开放性"，在序列与嵌套分类的协调下，表现出某些共同特征与某些差异。和单个序列相比，多个序列有两个特点：一方面，就如在整个序列中一样，存在一个有序的连续，但是这一连串都是由元素间的连续选择引起，其中包括一个开放的和其他闭合的，后者是要被排除的；另一方面，选择不应该根据前列的元素决定，而是应该根据后续的元素而定，一直到最后一个开放的，位于前面的都由后续者决定，而不是反过来(前馈性)。至于分类的嵌套，无效路线(分岔路中的死路)可以与补分类或次分类A'、B'等($B=A\cup A'$；$C=B\cup B'$，以此类推)相比较；对分类再作细分产生影响的岔路本身则可以运用二分法或三分法进行比较，但是重大不同就在于嵌套分类来自不同的子分类的集合，在岔路口选择了开放性的路线，排除了次要路线而不是加入它们的集合。另外，我们重新找到了后续者决定的选择和非已分类的前列者所决定的选择之间的区别。

前馈性似乎在其他情况下组成了一个运算结构，大体上具有目的系统[①]的特点。结构自然能够包括多种变化形式，例如开口数量逐渐增加(树状结构)或是循环结构。后一种情况出现在小鼠返回的问题中，相关对应即是将所选路径中后续段的最后一段和前序者中的第一段相连接(或者和前序者其一)，但是这一顺序仍然是前馈的。

也就是说，这一结构自然是由可观察的对应关系制订的，但问题就在于如何制订以

① 实际上，在类似的系统中，方式的选择是由目的决定的，这就以颠倒前馈性为前提。另外，选择的方式排除了可能想到的其他方式，所以，针对某个目的若是存在可能方式的分类，选择其中一种方式就意味着对剩余方式的不利用，情况不会简化为子分类集合下的情况。

及转化在其中发挥了怎样的作用。不过,这方面决定性的事实在于,和第一、二阶段相比,年轻的被试离立刻采用反方向追溯的方法还很远,相反,例如在序列的情况下,他们开始时都会一步步向前走,并不关心这条路最后会怎样结束,或者更甚,相信如果一切顺利,后面的路就只能这样继续下去。这种情况下,形势和第五章就截然不同,在第五章中,试图将棍穿过孔的年轻被试承认,若是一根较长的棍能够穿过孔,那么稍微短一点、在顺序上相邻的棍也可以穿过去,但是没有扩展到所有较短棍的集合。这种情况下存在序列的短域,虽然它们已经朝着递归性运算的方向发展,但是还需要通过归纳概括化来予以扩展。在现有情况下,相反,最初的一往无前的方法在某些时候不应该被推广,而是应该反过来以前馈性的形式达到研究目标。形式上的变化改变了对应的方向,从此我们可以看到转化的苗头,与运算可逆性的建构相似。

但是目前仍然只与探索方法或是联系的阅读方法有关。仍然要将结果转化为结构,在这里,转化的标准一如既往在于构成的必然性。不过,在第三阶段,从7岁的Eri("那么应该有两条路")到大多数10—11岁的孩子都提到了必然性。一往无前的方法反过来就是反方向的前馈性,转变最终将同态等级作为结构的必然结果赋予对应,我们相信已经证明了这一点:"有序的连续开放性"很好地展现了运算结构的特点,包含了必然性的和由演绎而来的成分。

第十章 树状结构中连续分叉

合作者:E. 德克斯与S. 帕拉-戴严

连续性的同态在第五、六、八章的序列方面进行了讨论,前馈序列的同态来自第四章的存在;因此检测第一类连续就变得有趣了起来,但是是有分岔的连续。因为一方面,树状世系(familiarité)以及通过分支来获得增长的世系关系应该提供了一个方便建立对应关系的图形模型;另一方面,该结构组成了一个对于系谱树的关系和带有适应任何分类的联系的分类来说,在基本逻辑上有足够概括的模型。对于确定以下问题尤其有效:图形的便利是否让固有的对应及树的表现形式变得更为早熟,又或完成水平是否会像系列递归性和探索迷宫固有的前馈性的情况中那样,和具体运算的最初水平相符合。

方法。——使用一堆10cm长、直径6mm的棍子作为材料,实验者称这就可以摆出一棵树,他拿出一根棍子(1),说"第一年像这样",然后2和3,"第二年这样",(4到7)"第三年这样。之后会怎么样呢?"孩子一旦终止建构,我们就把树拆掉,让他像我们给他演示的那样,依据记忆重新建构。

为了更好地理解观察到的反应,我们可能会让他继续再做一次。如果重新建造得不够准确,我们会重新做一个由7根棍子组成的模型,要求被试在旁边进行准确的复制,如果需要的话,可能还要再继续。然后我们使用更细的棍子组成三叉模型,做了相同的标识,向被试提出了相同的问题。(见图20)

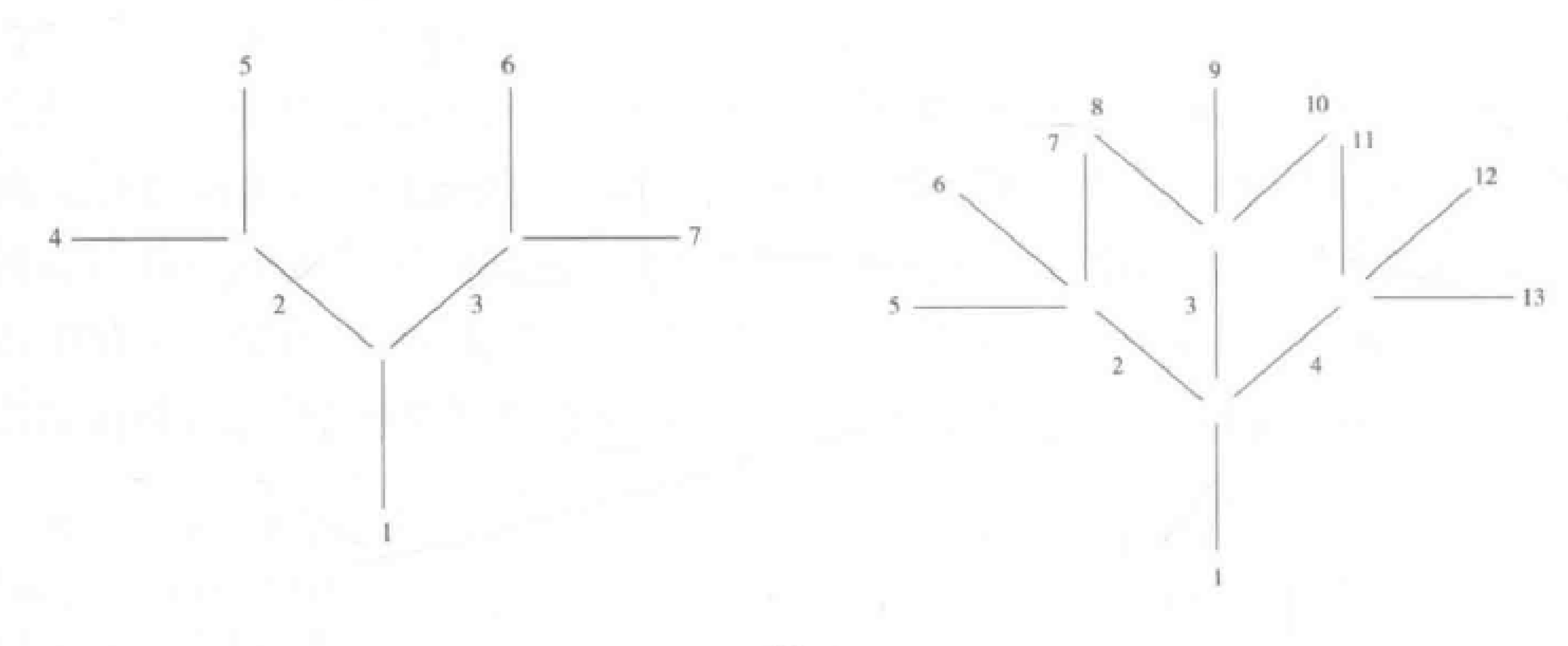


图20

§1 第一阶段

有四种连续分叉的概括化条件(没有必须限制为模型中图形的准确延伸):(1)联系(connexité);(2)向可能的新延伸开放;(3)从一端或者一个交叉点开始的连续;(4)相同的大致方向(向上、斜向或是垂直向)。不过,和重建迷宫相反,特殊情况下的连接在所有层次上得到了尊重,包括在记忆中的重建中,这些似乎应该归因于递归及前馈分叉的差异。相反,在第一阶段(前运算层次),其他三个条件没有同时被遵守,如果某些被试遵守了一个条件(开口更加频繁),那么就可能没有遵守其他条件,而且从一个被试到另一个被试也有一些变数。以下为子阶段 IA 的例子。

Har(4;2) 在继续树状图的时候几乎合上了其中一个二叉(V),然后在另一个二叉的一个分支上摆放了一条垂直线,随后她摆出了四根平行的棍子,都与她最初放的那两根垂直。前四根的朝向是没有错的,另外四根几乎是水平的,没有遵守条件3的连续。Har未能成功地按照记忆重组,但是现有的复制品有一处颇为有趣,就是颠倒了二叉的含义(<>而非V或Λ),因此整体是一个几乎闭合的图形。

Man(4;9) 撤掉了构成二叉模型两枝的两根棍子,然后没有指向性地协调了几个V,仅仅是将它们各自的端连接起来,目的在于通过与模型的起点(即树干底部)相连接达到一个几乎闭合的图形的效果。根据记忆,他用几条简单的线把不同位置的V或Λ连接起来:两个封闭的相邻集合,紧贴第三个几乎完全闭合的集合。复制结果没有遵守条件2、3、4中的任何一个,而是给出了两个独立于其他部分的Y,它们虽然相邻,彼此却也没有联系。

Mor(4;9) 相反,他选择用12根棍子朝各个方向延伸模型,包括向下,一些较为独特,另一些呈V、>、<或者Λ状。依照记忆的重建过程中,他同样利用14根棍子摆出9个分叉,其中2个是向上的,2个向两侧伸出,还有5个向下。复制品显示了类似的意义反转。

Cri(4;10) 将2个V中的1个倒过来,在树顶组成一个大方形,另外,在下方(从底部开始)摆出了几道平行线,组成了一种长方形。复制品则是3个朝向底部的Λ。记忆重组的过程中,他在一系列的垂直棍子的顶部摆出了一个三角形。

Xia(5;8) 只给出了4条垂直的线。

Ste(5;10) 反应相同,不同的是他将一根棍子横放,使之闭合。

Pha(5;10) 将4根棍子向下摆放(甚至在模型的底部之下),但是那6根延长了树顶的棍子是朝上的。在记忆重组过程中,相反,它们却是呈闭合状的。

Nat(5;11) 只将棍8改为朝向底部。

Man(6;3) 为二叉模型提供了一个半闭合的图形,而遇到三叉时则选择了完全封闭,再加上一些朝向底部的枝干。

以下为阶段ⅠB的案例,在这一阶段,闭合现象消失了。

Fra(5;6) 用简单的棍延长了模型的每一条枝干,对二叉图形做出了相同的举动。不过在记忆重组中,她提供了准确的二叉模型以及她先前设置的延伸部分的复制品,但是缺失了对三叉模型的记忆。尽管之后她进行了反复的试验,但始终都停留在先前的结果上。复制品几乎没有比之前的更好,还多出了一个由棍组成的扇形。

Mic(6;2) 一开始给出了一个ⅠA类型的闭合图形,但是在记忆重组过程中,他给出了3个二叉中的2个。而在三叉的情况中,他用简单的棍和一个Y这样的两根叉都从一个中心点伸出的形状延长了模型。重组中他给出了3个紧挨着的三叉(有三根平行的主干),它们虽然相邻,但是岔路并没有连成一个整体。

Mur(6;6) 一开始给出的同样是一个闭合图形(ⅠA类型),虽然那时候我们还只给她看过二叉模型,但在记忆重组中,她用有3个三叉的树替换了该图形。对于另一个模型,她只是把高级枝条延长为三叉,而对于其他部分,她仅仅使用了简单的棍。不过她的记忆是正确的。

Gin(7;4) 仅仅用单独的棍延长了两个模型的每一端。"这两个(模型)相似吗?——不,那个有两根伸出去的枝,这个是3根。——然后呢?——我能放三根枝。"他似乎懂了,但是他所说的"放三根枝"就是指用一根单独的棍子去延长模型的每一枝。

Nic(8;0) 虽然她的年纪不大,她给出了三个Y状二叉,但是将它们插在了棍的中间,其中两个向下延伸。对于三叉她犯了一样的错误。但是在第一个模型的记忆中,当我们允许她任意扩大图形时,二叉就变成了三叉。

在协调连续和分叉时,被试遇到了非常大的困难,这一事实对我们来说是有所启发的。然而对于小部分的客体来说,无论是连续还是分叉,单独来看都不成问题。在有关连续的问题上,命令没有任何的圈套:"第一年他这样摆",我们拿了一根棍子摆成树干,"第二年这样(从树干伸出两根叉),第三年这样(前面提到的两根叉再伸出两根叉,也就是4根)";1<2<4这一序列若是垂直线|<||<|||,就不能成为问题,我们接下来会继续问,后续是否就在于选择一个更庞大的集合?证据在于从阶段ⅠA开始,上述的8位被试给模型分别增加了10、12、11、11、4(Xia记忆重组中用的10)、5、8和12根棍子,阶段ⅠB则有五位被试增加了8到13根棍子。连续的困难不在于增加的数量之间的对应。而有关岔路的问题,在每个案例中都只表现为针对二叉的从1到2的多项映射与针对三叉的从1到3的多项映射。不过,从前面的章节可以看出,已经不存在什么严重的阻碍,这可能是继双射之后最简单的一种对应形式。证据就是,如果说阶段ⅠA的三个被试和阶段ⅠB的两个被试仅仅是用单独的棍去延长,那么阶段ⅠA(参与的

被试中)的五个被试和阶段IB的三个被试就给出了从2个到5个不等的V状的组成部分,但是朝向则五花八门。

真正的困难似乎是连续对应和多项映射的组成问题,且要考虑到多项映射的双向性。因为在本章的案例中,这两者都要从空间上来考虑:实际上,在分岔是从侧面伸出的期间,连续(和树的成长相关)是向上的。问题就在于如何排列V才能同时满足两种条件的要求,V的朝向也成了一个问题,因为这个二叉图形的部分枝条的伸出方向是相反的。

另外还应该区别两个问题,一个是用V来对模型图形进行复制,阶段IA的概括化是失败了的;另一个是运用二叉或者三叉,这时候无论是复制品还是记忆重组,结果都很好。就第一点,以Har为例,他将两个V翻转过后变成<>状,而其他人摆放得就比较随便。第一章里的那个初始情景再现了:通过组合集合、包围、方向等,协调者将复制品与模型对应起来。从这一方面来说,IA阶段的大多数被试造出树的闭合,既不是偶然也不是模仿圆形树,这一方面是徒然协调V状图形的结果,甚至运用的是将它们首尾相接的方式(参见记忆组建中Man还强调了这一过程);另一方面则是因为第一章说到的被试试图组合出包围状图形。

阶段IB的情况则是最为有趣的,在这一阶段,复制品几乎接近正确,除了一开始面对三叉时的情况,而记忆重组往往高于材料的延续。不过,记忆包括了客体和记忆图形之间的双射对应,这些不合常理的重组(参考Mur和Nic)暴露了一件事,那就是图形因素不是主体延续模型的主要动机,真正的问题仍然是要根据多项映射的两个指向的不同协调它的分叉和连续。

§2 第二阶段与假设

相反,从7岁起,被试在记忆重组中就会立刻建立起协调,毫不犹豫。没错,在18个从7到10岁的被试中,我们发现了存在一些被试仅仅使用单独的棍(Gin),或是仅仅在枝条中间插入(Nic),甚至还有一位将一个V翻转了过来,但这些在阶段IB来说都是慢半拍的反应或是一时的疏忽。总体来说,就连续和多项映射的组合来说是不再有什么问题了。

Myr(7;0) 立刻用若干个新的二叉延长了第一个模型的四端,然后用三叉延长了第二个模型的九端:"另一个刚刚是怎么长的?——长了2个叉。——这个呢?——3个叉。"

Ria(7;9) "那个的枝条最下面一直分出来2个,而这边总是3个。"

Fer(9;0) 其目的在于延长二叉模型,他先是在每个V的底部增加了1根棍,此举将原来的2叉变成了3叉,再把各端都延长为新的3叉。处理二号模型的时候,

他在3个图案之间增加了2个新的3叉,然后又延伸了2次。但是他对2个模型的记忆是准确的:他考虑树的最大增长范围多过考虑如何复制,他感兴趣的是对树的延伸。

总而言之,被试的关注点在于扩大树而非忠实于模型的细节,与此同时我们的指令是让他们展示出"之后长出来的是什么"。不过,我们证实了在协调了多项映射的分叉与连续性两方面的情况下,两者的组合最初是在一些具体运算中发生作用,例如在成系列的连续从属于递归性的情况下,又或是通过量化分类的包含关系来补全子集合在集合中的嵌套,抑或是解决迷宫问题时运用到了前馈性的情况中。这并非巧合,而是一个迹象,显示了最初的对应从属结构转化后,最终变成了同态。不过树状图的问题似乎更为简单一些,因为它是象形的,因此被试能够在记忆中进行绘画乃至再创造。两个方向也就成了问题,或者可以说成是宽度和高度的双重连续的问题。如果是一个序列的话,接下来的也就只有一个方向。在涉及前馈性的案例中,只需要反过来追溯路线(和初始设定的路相反方向),交叉口就不再会引发多方向的问题。在有关分类嵌套的案例中,在不断扩大的系统和一系列依序嵌套分类之间,存在某一种二元性。但是这一连续的系列又组成了一个连贯的包围嵌套(因此阶段IA的现有被试便逐渐将树的整体形式简化为包围嵌套)。而有关树的案例中,相反就不再是线的连续或者嵌套中的圆的问题,而是确定为金字塔状的问题或是另一种形状的问题。在另一种形状的情况下,图形的扩大同时受两个方面的作用。

但是这两个方面能在什么地方遇到困难呢?毕竟在其他的案例中,同时考虑两件事情对儿童来说是很容易做到的。延展某一个图形的同时保持了它的结构比例,其间涉及的变化并非简单地是联合变化或者两个变量的函数,而是两个相互依存的函数,或者说是一种高阶幂函数,因为两种变化是一致的,而这种一致也是一种函数。不过,就某种函数而言,若变化结果之间的双射是一种对应,那么此类变化就是转化。更何况此处涉及的函数比较复杂,这也是为什么现有问题只有在具体运算阶段才能得到系统性的解决。

§3 树上各条路上的距离

1. 作为反证,我们应该思考一下这个问题,年轻被试对二叉岔路或连接有直线段的路径(但它们和面向被试从位置A出发,所有被指向同一方向的段之间有某些拐角)上的距离有怎样的反应(在第二个模型中,它们中的一部分同样被指向了某个方向,与之相反的一部分是从中心的E位置出发)。总之,这些线路经分配后形成了一个树状结构,但是没有了先前模型中的规律。(参见V_1、V_2两个小镇)

在距离的问题上,只需要考虑到路径的单位和段,它们全都是相等的。在这里我们

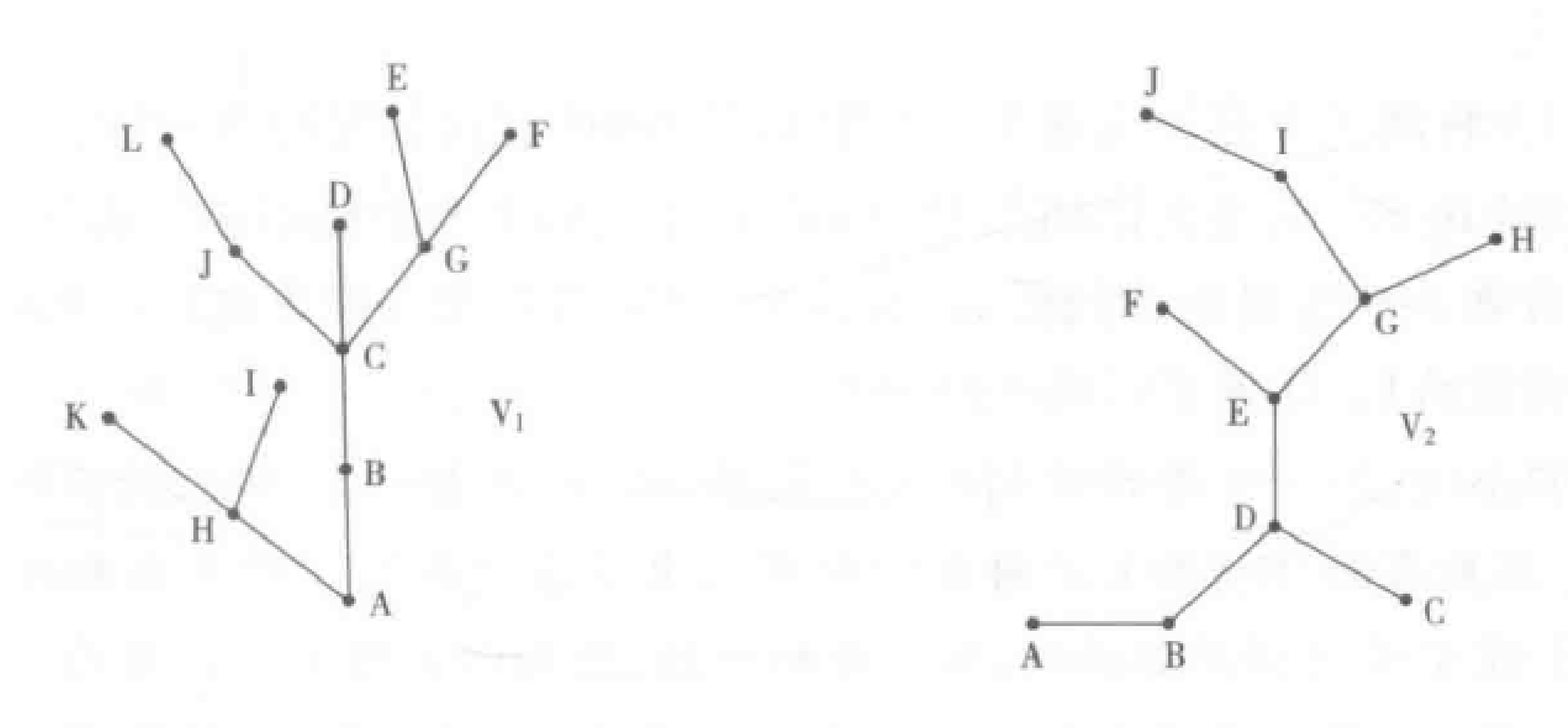


图21

使用了一种名为“小镇”的游戏，游戏中，路径将房子（都是相同的）连接起来，且都是从作为原点（树根）的学校出发；另一方面，我们将30根棍子组成的整体象征树的存在，每6根中有5根长度是不同的（从1厘米到10厘米不等）。为了让被试去评估距离而不是停留在简单的计数，我们强制儿童使用系列化对应的方法，也就是在学校旁边放置一棵最小的树，然后对于每一间房子来说都有唯一的树，预测出从这间房子到学校要经过的路更长。通过这个间接的途径，我们就被试在这样一种情境下对距离做出评估的方式进行裁决，也就能补全有关协调两方面的信息，而这在之前还是个问题。

更确切地说，我们的测验是从要求被试延伸在大小和距离之间的对应开始的。我们告诉被试接下来要给每间房子配一棵树，但不能随便安排。我们在A(学校)的位置上放上了I号树，并解释说“我把最小的那棵放在了学校那里”，接着在B和H（两处都是最近的房子，也就是只有一段路径的距离）的位置上放上了Ⅱ号树，在K、I、C三处（从原点出发都要经过两段路径）放上Ⅲ号树。随后说：“你像我这样继续做下去”，也不提距离或者路径的事情。然后我们会要求儿童解释他的行为，再告诉他这次要用和经过路径相关的标准去检验他的成果。我们移除所有的树，然后向被试提问，例如“D处放什么树”或者“V号树和VI号树与哪些房子对应？”最后我们再换到二号小镇的问题上，仅仅在E处（学校）放上Ⅰ号树，然后把剩余部分交给主体。无论是这次还是上一次实验，都可以增加一根比其他棍子都要长的VI号棍子，以观察儿童会不会多加一间房子和一条路径，若是添加的话，又是在何处加上。

2. 询问环节第一部分（宣布检验标准之前）的结果出人意料。最年轻的被试自然而然地局限于那些尚未分类的对应，仅仅是随机分配那些树，或是说“跟你一样，我把它们分成小的、中等和大的三类”，但是缺乏规律。相反，从5岁6个月的被试开始表达了“从最小到最大”这样一个标准，准确来说，这里的“最大”对应的就是“最远”。但是有一件事非常引人注目，那就是儿童直到10—11岁才会发觉要想衡量位置A和房子之间的距离，不仅能够同时也是应该通过数一数两者之间有多少段路径的方式。如果路是平行的，那也是不言而喻的。另外，正如看到的那样，一旦我们明确告诉被试具体标准（询问环节的第二部分），随之并没有立刻产生任何正确的序列性对应，此时路径只在1到4的

区间内变化。

阶段ⅠA的例子没有什么意义，因为该阶段的被试仅仅是随机分配，在某些情况下也是一样的，儿童找的是大体相似的房子与房子之间大小上的不同。从另一方面来说，必须指出存在一个常见的中间阶段，在这个阶段，被试没有反复进行序列尝试，而是对各位置进行评价后，组建了一些等价分类。

Deb(6;2) 一开始就说G处(3段路径)[①]应该有一棵“比C处(2段路径)稍大”的树，然后在D、E、J和L处的房子那里放上了最大的树。“你怎么知道的？——因为你们就是像这样开始的啊：从最小的开始，然后越来越大。”但是后来她没有就此停滞不前，而是又在这个等价分类中引入了两个差别：第一，她判断E处应该配上一棵比F处更大的树，在F处她放的是V号树，不过E就在稍斜的V最高的那根枝条上。但是她特别将D处(3段路径)从整体中抽取出来，因为“比它(VF，4段路径)要大”。还有D明显比F所处的地方要低，但是D是一段孤立的垂直路径的终点，因此许多被试都特别予以了重视。

Fra(6;10) 一开始也区别了两个等价分类：“这里(从A出发，底部的这一部分)的大小都不同，C之后呢，就是一样的大小了。”她也一样特别提到了D，“最大的那个嘛……是它了。”

Syl(7;2) 相反，就此打住，没有将等价分类再进行细分。“那两个是一样的大小(ⅠL4段路径与ⅠJ3段路径)，那里也是(OD3段路径与OE4段路径)，还有这些也是(ⅡG3段路径与ⅡF4段路径)，还有那些(HB1段路径与KIC2段路径是实验者最初就展示出来的)。”不过每一组配对都位于一段或是向左或是向右倾斜的线条上，抑或是某条虚拟斜线上(例如DE)。

就算等价分类是暂时性的，之后被试会加以区分(Deb和Fra)，就算被试就此打住，没有再细分(就像第一批序列化实验中的以两个或三个为单位的小组)，这些等价分类也标志了被试开始建构对应。但是被试要么偏爱直线距离(Deb眼中的E与D，Fra的D)，要么就是用斜线充当等价的连接，一位11岁的被试还将C(2段路径)、G(3段路径)和F(4段路径)聚集在一起，“因为它们形成了对角线”，却没有看到根据两者大小的不同，斜线更改了距离，不仅如此，被试还忽略了路径的数量。

接下来的阶段是序列化对应的进阶阶段，首先是和对比前一个情境后所谓中间阶段的情境，然后是建立了“级”的概念。

Ort(5;8) 这样描述实验者的行为：A“太小”，B和H(1s)“中等对中等”，KIC(2s)“中等”，所以是“从最小到最大”，然后是“大的”：V到G(3s)还有E(4s)，因为是相连的，还有VI到L(4s)、J(3s)，也是用斜线连在一起的，还有到D，D又一次因为

① 我们用s代表从学校出发需要经过的路径或者段的数量，用O-I-V或VI表示儿童放上的树。

是直线的顶点而受到重视。

Ron(6;7) 对计划进行了这样的总结:“总是稍微大一点”,然后把V放在了G(3s)、J(3s)以及L(4s)的位置上,但是在E(4s)和D(3s)上放了VI,从垂直线的角度出发,格外重视E和D。“G和J是一样的东西吗?是的,因为它们处于同一级,L也是一样……哦,不,那里(指他增加了一个VI的F 4s处)我弄错了(他把VI F换成了V F,然后和V G进行比较)——你在G和F上放的是一样的吗?——是的,因为它们是同一级的。——你怎么知道的?——因为它们是在一样的高度上。”不过,实际上F和G是一个斜线段的两端,这根斜线段再次被视为连接,而不是一条包含距离概念的路径,而有关D的方面则相反,引导到D的路径是垂直的。

Phi(7;2) “那个(A)很小,在中等的之后,也在最大的之后,J、D、G(s3,但没有算上1号路径),L和F(s4)稍微大一点,E(s4,和L、F相同)还要更大。”不过,E和F是一个V状图形的两端,但是E所在的那根枝条倾斜度更小一些。

Mar(8;2) 这样描述实验者的行为:“这个(A)放上最小的,然后是有缺口的房子,放上这棵树(Ⅱ)。”这似乎是暗示他会去考虑路径,但是什么都没有发生,他在G(3)、D(3)和L(4)处放上了最大的树(VI),它们之间用斜线连接。

让我们看到一个11—12岁的孩子的例子,他经过反复的实验发现了路径所扮演的角色。

Vel(12;0) 又一次考虑到了垂直线,他在D和E放上了V,然后在J(3)、L(4)以及G(3)和F(4)上放上IV,这两对点分别位于同一个大V的两根枝条上。他说:“那些在斜枝(指V图形的枝条)上形成对称的两组房子,我在它们那都放上大树。——我的话,可能是根据方向来行动的。——啊,没错,道路,对啊!——这给了你什么启发吗?——右边那条线上,是从最小到最大啊!”即使在这个发现过程中,被试还是没有考虑到距离。然后他说:“不……啊!是路径的数量啊!”

对7—8岁阶段儿童的反应大家可能已经能够预料到了。

§4 路径:第二部分与结论

在询问环节的第二部分,实验者解释最初所有树都是根据路径的数量多少来放置的,一旦掌握了这以标准,从具体运算的阶段(7—8岁,部分案例是6岁6个月或者更大)开始被试自然就成功建立了序列化的对应。凡是有关前运算阶段的有趣反应是,被试没有一下子就修正好对应,我们重新找到了我们在两个方面上的问题。首先我们像第一部分里一样,举出一些未细分的等价分类例子。

Sam(5;6) 明白了K=I=C,“因为它们都有两段路径”,所以在这三处放上的是Ⅱ号树,然后到D处就一下子从Ⅱ号跳到了VI号树,D应该配上“一棵很大的树,因

为它是独此一份的，而且有三段路径”，这里的“独此一份”意指它位于垂直线的顶端。然后她在G和J处也放上VI号树，“因为每个都有三段路径”，她再在F、E和L上放置“中等的”树（IV号），因为它们有“四段路径”。这里就已经有了等价分类，但主体没有对它们进行细分，可能是因为主体又一次予以了D重视。

Lau（5;6） 也明白了为什么K=I=C这三处地方都放的是Ⅱ号树，因为“有两段路径要经过”，但是他更想解释为“因为K和I都在C旁边”，特别要提到这一点是因为一条倾斜度非常大的斜线将三者连在一起。之后她和Sam一样直接跳到给D放上VI号树，然后在L上放上V号树，“它有四段路径，所以要给它一棵特别大的树”，她是这样考虑D的事情的：“L和D上都放VI吗？——嗯。——确定？——嗯。”在Ⅱ号小镇面前，她考虑了不少路径的问题，但是还是宁愿选择“它们在一边”或者“J大一点，因为它在顶端”之类的表述。但是她还是未对等价分类再进行细分：“我之所以放了大的（VI号树），是因为它们（距离中心）更近，我放小一点的树（Ⅲ号）是因为它们不那么近，我放更大一点的树（AIV和JIV）是因为它们更远。”
接下来是序列化对应的进阶尝试。

Ort（5;8） 重复了他在第一部分（参见§3）中的话，他认为应该“从最小到最大”，并且正确考虑了1—4段路径的情况。但是有趣的是他又重拾了那些惯常的标准：D当然需要VI，E和L也是一样（都是4s），还有和L在同一条斜线段上的J，等等。

Ren（6;0） 正确地开了头，她在F和E上放了VI，因为这两处“有4段路径”，在D和G（3s）放了IV，等等。但是她舍弃了系统，举了几个例子，一个是在I处房子放了Ⅲ号树，还有在K处放了Ⅱ号树，每次她都说“因为它有2段路径啊。——那为什么I处放的是一棵更大的树呢？——因为应该这么走（路径AH），再这么走（路径HI）”，换言之，是因为从A到I的路线拐了一个弯，而不是像K那样直接顺着斜线AHK走就可以抵达K处，无须拐弯。

Deb（6;2） 同样没有考虑路径，而是重新回到了自己的标准上（参见§3）：E(4s)比F（4s）应得的要多一些，可能是因为一个是直线可达，另一个需要拐弯，D也需要一棵“比（F）大”的树，原因和惯常的一样。

Phi（7;2） 也有个不错的开始，除了在D的问题上。她在第一部分中就没有给予D特别的重视：K、I和C是一样的，“因为它们应该都有两段路径，J和G应该有三段路径（IV），那个（LV）有四段路径 :和D（3！）都是一样的。”我们让他发现自己的错误，但是在移去树之后，我们再问D处应该放哪一个时，他指了指V。另一方面来说，他明白了一点，如果再在（Ⅱ号小镇中的)A或者J端加一段路径和一间房子，可能就要放上一棵备用库里更大的树。

Syl（7;2） “啊！我现在是明白了：那里之所以要一棵更大的，是因为那条路径更长。”不过，她在同一条斜线段的L(4)和J(3)上放了VI，又在E（4）上放了同样的

VI,自然还有D;她在同一条斜线上的F和G放置V,没有考虑到连续的CG、GF的存在,其实抵达F处要多经过一段路径。在Ⅱ号小镇的问题中,她很好地考虑了路径,认为再加一根棍子也就是路径就能把C(2s)和A(3s)连接起来,因为C和A是图形的左右两端。

Dro(7;3) 说明了为什么考虑路径对她来说还不够。"在G处放一棵大的(V),因为G离学校有三段路径。——F也是一样的吗?——嗯(因为是同一条斜线上)。——这个有几段路径?——4。——那在F和G上都放的是V,没错吗?——我不知道",她这样描述自己的标准:"这个更远。"最后她选择在L、E、F(4s)当然还有D处放上V,在G处放上Ⅳ,J处放上Ⅲ(不过J和G一样,s=3)。

我们没必要去引用那些准确对应的情况,包括在序列的两端增加一些额外的东西:针对询问环节的第二部分,我们在从7—8岁阶段开始的例子中就发现了这些反应。

从另一方面来说,之前有些案例和第三节一脉相承,就是在建造树和延长路径之间遇到的困难,给我们提供了颇具启发意义的反证。我们之前假设困难在于根据高和宽两个维度上连接各个连续段,但是这些变化并不是彼此独立的,而是相互依存的。因为之前的问题是在保持增长形式的同时延伸二叉或三叉,所以就要考虑如何在它们之间关系的前提下摆放那些V或Y,然而在现在的情况中,我们已经给出了它们的形态,问题就在于如何评估距离和路程的长度。不过,这个问题明显已经和前述问题没有什么关系了,被试重新进行的多次试验与拐角以及斜线段有关。在询问环节的第一部分,没有一个被试在10或11岁前就想到计算路径或者线段的数量。不过,如果路程是完全垂直的或者完全水平的,那么被试在考虑了连续性或序列化对应的数量后,就能够很快解决问题。换言之,也就是那时还不需要斜线段来标出两点之间的真实距离。

事实上,中心问题就在于斜线和对角线,这两种线在距离的意义上,从侧面包括了大小上的双重变化:由此被试就陷入了困境,他试图从距离的角度考虑位于一条斜线两端的元素都在同一个距离上,而斜线和垂直线完全不同。被试采用了简洁的解决方法,也就是用"同一级"来形容这些元素(例如Ron就G和F补充说"因为它们是在一样的高度上",之后他有所夸大)。不过,在I号小镇中(Ⅱ号小镇的情况更是如此),除了路线AD之外所有的路径都是斜线。根据这一事实,我们明白了被试的两个常见反应:一方面,不仅是在提问环节的第一部分被试没有关心路径的数量,即使是我们请他们计算路径的数量之后(第二部分),只有7岁左右及大于7岁的被试非常粗略地运用了这一方法,被试多少还在沿用之前的标准,没有完全运用新方法;另一方面,D和E是仅有的垂直线上的元素(E大致是),被试判定它们是最远的,不过E、F和L明显高于D,但是因为F和L都在斜线的顶端,D的位置经常受到被试的重视,就如Sam所说,"因为它是独此一份的",也就是因为它是一种真实的顶端,不似L和J还有F和G之间的连接那样令人生疑。

理解斜线所具备的两个维度、双重功能的特点的过程中遇到的困难导致了另一个结果，那就是存在二叉（Ⅰ号图形中有3个V）和三叉（这一图形中的J、D和G）的时候，被试并不是总会计算枝条的数量，但是他会错误地考虑到斜角（GE比GF的斜度要大）以及拐角（在任看来，AHI路线比AHK要长，因为它拐了一个弯）。就如1—2段中探讨树的增长问题时一样，在距离问题中V的位置也影响了被试的判断。

总之，在当前问题的情景下，就树的结构，也就是小镇的探讨中，我们虽然要求对应要建立在对距离的评估上而不是之前建构的外形问题上，但是还是遇到了相同的中心问题，也就是如何协调两个维度上的功能，因为它们的变化不是相互独立的。换言之，就如之前那样的特殊情况下，被试也只会通过将其纳入转化的方式建构同态对应，这些转化是同时在长度度量上和坐标系统上实现空间运算：由此，被试才最终将斜线并入某些运算性建构中。

总结论

就如本书的引言中所述，我们会惊讶地发现，与从初级转化动作到具体运算而后是形式运算的数个既连续又彼此不同的时期相比，对应的演化受到了诸多限制。无论是什么形式的问题，从被试的表现中，我们每次都只能找到双射、单射和满射，不过大致来说是恰当或完整的。这也是我们只用“阶段”而不用“时期”一词的原因，在这些阶段里我们可以发现进步和真正的新鲜点，而它们的首要来源正是对应与转化之间的渐进关系（其构成的复杂性不断增加，我们将在以后继续研究）。

1. 应该从对应内部存在的某种固有的演化着手。第一个问题就是运用协调器形成对应关系。第一章着眼于复制图形，即最直接地建构对应，我们可以看出，在运用包围、调整方向、改变位置或移动（即简单改变位置）等协调方式进行最低限度的空间组织之前，建构对应是多么困难。在这里我们要提到的是Ⅰ.博哲德–帕潘德里保罗（I.Berthoud–Papandropoulou）在1名1岁零10个月的孩子身上的惊人发现，该发现可以说明在缺少初级协调的情况下，空间对应有多么不完整(同时也解释了第四章和第十章的结果)。

首先我们拿给被试一杯糖浆，被试喝完后，便试着模仿他刚刚看到的，利用瓶子来再一次装满杯子。他左手拿着塞住的瓶子，将右手中的杯子贴在瓶颈处，然后又贴在瓶口，接着就是等待。失败后他有些失望，他将杯子倒过来扣在瓶口处，瓶塞正好接触到杯底。他开始摇动这一组合，从下方观察结果。第二次又失败了。他向大人求助。成年人慢悠悠地拔掉瓶塞，倾斜瓶子，然后倒给他喝了。被试喝完后便开始探寻如何能够再现这一结果:他把杯子竖着与瓶子并排摆放，但是和之前一样没有接触，他费力地拔掉瓶塞放到一边，然后开始又一次的等待（要么是等我们去帮他，要么是在等杯子装满）。虽然成人倒出了一些糖浆，但是孩子呢，尽管他很不耐烦，在喝之前还是把瓶塞重新塞上了，哪怕成人将塞子拿走甚至是藏起来。孩子依然这样做了两遍。

值得注意的是，在之前演示瓶子的过程中，被试曾多次拿起和倾倒瓶子，所以实验中的动作不能归因于动力上遇到的困难，而是应该归咎于协调器构成上的不足。第一次实验中，被试认为直接的贴近（杯子和瓶子引人注意的部分，也就是瓶颈空间上的接触）能够装满瓶子。第二次实验中，被试改变了杯子的位置，将贴近的方式改为用容器（杯子）套住内容物（瓶颈），但是缺少了方向的调整，包括外部位置（上部和下部），还有对液体流动的预判（液体会上涌，甚至冲破瓶塞）。第三次实验中（在成年人做出被试眼中的新动

作之后)，被试改变了原先“套住”的模式，而是采取了“放在一边”和“放在更低处”的模式(没有更多必要的接触)，这意味着被试开始注意到了确定方位的重要性，但是还没有察觉到需要注意运动的方向，在所有的实验中都没有(从来没有尝试过倾斜)[①]。

我们也可以看到协调器在建构对应时所扮演的重要角色，而这些基础对应是模仿形式的复制中固有的。至于被试最后在喝之前塞上瓶塞的动作(可能是为了阻止糖浆洒出来，也可能是因为为了完成倾倒动作的最后一步)很有趣，因为他将动作格式变为一种覆盖范围大但又是封闭的总量，尚未囊括协调器的构成，他的动作还体现出了一种对称性：为了装满杯子而拔掉塞子，为了喝空杯子而重新塞上。

也就是说，我们能够区分出不受转化作用的影响的同时，对应所固有的演变的六个方面。第一个方面很简单，就是在经历了看不出任何不完整或错误的时期之后，修正了不完整或错误的对应。最典型的例子就是通过复制改善对应：直接复制眼前的模型或者是根据记忆重现图形，第十章中对树状图的重现就是如此，一开始所做的不合格，而随后的成果便时不时优于现有模型本身的延续(并未回到第一章的绘画模式，彼时协调器仍占上风)。

第二个方面和前一个相关，即确定合理性。在第六章的案例中，被试在考虑复合链条的承受力的时候往往会将问题与底部挂有重物的链条联系起来(上部和下部不同位置的非可交换性)，而且有二分之一的可能会得出一个看起来准确的对应，但是被试在甚至还不明白原因的时候，就从经验那里得知了这一因素并不够合情合理。

演变的第三个方面就是对适当对应的概括化：第五章的被试发现比N号棍子稍短的棍子可以从N号大小的洞穿过去之后，在拿所有小于N的棍子做实验之前，就把这一结论概括化到更短的棍子上去。这就打通了一条从不完整对应到左边详细的“映射”的路。

第四个方面就是从客体之间的对应到关系之间的预同态。[②]在第三章中，“之间”这种关系很早就形成了，而在第四章，连接了客体出发位置和目的位置的对应出现得相当晚，主体推广到保持中间位置的关系就更晚。建立预同态的过程自然也就依赖于相关的关系的性质。

第五个方面就是从映射或预同态达到它们的相反面，这对双射来说不成问题，但是对满射和单射来说情况就相反了，在从部分到整体的关系中尤为明显。满射的相反面我们称之为“多项映射”，有关这一方面，首先要提到的是，局部没有受到限制的连续客

---

① 倾斜的建构困难可以参照第十章中被试有关斜线位置最初的反应。

② 实际上，关系开始就发生着作用，但是它的形式和项与谓项相比又有所不同：“小”与“大”是一组关系的同时也是两个彼此独立的属性，还有例如“绿色”属性其实是和草绑定的那种绿，等等。从另一方面来说，当关系开始分化，变得能接受构成的时候，关系获得的属性在狭义上是关系的：例如，当被试使用“更小”之类的表述的时候，还有特别是(更晚的时候)被试会使用一些互反的表述，例如，实际意义相等的“更小”与“没那么大”。

体(本书中未有讨论)的总包围的满射是自然出现的,那么把整体再带回部分的多项映射就只有潜在的意义;当客体的外形发生改变(例如小面团变成了香肠),当不合适的局部没有在数量上发生改变,这是被试很难理解的。相反,在有可能存在的多项映射的概念中,又假设了"包围"这一概念中所囊括的部分是相同的,成功地通过可交换性(位置改变时总量不变)保证了总数量不变(但那时仅仅是近7—8岁的阶段)。当涉及离散的客体时,我们看到有关交集(第七章)的内容,在部分阶段,满射与多项映射之间不存在完整的互反性:多项映射意味着可以有一系列的选择(我们可以把蓝鸭子归于鸭子一类,或者也可以归类到其他的蓝色动物中去),而满射则较为稳定("它是鸭子,它是蓝色的")。若论其他的关系,单射与下射都错综复杂,下射意味着对应的部分缺失,尤其是明白如何量化包含关系是公认的困难,还有第八章中的被试在估计差异的数量时也显得尤为困难。

对应内在演变的最后一个方面就是当彼此分离的映射或预同态中的两个或几个同时强加于问题的解决上时,如何将它们与构成联系起来。但是应该区分连续对应的构成,也就是每个项和后续的那个项连成一排,为序列运算和系统的建构的同时发生的构成做了准备:第八章的被试就是靠这些协调了相似与差异,也是因此建立了分类内部的子分类之间的关系(公共属性的对应与下射,但是在有关"相异性"产生的差异时,就是补全性质的了)。

2. 总之,我们可以将对应内在的演变总结为修正、概括化、互反和构成,不过这些没有组成和客体相关的转化。和主体相关的时候,它们只呈现出可转化的形态而不是转化中的形态。实际上,和运算或转化相反,对应只组成了比较,当然,它还常常以双射、满射或单射的形态呈现。从另一方面来说,正如我们刚刚看到的那样,它们变成构成的过程中会产生某种内在的演变。但是这是一种对它们而言较为特别的平衡,作为比较的对应要协调差异和相似。不过,正如第八章中所述,如果存在某种完完全全的相似,也就是所谓的同一,那么完完全全的差异不可能存在的,因为无论两个客体多么不同,作为客体来说还是有相似之处:对应固有的平衡要么是建立在差异(诸如序列化)的平衡化基础之上,要么是要让未序列化的差异从属于满射,满射通过邻近性的合并而建立了相似性。还有一种形式的平衡,区别于转换的平衡,其中所涉及的问题包括肯定和否定协调,或者顺运算和逆运算的协调,以及代偿和非代偿之间的非对称性,正如差异与相似之间的非对称一样。

关于构成问题,本书已经提供了若干例子,今后还会出版专注于构成本身的研究著作。从这个更广义的角度来说,我们能分出两个阶段。第一个阶段中,由于缺少构成,对应仍然是"内态的"(intramorphiques),且仅仅是用描述性的调节方式将直接经验的评定与相符、相关的合理问题即时地联系起来。但是相似和差异的协调没有就此停止,当若干个不同的对应被建构的时候,还需要将它们协调为更高级的构成,就是组成我们称之为"态间的"(intermorphiques)的对应。最后,还会出现"态穿的"(transmorphiques)的对应,此

时,运算本身被协调为整体转化系统,借助这两大类过程的殊途同归来决定同态构成(不再只是它们个体的形成),不过两类过程就内部要求而言是独立自主的。

3. 因此对应是在自身与转化的关系中找到了发展的主要动力,因为转化动作及运算根据连续不断的建构过程孕育了新的结构。这绝不是说对应在认知形成中只扮演次一等的角色,因为如我们长久以来所见,转化永远不会被设计为由映射或先同态来准备,它们组织的是演绎式的重建的相关内容。从物理学上来说,因果关系只会在预先设定的合法性基础上生效,合法性依赖的则是对应。从数学上来说,即便是分析了从广群(groupoides)到幺半群(monoides)、群(groupes)和体(corps)等的大型结构的内容之后,主体也未发现它们本身的存在。而尽管分析极富有操作性,却总是以建构局部对应为开端。在发展的初期,尽管协调器的构成大部分产生于内部,但仍然能够通过相互同化来协调各格式。正是在客体之间建构映射的过程中,主体发现有必要将协调器进行组合,同时提供了第一批对应必不可少的框架。形成这样的框架只能依靠协调器于客体之上施展的同化功能。

主体的活动一开始仍然以收集的外部数据与动作结果为中心,而转化内含原动力,且只会借助反省性思维,一步步建构,尤其是逐渐补全的推此及彼、循序渐进的发展。主体建构对应是从连接外生的、可观察到的、与转化无关的东西的实际过程中展开的。但是对应会一点点从属于转化,因为对应促进了转化的飞速发展之后,被建构所超越和控制。在这一范围之中,受到明确指示的主体变得活跃起来,因此也会努力去理解,这就会重新产生新的形式。因为对应和细胞间或组织的关系类似,实际上,对应融入器官的组成是正常的,也就是指前运算和运算的结构在这些关系发生了演变,该演变比起先前内在的发展来说要更为显著。

我们能够从不同的结果区分出六个不同的阶段,在这里我们要说阶段而不是时期(同样,我们在提到对应的层次时一样也说的是"阶段"),因为在每个案例中阶段都与涉及的转化的特性相关,这些转化单独来看是在时期的范围之内的。对于一个像循环这样易于理解的转化(自4岁起,在某些案例中就是如此)来说,前五个阶段(只有第六阶段依赖于运算水平)依序从2岁覆盖到4岁的孩童(第三章)。而对于一个难以理解的转化而言,例如第六章里链条的组成问题中,阶段整体有所变动。

在我们的每项研究中,第一阶段主体都仅仅将两个客体集合(外延性)或是在它们的属性(内涵)上建立对应关系,但是只是简单地分析了可观察的状态,没有参考状态即是结果的转化。这也是我们长期以来在与有关守恒的经验中验证了的。此时最年轻的主体局限于将变化后客体的最终状态和最初状态进行对比,不曾思考过形式的更改组成了什么,也没有理解这只是移动而不是发生。我们可能会说这其中已经有了转化的介入,尽管以发生的名义进行的阐释非常荒谬,但在这种情况下,导致了这个错误阐释的是集中在状态上的比较,而不是对转化的理解,理解决定的是对状态的阐释。对于主体而言,转化组成了改变,改变完全体现在两个方面(量的改变与形式的改变),没有引起

任何的对应。

第二个阶段即将前面的对应概括化到后续类似的情境中，但是这些情境暂且尚无法观察而得。这就是第三章中有关"之间"这一关系阶段ⅢB的情况。之前同斯泽明斯卡合作的研究中，主体已经验证了在一条先降后升的路径上，小球所在的终点和初始位置处于同一高度。之后主体将这一对应概括化到斜度、长度不同的，新的路径上去，并不考虑这些因素存在着区别。这种情况下，状态之间的对应并不总是和转化有关，但是对应开始借助新信息建构了最初的规则，准备考虑转化，且迟早需要研究制定规则的理由。

第三阶段中，主体在某些状态与局部转化中建构了对应。第三章的阶段ⅣA中提供了若干尤为明显的例子，主体理解了180°的水平旋转翻转了A、B清晰的顺序（左边的A在B之上，右边的A在B之下），但是无法预知垂直翻转或是相反操作之后的结果（高处的A在B的右边，圆盘低处的A在B的左边）。在这样的情况下，转化，这里指的是旋转，开始被阐释为在状态的生产中有着一席之地。但是，由于缺少整体性理解，对应仍然是不完整的，并且有部分错误。

第四阶段就是主体对转化的终极理解，这是经过了多次实验后才获得的。这过程是一种过程性互动，交替性的而非同时性的伺时机制。换言之，在某些情境中，状态间的对应促使理解转化，而在其他情境中，是转化促使阐释对应，直到主体从整体视角完成渐进式的综合。

第五阶段，主体完成概括是一蹴而就的，同态能够以必然性结果的名义从转化中推理而得。与此同时，一旦建构第一批的对应，主体就会明白是何种改变导致了状态的出现。虽然已经建构唯一的一个思考体系，但是仍然在协调两个不同的事实：有一部分同态为转化的理解做了准备，但其他同态却是理解转化后的结果，此后，内生的推理与运算没有简化为对应，而是促使了转化的重建。因此，在一连串的自然数之中，我们可以说这是一个继承者的同态，例如在每一项后面会紧接着一项，且是唯一的一项，但是这种对应依赖于$n+1$的运算或者不停重复，除此之外，对应可能就失去了所有意义。

由此我们就可以到达第六阶段，该阶段对结构化的系统运算层次来说似乎是特别的，因此像是子结构就能够从整体的特性中推论出来，并在彼此之间实现转化。在类似的情况中，我们参与了高级同态的形成，该类同态达到了自由概括化的水平。但是这一最终合并并不排斥最初的二元性，按照历史性法则，本应该等待建构转化结构以提取符合的类别。如果考虑外部的关系而不再关注客体的内部，符合的类别就会超过了转化的结构，为新转化做准备也就成为可能。

4. 为了将前两个阶段融合为一个，我们可以考虑对应和转化之间的联系以及展示后续的形式。首先，可能存在一种非转化对应，体现在年轻主体所做分析的缺陷上，也就是主体没有有效地考虑涉及的转化，但是在同一的或简单等价的同态案例中，非转化对应可能对所有层次都是有效的。此时没有任何理由去参考状态的变化。其次，预转

化的对应促进了主体理解转化,却还没有到这一步。相反,如果是共同转化的对应,在转化之间就存在着清晰的对比,其中包括对转化结果的对比,而若是共转化的形式(参见n+1运算中涉及的继承者),对应是其所蕴涵的运算的直接结果。最后,自转化的对应(本研究中未考虑)根据所有的转化组合确定了转化是自由的。

5. 从心理发生的观点来看,这些发展似乎证实了我们的出发假设:对应为转化做准备,在此之后对应服从于转化。但是我们仍然不明白一点,整个过程是如何发生的且为什么要这样发生?

必不可少的准备和必然性的服从有双重原因,虽然转化是内生的,但并不是固有的,而是内容持续更新的结果,并进一步"改变了内容"的形式,首先使用的方式相对表浅(参见从汇合到集合、经验序列等),之后则一路深入(第五章的递归性、传递性和互反性等),直到产生新内容(数字系列),在先例上建立了新的运算(比例、各部分构成的集合等)。不过这些建构在生产越来越丰富的新内涵、依赖于反省抽象与互补概括化的内生过程的同时,只是通过足够持续的阶段(整个前运算时期)来将最初的转化动作推向高阶运算。在阶段中,主体的行为距离纯粹的推理还很远,需要不断地控制他们的经历和验证过程。总而言之,在能够深层次改变内容之前,不仅应该认识内容,还应该一步步验明每个变化所带来的尚不能推理出的作用:转化的活动要求对内容的完全掌握,因为为了能够改变内容,就应该先掌控它们,也就是说不仅要从不变的状态上认识它们,在发生变更的时候,还要从它们的变化上认识它们。

很明显,对应没有指定转化的来源,来源是产生性动作而不是比较(或者是对应的,可转化的活动,而不是转化本身),对应在每个转化的准备工作中发挥着不可替代的作用——提供了信息,若非如此,转化在细节上便既不可理解,又不可验证或者分析。事实上,对应的特性以及在认知发展中让对应变得不可或缺的正是提供了对内容的认识,这不会改变内容,而是通过顺化于内容的特质而增加了同化框架。当然,对应联系的是变化和转化,还有转化和转化的结果。从函数$y=f(x)$形成开始,最初就不仅在y和x的共同变化之间存在双射,之后在x的变化及改变它的转化动作之间也存在着。但是在类似的情况中(第三点中描述的第三和第四阶段),转化不会因为相同结果之间建立了对应而发生改变:和那些囊括了它的对应相联系的话,它自身变成了一个内容。

但是,转化首先是和具体动作联系在一起的,只有通过对事实的验证才能认识到它们的结果,转化变成运算性的,也因此是可推导的,对应改变了函数的地位。如果某些对应承担了准备工作,也就是建构的前序工作,那么其他的就服从于转化机制,在机制中得到验证。在某些情况下,它们的存在本身(例如顺运算和逆运算的双射,更广义而言,还包括肯定和互补否定的双射)跟在预同态之后保存了结构的真实同态。在物理转化的情况下,例如第四章提到的链条构成问题,服从相当明晰,因为这是理解了原因之后才出现的,可观察的对应变成了可演绎的且必然的,不再简单地是使用归纳概括化。在空间转化的情况下,例如第三章中提到的循环(rotation)现象或第四章的平移

(translation)的现象,问题就更为复杂,因为这两个现象从一开始就是可观察的,一方面属于客体的平面几何范畴,另一方面主体对它们进行的重组似乎可以简化为对表现形式认知的简单内化。但是,平移的例子(第四章)在这一方面尤为有参考意义,很好地展现了作为内生重组的转化给内化所增添的东西,因为这是给位置的改变添加了一个无变化的系统,系统保存了部分和部分的数量及位置的关系,甚至对象可能是运动中的物体;另外还授予位置的改变若干不变形固体的特性,当时尚不易察觉。因此对应成为必然性,不仅仅体现在初始状态和最终状态之间的对应,甚至还延伸到了所有的中间状态。在简单逻辑转化的情况下,例如递归性、传递性和互反性(第五章和第八章)或者建构量化分类(第七章等),在前的预同态与来自于转化的同态之间的通道更加连绵不绝的,因为对应与转化所做的准备会越来越充分,之后对应也会服从于转化。但是否定与肯定之间的必然性构成的两条标准很好地展现了这一发展过程中新形式的建构。

总而言之,我们每一个研究中所观察到的演变都在推动着为转化做准备的对应,如果我们参考一下本书引言部分最后提到的内生和外生认知之间的关系,这一切就显得理所当然了。对应主要组成了一个内容的组织,首先关注的是主体活动之外的部分,但是在建构新形式的过程中促进了活动,建构的目的在于准确考虑这些仅仅由预同态分析出的内容。由于是内生的,这一建构不能简化为外生的内化,甚至这一必然的内化涉及了重组,而重组在外生关系之上增加了另一种性质的构成活动,因为构成就在于主体动作的协调。实际上,因为新形式建构的存在,所以也存在着两种替换,一种作为重组,一种使得内容服从于转化。函数的颠倒显露了处于准备地位的对应,这些对应是预同态、从属的预同态以及服从于转化的同态所固有的。这一颠倒只造成了一种特殊情况,但是表现得尤为突出,因为内生替代了外生,内生将外生融入它的机制。在该过程中,我们在整个认知发展中重新发现的,是一种超越了规则的物理因果关系(将我们的运算赋予客体本身),或是超越了动作推理的逻辑数学结构。[①]

6. 实际上,之前我们在研究多种抽象、概括化以及肯定否定之间关系的发展时就发现过,对应演变所揭示的外生与内生认知之间的关系。

在两种颇为不同的形式下,我们能对抽象有很清晰的了解:一个是"经验的",从客体出发;另一个是"反省的",从主体的动作或运算的协调出发。不过,我们已经注意到最基础的经验论抽象只能建立在使用同化框架、条件(但是都是内生的)之上,要对客体的特性有一定了解:我们现在可以明确一点,外部情境运用了协调器。经验抽象一旦成为可能,就会大量自我复制;而反省抽象则根据动作的内部协调或多或少有些艰难地开始,通向小数量的前运算或运算,但是结果还完全不能通过推论来预测,且需要在作为内容的客体本身上加以验证(由此衍生了我们所谓的"伪经验的"抽象)。相反,一旦实现了提炼与泛化,反省抽象在经验抽象之上,将越来越运算化的实验技术强加于经验

① "伪经验的"或特殊情况下的验证结果代替了逻辑数学领域的外生,尽管验证是通过运算达成的。

抽象。同时还有一个类比性的颠倒,涉及的是我们已经描述过的与对应相关的颠倒,这是理所当然的,因为对应最初就是全凭经验的简单抽象,且转化的起因就是反省(réfléchissantes)。

这一颠倒发生在归纳性概括化与建构性概括化之间的连续关系,前者仍然是外延性的,且依赖于可观察的事实,而后者则必须从属于结构的精致化。过程的比较几乎是同样的逻辑,因为任何概括化都起源于对应的建构:两种语言的差异只在于层级的不同,但是用概括化的术语作整体的描述让人们更容易理解从外生性向内生性过渡的理由,因此,也让我们在基础范围的情境中观察到的后继过程更易于理解。

就肯定否定之间关系的话题我们能做出同样的评论,正如我们在研究矛盾与超越矛盾的多方面时看到的那样,开启否定的外生形式归因于客体与客体之间的阻力,之后服从于运算的可逆性概括化法则与量化的要求。

总之,在认知发展固有的调节与自动调节的作用下(换言之就是平衡的内部必然性),外生认知向重建的内生机制渐进式的服从生成了一个整体进程。从该角度而言,逐步协调对应与转化(本书已提供了若干基础案例)表现了一种有关平衡的特殊形式,一来增加到前者上,二来和我们已然熟知的内容密切相关。直到现在我们只能检测出比较进程与建构进程之间这一平衡的形成阶段,但是在下一本书中,我们还需要检验在更复杂的层次上是什么变成了内同态与结构际的同态。因此,接下来要讨论的就是整个的认识论问题,该问题研究的是结构与种类之间的关系,因为种类使比较工具更为精细、数目更为繁多,同样基于这一事实,种类还孕育了其他的可以专注于结构的主题化形式。

对应与转换

〔瑞士〕让·皮亚杰 著
张 兵 译
王 美 审校

对应与转换

Correspondences and Transformations

作　者　Jean Piaget

原载于 *The Impact of Piagetian Theory*, Part 1:Developmental Psychology, edited by Frank B. Murray Baltimore, Maryland, USA: University Park Press, 1979, pp.17–28.

张　兵　译自英文
王　美　审校

内容提要

转换是发生认识论的一个核心概念，皮亚杰认为知识本质上以转换系统为基础，认识就是去转换物体以使其为我们的结构所同化。他同时发现，除了转换系统，还存在着对应系统，并且在发展的所有水平上都存在着对应。

对应和转换对于认识而言同等重要，但对应不等于转换，有关对应的研究和理解也尚不充分。因此，在《对应与转换》这篇文章中，皮亚杰主要讨论了两个问题：(1)作为比较工具的对应在认知发展中的作用是什么？(2)对应与转换之间的关系是什么？

对于第一个问题，皮亚杰认为：首先，对应可以为转换做准备；第二，对应与转换相互服务、相互作用；第三，新的对应产生于运算结构自身的构建。他进一步通过对平衡过程中的对应、肯定与否定之间的对应、逻辑数学领域中的对应等相关案例的分析，指出对应的缺失是认知失衡的根源，要恢复平衡需要理解正向和负向元素之间存在必要的对应。

对于第二个问题，皮亚杰阐述了对应与转换之间可能存在的五种关系：(1)"有对应无转换"，如简单比较两个静止的图形，找出相同或不同的元素；(2)"前转换对应"，即通过经验或观察发现的对应为转换提供基础和做准备；(3)"转换间对应"，如发现两种结构之间的同一性，并且两种结构中的转换相同；(4)"协转换对应"，即以转换及其相反的转换为基础的对应；(5)"前瞻性转换对应"，预示着还没有被发现的转换，可以从很多自由转换中产生。

皮亚杰晚年开始有关对应与转换的研究，受到当时数学领域兴起的包括态射、范畴、函子等概念的数学范畴论研究的影响。这反映了皮亚杰一直致力于运用合适的数学工具对发生认识论进行形式化的追求。这一研究方向值得我们进一步探索。

王　美

对应与转换

让·皮亚杰[①]

我们以两个假设为指导来研究儿童认知功能发展大约已有50年。其中,第一个假设是知识来自动作,而不单来自知觉。在语言之前,还有由动作格式组织起来的感知运动知识。第二个假设是某些动作格式能够被内化和转换成运算,例如排序、重新合并和逆反动作等运算。我们的核心假设是知识本质上是以转换系统为基础的。去认识就是去转换物体,或者更确切地说,就是去转换物体群以使它们可同化于我们的结构。从这个观点出发,我们描述了为人所熟知的儿童智力发展的四个主要阶段。第一个是感知运动阶段,这一阶段只有动作。第二个是前运算表征阶段,这一阶段动作开始被内化。第三个是具体运算阶段,这一阶段已经出现逻辑推理和逻辑结构,但仍然伴随有对物体的真实或想象的操作,也就是说,动作仍在发挥作用。第四个是形式运算阶段,这一阶段转换变成了心理转换并完全内化,但仍是转换。我们当时知道的有关逻辑学和数学演变的每件事都体现了转换的重要意义。而这两门科学本质上是基于运算的科学。几何学不单是对图形的描述。在菲利克斯·克莱因(Felix Klein)看来,几何学是以转换群为基础的。代数本质上也同样是一个运算和转换的系统。然而,在有关数学基础的研究中近来发展起一股全新的思潮。一般而言,它是关于对应的研究,具体来说是有关被称之为"态射"(morphisms)的对应的研究。这些是使结构守恒的对应,并且同样是以范畴概念为基础的,而范畴是指一个包含物体及其所有可能态射的类。

对应不是转换。简单地说,对应就是比较,比如当一个孩子把10个红色代币和10个蓝色代币对应起来时,就形成了一个单对单或一对一的对应。这个孩子没有转换代币,他只是比较它们,没有转换。多年以前,在关于数的起源的研究中,我们就在数字对应的特定情况中自然地研究了这些比较或对应。这只是一个非常具体的案例,而实际上对应无处不在,并且各种各样。

我们为自己提出了两个一般性问题。第一个是作为比较工具的对应在认知发展中的作用是什么。第二个是我们迄今研究的那些对应之间的关系是怎样的。显然,我们在这里有两个互补的系统。这些转换根据一种树状结构相互接替,相互产生。图1中

① 由伦纳德·第里西奥(Leonard DiLisio)译。

部分①是一棵树的轮廓,其中的树枝一根接着一根。例如,在分类的发展中,儿童最先形成并列集合,这些并列集合进而发展成带子集的集合,并且最终发展成具有包含和交集的类。最终,他将构建乘法矩阵。换言之,有后继的分支垂直或继发地从某个起点延伸出来。另一方面,对应是横向比较,它们在图1中部分①里由虚线表示,这些虚线将相同水平上的任意一项和别的任意一项连接起来。横向比较是比较状态,而不是改变它们。必须在不转换它们的情况下比较它们。一个人甚至可以比较转换本身,但仍是在不改变它们的情况下,仅把它们看作是被比较的思想状态。我们有两类实体,它们互补,但相互区别,而且不能从一类还原成另一类。

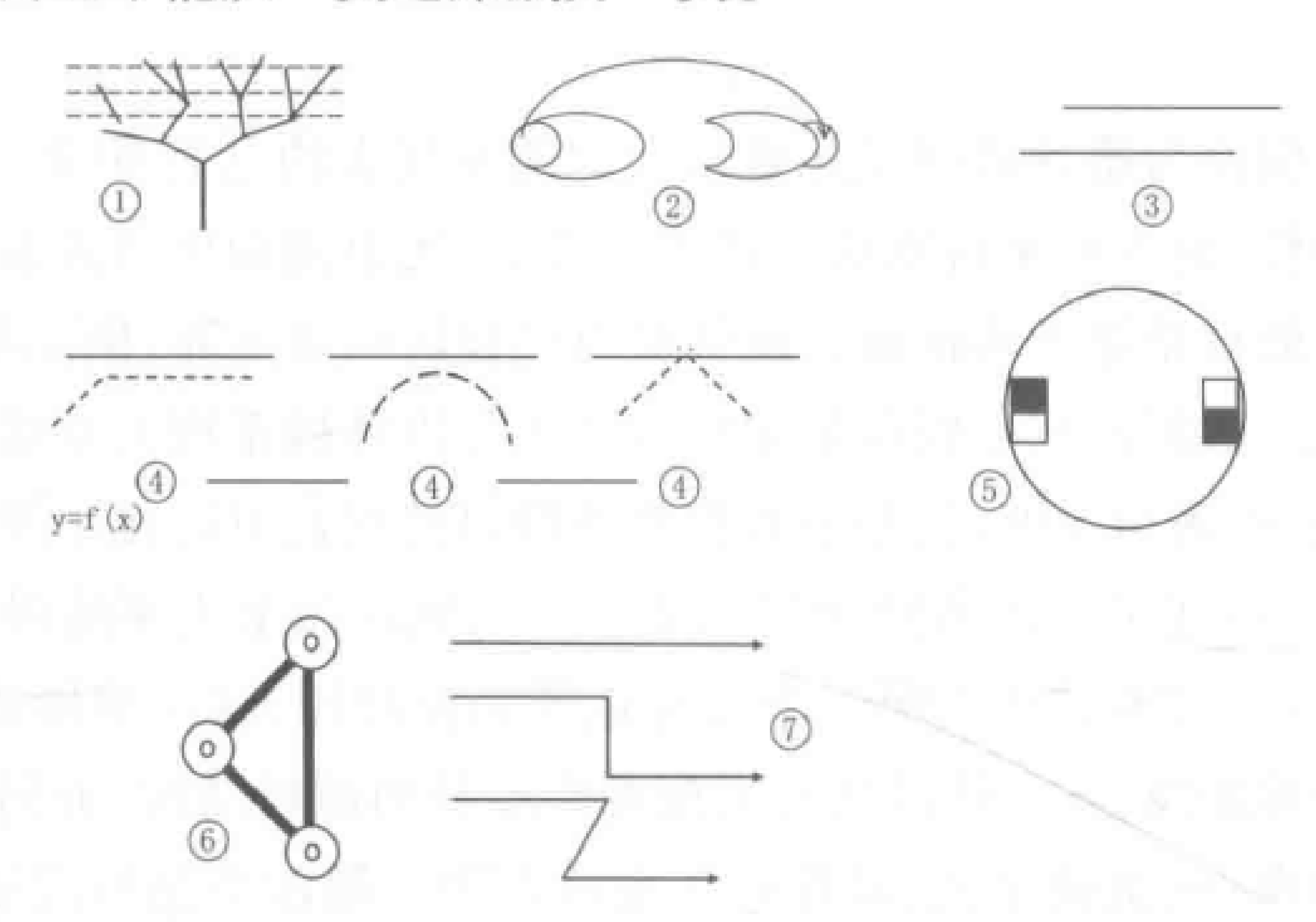


图1 皮亚杰的粉笔画照片:①转换树;②局部守恒转换;③长度守恒转换;④入射和反射轨迹的各种角度;⑤旋转的圆盘;⑥不变形的跟踪对象;⑦跟踪路径。

显然,在发展的所有水平上都存在对应。在感知运动水平上,同化于动作格式已经是对应。儿童在偶然碰到一个悬挂物并看到他能使它摆动之后,每次看到一个悬挂的物体,他都会去拍它,使它摆动。他制造了新情景与旧情景之间的对应。由此,在表征水平上,每当出现这种归纳时,就会有新元素与已知元素之间的对应。在运算思维水平上——实际上对所有正向运算都是如此——在两类运算之间存在一种必要的对应,其中一种是另一种的相反之物,即一种的出现意味另一种的出现(例如,与加法对应的相反运算——减法)。反馈调节本身也包括后续修正之间,以及一个干扰与抵消它的补偿性干扰之间的对应。因此,在所有水平上和所有运算或前运算活动中,无论何种类型,都存在对应。

我们的一般性假设是对应和转换之间的关系存在三个可区分的阶段。首先,对应为转换做准备,因为如果不先做某些对应就不会出现儿童发现的转换。实际上,为了能比较它们,必须知道对象的细节。它来自儿童逐渐从中发现转换的对状态变化的比较。在第二个阶段,转换和对应是相互作用的,也就是说,它们相互服务。一个会促进另一个的有效形成。在第三个阶段,新的对应(如正运算和负运算之间的对应)产生于运算结构自身的构建。这一时期,它们是必然的对应,这些对应能根据那种结构推演出

来，而初始的对应——为转换做准备的那些对应——仅是经验性对应，这些对应简单地以观察对象的知觉为基础。这些初始的对应还不是必然的，而仅是经验性的表述。对应是普遍且无处不在的，尽管它们在为转换做准备，然而它们也由转换所引发——因为它们有横向联系，它们可以将任意的两个运算结构连接起来进行比较。那就是为什么在现代数学中态射和范畴理论的概括性高于简单运算结构的原因。伊南娜·博哲德-帕潘德里保罗（Inanna Berthoud-Papandropoulou）和谢尔登·瓦格纳（Sheldon Wagner）在后面的章节里呈现了两个关于特定对应或特定态射形成的研究范例。

另一个非常简单的对应例子是有关守恒的问题，而这个例子部分更新了我们对这个至少研究了40年的问题的认识。当把一个橡皮泥小球变成一根香肠时，它发生了转换，但质量是守恒的。这里既有转换，同时也有守恒。然而，对幼儿来说，当形状发生转换时，位置和数量或者数量和位置等其他一切同时会改变。

获得守恒观念需要什么条件呢？这些条件似乎有两个。第一，需要理解形状的变化（即从球状到肠状），包括部分球体的位移。第二，儿童必须认识到当一个人移动物体的一部分时，在一点上增加的那部分对应着从另一点上移走的那部分；正是在这里，对应出现了。幼儿不理解在一端增加的部分相当于在另一端被取走的部分。他们只想到终点，而且只看到小球被延长了；他们不会问延长的那部分从哪里来。他们忘了起点和已经被移走的东西，因此缺少了一个在所有领域都需要的对应，因为他们将注意力都集中在了终点。思考一下长度守恒（图1中部分③）。在其中，推动两根全等的棍子中的一根使它的另一端超过另一根。那些认为移动的棍子变长了的儿童没有考虑到在一端变长的那部分与在另一端变短的部分之间的对应。

为了证明这个假设，我们由巴蓓尔·英海尔德（Bärbel Inhelder）采用下面的技术做了一些关于守恒的新实验。与简单地通过用手拉或压将橡皮泥小球变形成香肠不同的是，我们取走一块橡皮泥，然后问儿童小球里是否还有相同数量的泥。所有的儿童都告诉我们，“不，你取走了一些，变少了。”接着，我们将取走的那一块放到另一端（图1中部分②）；因此，从左端取走的一小块橡皮泥被放到了右端。我们问儿童：“与变换前的小球相比，我们有相同数量的泥吗？”现在，一件非常有趣的事情发生了——平均来看，在5岁6个月后，四分之三的儿童立即会说：“它是一样的，你取走它，然后又把它放回来，它一直是相同数量的泥。”因此，在5岁6个月之后，这些儿童达到了稳定的守恒。如果不用“取走再放回”的方式，而仍按传统实验的操作方式将小球压成另一种形状，儿童会告诉我们，“那还是相同的数量，你只是弄长了它”。儿童已经知道存在替换，而且明白在进行替换时，加在一个地方的东西已经从另一个地方取走了。由于这种取走再放回的技术——这种技术引入了对应的观念，关于守恒的发现有了显著的进步。存在一个必要的对应，即被取走的东西与放回的东西之间的同构，而这造成了这种提早出现的守恒。

另一个关于对应的一般例子是肯定与否定之间的对应，更确切地说是正负因素之间的对应。它是一个非常普遍的现象。行动中的儿童总是把注意力集中在要达成的目

标上(换言之,指向动作的正向元素),他没有想到,或者很少想到动作的负向元素(即,什么被阻止或被留下以使目标达成)。这产生了一种基本的不平衡,而这是在前运算水平的一条规律。另一方面,带有正反运算对应的运算最后会引入正向元素和负向元素之间的精确对应。守恒已经是这样的一个例子——取走是负向的,放回是正向的。在可观测的物理量的领域里,我们发现了一个让人震惊的例子。我们的合作者安德鲁·罗德里格兹(Andrew Rodriguez)观察到了"满"和"空"的观念。如果给儿童一只水杯,并要求他装一半水(半满),他非常快速地装满了半杯水。如果要求的是一个几乎快满的杯子,他将把它装到几乎快满,而且他明白它不是完全满的,而是几乎快满的。如果要求的是一个只装一点点的杯子,他将在杯底放入非常少的水。这些要求儿童全部能迅速完成。如果将说满的和装满的(正向词语)换成说空的,也就是,同样的事情用负向的词语来说,即要求一个杯子是半空的,或几乎半空的,或仅一点儿空,则出现了延迟。6岁的儿童——距他们理解"满的"的年龄过去2或3年——常常还认识不到半空和半满的杯子具有相等的数量。因此,"空的"的量化比"满的"的量化发展更晚,尽管在逻辑上它是完全相同的表述,只是用的是负向的词语而已。

在逻辑或数字的领域也发现了相同的现象。给儿童显示两堆代币,其中10个代币给儿童,10个给实验者。实验者边说,"我将给你2个代币",边这样做。那么,儿童就有了12个,而不再是10个。如果实验者把他减少的那堆代币藏起来,并问儿童:"你现在有的代币和我现在有的代币差几个?"儿童说:"差2个。你给了我2个,我现在有12个,相差2个。"当然,差值不是2,而是4(不是n,而是$2n$)。就像在守恒问题中的情况一样,需要理解加入一个集合的代币是从另一个集合取走的。对于儿童得到的代币和实验者失去的代币之间必需的对应的认识是一个很晚的发展,出现在更大的年纪。

所有这些关于对应的例子都具有调控的特性。在没有正、负向因素之间的对应时,造成不平衡的矛盾在前运算阶段普遍存在。人们可能会问为什么在开始的时候会有这么多不平衡和矛盾,因为对简单的问题而言,简单的答案似乎不应该带来这些不平衡。本质上,它是肯定与否定之间的不平衡。这种不平衡是由对应的缺失造成的,而对应的缺失是认知失衡的根源。平衡的恢复在于明白正、负元素之间存在必要的对应。

另一个非常普遍的对应的例子是共变关系或依赖关系的发现;也就是函数的观念,即$y=f(x)$。以球在撞墙时的入射角和反射角之间的函数为例。对幼儿来说,当球抵达墙时,它会顺着墙滚。在稍后的年龄,他们将告诉你(图1中部分4)球会滚到墙附近,但不会碰到它,并且它会以那种方式继续下去。最后,儿童发现了正确的函数,即角度的相等。函数是有趣的,因为它们同步包含对应和转换。存在y值与x值之间的对应,因为y依赖于x。因此,反射角依赖于入射角。两个值之间存在对应。在这个事例中甚至存在双射,即同构。另一方面,当x转换成x'或x'',或者y转换成y'或y''时,它是一种转换。因此,在函数的例子中存在两个转换结果之间的对应,而且正是这种转换之间的对应导致依存关系观念的产生。

最初的假设是对应在开始的时候为转换做准备或铺路;之后,它们通过相互作用而相互服务;最终,在必然的对应(或态射)能力中,对应为转换所决定。图1中部分⑤的实验可以看作是一个对应为转换做准备的例子。两个不同颜色的盒子在一个圆盘上转圈,而在让儿童看的时候,一个盒子在另一个盒子的上面。要求儿童回答,如果在左边的时候,深色盒子在浅色的盒子上面,那么当转到另一边时,两个盒子的位置将会是怎样的(浅色的那个盒子在深色的盒子上面)。如果儿童没有理解转换(也就是说,他跟不上位置在旋转中的循环顺序),这是一个困难的问题。他开始发现了某些对应,随后他很快发现,在左边的时候位于上面的深色盒子,到右边的时候变成了在下面。他简单地通过一种对称预见到了这个结果。正是通过小的连续对应,儿童突然发现存在一种一般性的顺序。他重新建立了这个循环顺序;随后,他在开始时通过经验方法观察到的那些局部对应变成了帮助他理解这种转换的工具。在这种情况下,对应是由转换推演出来的。正是从被看作转换的循环顺序中,儿童推演出了在不同位置的不同对应。

从几何学的观点来看,不变形固体的问题是有趣的。当移动一个固体时,它的形状不会改变。19世纪的经验几何学家声称,几何学是应用于不变形固体的数学。某些现代认识论学者认为,不变形固体的概念已经假定了整个几何学,而且假定了不变性转换群的概念。我们来看一个关于木制不变形物体的实验,这个物体由通过硬棍连接在一起的三个圆环组成,那些硬棍在互为参照的情况下是不动的(图1中部分⑥)。给上部的圆环穿了一个小洞,一支铅笔由此穿过。以直线向上或下、左或右的方式,或者以Z字型(图1中部分⑦)的方式,或者以更复杂的曲线运动的方式,使物体进行移动。现在,一旦儿童看到铅笔留在纸上的第一个圆环的运动路径,他就被要求复制出其他两个圆环的路径。理论上讲,这个问题十分简单——因为固体的形状是不变的,因此路径必定是平行的;知道了一条路径就足以生成其余的路径。然而,儿童花了很长时间才构建出这种对应。最年幼的儿童认为,从左向右移动物体时,它的三个圆环改变了它们各自的位置,因此圆环在终点的位置与在起点的位置之间没有对应关系。到更大一些的年龄,儿童会明白如果物体在离开时三个圆环处于某种位置,在到达时必然会处于相同的位置。他会正确地画出物体在起点和终点的样子,但是他会以任意的方式来画中间阶段的样子,仿佛这三个圆环在中途可以改变彼此相对的位置。只有到了运算阶段,儿童才能在最初只给定一条路径时,成功地发现圆环之间的平行对应通道。

通过分析这几个例子,对应和转换之间可以区别和分离出五种不同的可能关系。第一,在问题是简单地比较两种状态(例如,比较两个静止的图形)并找出相同或不同元素时,存在对应而无转换。第二,存在为转换做准备的前转换对应,正如旋转的圆盘和处于不同位置上的两个盒子的情况。凭经验发现的对应是发现循环顺序运动的转换的基础。第三,存在使某类转换与另一类转换对应起来的转换间对应。例如,在儿童将一

系列小棍由最短到最长排好序后，再让他将一系列立方体也由最小到最大排好序，他会立即看出两种结构具有同一性，以及在两种情况中的转换是相同的。这是一种转换间对应。第四，当对应必须以一个转换及其互反的转换为基础的时候，存在协转换对应。例如，假如取一个自然数序列1、2、3、4…那里有一种对应，即众所周知的后项态射。每个元素有且只有一个后项，或者反过来说，除首项之外的每个元素有且只有一个前项。这种由后项的态射的名字指定的对应必须以“$n+1$”这种转换运算为基础。每个数是前一个数加一。因此，在转换运算“$n+1$”和后项的态射之间它们预示还没有被发现的转换，并且允许它们从如此众多的自由转换中产生。最后的这种范畴在很大程度上不是在儿童而是在青少年中被发现的。在数学中，正是那些研究态射和范畴的学者仅依据范畴理论就已经发现了新的结构和新的转换群。

像运算性转换一样，横向和同步的比较系统（或对应系统）对认知发展来说都是必要的。在很长一段时间里，对我们来说，转换似乎足以解释认知的发展，而且对实际动作也似乎足够了，因为一个实际动作包含着对现实的改变。对我们来说，它们似乎足以客观地理解物理现象，因为为了理解物理定律或物理关系，常常需要或多或少地改变事物去研究变化。对我们来说，它们似乎对逻辑或数学的构建也足够了，因为所有的逻辑或数学都是以运算为基础的。但是，对应和态射的研究已向我们表明，比较也是十分必要的。这些对应不是转换，但是可以伴随转换。尽管作为比较，它们自己不转换任何东西，但这些比较对发现转换来说是必要的，因为为了发现转换，必须知道那些数据，而为了知道那些数据，必须以比较系统开始。而且，运算结构一旦构建，它们就是必然的了，因为后者必然包含态射和对应。然而，尽管比较（或对应）与转换二者都是必要的，但它们并不是完全相同的，而是保留着相当大的差异。转换本质上是以可逆性为基础的。在渐进平衡的意义上，转换的进化就是对可逆性的逐步获得。一个比较或对应不允许逆反的比较或对应。如果a与b同构，那么b和a同构。那里有一种互反的关系，但是在对应自己的领域里没有否定。特别是在对应的渐进平衡的领域里，两类系统之间有显著和有趣的区别。

因此，转换的平衡就是实现可逆。至于对应，因为它们是比较，本质上在于发现两种结构、两个物体、两种状态或被比较的项（无论它们的数量或性质是什么）之间的共同的形式。但是这种比较本质上相当于寻找相似之处，因为它是共同的形式。像这样的差异不会产生对应。在这里，我们发现自己面临这样一个有趣的问题——相似与不同之间的关系不同于可逆性领域中的肯定与否定之间的关系。事实上，存在一种绝对的相似，也就是说，恒等式$a=a$意味着a和a自己之间没有差别。那是显而易见而无须证明的。不存在绝对的不同。现在，取两个似乎完全不同的物体，不过作为物体，它们彼此是相似的。因为它们都属于物理世界，而那也是一个相似之处。它们是思维的对象，都属于概念的世界。那仍是一个相似之处。不存在绝对的不同。对应或态射、比较的渐进平衡在于使不同归属于最紧密的统一的相似，而且对我来说，正是这种向共同形式

的进步似乎是对应的渐进平衡的独有特征。

因此,考虑到我们正处理的两类系统,它们是相区别的,但都是不可或缺的,都是必要的,结论是转换和比较之间、运算和对应之间是相互支持的,而且虽然它们的平衡形式不同,但是这些形式是互补的,它们相互之间没有对立或矛盾之处。当致力于对应和态射的这个问题时,我们瞥见了认知发展的一个方面,而认知发展的绝大部分迄今为止仍不为我们所知。

论对应与态射

〔瑞士〕让·皮亚杰 著
张 兵 译
王 美 审校

论对应与态射

On Correspondences and Morphisms

作　者　Jean Piaget

原载于*The Jean Piaget Society Newsletter*, 1976, Vol. 5, NO. 3, pp.8–10.

张　兵　译自英文
王　美　审校

内容提要

皮亚杰从早年“认识即转换”这个核心思想从发，论述了从对应到态射参与转换的方式由简单到复杂，由低级到高级的发展过程。皮亚杰在此主要讨论了两个问题：(1)作为比较工具的对应在认知发展中的作用是什么？(2)对应与转换之间的关系是什么？对应与转换之间的关系存在三个层次：首先，对应为转换铺路；其次，有一段时期，它们相互促进各自的发展；第三，当对应由转换决定时，对应就成为了态射。无论是“对应”或是“态射”首先要明确对应和态射的“对象”。它们可以是静态的“物”，也可以是动态的“动作”。这两种情况下，“转换”都有不同程度的参与，但在“对应”或“态射”水平，“转换”本身不是对应，也不是态射。

孙志凤

论对应与态射

让·皮亚杰(Jean Piaget),1975年6月14日

[由艾莉诺·达科沃斯小姐(Mlle. Eleanor Duckworth)译]

女士们、先生们,由衷感谢你们的欢迎。我恳请你们原谅我没有用英文进行演讲,但就像你们已经看到的那样,对标准发音的英语,我听不太懂。同时,感谢学会的主席,他的名字我不敢念,也感谢邀请我来这里做演讲的大学。我也代巴蓓尔·英海尔德(Bärbel Inhelder)表示歉意。她确实想来这里,但是她最近被任命为瑞士科学研究委员会主席,这是那个团体任命的第一个女性,她期望切实履行自己的职责。这个周末,她需要在那里出席一个会议。

大约50年来,我们研究儿童认知功能的发展乃是基于两个假设。首先是,知识来自动作,而不是简单地来自知觉。在语言出现之前很久,就已经有了感知-运动知识,也有了完整组织化的动作格式。其次是,动作被内化和组织为运算的群。在这些假设背后的观点是知识处理的是转换的系统:认识即转换。要认识某个事物就是要使它可以为我们的结构所同化。你们可能很熟悉我们所描述的这一发展期间的四个阶段:语言发展之前的感知-运动阶段;之后是(前运算的)表象阶段,在这一阶段儿童开始试着去表征他们动作的协调;再之后是具体运算水平,在这一阶段只要有操作(无论是真实的还是想象的),就有逻辑推理;最后是形式运算水平,在这一阶段转换是完全心理的(或内化的),但它们仍是转换。

在逻辑学和数学的发展中,我们可以看到转换系统的重要性。我们看到,这两个领域的知识也都是以动作为基础的;而且正像随时间的推移在几何学领域中显现出来的那样,现代几何学是以转换群为基础的。然而,几年前,数学中出现了一种基于对应(特别是态射和范畴的对应)而非转换的新趋势——在态射中,结构是守恒的;而范畴是对象及其所有可能态射的类。在这种情况下,对应不是转换,而只是比较。例如,当儿童有10个红色代币和10个蓝色代币,并且通过建立一一对应而建立了它们之间的数值等式,这就不是转换,它只是一种比较。所以,很久以前,我们就开始在那种情况中(即数概念的发展中)研究这种比较或对应的观点。这种方法还适用于很多不同的情况。

接下来，我想提出两个一般性问题：其一是有关对应作为比较手段在认知发展中的作用，其二是有关对应与转换之间的关系。你们马上可以看到，有两个互补的系统在发挥作用。转换是以相互引发的方式来安排的：它们一个接着另一个。它们可以表示成一棵树，就像在黑板左上角的那棵树一样，前面的树枝分叉出后面的树枝。分类就是这样一个例子：最初的水平仅是把集合进行并列，之后成长为制造子集，继而成长为制造真实的对象类，进而成长为类的乘法。它可以被设想为一个垂直的演替。

另一方面，对应是横向的。它们可以用示意图上水平走向的虚线来表示。它们把同一水平上的一项与另一项连接起来。这里没有转换，因为关键是按其本来面目去比较这些项。你也可以比较转换，因为一个转换就是一个思维状态，不过仍是在不改变这些转换的情况下。所以，这两个系统是互补而又可区分的。

发展的每一水平都存在对应。在感知-运动水平，存在向动作格式的同化。每个向动作格式的同化都是一个对应。例如，如果儿童见到一个悬挂的物体并拍打它使之摆动起来，那么，如果他看到另一个悬挂的物体，他就会在新物体与他曾拍过的那个物体之间产生一种对应，而且也会去拍打这个新物体。每当他将一个新物体同化到一个他已能做的格式中去的时候（即每当出现从一个新元素到已知事物的概括化的时候），都有一个对应。

在运算水平，每个正向运算（如，加法）都对应一个反向运算（如，减法）。在任何情况下，"正向的"和"反向的"运算都是相互存在的。在调节或反馈的情况中，连续的调节之间就总存在一种对应。此外，在任何给定的干扰及其补偿之间也总存在一种对应。所以，在动作和运算思维的每个水平都有对应。

我想提出的我们的一般假设是，对应与转换之间的关系有三个阶段或三个层级。首先是对应为转换铺路的时期。你们必须知道物体的阶段（即固定的状态），以便能够在它们之间进行比较，而这必须先于任何转换（即改变这些固定状态的任何操作）。在能够比较转换或转换的结果之前，你们必须能够进行对应。在第二个水平，对应和转换之间存在相互作用。在它们的形成过程中，它们相互帮助。在第三个水平，即运算结构中，有一些我之前提到的新的对应，即每个正向运算与其反向运算之间的必然的对应。这些对应现在是必然的，因为每当有一个运算时就必定有另一个运算——另一个运算可以由前者推断出来。最初的对应只是经验性的，因而它只是一件去知觉（或看）或同化你可以观察到的事物的事情。对之前的对应来说，没有必然的东西。由于对应是非常普遍的，而且由于它们是横向的，它们可以连接所有结构。可以通过对应来对结构进行相互比较。在现代数学中，关于态射和范畴的研究使数学家们可以开发更为一般的结构。

昨天，你们听了我们目前正在日内瓦做的有关对应形成的两个研究实例，一个是帕潘德里保罗（Papandropoulou）小姐做的，而另一个是瓦格纳（Wagner）先生做的。我想再举一个非常简单的例子。它就是我们已经研究了40年的"守恒"的例子。过去我们一

直是从转换的视角来研究守恒。如果你们有一个黏土球,并把它变成一根香肠的形状,由于你们明白转换的本质,所以你们知道黏土的量是守恒的。正如你们了解的那样,年幼的儿童认为,如果黏土球的形状改变了(即如果进行了某种转换),那么所有一切都改变了;它的位置改变了,它的数量改变了,一切都改变了。他们没有认识到,尽管发生了转换,但有些东西是守恒的。

什么是转换的必要条件呢?我认为有两个。首先,他们必须认识到,形状的改变只是一种位移(即某部分的移动)。当球形变成肠状时,一部分从它原来的位置移动到了别的地方。其次,他们必须认识到,当部分被移动时,在一个地方增加的部分对应着从别处拿走的部分。年幼儿童根本不明白这一点。他们忘了末端增加的部分其实是从某处拿来的。他们如此专注于终点,以至于无法将之与出处对应起来。当他们比较像黑板右上角所示的那样两根棍子的关联时,完全相同的事情发生了。如果将两根棍子并排摆放,并用线将末端连起来,他们会认同它们一样长。但是,如果推动一根棍子使它的一端超过另一根,他们会把注意力只集中在一端,认为那根棍子变长了,而没有意识到在这里变长的部分与另一端变短的部分之间的对应。

为了检验我们有关对应与守恒之间关系的假设,我们最近由巴蓓尔·英海尔德做了一些新的实验。这一次,我们不再是将黏土球搓成香肠状,而是揪去一块,然后问儿童现在球里黏土的数量是否相同。当然,他们会说"不同"。随后,我们将揪下的那一块放回到另一边,然后问他们现在的数量是否与之前的相同。让人吃惊的是,从5岁6个月之后,这些儿童中大约四分之三的人达到了守恒,认识到现在的数量是相同的。这要比经典实验中的儿童早熟得多。而且,这是稳定的守恒。之后,如果我们按转换黏土球的传统方式将它压成别的形状,他们仍能守恒,并且能做出很好的逻辑推理。他们似乎已经真正理解了从一个地方拿走的东西最终留在了另一个地方。我相信这是由于我们使用的技术,这种技术包含了从一个地方拿走的东西与在另一个地方补回的东西之间的同构的对应。

我再举一个一般性的例子,那是有关肯定与否定之间的对应的例子,亦即有关情境中的正向元素与负向元素之间的对应的例子。当一名儿童行动的时候,他专注于动作的结果、动作的目标、由动作获得的东西,亦即动作的正向元素。他不会注意那些为达成目标而被压制或丢弃的东西。这常常导致某种不平衡。另一方面,运算产生了正向元素与负向元素之间的对应,并恢复平衡。在黏土球的情况中,我们已经探讨过这种对应。当你揪走一块时,这是负向的;而当你把它补回去时,这是正向的;而后在这两个元素之间进行对应来达成守恒,进而恢复平衡。作为另一个例子,我们的同事安德鲁·罗德里格兹(Andrew Rodriguez)研究了"满的"和"空的"这两个词的使用。要求儿童演示"半满的""几乎满的""仅一点儿满的",他都能很好完成,然而如果同样的问题用负向的词语来表述,儿童要推后很长时间才能恰当地运用它们。"半空的"可以变成关于"这里"的问题。儿童在知道"半满的"是在哪里之后,需要经过好些年才能理解"半空的"就是

向下到“这里”。因此,相较于正向元素的量化来说,“空的”(或负向元素)的量化要发展得慢很多,尽管从逻辑上来看它是完全对称的。

我们还用数来做了另一个研究。在实验中,儿童和实验者各有10个代币。实验者先把他自己的2个拿给儿童,然后把自己的那堆盖起来,并问儿童他比实验者要多几个。很长一段时期,儿童都可能说他们多2个,并没有意识到无论他们得到什么,实验者就会失去同样的东西,因此事实上差值应该是他们得到的东西的两倍。儿童很晚才认识到在他们得到的东西和实验者失去的东西之间存在这种必然的联系。你们可能在这里注意到了对应的调节特性。在对应缺失的时候,就会有矛盾和不平衡。许多简单的问题似乎并不会产生不平衡。难以理解的是为什么有些简单的问题会产生不平衡。但是,如果我们认识到缺少了情境的正向端与其负向端的对应,它会变得更易于理解。当这种对应被看作是必然的时候,平衡就恢复了。

对应的另一个一般性例子是发现协变或依存关系,也就是函数,用“y是x的函数”[即$y=f(x)$]来表达。例如,如果将一个球笔直地扔向一面墙,年幼的儿童首先会认为在离开墙之前,球会沿着墙滚一段距离;同样做一次,另外一些儿童认为它不会使劲碰墙(一些儿童认为它不会使劲碰墙,所以它不会受伤),并会弹回来。最终,他们会认识到,球撞墙的角度与它从墙反射的角度相等或相对应。所以,从另一方面来看,这是y与x之间的一种对应,它是这两个角度(如果y表示一个角度,x表示另一个)之间的双射或同构。此外,如果你们将y变成y^1或y^2,你们会得到x^1或x^2;所以这种情况下有转换,而且在那两个转换之间建立了对应。对于y中的每一次转换,x中都会对应一个转换,这是依存关系或函数思想的基础。

我现在想谈一下我们有关对应与转换之间关系的一般问题。我们先回顾一下我之前讲过的三个层级:首先,对应为转换铺路;其次,有一段时期,它们相互帮助各自的发展;第三,当对应由转换决定时,对应就成为必然的或态射。

在黑板的右手边画了一个例子的简图:一个可以旋转的大轮盘,其中一边装着两个盒子。如果把它藏到一块挡板后面,在一边上儿童可以看到盒子,然后我们问他们,如果我们转动轮盘,盒子转到(挡板后的)另一边时的顺序将是怎样的(即盒子将处于怎样的位置)。如果他们没有循环顺序转换(即绕轮盘一圈后又以相同的顺序重复)的概念,他们无法进行预测。不过,他们能发现一些对应。在没有挡板的情况下,转动轮盘并看着它在哪里停下来,他们可以发现一些对应,并且开始能够进行概括。不过,虽然他们能够对这种从一边移动到另一边的情况进行概括,但是还不能对从顶部移动到底部的情况进行预测。之后,如果对从顶部移动到底部的情况进行足够充分地观察,他们也能做这种情况的对应。他们能够看出,在顶部时浅色盒子在左而深色盒子在右,转到底部时则变成浅色的那个在右而深色的那个在左,而且他们能够对这些对应进行概括。因为这些对应催生了一般的循环顺序概念,所以通过这样的方式,儿童能做的那些具体的对应为循环转换的理解铺了路。反过来,对循环转换的理解也造就了推论那些对应的

能力。一旦儿童理解了转换的本质,他们将不必再看见对应了;因为从那时起,他们可以推论出对应。

我想再补充一个关于旋转圆盘的例子,那是以19世纪的不可变形固体的哲学问题为基础的;那是一个固定形状的固体。在19世纪,几何学者相信几何学是应用于不可变形固体的运动的数学。现代数学家认识到不可变形固体的整个概念是以几何学其余所有部分为基础的,所以它不再是出发点。在图6中,你们可以看到我们的不变形物体,它由通过硬杆连接起来的三个圆环构成,圆环上有可让铅笔穿过的小洞。我们可以把整个物体放到一张纸上,非常稳定地保持它的方向,把一支铅笔放到一个小洞里,在纸上移动它,画出那个特定圆环的运动轨迹。我们可以使它左右、上下,以Z字形方式或者以更复杂的曲线的方式运动。儿童可以看到第一个圆环的轨迹,随后我们要求他重复其他两个圆环的轨迹。理论上讲,它应该是非常容易的。因为物体根本没有改变形状,所以其他的轨迹是简单平行的。但是,这种轨迹之间的对应很晚才会形成。如果我们以从左向右的运动为例(一个单一的例子),很多年幼的儿童认为从左向右运动时,三个圆环的相对位置是不同的。它们甚至在一开始就不是相同形状的物体。之后,他们可能认识到在终点时三个圆环将处于相同的相互关系,然而在运动的过程中它们可以没有任何相互关系。两个圆环之间的关系是可以变化的,只要三个圆环最终在一起就行了。只有在运算水平,儿童才能认识到所有三个圆环运功轨迹之间的平行和对应。

我们现在可以看一下对应与转换之间的各种关系形式。我将概要地介绍我们发现的五种类型的关系。第一,有对应而无转换,也就是,当你们只是比较事物的状态时,你们可以有两个根本没有进行转换的物体,而且你们可以只是为了发现它们的相似和不同之处而去简单地比较它们。这里就不包含转换。第二,前转换(pre-transformational)对应。一个例子是装着两个盒子的轮盘,依照循环的顺序,两个盒子转到另一边时会改变排列的顺序。正如我们看到的那样,在这个例子中,在一边是上/下与在另一边是下/上之间的经验性或被观察到的对应,是对运动的循环顺序的转换性理解的来源。第三类关系是转换间的(inter-transformational)对应,即一种类型的转换对应于另一种类型的转换。例如,如果儿童将小棍按从短到长排好序后,再要求他将别的东西(如盒子)也按从小到大的顺序排列,他会看到相似之处,事实上是包含在这两个转换中的结构的同一性。第四类关系是协转换(co-transformational)对应。在这种情况中,对应是以转换及其相反的转换为基础的。例如,假如我们看一个自然数序列1、2、3、4…这个对应就是广为人知的后项态射;每个元素有且只有一个后项。另一方面,存在$n+1$的转换运算,但是在数学中,目前数学家正在寻找新的结构、新的转换结构,这是以已知结构的对应的范畴理论为基础的。

我们已经看到,正在横向和同时地进行比较的对应,在认知发展中就像转换一样是必要的。我们过去把转换看作是充分的。它们足以理解动作和动作的协变;它们足以理解物理规律,因为为了理解物理规律,我们必须改变事物,并把变化看作这些改变的

结果。它们似乎也足以理解数学和逻辑思维,因为这些明显是以动作为基础的。转换过去似乎是充分的,但是在我们研究态射和对应时,我们认识到比较正如转换一样是必要的。对于发现转换而言它们是必要的,因为我们必须知道给定的情况(即事实),以便发现转换,而且运算结构有它们自己的态射和对应形式。一方面的对应和另一方面的转换都是必要的,即使它们不完全相同。转换在一个人思维中的发展就是征服可逆性的过程,但是在对应的情况中并没有逆反,没有像在转换的情况中有的那种逆反运算。这里存在互反的关系。*A*与*B*同构意味着*B*也与*A*同构,但是不存在负向的对应,尽管存在负向或反向的运算。在对应中,我们正在发现两种结构、两种状态、两个项目或两个以上对象之间共同的东西,而这意味着我们正在寻找相似之处。寻找差异不会直接引起对应;正是寻找相似才引起对应。我们谈论对应时所说的相似和差异之间的关系,根本不像我们谈论转换时所说的正向和负向之间的关系。在对应的情况中,相似是绝对的。$A=A$ 意味着它们之间没有任何不同。*A*与它自己完全相同;相似是绝对的。但是假如我们取两个我们能想象到的尽可能不同的物体,也并不存在绝对的不同;在它们都是物体的意义上来看,它们还是相似的。因此,我们不可能看到任何绝对的不同。在转换的情况中,儿童必须保持正负两方面的平衡,而没有必要去保持相似和不同的平衡。在对应的情况中,发展的意思是找到任何两个事物之间的最紧密的相似之处,而不管它们的不同之处。它是一种单向的匹配,或是那种单维的发展。因此,我们有了两个系统(即转换的系统和对应的系统),而且即使它们的平衡形式很不相同,它们总是互补的,也就是说,它们不是矛盾的。对我来说,在认知发展的研究中,直到最近,认知发展的这个方面似乎都未曾受到我们关注,而我现在认为它已经值得去探索研究。我们尚未形成对对应本质的最终解释,但是我想让你们知道我们在这一研究中处于什么位置,因为我认为它有助于我们理解一些至今仍是模糊不清的问题。非常感谢你们的倾听。

态射与范畴：比较与转换

〔瑞士〕让·皮亚杰　〔葡萄牙〕吉尔·恩里克斯
〔瑞士〕埃德加·阿希尔　著
刘明波　张　兵　孙志凤　译
李其维　审校

态射与范畴:比较与转换

法文版　*Morphismes et Catégories*: *Comparer et Transformer*, 1990.
作　者　J. Piaget, G. Henriques, E. Ascher

英文版　*Morphisms and Categories*: *Comparing and Transforming*, Mahwah, NJ: Erlbaum, 1992.
英译者　Terrance Brown

刘明波　张　兵　孙志凤　译自英文
李其维　审校

本书中文版曾作为李其维策划的"皮亚杰发生认识论精华译丛"之一,由华东师范大学出版社出版(2005年),现按原中文版本收录于本文集,有改动。

内容提要

皮亚杰一生都致力于研究儿童的认知发展过程或者知识建构机制及其形式化处理。“同化”“顺化”“平衡化”“对应”“格式”“群集”“IRNC 四元转换群”等都是人们所熟知的皮亚杰理论的关键词。但是，即便是专业的发展心理学研究者，对皮亚杰晚年在本书所提出的认知发展的新形式化模型——范畴论及其形式化的核心概念“态射”可能也会觉得陌生。

皮亚杰与本书另两名作者G.恩里克斯、E.阿希尔在第十三章、第十四章、第十五章从不同角度为我们深刻阐释了范畴论天然就适合于描述发生认识论所发现的建构机制。建构、相似以及建构的迁移是范畴论最本质的特征，尤其是态射，最适合描述动态的认知发展过程，是可以整合认知结构与认知过程的数学工具。

何谓范畴？简而言之，就是对象及其态射。对象可以是某一格式，或是诸多格式的组合，也即对象可以是某一类关系，也可以是多种关系的组合。态射是范畴中对象的联系方式，也是对象之间的对应方式。例如：对象自身之间的恒等映射以及态射与态射的组合，都是态射。态射通常保持对象的数学结构不变。

如果说一张平面图通过一一对应转换为另一张平面图，是“像素”或“元素”之间的同构映射变换，而态射就是各类“对象”之间的同构映射变换（保持全部关系集不变），是低层次结构嵌套在高层次结构中的同构映射。这种关系集的不变性，在不同的认知发展水平，具有不同的特征，具体可分为置换不变量与转换不变量。前者通常只是涉及简单对应，属于比较早期的发展水平；而后期涉及认知对象自身在时间上的发展变化，由一种状态变为另一状态却保持某种关系集（形式）不变性。个体在建构转换不变量时，又分内态射与间态射两个水平：在内态射水平上个体只能进行简单和经验的对应；在间态射水平上个体可以对多种基于经验的对应关系进行协调。从内容上来看，依然只涉及状态间的比较，而非转换。但是，当个体能够对每一间态射进行操作（或运算），对间态射水平的诸多对应进行组合，且能够经过概括、抽象形成一个具有封闭性的整体，实现了对转换的概括化，个体就达到了超态射水平。这三章内容可谓是态射-范畴论式形式化理论框架。

本书的第一章至第十二章，皮亚杰及其合作者则从不同角度对不同复杂程度的各种旋转、守恒、亲属关系对应判断与推理等诸多方面展开研究，以内态射、间态射、超态射三个水平为线索对实验结果进行分析，阐释了新形式化的具体内涵，是我们理解与掌握皮亚杰晚年最后的工作——范畴论思想之关键。

总之，这种新形式化与以往的研究不同，已往的研究主要是对认知发展的阶段和结构

以及认知发展过程与机制的静态分析，新的形式化——范畴论——它能够实现时空一体描述认知发展过程机制，具有更广阔的包涵性，可以对认知发展过程机制的动态进行较为精细的描述。

孙志凤

谨以本译丛献给已故

我国安亚杰研究的先驱者、

我的恩师左任侠教授

——李其维

目 录

总 序*

Jachque Vonèche①

能够看到这套丛书中文版的问世,实为一大幸事并因此感到十分骄傲(这不仅仅是对于我而言,我想对于全世界的读者来说亦是如此)。这套书的出版应归功于华东师范大学李其维教授的辛勤劳作、不懈努力以及他的非凡才智,当然同时也离不开华东师范大学出版社的鼎力支持。在此,我谨向李其维教授以及参与此丛书的编译工作的所有人员表示衷心的感谢!

这套丛书所涉及的是皮亚杰思想中最核心的部分:探寻儿童思维的心理发生和科学概念的历史发展之间的连续性。但这并非其新颖之处。真正新颖之处在于皮亚杰所信奉的观点出现了新的转折。继皮亚杰在之前的发展阶段中提出的结构主义方法之后,这套丛书所提出的新的转换性的深入和扩展(的方法)开阔了我们的视野。

随着时间的推移,皮亚杰自身理性的发展经历了多次变化,在此我们有必要对其进行一番探讨。

当11岁的皮亚杰发表他的第一篇论文的时候,年轻的他本质上还是一名经验论者,他认为人们可以在"自然界这本神奇的大书"中进行直接的观察。他所有关于软体动物分类学的论文都是基于这样一个观点:人们通过观察对生物进行分类得到的是并不令人满意的结果,就像子午线对于地理学家来说可以被改变一样,对于生物的分类,如果情况允许的话,理想的分类界限也可以被改变。

皮亚杰从经验论者转变为进化论者,但不是转变为拉马克或达尔文式的进化论者,这在很大程度上是由于受到了柏格森(H.Bergson)的影响。柏格森是一名笃信生命冲动(柏格森著名的《生命冲动》)的哲学进化论者,他认为这种生命冲动是那些组成各种生命的最重要的、完美的组织原则:生物的、个体(心理)的、社会的以及道德的组织原则。于是,皮亚杰根据世间万物所对应的各种各样的需求将哲学改造得更加接近于实用主义。

这种新的立场致使皮亚杰提出了他的第一个平衡化理论。根据这一理论,任何一种进化系统都趋于某种平衡。这种平衡是同一结构中不同部分之间的平衡,或是整体

---

* 此为李其维策划"皮亚杰发生认识论精华译丛"(华东师范大学出版社,2005)之总序。

① 雅克·弗内歇(Jachque Vonèche,1939—),比利时学者,现为瑞士日内瓦大学教授,日内瓦皮亚杰文献档案馆馆长及基金会主任(1993年至今);皮亚杰生前助手与合作者,日内瓦学派(发生认识论)的代表人物之一。

和部分之间的平衡。但是在环境的诱因下,这种平衡会趋于一种不平衡,这种不平衡可能是破坏性的,也可能成为建构新的平衡过程中的一种动力。

因此,为了证明从超验到内在的过程,皮亚杰从生物学转到了心理学,更确切地说是转到了发展心理学。在关于物理因果关系的研究中,皮亚杰发现:儿童由早期服从权威——他人(上帝、成人、政府、团体)所宣称的道德规则发展为拥有自发的机制,以及内在的物理规则。与此同时,儿童的道德判断也从对超验规则的他律顺从转变为对互惠和互敬的同伴间社会契约的顺从。

总之,心理的发展就是一个由独裁向民主、由巫术向科学、由教条主义向自由主义、由唯我论向社会化转变的过程,更客观地说应该是一个由主观主义向客观主义转变的过程。这样,平衡的重心就被转移到了不断发展的内部心理结构和宇宙世界的外部结构之间。从这一点来说,心理的个体和心理的环境之间存在着对立。

随着诸如客体永久性、守恒等这些恒定性的发现,皮亚杰自身的发展也进入了一个新的阶段:心理个体让道给那些被称之为心理运算的分子结构。至此,皮亚杰由实用的功能主义者变成了结构主义者。

皮亚杰发明的"群集"结构使得他从功能主义向结构主义的转变成为可能。这种结构是一种代数结构,这表明了皮亚杰对普通代数的偏爱,同时也为之后他的理论中出现的布尔巴基结构理论作好了准备。

正如S.巴贝尔(S.Papert)为《态射和范畴:比较与转换》一书所写的序中所言,"群集"的代数结构和前运算阶段儿童的思维方式十分吻合,布尔巴基的"母结构"与具体运算吻合得最好,而范畴则适合于形式运算。巴贝尔提出了这样一个问题:这些就能说明皮亚杰是个喜欢赶数学时髦的人吗?

对于这一问题的回答是否定的,原因有二。其一,当皮亚杰使用布尔巴基结构的时候,这些结构还没在数学家中间流行起来。那时候,在数学中占主导地位的是原子论理论,比如罗素(B.Russell)所认为的数是"类的类",以及皮亚诺(Peano)以少量无关联的公理来定义的数。而布尔巴基的方法与上述方法截然不同:他通过列举和观察所有可能的数学行为集合,对数的真实结构进行描述;这更像是心理学的方法而不是原子论的方法,因为它确实符合儿童发展过程中能被观察到的情形。因此,不能说皮亚杰是一个追赶数学时髦的人,因为他并没有追随当时数学的主流。其二,当时,布尔巴基的结构主义和皮亚杰所提倡的任何关于"发生"的假设都是截然对立的。皮亚杰假设,儿童知识的增长与科学知识的增长遵循相同的机制,总的来说,这种假设在当时的数学家和科学家中已经不流行了。

从这些回顾中我们可以得出这样的结论:皮亚杰修改思维的模式,使之与他的众多合作者收集的资料相吻合,这些资料表明儿童思维的发展和科学的发展之间存在着类似的发展过程。当社会科学领域开始盛行以结构主义作为解释模式的时候,皮亚杰放弃了结构主义,这正是皮亚杰作为一名思想家的高明之处。自从他成为一名心理学家

之后，他总是走在时尚的前沿，总是在引领潮流。20世纪初期，当人们仍以儿童在语言习得期所说出的单词数量来衡量儿童言语发展的时候，皮亚杰就已经开始从交流的角度来研究语言了，而且他是最早使用此法的科学家之一。不仅如此，他还引领了这一领域的变革。皮亚杰是一位具有创新意识，并且终身都在创造新范式的思想家。

现在翻译出版的这一套中文版丛书代表了皮亚杰最后一个阶段的创造，一方面，他所提出的态射和范畴，为他的心理发生学资料的形式化处理提供了逻辑一数学模型。另一方面，一种意义逻辑在安德森(A.R.Anderson)和贝尔纳普(N.D.Belnap)相干逻辑的基础上得以发展并在某种意义上超越了它们。在这套丛书中皮亚杰又谈到了他所喜欢的主题：科学概念的历史发生和心理发生之间的关系。简言之，对这个问题的讨论围绕着这样一个主题：在发展系统中什么发生了变化，什么保持不变，两个事物之间什么是相同的，什么是不同的，而且(更重要的是)当两个事物被放到一块的时候，它们之间发生了什么，它们是否产生了变化，如果产生了变化，是通过何种方式变化的。对于以上的变化来说，最重要的是一种辩证的变化。就像法国数学家庞加莱(Henri Poincaré)所说的那样，如果世上的所有事物都在一夜之间发生了变化，那么第二天早上谁会发现这些变化呢?至少得有一个东西没有变化，才能觉察所发生的变化。就像断言需要反驳，肯定需要否定，变革需要守恒一样，变化也需要稳定性。对于中国人来说，你们比西方人更容易理解这种辩证的对立，在这一点上我就毋庸多言了。这正是皮亚杰整个解释系统的精髓之所在：从平衡理论开始，到随后通过同化和顺化这两个对立的两极而实现的适应，再到后来的由生命本身到知识的延续，这种延续是通过不同的方式来实现的。

但是这套丛书又在皮亚杰原有研究的基础之上加进了一些新的、不同于以往的东西。若对其先前的研究进行反思，那么就可见此处介绍的与之前的研究中提到的有着本质的不同。从某种程度上说它是一种从具体内容到形式的转变。也就是说，它所关注的不再是生命和知识以及科学史和心理发展之间的共同机制，而是力图揭示皮亚杰早期所提出的所有结构和过程是包含于一个简单的同构性的形式结构之中，并且，它证明了皮亚杰的全部研究和平衡化的第二个原则是相吻合的：在事物之内，在事物之间，超越事物之上，这一点在我即将在加拿大出版的一本书的一个章节中已有论述。

这一套最新的丛书实际上是真正跨学科性的、超解释性的，下面我就要对此进行说明。

我们从这套书中编写时间最早的一本书开始，这本有关“矛盾”的书写于1970至1971年。正如让-雅克·杜克莱(J-J.Ducret)在该书的序言中提到的那样，皮亚杰当时的研究目的在于找出心理发展的一般机制，而不再是发展的结构。但是皮亚杰关于矛盾的立场既不属于黑格尔学派，也不同于其他的哲学流派。对于皮亚杰来说，矛盾是肯定性和否定性之间的一种不完全的补偿，换言之，它是内涵(把某一个给定的集合a归于一个给定的类A)和外延(把一个非a的属性归于类A)之间的一种不完全的协调，因此有些元素最终既被赋予了a的属性又被赋予了非a的属性，就比如对于前守恒阶段的儿童来说，在同一时刻液体既具有相同的质量又具有不同的质量(“可以喝的水多或少”)。

对矛盾的超越由两种互补的过程组成:拓展的参照系统和概念的相对化。在守恒任务中,同时考虑两个不同的维度,并能意识到"多"和"少"这两个词语是相对的。这两种过程都受到"平衡化"这一共同机制的调节。当肯定性和否定性之间出现不平衡(用皮亚杰的术语来说就是去平衡)的时候,矛盾就出现了。一旦儿童明白了任何一种肯定都能被一种否定所补偿,他们就能克服矛盾。这就是心理运算中最重要的可逆性原则。

皮亚杰进一步区分了三种类型的矛盾:(1)完全只关注肯定和对否定的全盘忽视;(2)对肯定和否定进行协调的最初尝试;(3)在整个可逆系统中超越矛盾,据此,矛盾被视为是观察或推理过程中的暂时性错误,这种矛盾可以被肯定和否定之间更高的平衡的必然重构所抵消。在思维和科学的过程中都会出现这一过程。

《态射和范畴:比较与转换》这本书是在皮亚杰去世之后才出版的,所以皮亚杰没有对它进行最后的修改。因此,这本书有些内容不是很清楚。这本书主要阐述了有关生物和智慧之形式的一般理论,并指出这种理论是建立在态射和范畴这两种互相协调的数学工具的基础之上的。态射是建立在两个集合之间关系系统之上的一种结构,这两个集合就像数学的群集一样,都有一个或是几个共同的补偿规则。

范畴是拓扑代数的一部分。它们由两个类组成:一类是对象,另一类是态射。态射满足这样的规则,对于给定的三个对象A,B,C和两个态射f_{AB}(从A到B),f_{BC}(从B到C),有$f_{BC}\cdot f_{AB}$就是一个态射f_{AC}(从A到C)。态射遵循结合律,且有单位元。

函子把范畴之间的关系联结起来。一个函子可以将一个范畴中的对象与另一范畴中的对象,而且只能是唯一的一个对象联系起来,在态射之间也是这样。简言之,就是通过比较两个对象,它们的关系发生了转换。这种转换有三种类型:内态射、间态射以及超态射的转换。内态射转换是对状态或行为进行经验比较而产生的结果,不包括任何的代数运算成分。间态射转换是以某种组合的开始为其特征的,如减法(逻辑可逆性的一种形式)。超态射转换是作用于每一态射从而生成每一个态射的范畴(参见前面的数学介绍)而实现的。

因此,除了本质上为超态射的运算逻辑之外,皮亚杰通过代数拓扑而不是布尔巴基的母结构得到了另一用于解释数学群集的态射和范畴的平行系统。那么,这又有什么不同,又有哪些进步的地方呢?它们都是可使运算性转换的群结构具有建构性的好范畴。那么具有建构性又体现在哪些方面呢?为什么它比运算性变换更具有建构性呢?当人们使用布尔巴基母结构模型的时候,低层次的结构和高层次结构之间的转换十分彻底,以至于最初的结构完全融入了最终的结构。这正是皮亚杰在那本关于抽象的著作里所要解决的一个问题,在此我很冒昧地向读者们推荐这本书。皮亚杰在这本书中指出反省(或是建构性的)抽象反映了一个很重要的问题,因为"它是从低层次的操作或运算的系统中推导出来的,通过对行为或操作的反省,从而保证了其在高水平上的特征,因为只有通过在新水平上的建构才能够弄清之前的建构过程"。(E.E.G.XIVp.203)因此建构性抽象中的两个方面和"反省"一词的两种意义是相联系的,它意指反省就像镜子

一样,反射什么东西(皮亚杰称之为“物理意义”上的反射)也就是(对什么东西的)思考。某种程度上来说,反省抽象就是将较低水平上的事物投射到较高的水平上去,这并不受水平之迁移的影响。但是如果从思考的形式这一层面来说的话,它会因水平的迁移而彻底发生变化。事实上,新的运算结构比前面的结构更为有力。而且,能同时对这两个方面作出解释的数学模型也只有范畴理论,因为这一理论在最抽象的水平上使用了态射和对象的二分法。

皮亚杰通过态射和范畴解决了长期以来一直困扰着他的一个问题:视为生物适应之两个阶段的生命和智慧之间的延续性问题与日常知识和科学知识之间的延续性问题。

当皮亚杰通过范畴理论为他的建构主义建立起一个可靠的数理逻辑基础之后,为了确立结构主义的建构本质,他就得解决来自另一方面的问题,即必须对建构主义的建构本质进行明确的说明。就此而言,皮亚杰还必须对这一问题进行探讨:态射和范畴是不是或为天生或为后天习得,而不是通过建构而得到的?因此,皮亚杰就开始对现实性、可能性和必然性这三个概念进行研究,其中现实性只是某些可能的转换之有效的现实化或实例化。

而且在《态射与范畴:比较与转换》中,皮亚杰研究的着眼点不再是阶段和结构,而是对过程、程序和机制进行了探讨。此时,程序和机制被设想为有助于解决现实性、可能性和必然性之间的关系的争论。总的来说,知识的非遗传理论(后成理论)以可能性来解释了现实。它们用“本质的直觉”来解释实际的知识,也就是说,一般性、形式或范畴本身就包含着所有已知的可能性。因此发生认识论者的主要任务就是要阐明:一般概念的系统以及理解的形式和范畴,是由个体的行为建构而成的,而不是从外部世界的永久性中得到的。这种观点和先验论相抗衡。另一方面,还需要阐述和证明“普遍性是由经验所致”,我们可以以经验论的形式对其加以理解,其中一般性的范畴是通过日常经验获得的。为了证明经验论的错误,必须同时从两方面进行论述:(1)范畴是个体的活动的结果,而不是从现实的内部结构中得到的(这些范畴是个体赋予现实的);(2)证明这种赋予经历了发展的各个阶段。为什么呢?因为如果范畴仅仅是学习的结果,那么现实的内容就可以从环境中随机的、偶然的遭遇中任意地获得,而不会从一个由简单到复杂的层级清晰的过程中分阶段地获得。因此,皮亚杰理论中的一般系统的阶段功能,就是为了说明知识是建构而来的,这本书对这一点的说明尤为明确。只有对于那些机敏的个体而言,从简单到复杂的变化才是有意义的,因为事物的难易总是相对于主体和主体世界而言的。

皮亚杰在之前的一本关于“可能性”的著作《儿童概率概念的起源》[皮亚杰、英海尔德(B.Inhelder),1951]中提到:从婴儿的唯我论开始到儿童的自我中心再到儿童中期的朴素现实主义,其间需要很长的一段时间(对于日内瓦的儿童来说大约是12年)才能发现现实性和可能性之间的关系。正如数学中概率计算一样,偶然性尤其适合理解现实,即有利情形要优于其他可能情况而发生。这是从逻辑运算的角度来说的:归纳、结合性

思考……它们只有在形式运算阶段才能得到充分的发展。

新的研究着眼于探讨:对可能性的理解是如何随着年龄的发展而发展,它又是如何与运算结构相联系的。有两种可能的情况:因为数理逻辑结构而产生了对可能性的理解,或者是可能性的发展为心理运算的发展做好了准备。本书论证了后者是正确的。这实际上十分符合逻辑,因为儿童为了实现一个给定的目标而不断地进行尝试,这一过程(在他们心中)调动起了一系列被认为是能够达到目标(或目的)的行动和客体对象。只有当儿童在关于关系的时间系统中对所有的可能性进行组织的时候,相应的数理逻辑结构才会产生。

这些因素使得皮亚杰提出了一种新的格式分类,让-雅克·杜克莱在这两卷书的前言中对此进行了介绍。

第二卷书紧接着第一卷的结尾展开,皮亚杰在第一卷的结尾中提出,可能性不能产生于逻辑运算,因为逻辑运算植根于必然性。必然性的发展经历了三个阶段:(1)前必然性或伪必然性,它存在于这样的事实中,儿童意识到仅有一种可能性是有效的;(2)共必然性指的是,认为某些必然性能够通过一些有限的方式引起另外一些必然性;(3)最后一个阶段是无条件的共必然性。第一个阶段相当于将现实同可能性等同起来(现实就是唯一的可能,因此,也就是唯一的必然)。第二个阶段以现实性、可能性和必然性之间的区别为特征,但是这种区别仅仅局限于:现实只是可能性的一种,只有当其他的可能性被排除的时候,它才可能成为必然性,但是由于儿童无法考察所有的可能性,因此它只能是一种有限的必然性形式。最后一个阶段通过对所有可能性(现实的和不现实的)的思考,包括某些可能性会将其否定性排除的原则的思考,满足了实现无条件共必然性的条件。这里,我们可回过头来再看看之前关于矛盾的那本书中提到的关于肯定和否定之间的平衡化理论。

总而言之,我们认为必然性并不是像经验论者所认为的那样,是从现实中抽取出来的,而是产生于个体对可能性、可能性之间的关系及其必然性的建构。也就是说,它同时也排除唯心主义,因为作为一种生物,个体本身就是现实的一部分。从下面这句话我们可以再次看到,皮亚杰喜欢通过一种怎样的方式将生物体同知识联系起来:"现实只有在这样的过程中才能学会认识自身,即产生生命体,并且由此也产生了主体本身,这就又使我们回到了不可避免的循环(螺旋)……"这是关于知识和生物的最基本的循环。对它们而言,其中任何一方的深化就必然会引起另一方的深化。从知识这一方面来说,客体变得更容易被理解,这样个体就能够掌握他自己的心理结构,这些心理结构反过来又被其所遭遇的各种客体所完善。从生物体这方面来说,它们的器官变得更适于生存,甚至于为了适于生存而产生新的器官,这些器官通过前馈和反馈的反作用,在一种不断的循环中创造出许多新的有机的可能性。

皮亚杰晚年在探索新的解释模型过程中,再一次修改了他的运算逻辑,他在同格里兹(J.B.Grize)从1949年至1972年的合作中曾经对其进行过修改。每一次的修改都旨在

提高实际的推理或思维模型同逻辑模型之间的吻合程度。最初由安德森和贝尔纳普提出,现在被加西亚(R.Garcia)所推崇的衍推逻辑,主要是为了克服命题逻辑中的自相矛盾之处。这些矛盾是源于这样一个逻辑真值表。根据命题逻辑的真值表,若蕴涵 $p \supset q$ 为真,即使 p 为假,下列的条件陈述亦为真:"如果月亮是方形的,那么中国在亚洲。"人们马上就会意识到其实这两个命题之间根本没有任何关系。因此皮亚杰引入了意义蕴涵的概念,它指的是当且仅当"关于 q 的一个含义 s 包含于 p 的意义之中,并且这一普通含义 s 是可以传递的",则 $p \supset q$(《走向一种意义的逻辑》,法文版第12页)。皮亚杰对三个新的发展水平之间的逻辑一致性进行如下解释:内运算阶段(以前称作"感知运算阶段")的前运算不能在即时动作之外的结构中加以结合;在间运算阶段(以前称为"具体运算阶段")与超运算阶段(以前称为"形式运算阶段")中,儿童可以在运算上组合运算,而不再是在运算中进行运算(就像在具体运算阶段或是间运算阶段)。

在这样的模型中,我们可以在三个不同的逻辑水平上发现可逆性。在内运算阶段,婴儿不断地将一个容器装满,又倒空,通过动作他明白了装入的动作倒过来就是倒出,正如守恒阶段的儿童能够通过所有可能的可逆性形式来解释守恒性:(1)没有增加或减少任何东西;(2)永远可以将动作颠倒过来;(3)不同维度之间的补偿或平衡状态,就像青少年具有的INRC转换群以及十六种二元命题逻辑的组合的掌握一样。正因如此,所以皮亚杰认为十六种二元命题组合在人类婴儿的动作中就已经存在了。

再者,正如《态射与范畴:比较与转换》中所说的那样,依它们自身而形成的循环是封闭的:因为每一个元素都有意义,所以每一个元素都暗含其他的元素,这一现象体现在人类身上就表现为一些事物引起另外一些事物,如客体、行动或思维等。

非常遗憾的是皮亚杰未完成这本著作就与世长辞了。否则的话,这本书就会像加西亚作序的《心理发生学和科学史》一样非同一般,而我做这些介绍也就显得多此一举了。

我们要明白和记住的是,现有的这套丛书以及其他的一些著作:《意义的获得》《理解的获得》《反省抽象研究》《概括化研究》《关于"对应"的研究》,它们代表了皮亚杰研究上新的转折点,而且是一个具有建设性意义的转折点。因为皮亚杰从20世纪冰冷、教条的结构主义(对于结构主义的创立和发展他皆有贡献)转向21世纪新的、一般意义价值的信仰,并且通过对现实进行不断地比较和转换,从人类的行为中寻求这一存在的意义。从这个意义上说,皮亚杰是唯一实现西方哲学史中这一梦想的人。亚里士多德曾经说过:"谁能掌握隐喻,谁就是天才。"隐喻就是通过比较而实现的精确的转换,使得现实的意义变得更加丰富多彩。皮亚杰根本的隐喻就是"活动"。

我们十分感谢华东师范大学的李其维教授将这些知识精粹介绍给中国读者。这真不愧为一项伟大的成就。

文献总汇

Beth, E.W. & Piaget, *Epistémologie mathématique et psychologie*, E.E.G. XIV Paris: P.U.F., 1961.

Piaget, J., *Essai de logique opératoire*, Paris: Dunod,1972.Edited by J.B.Grize.

Piaget, J.&B.Inhelder, *La Genèse de l'idée de hazard chez l'enfant*, Paris: P.U.F., 1951.

林敏译　吴国宏校

皮亚杰关于认知发展的形式化理论

——《态射与范畴:比较与转换》导读

李其维

一

世人皆知,皮亚杰是位杰出的发生认识论者,并被誉为“西方20世纪最有影响的百名思想家和科学家”之一。心理学家获此殊荣者仅皮亚杰与弗洛伊德二人。[①]不过,皮亚杰似乎并不以心理学家自居,总是自称为“发生认识论者”。但是,我们可以把发生认识论视为一种具有特色的心理学。如果说发生认识论是把认识论研究实证化,是以探索认识的个体发生为己任,那么,其实证化的手段就是认知发展的个体心理学。在这个意义上,心理学乃是他从事哲学认识论思考的“方法论插曲”[②]。皮亚杰对心理学的贡献不在于他是否开创了新的心理学或发展心理学的研究领域——因为皮亚杰的研究范围仍属于心理学中的“认知及其发展”这一范围。这也正是人们常把皮亚杰的理论视为广义认知心理学的缘由。不过皮亚杰的研究的确又在诸多方面有别于一般意义上的心理学研究[③]。择其要者,可指出两点。

其一,皮亚杰所研究的“认识”有着深刻的哲学认识论的背景和内涵。换言之,皮亚杰并非盲目地把大千世界中的各种知识(认识)随意作为自己的研究对象。至少,他研究知识(认识)的切入点与心理学家不尽相同。皮亚杰非常有意识地从“构成人的知识的最基础部分,即康德意义上的知性范畴”入手,展开有关认识发展——在个体身上如何发生发展逐步建构——的研究。[④]这些范畴属于广义的逻辑-数学知识。因此,用弗内歇的话说,发生认识论研究的是“知识条件的条件”[⑤]。当然,皮亚杰的发生认识论之研究成果远远溢出了“知性范畴”的范围,因为实际上皮亚杰又从这些具体研究中概括

---

① Papert, S. (1999). Kid's Stuff, The fourth in the special series on the 100 most influential people of the century looks at Scientists & *Thinkers*, *Time Weekly*, 153, 12.

② 皮·格雷科(Peirre Gréco)为法国《拉罗斯大百科全书》所写的《皮亚杰》条目(第15卷,1975年)。中译文见左任侠、李其维主编的《皮亚杰发生认识论文选》,华东师范大学出版社,1991年,第554页。

③ 李其维和J.Vonèche,《皮亚杰发生认识论若干问题再思考》,《华东师范大学学报》(哲社版),2000(5)。

④ 李其维,《破解“智慧胚胎学”之谜:皮亚杰发生认识论》,湖北教育出版社,1999年。

⑤ J.Vonèche &李其维,《皮亚杰理论、新皮亚杰学派及其他:J.Vonèche教授访谈录》,《心理科学》,2000(4)。

提炼出了许多重要的理论，如相互作用论、结构-建构论、逻辑决定论等。[①]这些理论是任何一种心理学的微理论(micro-theories)都不能涵盖的。或许我们可以把这些理论视为皮亚杰范畴研究的“副产品”，不过其内容之丰，也许是皮亚杰本人未曾想到的。我们应该把这些理论与皮亚杰的具体的研究成果视为一个整体，它正是我们认为皮亚杰的发生认识论不同于那些琐碎的认知发展研究以及把它看作指导思想与具体实证研究高度统一的、系统的“巨理论”的理由。

其二，皮亚杰发生认识论的特色还在于它不满足于儿童知识形成(认知发展)的过程及对其特点作一般的描述(大致可以说，现今的认知发展心理学家们都是这样做的)，而是试图对这些过程及机制作某种形式化(formalization)的处理，于是形成了所谓心理逻辑学(psycho-logic)这一发生认识论的特有分支。形式化的工具何处可觅呢?自然地，皮亚杰向逻辑学和数学求援。心理逻辑学的形式化探索是皮亚杰终身未曾放弃的努力。没有这些努力，也许发生认识论要逊色不少。但是，毋庸讳言，这既是皮亚杰理论的特色，同时也是其难点，并且有时甚至成为发生认识论的聚讼之处。[②]依笔者浅见，这里似乎有两个问题有待形成共识。一是有关形式化的合理性和必要性，即实际思维过程(不是形式逻辑学所研究的标准思维过程)是否可以或适合于形式化？笔者认为这不应存有疑义。数学作为对事物秩序的描述手段[③]，它不应被排斥在心理现象之外。人的认识活动也是一种客观存在，是客观存在就必有其自身的规律，有规律就可用数学语言加以刻画，它比文字描述更为简洁，更为接近于“规律”的层次。数学在心理学研究中的作用不应限于统计或测量之类事后数据处理环节，它应努力介入对心理现象本身(过程及其机制)之规律的提炼和抽象。或许正因为心理学家这方面的努力不够和成果匮乏，才致使心理学的研究长久地停留于“软科学”和“前科学”的水平。二是有关如何进行数学的形式化的问题。这在理论上可行，操作上却不易。放眼望去，数学大厦巍巍壮观，无数珍宝深藏于内。哪些适用于描述认知发展的规律，这就全凭研究者的慧眼了!能寻觅到合适的工具，有赖于研究者对心理学(认知发展的过程及其机制)和对数学工具本身性质的深刻把握和理解，以及领悟到它们之间的内在联系。两者缺一不可，否则必然是“入宝库而空手归”，绝谈不上数学工具使用的首创性。在这方面，我们不得不佩服皮亚杰的创造特质。须知：尽管数学工具本身并非皮亚杰创造，但能拿来“为我所用”，并且似乎“用之顺手”，这同样显示了他的过人之处。对心理学界的绝大多数人而言，我们

---

① J.Vonèche &李其维，《皮亚杰理论、新皮亚杰学派及其他：J.Vonèche教授访谈录》，《心理科学》，2000(4)。

② 参阅李其维，《论皮亚杰心理逻辑学》，华东师范大学出版社，1990年。

③ 关于心理学研究的“数学化”(数学工具的使用)问题也许会使人想到心理的可计算性问题。后者涉及当代认知心理学的重大基础理论问题。学者们对此有不同看法。大体而言，认知的可计算性已受到质疑，更遑论人所特有的情感的、审美的等高级的“经验心灵”了!当然，极端的计算哲学信奉者信心满满，从生命到宇宙，到人的心理，似乎都在计算规律的支配之下。不过笔者以为，即使计算理论不能在心理学家中通行无阻，但似乎不应妨碍心理学家“数学化”的努力，因为“数学化”不等于“计算化”。

目前还未做到像皮亚杰那样也能从数学宝库中找到合适的工具。我们仅仅是跟随皮亚杰,学着使用皮亚杰为我们所示范使用的工具。即使如此,我们常常还陷入无力的境地。造成这种状况的原因,一方面可能是由于我们数学思维的不足所致(这与心理学工作者的基本训练有关),另一方面或许是因为皮亚杰对数学工具的解释不明,或许甚至根本是皮亚杰所选择的数学工具本身有误——该工具所蕴涵的数学思想本不适合作为描述认知发展的工具使用。我们不能排除这后一种可能性。因此,这正是笔者在此要表达的一个观点:皮亚杰的数学形式化工作的基本方向应该肯定,但对其具体的形式化工具的选择应持审慎评价的立场。

二

皮亚杰的形式化工作可区分为两个阶段:早期的结构主义时期和晚年的后结构主义时期。前者又称为"经典理论"或"标准理论阶段",后者则被从事皮亚杰研究的研究者们称为皮亚杰的"新理论阶段"。就数学模型而言,经典理论采用的是布尔巴基学派的结构概念,抽象代数中的"群"、"格"等代数结构尤受皮亚杰的青睐。于是有了感知运动阶段的位移群,形式运算阶段的INRC四元转换群和十六种二元运算组合系统的格结构等著名的形式化成果。位移群表面上是关于物体的位移所组成的结构,其结构元素是位移,但深层反映的是幼儿对物体的客观存在性,以及对空间和因果性的认识,它体现了这些认识的协调和综合,甚至时间因素也在一定程度上介入其中了。有关形式运算INRC群和十六种二元命题运算的格结构,在此我们不作详细介绍,有兴趣的读者可参阅拙作《论皮亚杰心理逻辑学》。[①]不过值得指出的是:这些形式化的模型也许是经典皮亚杰时期最值得称道的研究成果,特别是INRC群,它既运用了"群"这一数学结构,又融合了现代数理逻辑中的命题演算的相关知识,尽管它并不是某种公理化的形式逻辑系统而只是对心理运算在实际问题解决过程中运行规律的概括。(这种概括对各种命题之间的逻辑关系所作的解释与命题演算的公理系统一样,都是基于外延逻辑。皮亚杰晚年的立场对此发生了重大的转变,即以内涵逻辑取代了外延逻辑。这一转变与本文下面将要详细论述的以"态射-范畴论"一定程度上取代运算结构论的重大转变——它也是本书的主题——共同构成了皮亚杰晚年新理论的两个核心内容。有关皮亚杰逻辑立场转变的要点,读者可参阅笔者为本译丛另一著作《走向一种意义的逻辑》所写的"导读")

细心的读者也许注意到笔者前面未提及皮亚杰对前运算阶段和具体运算阶段所进行的形式化工作,原因不在于皮亚杰对此无所作为,相反,皮亚杰这方面的工作更有特

---

① 李其维,《论皮亚杰心理逻辑学》,华东师范大学出版社,1990年(台湾台北扬智文化事业公司1995年再版)。

色，值得下面略费篇幅专作说明。

前运算阶段与具体运算阶段在儿童整个认知发展的过程中占有重要的地位，因为它们之间经历了运算之诞生这一特殊的时刻。

我们知道，皮亚杰发生认识论是坚决反对刺激-反应的经验论观点的。主体对刺激做出反应并不是由刺激本身所机械决定的。皮亚杰把S→R改造成为S→O→R，即刺激必须纳入主体的认知格式（结构），然后才能做出反应。这是一个同化的过程。在主体做出反应的同时，主体已有的认知格式也会相应产生某种程度的顺化。顺化意味着发展，重大的质的顺化则标志发展层级的递升。因此，对皮亚杰的同化-顺化理论来说，最重要的内涵就是主体必须具有也必然具有认知格式，没有主体的认知格式，一切反应无从谈起。这些认知格式是主体的认知装备，是认识主体的主体性在"知"的层面上的体现。

这里让我们对认知格式和认知结构两个概念稍作区分。认知格式是主体自身的，而且主要以内隐的形式存在。认知的同步性现象可以推断它们是真实存在的。[①]

认知格式是跨发展阶段的。跨阶段的含义有二，一是指每个认知发展阶段都有认知格式，只要有认知活动，必然就有认知格式在发挥作用。就它们是认知活动的必要条件而言，它们是无所谓高低的。二是指认知格式一旦经由行为的重复而凝固概化之后，它们就永远存在下去。它们只会随着行为的发展而愈益丰富，但不会消失。认知结构则是研究者分析得出的，是研究者（如皮亚杰）对认知格式作出的事后进一步的概括，然后又借用某些逻辑和数学的形式语言对之加以刻画的产物。

因此，认知结构并不与主体行为直接对应。它与行为的联系链条中还有认知格式这一中介环节。根据皮亚杰，不同的发展阶段就有相应的不同水平的认知结构；或者，更确切地说，正因为认知结构的水平不同，才使认识研究者可将儿童的认知外显地区分为不同的发展阶段。还应指出，认知结构的水平跟研究者所使用的数学工具本身的复杂性无关。例如"群"这种数学结构，它既可用于感知-运动阶段的位移结构，也可作为形式思维中命题运算的转换所形成之结构的模型。不过，区别也许是存在的。同样是使用某种数学工具来对认知格式加以概括的刻画，由于对象（认知格式）的性质不同——动作的认知格式或是运算的认知格式，因而认知结构的性质也就有所不同：它们会有不同的张力和灵活性，因而可以应用的范围以及对主体行为的解释力就有差异。从这个角度来看，只有实现了从动作到运算的转变，由运算所构成的认知结构才真正地结构化了。用皮亚杰的话说就是形成了整体的结构或结构的整体（structured whole），其最高形态就是形式运算的群、格结构。

基于以上分析，可见在经典皮亚杰理论中，运算的诞生，其意义是十分重大的，因为运算的本质特征就是可逆性。前运算的根本缺陷就是可逆性的缺乏或"发育不全"；而

---

① 皮亚杰和英海尔德，1958年，《从平衡化观点论形式思维》，原文载于《从儿童到青少年逻辑思维的发展》一书，中译文见左任侠、李其维主编《皮亚杰发生认识论文选》第199—227页。有关"同步性现象"的论述见第221页。

具体运算和形式运算的认知结构都是根据可逆性的有否、种类和协调水平加以区分的。

先看前运算的认知结构。

前运算的数学模型为所谓单向函数 $y=f(x)$，即 y 由 x 所决定，它并不表示 x 同时也由 y 决定。儿童此时获得了所谓“函数从属性”(functional dependency)的概念。单向函数和“函数从属性”充分体现了前运算思维的“半逻辑”特点。“半”者，只能单方向进行思维操作也![1]

皮亚杰对具体运算认知结构的形式化处理表现了他的创造性，也显示出一定的局限性。创造性表现在他在使用“群”的概念时，敏锐地察觉到它不完全适合用来作为具体运算的模型。但他不是削足适履让具体运算适合群结构，而是改造了群结构，或者说在群结构的基础上，添加某些条件，使群结构变成了适用于具体运算的“群集”(groupment)结构。皮亚杰是明智的。因为具体运算是思维运算的真实存在。代数结构是某种已有的现存结构，它是待选的工具。我们只能挑选或改造工具而不能改变真实的思维，因为我们的任务是为真实思维寻找合适的形式化工具，本末不应倒置。那么，皮亚杰是如何改造群结构的呢?

众所周知，皮亚杰所说的具体运算有两大类：一类为类运算，另一类为关系运算，它们分别构成了“类”和“关系”两大系统。所谓具体运算的形式化就是为这两个系统寻找合适的数学模型。为什么分为“类”和“关系”这两大系统，皮亚杰的依据是可逆性，即这两大系统中起构造作用的分别是基于逆反和基于互反的两种可逆性。然后他又根据对称性与非对称性和加法性与乘法性再进行细分，于是得到了八个具体运算的结构。[2]这八个具体运算的结构的数学模型都是“群集”。换言之，“群集”这种结构是主体在进行所有涉及类和关系的思维活动时，我们(研究者)对主体头脑中的运算都可作进一步的抽象和概括，发现它们都符合“群集”结构的条件，即都形成了群集结构。或许，皮亚杰最初是期望这些运算形成的结构能符合“群”的条件的，但事实上并非如此。问题出在群的条件之一“单位元素的存在”上。所谓“单位元素”指集合中(结构中)存在一个元素，该元素与其他任何元素相结合，获得的仍是该元素。例如“0”就是“有理数加法群”中的单位元素，“1”则是“非零的正有理数乘法群”中的单位元素。单位元素又称为“同一性元素”。

我们以“类的加法群集”为例，说明它的性质与群的条件的异同。

皮亚杰概括群集结构具有以下五个基本特征，“类的加法群集”也不例外。

1. 组合性。它是指系统内的元素通过“加法”与任何其他的元素相结合，所产生的结果仍是该系统中的一个元素。这一性质与群的“封闭性”条件相一致。

---

① 关于前运算的单向函数和“函数从属性”的行为特点，可参阅：英海尔德等，《学习与认知发展》，华东师范大学出版社，2001 年，第 8 页；左任侠、李其维主编，《皮亚杰发生认识论论文选》，华东师范大学出版社，1991 年，第 83—84 页。

② 李其维，《论皮亚杰心理逻辑学》，华东师范大学出版社，1990 年，第 62—69 页。

2. 结合性。它是指一个元素系列之和与它们结合的方式无关。这一性质与群的“结合律”条件相一致。

3. 可逆性。它是指对每一元素来说,都存在唯一一个元素,当它与该元素相结合时,将产生同一性元素。这一唯一的元素就是该元素的逆元素。这一性质与群结构的“逆元”条件相一致。

4. 一般同一性。所谓一般同一性,即指存在一个元素,它与任何元素相结合,都使该元素不变。皮亚杰定义该元素为“一般同一性元素”。皮亚杰所指的这种“一般同一性”与群的所谓“单位元素”的条件是相一致的。对“加法群集”这一具体的群集来说,其同一性元素就是指空类元素。任何元素加上空类仍是自身。但是,对群来说,这个同一性元素应该是唯一的。但正是在这一点上,群集结构不同于群结构,因为群集结构的同一性元素并不是唯一的,它还有所谓特殊同一性元素。

5. 特殊同一性。这一性质是不同于群之性质的。群的单位元素是唯一的,而在群集中,则除了一般同一性之外,还存在一种特殊同一性,即它还存在另一个元素,这个元素在某些特殊情况下,也起着同一性元素的作用。这是群集结构的特殊之处,自然也是其相对于群的要求来说,不够严密之处。那么,什么情况下会出现某种元素也发挥着同一性元素的作用呢?有两种情况:其一,任何元素,相对于自身也起到同一性元素的作用,如对于A来说,$A+A$仍然为A;其二,任何元素对于其上层的类来说,同样也具有同一性元素的作用。正是由于特殊同一性的存在,所以皮亚杰又把群集称之“半群”——它不能满足群的所有条件,只能称为“半群”。

以上为皮亚杰对具体运算所做的形式化工作。尽管难以说它是精致的,甚至显得十分简单粗糙,但皮亚杰仍坚信“这类结构是真实存在的”,因为“它们简明地描绘着每一分类、每一序列化活动中所出现的东西”[①]。

但是,问题随之而来。或许我们难以否认它们是主体分类和序列化活动中的真实现象,即这些活动中的主体运算真实地构成了皮亚杰事后所概括的群集结构,但是,我们有理由设问:作为长达数年发展的一个阶段——具体运算时期,只有分类和序列化这两种运算活动吗?我们并不怀疑逻辑的分类(classification)与序列化(seriations)它们都是主体“组织现实的有力工具”[②],但是,主体的认识大厦仅由这两根支柱(尽管它们十分粗壮有力)所支撑的吗?除了分类和序列化之外是否还存在其他性质的具体运算?沿此思路追问下去,可能会接触更深层问题,即对于可逆性的认识。因为所有类与关系的群集结构都是建立在可逆性基础之上的。尽管可逆性极其重要,但却难以承担构建全部认识的重任。分类和序列化活动并不能涵盖人的认识的全部领域。这就是我们认为经典皮亚杰关于具体运算的群集结构的局限所在。

---

① 李其维,《论皮亚杰心理逻辑学》,华东师范大学出版社,1990年,第78页。

② Barrouillet, P.& Poirier, L. (1997).Comparing and Transforming: An Application of Piaget's Morphisms Theory to the Development of Class Inclusion and Arithmatic Problem Solving, *Human Development*, 40.4: 220.

因此,关于具体运算群集结构的局限实际上蕴涵着两层含义。一是关于分类与序列化的八个群集是否涵盖了全部具体运算?二是皮亚杰基于可逆性而建构的具体运算结构是否就足以解释分类和序列化活动的产生?对于第一种局限,我们未见皮亚杰和皮亚杰的研究者们提出过任何怀疑,作为笔者的一孔之见,我们暂置一旁。对于第二种局限,皮亚杰虽未明说,但我们毫不怀疑他是十分清楚的。但这种不满并非简单针对具体运算的结构,而是产生于对经典皮亚杰全部形式化工作的反思。

经典皮亚杰的形式化工作有两个特点。第一个特点是主体具有的结构都是我们研究者的事后归纳和概括,甚至是所有这一年龄阶段儿童解决此类问题时所使用之运算的概括。主体本身对之毫无意识,也无从意识(前已述及,主体至多觉察到格式)。第二个特点是它们都是运算(或其前身:动作)所形成的结构。这一点至关重要。它实际上表明了经典皮亚杰的最根本的立场,同时也是发生认识论的核心观点,即一切知识(逻辑数学知识以及广义物理知识)都是与动作及其转换相联系的,所以思维的图像方面从属于思维的动作(运算)方面。图像方面没有自己的独立发展,属于图像系列的成分有知觉、表象、记忆等。它们的发展的源泉是动作。例如,表象的源泉并非知觉,而是模仿内化的产物。皮亚杰有一句名言:知识就是转换(To know is to transform),即知识总是与一个转换的系统相联系的。

但是上述经典皮亚杰的立场逐渐受到皮亚杰本人的自我修正,而且这一切都发生在皮亚杰的晚年。人们习惯上把皮亚杰晚年的理论称为“皮亚杰的新理论”,但我更主张把它称为皮亚杰的“新形式化理论”。因为这一理论并未放弃皮亚杰在整个发生认识论中一以贯之的基本观点,而仅涉及如何把思维机制加以形式化这一特殊问题,即仅仅与发生认识论中的心理逻辑学这一具体领域有关,尽管它在发生认识论中占有极其重要的地位。

皮亚杰的新形式化理论可以用一句话概括,即他基本上放弃了运算结构论而代之以态射-范畴论。这对大多数不能与皮亚杰一起“与时俱进”的发生认识论的研究者来说,或许是一件令人难以接受的事,因为当我们还未及熟悉并掌握所谓经典皮亚杰的心理逻辑学之际,皮亚杰本人却在其生命的夕阳余晖中,又从当代新的逻辑(注重内涵的相干与衍推逻辑)和新的抽象代数(态射与范畴论)中汲取营养,继续为个体的知识获得过程铸制更为适合的模型了!本译丛所选的《态射与范畴:比较与转换》和《走向一种意义的逻辑》就是皮亚杰新的形式化理论诞生的标志性成果——皮亚杰甚至生前没有看到前书的出版!本译丛另三本著作亦与这一新理论具有密切的联系,特别是《心理发生与科学史》,因为皮亚杰与加西亚把“内态射”、“间态射”与“超态射”的三种态射水平创造性地应用到了科学知识的历史发生过程的分析中。与新理论关系同样密切的相关著作还有《关于“对应”的研究》《概括化研究》和《反省抽象研究》等。如有可能,这些著作是我们《皮亚杰发生认识论精华译丛》(第二辑)当然应选的书目。

皮亚杰新形式化理论的思想发端于对思维活动和任务解决过程中非转换成分所起

作用的分析，具体说就是对应与比较究竟在认知发展中起何种作用的问题。

诚如皮亚杰所指出的："现代几何学是建立在转换群基础之上的，代数学也是转换的系统。然而几年以前，数学中产生一种新的趋势，它是建立在对应而不是转换之基础上的，特别是建立在态射(morphism)对应之基础上的，在态射中，结构被保持；以及建立在范畴(categories)之基础上的，范畴就是具有所有可能的态射的对象的集合。在这种情况下，一个对应不是一个转换，它只是一个比较。"[①]例如，当儿童面对10个红色弹子和10个蓝色弹子时，他就在它们之间通过建立一一对应而达于数的相等性的认识，他所依赖的机制就不是转换而是比较。皮亚杰在有关儿童数的发展的研究领域，早就注意到了这一现象，但对对应与比较的系统研究则是在皮亚杰晚年汲取了数学中的态射和范畴论思想之后。

三

为了了解皮亚杰晚年这一重大的思想转变的实质及其意义，有必要对他所欣赏的数学中的范畴论作一简单的介绍。

何谓范畴?范畴是从数学的各个领域中概括出来的一种高度抽象的数学系统。一般的数学书中作如下定义：[②]

范畴C由下述要素构成：

(1) 一些对象(object)构成的一个对象族ob(c)；

(2) 由所有的集合$\hom_c(A,B)$构成的族，这里的A,B取遍ob(c)中的所有对象，$\hom_c(A,B)$[或简写为$\hom(A,B)$]的元素f称为从A到B的态射(morphism)，也可用$f:A\rightarrow B$来表示；

(3) 对由任意三个对象(可以重复)构成的三元组(A,B,C)，存在映射：

$$\hom(B,C)\times\hom(A,B)\rightarrow\hom(A,C)$$
$$(g,f)\qquad\qquad(gf)$$

其中$gf:A\rightarrow C$被称为态射$f:A\rightarrow B$和态射$g:B\rightarrow C$的合成态射。

以上三个要素还必须满足一些公理，我们不作细述。

理解范畴论思想的关键，我觉得是要理解"$hom_c(A,B)$"这一符号所表达的含义。

式中"A,B"表示的是"对象"，对象本身可以是某种代数系统，即某种结构。范畴是结构之上的结构。范畴论就是采用某种联系方式，把这些代数系统(结构)联系起来。换言之，要从中抽象出某种共同的性质。这些共同的性质是什么呢?就是态射。态射既

① 皮亚杰，《论对应与态射》，1975年6月14日皮亚杰在Jean Piaget Society的第六届年会上的报告。文载于：*The Jean Piaget Society Newsletter*, Volume V, No. 3, April 1976.

② 陈志杰，《代数基础：模、范畴、同调代数与层》，华东师范大学出版社，2001年，第75页。

是共同性质，又是各代数系统（结构）的联系方式。$\hom_c(A,B)$就是态射，但它是态射的集合；更具体说，是从A到B态射的集合；再具体说是从A到B依据某种对应关系（如f）的态射的集合。不同的范畴有不同的态射，这里“不同的”的含义就是指不同的对应关系，但它们都是态射。范畴不能离开态射，对象及其态射是范畴的两大要素。

正确理解$\hom_c(A,B)$的含义，还必须指出A，B是对象族“ob(c)”任意的两个对象。这就是说，A，B必须取遍$ob(c)$中的所有的对象。只有这样，才能形成关于某一具体态射的范畴；也正是因为是“取遍所有对象”，所以我们才说$\hom_c(A,B)$是一个态射的集合，它的元素是各次的态射（如f）。

可见，范畴论的最核心和最基本的概念是态射。态射也是映射，但它是映射的复合，而非单个的映射。“态”者，保留某种结构之态也!因此，对态射来说，重要的是使对象的原有结构保持不变。然后通过它，才会形成更高层级的结构。所以，在这个意义上，也可以说范畴是结构的结构。对数学来说，态射的方法论意义就在于它可以使我们从更高的整体上研究空间形式和数量关系的联系和转换，研究不同数学结构之间的联系和转换。它是一种分析结构之间的联系和转换的有力工具，分析这些联系与转换的过程，也就是更高水平的新的整体结构——范畴的产生过程。因此，所谓范畴，就是从数学的各个领域中概括出来的一种高度抽象的数学系统。

我们以集合论、群论和拓扑学作为上述各个数学领域的例释。这些数学领域各有其研究对象。集合论研究集合与映射，群论研究群与群同态，拓扑学研究拓扑空间与连续映射。但是，如果把各个领域中的研究对象结合成一个总体，使这一总体成为一个数学系统，这就是范畴思想。于是，所有的“集合与映射”就组成了集合范畴S；所有的“群与群同态”就组成了群范畴G；所有的“拓扑空间与连续映射”就组成拓扑空间范畴T；等等。集合范畴S、群范畴G、拓扑空间范畴T等都是所谓的具体的范畴，所谓具体范畴就是一种数学结构与保持此种结构的映射构成的范畴。而范畴则是对这些具体范畴的一些共同性质的归纳：其中的集合、群、拓扑空间等都是“对象”，映射、群同态、连续映射则是“态射”。

除以上集合、群、拓扑空间外，还有环、域、模等代数结构以及度量空间，可测空间等几何结构，它们也都是数学结构，它们与保持此种结构的映射也可形成各自的具体范畴。

基于以上分析，我们可以举以下两个更简单的例子来说明范畴的构造：[①]

范畴举例（I）：

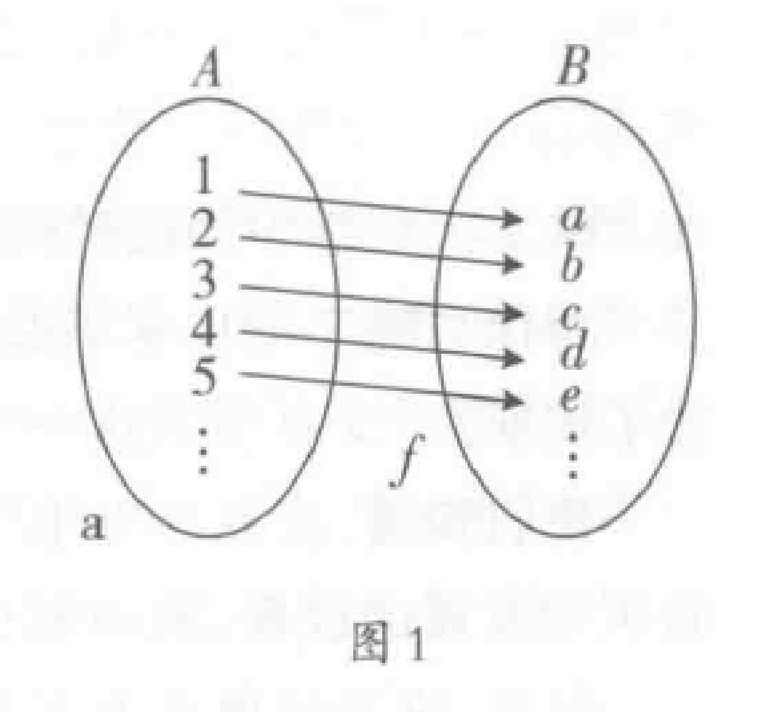


图1

图1中A，B表示“由所有线性次序所构成的对象族中所选取的两个对象”，当然它们也是两个“线性次序”，即

① Davidson, P. M. (1988). Piaget's Category-Theoretic Interpretation of Cognitive Development: A Neglected Contribution, *Human Development* 31: 225-244.

1，2，3，4，…和$a,b,c,d,\cdots$该对象族中还有其他的对象，如甲，乙，丙，丁……一，二，三，四……等。

L_1表示A中的次序关系，具体而言，即1，2，3，4，…；L_2表示B中的次序关系，即$a,b,c,d,\cdots$。

f为"次序的态射"：关系L_1中的每一对（例如，$\langle 1,2\rangle$）对应于关系L_2中的一对（$\langle b,c\rangle$）。

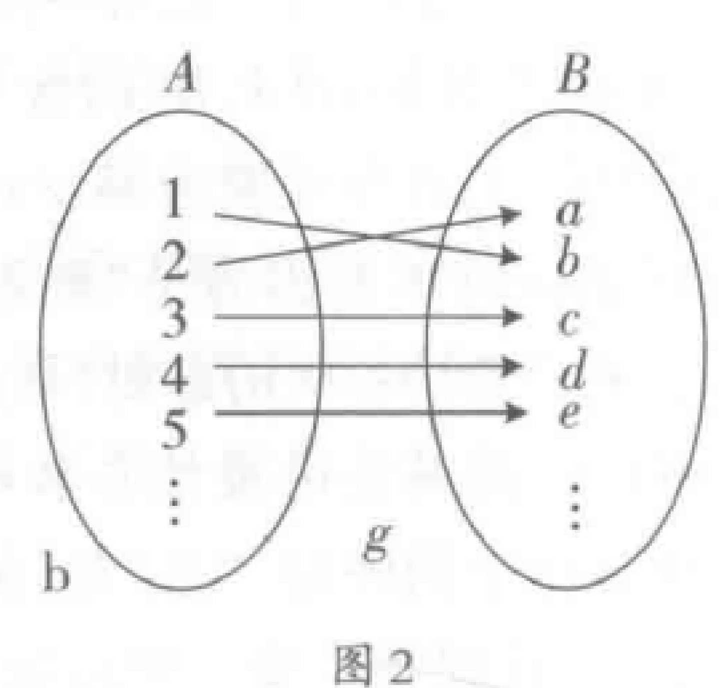


图2

于是，这就构成了一个"所有线性次序"的范畴，因为A,B是线性次序对象族中任意两个对象。函数f是所有态射的集合。之所以f是态射的集合，是因为它并不使A,B的结构改变，即仍保持原有的次序关系。



如果情况如图2：

这时，g就不是一个态射，因为L_1中的$\langle 1,2\rangle$映射的是$\langle b,a\rangle$，而$\langle b,a\rangle$并不是L_2中的次序关系。换言之，通过g的映射并未能保持原来的次序关系。因而A,B所在的对象族与g并不构成一个范畴。

范畴举例（Ⅱ）：

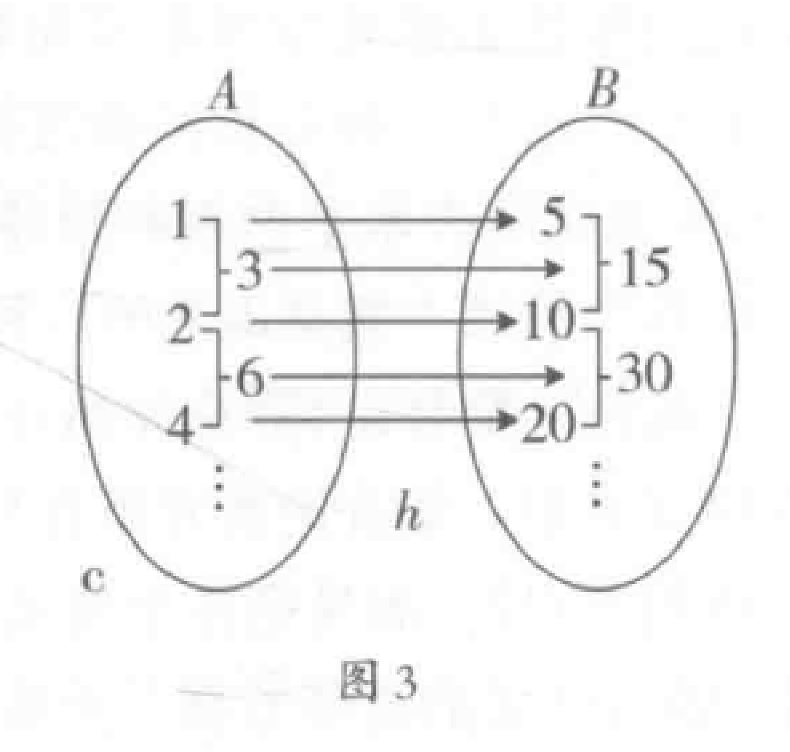


图3

此例中的A,B为"由所有保持二元运算的对象族中任意两个对象"，函数h则是一个态射，因为它把A中的二元运算的值映射于B中的二元运算的值。这就是说，对A中的所有的m和n，$h(m+n)=hm+hn$。换言之，它使原有的结构保持不变。于是"所有的保持二元运算的对象族"和"所有的h这种态射的函数"一起构成了一个范畴，见图3。

四

以上为数学中的范畴论之最简要的概述。

为什么晚年的皮亚杰会对范畴论产生兴趣？究竟是范畴论中的何种思想吸引或启发了皮亚杰？皮亚杰的这一"转向"难道无先兆可寻？我们试作分析。

我们知道，皮亚杰发生认识论的全部工作可概括为两大主题：一是揭示主体（儿童）的认知发展的过程，或曰知识的建构机制；二是对这一过程或机制进行形式化的处理。

但是，纵观经典皮亚杰的理论，有关这两大主题的研究是有缺陷的。先说认知发展的研究。粗看起来，皮亚杰总是口不离发展，但他留给我们的只是两样成果：一是界限分明的四个发展阶段，二是一个可用来说明一切知识建构机制的双向建构模型——它

实在是过于一般化了!至于形式化的工作，则更是难觅“发展”的踪影：因为那些著名的具体运算的八个群集结构和形式运算的INRC群结构只是对研究者抽象出的儿童解决问题过程中所使用之运算作出的事后的、一般特点的描述。形象地说，它们只是一种横切面的静态刻画。而发展的要义，则在于纵向的过渡，在于认知如何从较低层次向较高层次的递升。任何形式化，都不能忽略这一最体现发展本质的方面。坦率地说，经典皮亚杰理论对此并无多少着墨。

当然，我们无意否定经典皮亚杰在所谓静态的心理逻辑学方面的成就。前已述及，皮亚杰早在20世纪40年代就从当时的数理逻辑和抽象代数中汲取群、格等结构为其所用了。他甚至还创造性地改造了它们的内容，提出了“群集”的概念。他对具体运算的首次形式化工作体现在《类、关系和数》(1942)一书之中，以后又在《运算逻辑试论》(1949)一书中更有详细系统的描述。

但是，到了20世纪60年代，皮亚杰已经开始对自己早年所进行的形式化工作有所反省。他开始怀疑，也许还存在群集概念所不能描述的一些东西，特别在认知运算的初始阶段。因此，群集概念并不是一个对这些所忽略的重要内容加以刻画的最适当的工具。根据我们的理解，这个被忽视的内容就是从动作向运算的过渡环节。因为基于经典皮亚杰，前运算儿童表现为“不能”进行关系或类运算，而具体运算儿童则“能”进行这些运算。但关键的问题恰恰在于：从“不能”到“能”的过程到底是怎样发生的?如果要对认知发展过程加以形式化处理，那么选择适合的形式化工具，其唯一标准就是看它是否能对这一过程提供更具体的细节刻画。

范畴论就有可能充任这样的工具。但是，正如戴维森(Davidson)所指出的，皮亚杰晚年范畴论思想的创造性的运用——其创造性之处不在于范畴论本身，而在于他把它创造性地应用于认知发展过程及其机制的刻画之中，竟然并未得到皮亚杰研究者们的高度重视，更不用说一般的发展心理学家们几乎都对之视若无睹了。他认为这一现象是令人惊讶的。[①]实际上，在皮亚杰关于认知发展的范畴论思想中，他不仅把它作为一种认知过程的动态的、纵向的形式化工具，而且还把发生认识论理论框架中的一些其他重要概念，如对应、交换性、平衡化、反省抽象、概括化以及开放的可能性等有机地整合在一起，或者，换言之，也只有范畴论思想才有可能实现这一整合。笔者曾在一篇纪念皮亚杰逝世20周年的文章中提出过寻找适当概念整合和统率皮亚杰理论中诸多概念的想法。[②]由于撰写该文时学习不够，故而未能了解范畴论的深刻含义。显然皮亚杰本人一直未曾放弃这种努力。某种意义上，范畴论扮演着整合和统率的角色。笔者认为，范畴论对整个发生认识论具有极其重要的意义。皮亚杰的范畴论，尤其是其核心成分——态射，为认知过程和认知结构的整合提供了合适的模型，并由此对皮亚杰一以贯之

① Davidson, P.M.(1988).Piaget's Category-Theoretic Interpretation of Cognitive Development: A Neglected Contribution, *Human Development* 31: 225-244, p.325.

② 李其维，《皮亚杰发生认识论若干问题再思考》，《华东师范大学学报》(哲社版)，2000(5)。

的建构论思想作出远较双向建构说更为具体的展示。

为何皮亚杰对范畴论青睐有加,正因为范畴论在两个方面满足了皮亚杰的需要。

首先,范畴论本质上是一种更高层次的结构在较低层次结构基础上生成的"途径"。它立足于结构之间的联系与转换。而知识的发展实质上就是不同水平的结构的递进发展,揭示这一发展的机制正是发生认识论的任务。这样,在范畴论与发生认识论之间就有了契合之处。作为一种更抽象的数学系统的构造方法,范畴论不仅成为数学学科的新的语言和语法,促进了数学本身的发展,而且它对其他学科也具有某种方法论上的意义。发生认识论就是可以从中受益的其他具体学科之一。我们可以运用范畴论的数学语言去组织相关的内容,分析认知发展各阶段的结构,厘清它们之间的内在联系,揭示不同水平认知结构之间的联系本质,从而进一步指明认知发展的方向。因此,皮亚杰把范畴论拿来为我所用,这是一件十分自然的事情。

其次,由于范畴论的核心的成分是态射,而态射实质上是一种对应。态射在形成高层次代数系统中的作用正呼应了皮亚杰对转换在知识建构中的作用的反思。所谓转换,指的是作用于对象的动作,是属于认知的动作或运算方面。皮亚杰认为,运算是对一种状态向另一种状态的转换,而对应并不涉及转换,"它不去转换状态,而只是联系和比较状态"(同上),它在性质上乃属于认知的图像方面。在态射中,结构被保持,范畴就是具有所有可能之态射的对象的集合。在此情况下,一个对应就不是一个转换,它只是一个比较。皮亚杰有关对应的反思集中于以下问题上:对应作为一种比较的手段在认知发展中的作用以及对应与转换的关系。

概言之,皮亚杰改变了早年对转换系统在认识中起绝对作用的观点,不再把图像方面置于完全从属的地位。对转换与对应,他从"主次分明"的立场转变为"平等协同"的立场。他认为转换与对应是两个对认知发展都有重要作用的相互补充的系统。

实际上,发展的每一水平都存在着对应。在感知运动水平,每一次向动作格式的同化就是一种对应。任何把一个新的对象同化到一个已存格式中去的时候,在新物体与它曾同化过的物体之间就有对应发生(新、老客体之间也有一种概括化)。在运算水平,每一个直接的运算(如加法)与其逆反的运算(如减法)的关系也是一种对应。在调节和反馈的情况下,在连续的调节之间以及干扰与其补偿之间也存在一种对应。

至于对应与转换的关系,皮亚杰认为存在三个阶段或三个层级。

首先,对应为转换铺平道路。在转换之间必须先有比较,人们必须在能够比较转换或转换的结果之前先能作出对应。其次,在对应和转换之间存在相互作用。它们在各自的形成过程中互相帮助,并促进对方的发展。在第三水平,即当对应由转换决定时,会产生一种新的对应,皮亚杰称之为"必然的对应"。这种对应发生在运算的水平上:如直接的运算与其逆反的运算之间就是必然的对应。相对而言,前运算的对应仍是经验性的,主体只是知觉到或看到或同化所观察到的东西,此时的对应并不具有必然性。

根据以上分析,我们大致可以得出如下结论:皮亚杰的经典理论或标准理论是以群

和群集的数学模型，形式化儿童的运算结构。但从70年代起，在稍早进行的有关对应研究的基础上，转向了数学上的范畴论和态射概念。这一研究取向对原来的只注重转换的运算理论至少在两方面作出了修正。首先，它降低了或相对弱化了皮亚杰以前对主体动作和运算的强调，而这种强调往往又是以忽视思维的图像方面为代价的。现在则重建了知识建构中内源过程（运算方面）和外源过程（图像方面）的平衡，即新理论兼顾了运算和图像这两个方面。而且，主体的活动往往首先集中于周围外部的信息——动作的结果上（还未及注意到动作本身）。因此，开始的对应只是把外源的观察物联系起来，跟转换没有任何关系。其次，如前面所指出的：新理论提出了一种新的形式化方法，它尤其可以用来说明运算的产生，并对与以前的结构主义的运算理论不相吻合的实验事实加以整合，以避免其困难。只有态射概念才能使认知的图像方面及比较和对应的作用得以彰显。

五

以下我们介绍如何运用范畴论和态射概念来解释某些经典皮亚杰的任务。

黏土的物质守恒问题是大家都熟悉的，它也是皮亚杰发生认识论中的经典问题。对此问题的解决标志着具体运算的形成。因此，它也可以说是处于动作与运算的临界点上，具有某种运算产生的指标意义。

一块圆形的黏土，在经过非量的转换（nonquantitative transformation）之后，改变了形状，如变成了长条形。前后的长、宽维度发生了变化。非守恒的儿童未能协调自己的动作（转换是因动作而导致的，形状的变化也是因动作而产生的），只注意到了变化了的某一维度，因而得出黏土现在多了或少了的结论，即未达于守恒的认识。如果儿童能把自己的动作加以协调，即实现了不同维度的补偿，则他们就能作出不变量（invariant quantity）的推断，从而达到了物质守恒的认识。以上即为皮亚杰的经典解释。而且进一步还可以把这一认识背后所蕴涵的运算作事后的结构描述：即它们构成了所谓“类的替换加法群集”（vicariant）。所谓“类的替换加法”，指的是一个总类在不同的分类情况下，它本身仍保持不变。例如，地球上的人类（总类）可以分为“瑞士人和非瑞士人”，也可替换分为“中国人和非中国人”。其形式表示为：

$$B=A'_1+A_1 \quad 或 \quad B=A'_2+A_2$$

对黏土物质守恒来说，可以把“转换”前后的黏土总量不变理解为“二次不同的子类分割并不导致总类的不变”。

以上就是经典皮亚杰从运算的角度对黏土物质守恒的解释。应该承认，“类的替换加法”本身并无不当。它的确亦能解释这一问题解决的运算方面的特征，这些运算也的确是成结构的，这一结构完全具有皮亚杰所刻画的群集特征。事实上，它恰为具体运算

的八大群集结构之一。[①]但是,问题恰恰在于,这种"类的替换加法"在主体身上是如何建构起来的?我们不仅需要如经典皮亚杰所做的事后概括,而且更需要对主体实际思维过程的进行加以具体刻画。在此,范畴论,特别是其态射概念似乎有了用武之处。

根据范畴论,物质守恒的心理机制其实可以理解为一种"类的替换加法"的态射——它对"类的替换加法"的解释从"事后"转为"时下",从单纯的运算角度转向于对运算和对应的兼顾。它把物质(黏土块)视为一个具有内部结构的对象,把经由转换而导致的变形理解为是一种重新的排列。如图4所示。

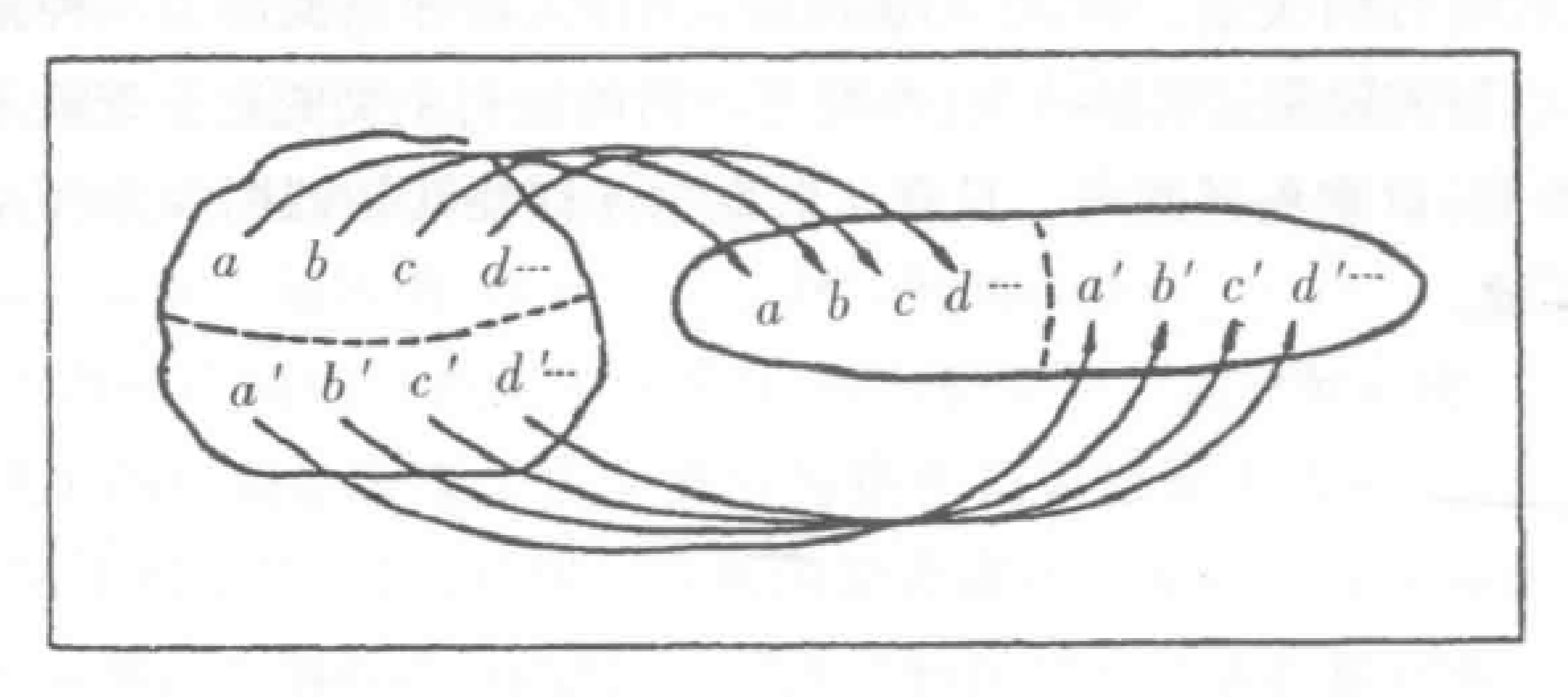


图4

我们很容易把此图与前面所介绍的范畴论的图联系起来。前面的二次排列可被视为对象族中的两个对象。通过态射,对象内的结构关系($\langle a,a'\rangle,\langle b,b'\rangle,\cdots$)并没有改变。这符合态射的要求:在作出映射(对应)时,原有的结构保持不变。于是,守恒被形式化为一种保持量(quantity-preserving)的态射,它把先前的内部结构映于后继的结构。当然也离不开转换,黏土的形变就是转换,它由主体的动作所致。(因此,皮亚杰认为,如果训练儿童不仅注意自己的动作,而且注意随后的态射,则可促进守恒的获得)

物质守恒中的态射又是建立在交换性(commutability)之基础上的。所谓交换性,指的是在非量转换的情况下的推断:被移开的物质的部分对应于被加上的部分。交换性当然是一种对应。有了交换性才有了态射——对内部结构的保持。

以上是对物质守恒的态射-范畴论解释。其实,不仅对物质守恒,而且对其他各种守恒,都可以作类似的分析。不仅如此,皮亚杰在1977年的一篇文章中还表达过如下一些想法[②]:态射-范畴论模式现可用来刻画前运算和具体运算之间过渡阶段儿童的认知能力的特点,也可应用于更高年龄儿童身上。正如《态射与范畴:比较与转换》一书作者之一所说,范畴形式化的方法"其主要的吸引力正是在于可把从婴儿到成人的认知置于一个单一的形式理论的范畴之中"[③]。它不仅可用于"类的替换加法",还可用于其他

① 李其维,《论皮亚杰心理逻辑学》,华东师范大学出版社,1990年,第83—84页。

② Piaget, J. (1977). Some recent research and its link with a new theory of groupings and conservations based on commutability, *Annals of the New York Academy of Science*, 291: 350-358.

③ 皮亚杰等,《态射与范畴:比较与转换》,1992。

的群集结构的运算形成,甚至可以把整个具体运算群集看作是一个单一的范畴,它既涵盖八个逻辑的群集,也包括处理连续量的逻辑内或逻辑下的(infralogical)的群集。按照皮亚杰的初步分析,这完全是可能的。例如,他认为:对类的加法(群集Ⅰ)所定义的态射也保持了某种谱系关系,而这种关系先前乃是由类的二元对射乘法(群集Ⅲ)和关系的二元乘法(群集Ⅶ)所处理的。他还指出在类的替换加法(群集Ⅱ)和不对称关系的加法(群集Ⅴ)之间存在着一种同构的关系。这时,如果把整个具体运算群集视为一个范畴(Gpment),那么其对象(Gi)就是指所有的各个"群集",而态射(Mi)则指所有的"把任意一个群集的内部结构映射于任意的另一个群集的内部结构"。在对"群集"这一范畴经过如此形式化处理后,我们获得一大方便,我们可以对各种具体运算进行比较:既可以比较非连续的逻辑运算,也可比较连续的逻辑内(下)运算;既可比较类的"并"运算和"交"运算,也可比较"类"的并和"系列"的并,如此等等。

六

有必要着重指出,皮亚杰采用态射-范畴论作为新的形式化的工具,堪称晚年最具创造性的观念转型,但他并没有丢失关于运算和转换的基本立场。运算和转换标志着认识的质变和心理逻辑水平的提升。运算与转换所构成的认知结构乃是主体的同化工具,其源泉仍是动作(运算)的内部协调及对协调产生的反省抽象。若丢弃这些基本观点,则发生认识论就不是皮亚杰的发生认识论了。从哲学层面来说,那就会无可避免地重陷唯理论和经验论的泥淖。如前面我们已指出的:皮亚杰新形式化的工作只不过恢复了认知的图像方面的应有地位,对以往排他性地推崇认知的运算方面作出某种校正。或者,换言之,使得认知的运算方面和图像方面两者之间获得了某种平衡。如果把这两个方面理解为知识建构中的内源过程和外源过程,那么也可以说,新的形式化实现了内源过程和外源过程的平衡,它们是知识建构的双轮。

所谓外源过程,就是对事物状态的专注,但它并不去转换状态,而只是联系和比较状态,显然这就是对应。而对内源过程来说,指的是运算的建构,这是对一种状态向另一种状态的转换。[①]说到底,认知发展意味着从对应向转换的过渡,对儿童来说,这是一个充满困难的过渡。新理论的特色在于不仅仅从动作的内部协调的角度阐述其机制,而且合理地指明了对应在这一过程中的作用。尤其值得指出的是,皮亚杰创造性地应用了范畴论中的态射概念,扩展了态射的应用范围,一定程度上改造了态射概念,丰富了它的内涵。这具体表现在他区分了态射概念在认知发展领域应用时的三种水平,即内态射(intramorphismic)水平、间态射(intermorphismic)水平和超态射(transmorphismic)

① 皮亚杰等,《态射与范畴:比较与转换》,1992,p.xvii。

水平;并以这三种水平取代了以前传统的阶段论。这是一次重大的范式变换。为什么可以取代?因为阶段论完全可以用新的态射-范畴论作新的阐述,但态射-范畴论的内容却无法为阶段论所包容,因为阶段论实质是一种运算结构论,而仅从运算结构的角度是难以阐明对应、比较等图像活动和外源过程之作用的。因此,两种范式,孰优孰劣立显。

态射的三水平说既然可以取代认知发展的阶段论,自然地,它就可以用来解释所有知识的发展过程,承担起原来运算阶段论不尽胜任的职责。于是,传统的前运算—具体运算—形式运算的发展系列变成了内态射—间态射—超态射的发展系列。

前面我们已举黏土守恒为例,一般地介绍了态射的概念。下面我们再举一个关于“包含”概念的发展的例子,重点说明态射的三个水平及其意义。

根据皮亚杰,获得包含概念是个体达到运算阶段的标志,它使主体的逻辑分类成为可能;并且,与系列化一起,共同成为组织世界的有力工具。

研究包含概念的皮亚杰经典任务是向儿童呈现7个苹果和3个梨,然后问他:苹果多还是水果多?对未达到包含概念的回答(“苹果多”),皮亚杰的传统解释是:儿童在比较部分(苹果)时,不能保持整体(水果)。反之,如能正确回答问题,则说明儿童已获得了类的加法群集结构。儿童必须加上“苹果”和“梨”才能得到“水果”($A+A'=B$),然后再把这一结果与苹果(这是从水果减去梨而得到的:$B-A'=A$)加以比较。这种运算的可逆性是达到具体运算阶段的标志。

到底儿童正确回答的背后是否存在如皮亚杰所主张的这种逻辑呢?人们对此是有疑问的。这实际上也是对加法群集结构的存疑。例如,有人在儿童的正确回答之后,如果再追问一句:如何让桌上的苹果比水果多呢?多数儿童会回答:增加一些苹果就可以了。显然这种回答是与类的加法结构相矛盾的。更有人曾对这一经典任务作出某种改变:在经典实验成功之后(“水果多”),主试把水果藏在屏幕之后,并告诉儿童“我拿走了一些水果”,然后问:“现在在幕后是苹果多还是水果多(屏幕任务)?”大多数7—8岁的儿童说他们不能回答,因为他们“不能看到对象”。显然这又是类的加法群集的逻辑结构所不能解释的。所以人们怀疑经典任务的解决是一种经验的解决而非逻辑的解决,并且对皮亚杰有关这种逻辑的经典形式化方法也自然产生怀疑:因为所谓的“类的加法群集”中的“特殊同一性元素”就是其自身,即“苹果”加上“苹果”仍是“苹果”。这是群集的性质之一(幂等性)。如果在经典任务上获得成功的儿童真的是对类进行操作的话,他们就应认识到类的加法是幂等的(idempotent)。

我们可以用新的态射语言和比较/转换的两分法对完成该任务的程序加以新的解释。

首先,之所以经典任务失败,乃是因为此时的态射仍处于内态射的水平。所谓内态射水平就是只能进行简单的和经验的对应。儿童只能进行以下两种对应中的一种:一种是从属类向上级类的性质的映射,儿童此时考虑它们的相似性,10个对象可以聚合在一个水果集合中;另一种对应以相反方向的对应所进行的映射,作为一个水果集合的10

个对象可以被分为7个苹果和3个梨。通过建立这两种对应中的一种对应,儿童能够去数水果、苹果或梨,在外延上去比较苹果和梨。但是,他们不能在外延上把水果作为一个集合去与苹果相比较。因此,当儿童仍处于内态射水平的时候,他们仍不能解决经典的分类任务。

接着是间态射水平。所谓间态射水平就是把前述两种对应予以协调,这样,某个确定的对象(如10个水果中的每一个:苹果或梨)就可以同时被分派于其子类(如苹果)和类(如水果)中。此时儿童直接把类的子类相联系以便比较它们的外延,于是问题获得了解决。但皮亚杰认为,间态射水平的问题解决仍是经验的解决,因为它与内态射水平的对应相比,并非派生于性质上不同的机制,并不伴随以新的建构模式:即说到底间态射水平的对应它还是对应!要说有所区别的话,那只不过"是把对应本身置于对应……产生二次幂的(second-degree)对应"[①],这就是所谓上述两种对应协调的含意。再者,从比较的内容角度来看,它们是一种状态间的比较,并不涉及转换。

间态射水平与"能在经典任务的成功但在屏幕任务上却失败"相一致。

再接着就是超态射水平。所谓超态射水平就是把态射与运算组合在一起,而运算又是通过对转换加以概括化而达到的,这些转换组成了此时使用之态射的内容。只有在这一水平,儿童才能转换态射而不是仅仅协调它们,这些运算使得对与态射相联系的状态的转换成为可能,因而也使对这些态射所允许的经验观察物(指特定状态的从属物)加以概括化成为可能。只有在超态射水平,儿童才能够转换外源的对应并构成一个由与态射相联系的所有系统所组成的总的系统。

解决屏幕任务要求超态射水平的对应。屏幕任务至少在两点上不同于经典任务:一是它要求儿童能对非观察物进行推理;二是此时儿童必须考虑转换,而不只是专注状态(如"我把几个水果全拿走了"、"如果我增加苹果呢")。在屏幕任务中,状态必须被超越:不管构成水果的对象是什么,无论增加或减少什么,总是至少有与苹果一样多的水果!

因此,正如皮亚杰所指出的:"为了能从间态射过渡到超态射,就是说,从间态射到一个具有其内部变化、概括性、自由和必然的组合,概言之,具有其封闭性的一般系统,一种新的建构模式是需要的。"[②]这种新模式就不只是协调两种对应而已,一如间态射所做到的,而是要对不同状态进行组合。这些不同状态是如何出现的呢?这就要引入转换概念。如果说间态射只涉及一种状态下两种对应的协调,并不涉及转换,那么超态射则是指对状态的超越。超态射中所谓的"超",其意即在于此。而为了对状态实现超越,就要对每一状态下的间态射进行"运算"(操作),对间态射水平的对应加以彼此组合,从而实现对转换的概括化,把以前间态射水平观察到的对应从属于建立在转换基础上的运算的系统。

---

① Piaget, 1990, p.216.

② 见原书第193页。

解决屏幕任务需要这种反转。许多在经典任务成功而屏幕任务失败的儿童都认为增加苹果会导致苹果比水果多。他们也许建立了这样两个间态射的对应，即原来已有的苹果(A_1)和打算增加的苹果(A_2)分别与一个新的苹果集合(A)的对应。这种对应类似于原来解决经典任务时的苹果与水果的比较(对应)。但对屏幕任务来说，这显然是不够的，为了解决屏幕任务，儿童必须协调这两个间态射以获得如下理解：这一结果(集合A)可能替换为苹果集合而并不改变原来的假设(苹果比水果多)。这样，儿童为了认识到(看出)这种外延的不相等(inequality)是不能被反转过来的，他们就必须把由子集合A(A是多种转换中的一个转换之结果)所作成的转换概括为一个整体。

基于以上分析，所谓"真正的发展"那就不是发生在经典任务的成败之间，因为它们均派生于联系状态的对应而与状态的转换无涉。但屏幕任务的解决恰恰要求有状态的转换以及与这些转换相联系的不变性(invariant)的建构。故而有人主张："放弃僵硬的结构主义的形式化方法，替代以对应分析的方法，它可以说明全部观察到的现象。在这一新的框架中，发展的质变点不再是在解决包含的经典任务的水平上，因为说到底，它只要求对状态进行推理……(它)不再似乎是一种质的变化。"①

但是，如果把发展的质变点定位于屏幕任务的完成，那就要对传统理论中的所谓具体运算阶段从概念到年龄都要作出某种修正。传统理论总是无法解释经典任务和屏幕任务何以会有两种结果的，也无法阐明"对类包含的理解"与"对这种关系的必然的理解"两者的分化。新模式对间态射水平上的包含关系的理解(经典任务)与在超态射水平上的必然性的理解(屏幕任务)作出了区分。以间态射协调(转换介入其中)的新的解释模式取代群集结构的传统形式化方法就可避免这种困难。因此，传统的具体运算阶段概念似乎应该放弃，因为它是基于类包含的群集结构而作出的，而群集结构又只能解释经典任务而不能解释屏幕任务。如果我们想保留"具体运算"的说法，那必须对它注入新的内涵：即它是通过超态射的对应所获得的对包含关系的必然性的理解。如此，作为一般的概括性的"具体运算"就失去了意义，它实际上被分化为各种具体的认识——在本例中，就是关于包含关系的知识。传统上所有的具体运算结构都面临着与包含关系的群集结构同样的命运。

当然，具体运算本身也可以作为认识对象，它的建构也须经内—间—超态射这三个水平。不过那是另一回事。事实上，作为一种知识建构的新的模式，它可以应用于所有的知识领域，也可以应用于"从吃奶的婴儿到发现可数集的康托尔"，即从婴儿到所有天才的身上。正是这一点，充分体现了态射分析的方法论价值。可以说，本书从第一到第十二章的内容都是这一方法的具体应用。

前面说到，达于超态射水平的知识理解是一种必然性的理解。由于超态射水平涉及转换，而转换是不能脱离动作的。于是，自然地，超态射水平中必然有反省抽象的作

① Pierre Barrouillet & Louise Poirier(1997).Comparing and Transforming: An Application of Piaget's Morphisms Theory to the Development of Class Inclusion and Arithmetic Problem Solving, *Human Development*, 40, 4: 223-224.

用,因为反省抽象的本质是对动作关系的抽象而非对客体(对象)本身的抽象。[①]实际上,儿童(主体)是直接对转换进行操作的。因此,归根到底,逻辑必然性是反省抽象的结果,是反省抽象使主体对内态射水平和间态射水平的经验观察物得以在更高的水平加以协调。新模式降低了认知结构的重要性,但却更强化了反省抽象的重要性。因而它并没有偏离发生认识论的核心观点:动作(运算)在知识建构中的根本作用。否则,势必又要重蹈经验论的覆辙。或者换言之,新模式在图像方面和动作方面达到一种平衡。

七

使用态射-范畴论这一新的形式化方法作为晚年皮亚杰的"最后的工作",应该说皮亚杰对之只作出了框架性的说明。皮亚杰尚未来得及以此来重新诠释经典皮亚杰时代的全部成果。换言之,经典皮亚杰的研究与新模式的研究仍未达到完全融合的程度。某种意义上,我们可以说,皮亚杰并未给我们留下一份内容统一的遗产。难怪身为日内瓦皮亚杰文献档案馆馆长、《皮亚杰精华文选》(*The Essential Piaget*)两主编之一的弗内歇教授在本译丛作的总序中为此写道:"这本书(指在皮亚杰身后才出版的书)有些内容不是很清楚。"[②]

惜乎天不假年,皮亚杰未有更多时间对其新的形式化工作以及新、旧形式化模型的融合做进一步的阐明。如果我们对发生认识论所开创的形式化道路本身不持异议,那么在一定意义上我们应该感谢皮亚杰,因为他为我们后人留下了更大的发挥创造的空间。

在此我想坦白地说,这篇冗长的导读并未涉及多少本书中的实例,而更多是对态射-范畴论本身有所着墨。但由于本人数学知识的匮乏和数学思维能力的不足,因此对皮亚杰何以从中发现它们适合于作为认识建构的模型,领悟不深。有志于皮亚杰研究的同仁应该从更专业的数学著作中深刻把握态射-范畴论思想的精髓,然后返身过来,在皮亚杰式的关于主体(特别是儿童)的各种类型的知识建构的实证研究中运用它来"深耕细作",这或许会收获意想不到的成果。它也或许是推进皮亚杰发生认识论的形式化研究的一个极好的切入点。顺便在此提及:在世界范围内,围绕皮亚杰这一新模式的研究,无论是理论探究还是实验佐证,现在都是从者寥寥。我不认为这种情况是正常的——尽管它也许从另一个角度折射出对从事皮亚杰研究人员的专业素质的要求可能是较高的。

依笔者浅见,以下几个方面应该成为我们深入研究皮亚杰新形式化模式的重点。

① 李其维,《评发生认识论中的"反省抽象"范畴》,《心理科学》,2004(3)。

② 参阅弗内歇教授为本译丛所写的总序。

1. 根据戴维森，皮亚杰认为范畴不同于传统的代数结构，因为范畴论本质上具有认识论的而非数学的深刻内涵。这一点是我们熟悉皮亚杰为何热衷于范畴论的真正原因之所在。[①]因此，我们应该超越"只把范畴论理解为是皮亚杰为了解决2—6岁儿童的认知发展的说明"这一狭窄视野。那么，是什么使范畴论具有深刻的认识论内涵呢？我们认为是态射概念使然。如果说传统的认知结构是转换的系统，那么一个范畴的态射就非常自然地被视为比较，是多种类型的对应。正是态射或对应，它们构成了一种认识论上不同的系统，它像转换或运算所构成的系统一样，也是认知所必须的和具有基础性作用的系统。皮亚杰认为建构性的对应（通过比较、类比等实现的）是独立于或甚至先于建构性的转换的。他认为对应为转换铺平道路，因为不存在那种儿童不需要首先进行某种对应的转换，正是从状态变化的比较开始，儿童才逐步发现转换。我们必须深刻理解对应的某种建构性性质或其参与认识建构的作用。这与他早年视转换（动作）为发展之唯一动力的立场的确有重大的改变。

2. 但是，关于"建构性的对应"这一说法本身需要澄清。换言之，"对应"中的建构性到底是由什么提供的？对应中是否含有动作因素？如果含有动作因素，那么它又如何与转换作出区隔？岂非说到底对应的建构性仍是由转换所导致的吗？或者，对应所涉及的动作因素又可作出两种区分：对应前的动作因素（主体去作各种对应）和对应后的动作因素（对对应结果的事后概括）？对"对应的作用"给予其应有的重视是一回事，但似乎把"对应的作用"与"转换的作用"等量齐观，模糊其主导和从属的地位又是另一回事。尽管皮亚杰对两者的关系作出了一系列说明，但由于这一问题涉及发生认识论关于知识起源（主要是构成人的认识之最基础部分的逻辑-数学范畴的起源）的根本出发点——我把它概括为"动作一元论"，即任何知识均产生自主客体相互作用的中介环节——动作，产生于从动作中展开的双向建构过程：内化建构产生逻辑数学知识，外化建构产生广义的物理知识；前者通过反省抽象从主体动作之间的关系中协调而来，后者则是把已建构成正在建构的主体内化建构的结构应用于或归属于外物而得。因此，我们认为，皮亚杰的说明是不充分的。而且，我们也不同意皮亚杰的晚年立场改变到了如下程度：对应与转换的作用是并列的、同等的。总之，对应与转换的关系，从理论上仍须作进一步的厘清。而这种厘清，对皮亚杰发生认识论来说，并非是无足轻重的。

3. 前面说到了反省抽象的概念。反省抽象的本来含义是对"动作之间的一般性质"所作的协调和反省。在态射-范畴论中是看不到反省抽象的，至少在表面上如此。但它既然被用来作为刻画认知发展机制的模型，那么它必然内在于态射-范畴论之中。但是，我们更多地看到的是皮亚杰对态射（对应）的描述，却不见反省抽象的明确表现。归根到底，这仍是由于对对应本身中的动作因素或退而言之对影响对应的动作因素未能清晰说明所致。我们为什么坚持认为：尽管态射-范畴论在某种意义上契合了皮亚杰晚

① Philip M.Davidson (1998).Piaget's Category-Theoretic Interpretation of Cognitive Development: A Neglected Contribution, *Human Development*, 31: 225-244.

年对“对应”作用的强调,但仍没有或仍不可能离开动作一元论的基本立场,那是因为皮亚杰仍然主张:范畴本身就是“一种对反省的反省”,或者,是一种“二次幂的反省抽象”[①]。阿希尔(E.Ascher)也指出:“范畴论是反省抽象的极佳例子,范畴论方法是一个描述反省抽象之发生的合适方法。”[②]皮亚杰和阿希尔的说法或许可以成为我们分析态射内涵的一把钥匙。实际上,皮亚杰等所理解的态射乃是“去作成某种对应”,由于被对应的对象已是某种结构(这种结构在对应过程中还要保持不变),所以它已具有某种反省抽象的性质;而态射并不是一次对应,而是对应的系统,因此范畴实际上是以各种对应的系统之形式作为其内容的,它是对对应系统作形式的概括。所以无怪乎范畴论较之传统的结构论能更好地说明某一水平的形式(如具体运算)向更高水平的内容(如形式运算)的转变机制。

4. 形式向内容的转变说明范畴具有一种更高级的概括力以及一种“打开新的可能性的潜在力量”。所谓“新的可能性”,用皮亚杰的话说就是“创造性的思维”。由于态射并不改变任何特定结构的内部规则,相反,它还必须保持这些规则,因此,各种各样的态射及其组合就可能惠及认知:通过范畴内的态射形成同一水平的相应的范畴;甚至在此基础上,还可通过范畴间的态射(函子)作更进一步的建构:函子把范畴映射于范畴,使比较在不同的跨水平上得以进行。可能性的创造性就是在这些潜在的无尽的组合中出现的。因此,范畴论是描述创造性的适宜工具。[③]

在此,我们不得不指出,上面谈到的反省抽象、新的可能性的开放、形式向内容的转变以及创造性的产生机制等方面,它们似乎都可在态射-范畴论的旗帜之下重新集结,但皮亚杰迄今的描述似乎更多地仍保留在它们分别与态射-范畴的联系上,而缺少一种整体的、把这些侧面予以统合的刻画。也许,实际上,皮亚杰提出的超态射概念和对态射的三个水平的区分可以成为整合这些概念的切入点。

5. 本书所有实验结果的分析都是以皮亚杰提出的态射的三个水平为线索进行的。因此,了解它们的真正涵义即是理解本书实验之必需,也是掌握皮亚杰范畴论思想之关键。

笔者注意到这样的事实:皮亚杰虽然在其形式化工作中使用了数学工具,但他并不在自己使用的过程中对这些工具本身作完整的介绍。早年的群、格是如此,如今的范畴论更是如此。皮亚杰把他的读者设想为与他一样已具备了这些数学知识。或许他认为没有必要让数学内容冲淡他的发生认识论主题。因此,在阅读本书之前先学一点数学中的范畴论是必要的。不过,即使如此,我们似乎仍不能在数学工具和皮亚杰的实验解释之间获得清晰的联系。想必这是读者阅读本书的体会至深之处。

用数学的态射-范畴论来审视皮亚杰对实验的解释,我们发觉其中存在诸多不甚明

① Piaget, J. (1974).Structures et Categories, *Logique et Analyse*, 17,转引自上页①第231页。

② 本书第十四章。

③ 本书第十四章。

了之处，或者说，存在许多需要我们以态射-范畴论的内容予以填补之处。

皮亚杰在运用态射-范畴论思想时，给人的印象似乎是：他只是牢牢地抓住了态射的对应的特征，又把态射概念简约成对应，于是似乎只要找到认知活动中的对应的存在，就可放心地使用“态射”一词了。但问题并非如此简单。范畴论中的态射是有特定内涵的，我们希望皮亚杰在解释中展现这些内涵，指明这些内涵在具体的任务解释中对照于何物。这也是一种对应：数学模式与被模式化的对象之间的对应。惜乎我们只看到“态射”与“对应”的对应。除了这种显见的对应之外，对每个具体任务来说，既然拟以范畴论来解释，那就必须进一步指出：这时的态射是什么？“态射的集合”又是什么？“对象”是什么？“对象的集合”又是什么？“对象的原有结构”是什么？“取遍所有的对象”又指何意？“保持对象的原有结构”又是什么含义？如此等等。最后，在这些回答的基础上，还应明确指出最终形成的范畴到底是什么。

6. 回到态射的三个水平上来。态射的三个水平之说，是皮亚杰活学活用范畴论的创新处。因为这些内容不是数学范畴论本身所具有的。但是，这里有一个重要的问题有待澄清：即态射的三个水平是指一次态射的三个水平还是指每一任务的完成需要经历三个不同水平的态射？

根据前面我们介绍的皮亚杰对内态射的说明，所谓内态射就是指对状态的经验的对应，而且只能进行一种方向的对应，因而说不上态射之间的协调。因此，所谓内态射的“内”，当指限于状态之内之意。比如液体量的守恒：儿童可以建立液体平面与液体量（volume）的对应，建立液体的高度与液体量的对应。但若这两种对应是排他的，不能同时进行，则结果表现为非守恒的回答。内态射并非不能产生某种认识，而只是不能产生正确的知识，而且这种认识不属于必然性的认识，因为它过于受制于事物的图像（即状态）方面，它可能会因状态的变化而变化。内态射也并非没有动作的参与：状态的改变（或液体平面，或液体高度）本身就是主体动作施加于物的结果。问题在于此时主体对动作的结果没有产生协调，即只是对一次动作所导致的状态或从高度或从宽度上去建立与液体量的对应。如果主体的动作连续作用于物，产生连续的状态与液体量的对应，那就是一种新的对应了。它从原来的一种状态的对应向多种状态的对应转换了。转换更离不开动作。以多种状态对应于液体量，实际上就是以转换动作对应于液体量。如果原来是状态内的对应，那么此时则是由这些对应组成的对应的系统了，并且达到了概括化，从而把经验对应（内态射）转化为抽象的表征。这就是所谓的超态射。所以根据我的理解，所谓超态射的“超”，乃是超越原来的内态射之意。由于内态射是在状态内进行的，所以超态射的第一含义指对状态的超越。为什么会超越状态？归根结底是因为有了对状态的转换，有了转换就有了连续的状态，有了连续状态，才有了对这种连续（实际是对转换的动作）的抽象和概括。必然性认识是与这种对状态的超越密切相关的。

细心的读者会发现，笔者此处对内态射和超态射的理解与分析，有不同于皮亚杰之处：略过间态射而径直从内态射到超态射。笔者认为：间态射或许是发展的某个水平，

可用来说明某些认知现象,但却不是超态射必不可少的环节。换言之,我们可以无须间态射,而直接引入转换概念,这同样可以阐述超态射的形成机制。我们只要牢记:超越状态及超越因转换而发生的连续状态的变化,这是超态射的本质特征。传统的形式化理论以这些转换的协调来解释动作向运算的嬗变。新理论在强调转换的作用这一方面与传统理论并无大的不同(或许,这正是它们可以相融合的原因),只是在"协调"的细节上,合理地指明了对应(态射)的作用,并且以新的态射-范畴论的语言来重述协调及其结果——某种认识就是态射-范畴论意义上的某种范畴。

至于间态射,笔者认为它是另一种不同于内态射的新的态射。当然,它与内态射仍有共同之处,即它们都仍局限于状态,没有转换的介入,因此不涉及多种状态之间的关系。"间"者,指两种内态射之间的一种协调,当然,这种协调可以被理解为是一种新态射,因而也有对应存在。如液体守恒实验中,就有液体面与液体高度之间的对应,它也有动作的介入:一种状态变为多种状态(液体被连续地注入另外的容器中)。但此时的协调不是发生于状态之间(这是超态射的特点),而只是发生于两个维度之间。

有一个问题自然会产生,即:从间态射能否产生超态射?又怎样产生超态射?

首先,从间态射可以过渡至超态射。我们不能因为从内态射可以径直通过引入转换而达到超态射就否认另一条同样可以达到超态射的路。既然间态射在两个维度之间通过对应实现了协调,当把这些协调的结构再与转换相联系的时候,又可建立两者之间的对应,这就是一种新的态射。由于转换成为对应的一方,所以状态就可能被超越,因而是超态射。超态射协调的是状态而不是两个维度。

其次,如何从间态射到超态射?问题似乎又回到了对所谓"超越(状态)"和"协调"的解释上。同样地,反省抽象的概括化甚至平衡化的调节机制在这里发挥着重要的作用。传统的形式化只讲动作的协调,新理论则在态射(对应)的基础上把它细节化了,或者换言之,态射-范畴论是对反省抽象等概念提供了具体的模型。

7. 以上为笔者从状态与状态的转换的角度提出的一种稍稍有别于皮亚杰的对内、间、超态射的理解。一定意义上,似乎也是对新、旧形式化理论的某种尝试性统一。笔者特别注意避免由于态射-范畴论自然地重视对应之故,而忽视了动作因素在形成认识中的作用。对状态的对应,或在状态水平上所作出的对应,绝不是没有动作的参与。范畴论的数学模型恢复了态射(对应)的地位,适合于皮亚杰用来建立一种图像方面和运算方面的新的关系,但我认为,态射-范畴论本身作为一种更高数学系统的建构理论,它所蕴涵的对应(态射)乃是一种动态的对应而非静态的对应。态射概念本身就富含动作的因素,因为态射是一个映射的集合;它也不是两个对象的映射,而是"取遍所有对象"的映射。因此,只要是态射,尽管它是对应,但必然有动作的参与。否则如何实现多次的映射并取遍所有对象!

以上对内、间、超态射的分析是否有理,坦率地说,笔者并无十分把握,仅供读者参考而已。略可解嘲的是,正如有学者指出,由于皮亚杰的"这项新的形式化工作在皮亚

杰去世前的最后阶段仍在发展的过程之中”，因而它就可能“充满了新的、多少有些不一致的术语，而很难让人迅速地获得有把握的理解”①。这似乎也表明若要真正理解皮亚杰新的形式化理论，对它的一番梳理是不可或缺的。

8. 内、间、超态射是皮亚杰提出的新概念，它被用来描述认知发展的三个阶段。我倾向于认为它们并不是同一态射的三种水平，而是三种水平的不同态射。一言以蔽之，即态射被用了三次。因为，如果只把内态射理解为态射，把间态射和超态射理解为内态射的“协调”，即对“协调”本身不作态射的理解而沿袭传统形式化的说法，尽管可以为反省抽象、可逆性、概括化等经典概念谋得用武之处，但仅停留于此则不能突显态射-范畴论的价值，无法实现对应（图像方面）和转换（运算方面）的融合与统一。因此，依笔者浅见，必须对传统的“协调”过程态射化和范畴化。至于皮亚杰对间态射和超态射的分析是否符合态射-范畴论的要义，那又当别论。皮亚杰这方面似乎做得并不令人满意，有人甚至认为他所提供的证据“比其早年的研究更难以自证”（much less selfevident）。②他的解释也似乎多少给人以传统的“协调”说法有余而新的“态射-范畴论”的分析不足的感觉。以“类包含为例”，皮亚杰对内、间、超态射的全部解释甚至可以简化为如下的解释：

内态射——只有两种对应中的一种；

间态射——两种对应的协调；

超态射——多个“两种对应的协调”，即概括化。

如果我们没有误解皮亚杰的话，显然除了“对应”之外，从中的确未能看出态射-范畴论的诸多要点如何在他所描述的三种态射中呈现出来的。

以上八个方面，既是皮亚杰新的形式化理论的要点，也是其难点，更是其可能的不足之外，或是我们后学者可以继续发挥才智和创造力的领域。我想引用一位著名的皮亚杰研究者的话作为本文的结语并与读者共勉：“在皮亚杰的新理论中，有着丰富的矿藏，它可以让我们今后开采多年。”③面对年迈的皮亚杰所创造的新理论，它给我们的启示又岂止“开采”二字所能包含的！

---

① Acredolo, C. (1997). Understanding Piaget's New Theory Requires Assimilation and Accommodation, *Human Development*, 40: 235–237.

② Elkind, D. (1994). A Hole in Constructivist Theory, *Contemporary Psychology*, vol.39, No.7.

③ Beilin, H. (1992). Piaget's New Theory. In H. Beilin and P.B. Pufall (Eds.), Piaget's theory: Prospects and Possibilities. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

关于本书英译本的说明

Terrance Brown

英海尔德告诉我本书所介绍的研究是1973年至1974年在日内瓦国际发生认识论研究中心完成的。本书由皮亚杰、阿希尔和恩里克斯(Henriques)于1975年写成,但当时没有出版。因此,它顺理成章地成为1980年出版的有关“对应”研究系列中的一本。该书是《发生认识论研究报告集》的第37卷,也是其最后一卷,而且当时未译成英文。

现在这个译本的翻译工作在1990年法文版出版之前就开始了。它是从手稿译过来的。由于法语版出版后,英译稿还未完成,所以就有可能根据法文版对其中的一些重要的改变,进行确认、修改和整合。

正如我的其他译著一样,我竭力地忠实于原著,并澄清原著。在翻译过程中,首先是一个理解问题——在本书中每一部分都是一个极富难度的挑战;其次是编辑的问题。这里并非仅指在编辑中谨慎地省略、添加、重新安排观点和数据等工作,而且指尽量地去以更简洁、更自然的方式呈现皮亚杰以冗长的复杂句子所表达的内容。

如果说这次翻译是成功的,那么这在很大程度上要归功于英海尔德和Jacques Montangero的鼓励,以及Judi Amsel(Lawrence Erlbaum Associates)的耐心支持;还要归功于皮亚杰的合著者及合作者们非凡的合作精神。我的负担也因原著中许多从事实验与撰写章节的学者的鼎力相助而减轻了许多。他们中的许多人是皮亚杰著作翻译顾问委员会的成员,是他们审校了译本的每一章节。他们不仅纠正了一些错误,更提出了修改的建议,而且还在不只一处增加了新的内容。在此,我还要特别感谢阿希尔仔细地审阅了除了他自己所撰写章节之外的重要理论部分;我也要致谢恩里克斯修改了他所撰写的一章,感谢安妮特·卡米洛夫-史密斯(Annette Karmiloff-Smith)和Edith Valladão-Ackermann审阅各个章节并报告他们的实验;同时也要感谢Angela Cornu-Wells为第一章难以形容的困难的翻译工作所做的工作。

前　言

Seymour Papert

对我而言,研究本书的内容是一个非常特殊的经历。这对那些严肃认真地对待皮亚杰的著作,且致力于发现儿童思维的心理发生及其与历史发展观点关联性的学者而言,也将是一种非常特殊的体验。此书对皮亚杰以生物学和思想史来说明其关于连续性的观点之成熟立场有非常清晰的表达。同时,它也提供了一种最有趣的尝试,即充分描述应用连续性假设的一个非常复杂的形式作为实验的指导。我要提及的一点是,因为这样的论题有时阅读起来非常难,所以这本书就像皮亚杰的大多数著作一样,也像所有最好的文献一样,读者可以在不同的水平上受益。

在拿起一本皮亚杰的新作第一次浏览时,有谁不是欣赏和留意与儿童所进行的诗一般的对话而跳过那些插入其间的有关深奥问题的沉闷讨论呢?这样做并不意味着会错过核心的内容——令人非常惊奇的是,皮亚杰的理论观点正精彩地蕴含在这些具体实例中。许多皮亚杰的评论者哪怕仅阅读一次,也能从情景及互换的巧妙选择中获得深刻的教益。本书将要介绍的系列实验研究,充满思想性、娱乐性且具有丰富的相关信息。我仅以此来推荐给那些偏爱阅读这种风格,以及想追寻皮亚杰思想的每一个转折点的读者们。

这些系列研究非常杰出,某种程度上,正是它们使得作为皮亚杰庞大理论一部分的实验合作者的工作,在进行皮亚杰式的整合后,每个实验合作者的智慧人格得以彰显。尽管我并不完全了解所有合作者,难以对他们逐一介绍,但我还是对本书中许多体现日内瓦特征的研究留下了深刻印象,如贝尔图-帕潘卓叵劳(Berthoud-Papandropolou)实验研究的清晰逻辑,卡米洛夫-史密斯(Karmiloff-Smith)坚持立足于现实世界的实验精神,以及在布拉奇特(Blanchet)和 Vālladāo-Ackermann 的研究中所表现出的对思维机制的专注。这些仅列其名在每一章节注脚内的合作者,作为个人,他们在皮亚杰方法论的讨论中受到的关注并不充分。但我认为他们是非常重要的。我希望有一天研究皮亚杰著作的历史学家能认识到如下循环过程的重要性,在此循环中,一个非常一般的概念,如因果性或现在所讨论的范畴概念,它们由皮亚杰提出,再由其合作团队成员以类似于罗夏(Rorschach)投射的不同的方式继续进行探索,然后将他们及与他们一起参与实验的儿童在此概念上的表现反馈给皮亚杰。我们的确难以想象还有比本书中的研究所展示的更

富于成果的同化与顺化之相互作用的情景了。然而,我们无须等待历史学家,敏锐的读者就会把这一过程中的环节充分合成而去理解此书,而不仅仅是作为单个耀眼夺目的大师的智慧作品。

关于此书,我自己的经历并非没有痛苦。对于师长的怀念,也会因为本册书浸透了他的全部思想,而变得愈加浓烈。当代,关于皮亚杰思想的讨论却很少提及本书,这些内容之所以最可能为人们所遗弃,是因为人们已经习惯把皮亚杰视为一般的心理学家或教育学家,而不是发生认识论者。除了这些失落的痛苦之外,我同样经历了智力挣扎的痛苦,即我从开始时迷乱于书中内容,到能集中于某一个主题的清楚表达,并努力去发现文中的意义。由此,我真正理解了促使皮亚杰转而研究态射(morphism)的原因,也真地发现了皮亚杰在其表面隐喻的背后,所隐含的非常深奥和具非凡数学技巧的思想。而当这些疑惑困扰我时,我并不孤独。实际上,我知道更多的人,他们与皮亚杰的联系一直是最亲密,且最忠诚于皮亚杰,也是最感激从皮亚杰那里所获得的。他们在很早之前,就决定(至少是私下决定)把皮亚杰的研究看成是摆脱不了的精神癖好,且是在朋友及家庭成员中可适应的。亲爱的读者,如果在这种描述中,你已发现你自己,那么我将敦促你试着最后一次去追随皮亚杰的思想吧!本书除了介绍一些重要的理论进展之外,还为我们掌握皮亚杰理论中的重要思想提供了一个好的锻炼机会。当然,许多读者也会发现这也是最难以享受的机会。

本书结语部分深深蕴含下列内容:皮亚杰把他的研究工作与科学和数学中最基础的内容相联系,对"中心化"进行了最为清晰的阐述:"发生认识论只有在两种情况下才有意义,其一为自然思维与科学思维之间表现出连续性[①]时;其二为将自然思维与生命本身的机能过程相联结,可根据生物学的形式来解释自然思维时,这一点也是基本的。"

本质上,探寻儿童自然思维发展与科学思维的关系,在历史上也不是件困难的事。这样简单的例子大量存在,例如,在自然思维与科学思维两者中守恒的关键作用;以及儿童物理观念可被描述成是前伽利略(Pre-Galilean)的方式。而且皮亚杰在心理学上也有更坚实的支持资料,我们中的大多数人,甚至(以某种方式,特别是)作为数学家来被训练,一旦碰上心理发生研究与在现代数学思维中有争议主题关系的讨论时,也同样会陷入困境。本书的主题是由战后数学研究最令人惊叹的产物之一——发生认识论所决定的:本书的主要结论,有人把它称之为思维方式,它以不实在也不复杂的——范畴论为人们所知。我首先觉察到范畴论以一种相对清晰的方式符合上述两个条件中的第一个;然后我又发现了皮亚杰以更微妙的方式运用范畴论,向我们展示了心理发生发展及生命过程之间的关系。

人们可以想象出对标上了追赶"数学时髦"标签的皮亚杰的不友善批评:不管在流行的数学方法论中发生了什么,它稍后都会在皮亚杰的著作中出现,且是作为理解发生

① 参见第十五章,对"连续性"一词的使用的注释,较之对个体发生学发展史常见的摘要重述的任何提及,是一种对原则的更微妙的陈述。

认识论的理论框架而提出的。20世纪30年代是泛代数(universal algebra)的全盛期,皮亚杰对一般性框架的研究就自然停留于结构的代数类型,即群集上。二战后布尔巴基(Bourbaki)的数学流行,特别是在法语世界流行,我们就发现皮亚杰根据布尔巴基的结构理论,重新形式化了他的数学方法。到20世纪60年代时,原先的布尔巴基的框架受到日益为人们接受的范畴论挑战时,我们再一次看到了皮亚杰又把目标聚集至数学家的风行所在。

然而,我提及这种不友善的批评,也只是遵循皮亚杰自己关于"土耳其头像测力计(téte de Turque)"使用的价值的著名告诫的精神而做的。其中,想象的而非无意义的批评引起了人们对早期所忽略问题的注意:也许数学思维促生了适合于皮亚杰理论展开的系列思想,这种情况的出现并不存在什么深刻原因。答案就在连续性的原则:数学思维是遵循进化的轨迹,如果通过合适的棱镜,我们看出的将是与心理发生发展最为密切的关系。这种类似(平行)最终决定了皮亚杰能在他需要时发现合适的数学概念。下面我们简单提一下在皮亚杰著作的历史版本中所阅读到的内容,当然人们所获得的可能会略微超出我所理解的。从30年代的数学中产生的群集,它是研究儿童思维早期发展的合适的数学工具。对于前运算阶段,对于在这个阶段的操作性转换,布尔巴基的结构主义数学为人们提供了更深入地理解此阶段的合适的概念框架;而最后范畴论又为人们提供了理解形式阶段转换的合适框架,这是一个比传统的INRC群更富于解释力的模型[①]。

我认为作为智力活动一般模型的群集思想,是在1937[②]年首次得到形式化的,在A.斯泽明斯卡(Alina Szemińska)关于"数的"研究与英海尔德所做"量"的研究中首次给出了精巧的形式。这项工作在方法论上,具有两个原创性特征:其一,研究的主题从研究诸如"数"之类的实体转移到研究数学系统。要知道当时,甚至罗素都在寻求数的定义,并认为"数是相等类的类"。皮亚杰作出了一个复杂的转变,且是符合当时数学潮流的,他提到"别担心数是什么,只要考虑你能够对此来做些什么"。他还引导人们,将其研究对象看成是在数方面操作的系统发展,当然这只是其原创性的一半;另一半也与当时的数学相符合,它探索更基本、更类似的系统。我们可以对数学进行许多操作,譬如排序、相加、相乘、计数。天才真正的努力在于寻找纯操作的微系统的发展,例如排序与归类。操作发展的基本点应包含在这样的微系统内。当然,这是最不具皮亚杰特征的,它忽略了系统在所有阶段的相互作用,但这仅仅是后来的一个阶段,即在系统的内部发展已经稳定之后,而起决定作用的发展点可能正在简单系统之间的交互作用中。考虑后

① 有人在其一篇博士论文中评论英海尔德与皮亚杰所写《从儿童到青少年逻辑思维的发展》一书中由英海尔德设计的经典实验(纽约:基础书目,1958),认为在这本书里INRC的使用首次被精确化。在这一点上,我想指出:皮亚杰并没有清晰地把范畴论作为一种建构形式思维的方法;而且,我的诠释无论如何也没有低估皮亚杰由该理论而产生的其他许多洞见之意。

② 一篇非常令人着迷,却鲜为人知的小论文,《运算的可逆性和群集概念的重要性》,这是皮亚杰在1937年第11届国际心理学大会上所作的报告。

面的阶段会把我们带进一种新的数学视角：布尔巴基通过把它们视为整个数学大厦所以能够建立的“母结构”，将修正简单系统这一步从中分离；而皮亚杰，则在他首次提出发生认识论之前，就非常巧妙地、独立地为自然思维的形式化，给出了一个类似观点[①]。

这个引人注目的同构，即在皮亚杰经典的发生认识论与布尔巴基数学之间的同构，它是在连续的研究成果的巅峰出现的。这种结合体澄清了20世纪50年代晚期与60年代早期的发生认识论研究中心弥漫着的气氛，也使得皮亚杰的研究与数学两者的联结朝向一个新阶段运动：本书则反映了这一运动的全部。我认为，这一运动的精神已由一系列相互联系的概念生动地体现，如“在……之间”以及后来加上的“超出”[②]。“beyond”有“超出”与“在……之外”的意义，而在数学范畴论注意[③]中使用此术语，是“超出”的意义。这与本书中非皮亚杰所著两章之一[④]——恩里克斯在第十三章中所作的解释一样清晰。在此简单总结一下：在同等意义上，把数看成是加法群的元素，这远离了且超出了数的具体内容；而把数学系统看成是一个范畴的元素也是远离了其具体的内容。在发生认识论中使用范畴论的概念，这种思维方式为人们提供了一种能看到从具体到形式之间通路的新棱镜。我冒昧地断定以这种新视角来看形式，最终可看成本书所提出的思维类型的结晶。透过这种视角，我们能看到的内容，比只有代数的棱镜时更丰富（此处包括组合数学以及与布尔巴基逻辑一样的INRC群）；更重要的是，其中形式的出现也作为发展全程整合观点的一部分了。

把数看成是加法群的元素，是把两数放在一起变成一个新数进行的抽象，即两数相加；把数学系统看成范畴的元素，也是对它们放在一起的特定方式进行的抽象。把范畴变成范畴，这与加法有着不同的本质，因为把两个元素放在一起，去比较它们而不是去建构一个新元素；在数学书中[⑤]，人们会看到两个元素以逗号来联结（或者放在一起），它们的映射及“态射”是用箭头表示的。如果在一个运算中，只是比较而不构成新元素，这仍旧是运算吗?像这类问题，尽管在皮亚杰的著作中更巧妙地提出过，且寓意明显：一个比较是一个转换吗?但在现实世界中人们也许会说：“显然不是，当我将你与夏天中某一天的你比较时，你仍然是你。”正如皮亚杰所指出的：“人们通常倾向于把知识看成是现实的一种近似的格式化复本……这样，比较的工具——对应与态射——的作用就会被高估，而转换自身则降为……隐喻。”[⑥]

---

① 参见皮亚杰的三卷本《发生认识论导论》（巴黎：出版，1950）。

② 前缀intra，inter，trans经常在本书中使用，更多关于它们的讨论可在加西亚参与写作的另两本书中发现：《理解因果性》（Paris：Presses Universitaires de france，1971），与《心理发生与科学史》（Paris：Flammarion，1983）。在这两本书中，作者喜欢使用Ia，Ir，Tr的缩写。

③ 注意不要混淆了范畴、类、类型、康托尔集，以及这个单词的任何普通语义。

④ 另一章节为恩里克斯所写，它对范畴论与发生认识论的关系作了更忠实和更个人化的阐释。

⑤ 如果你不熟悉这些图解，它在本书由阿希尔所写第十四章约略可见。

⑥ 参见原书第十五章，第215页（英文版）。

但是对一位诗人、一位情人、一位建构主义发生认识论者而言,这些是非常不同的。把两个认识论的对象放在一起,在心中两个事物也许会长久地改变,但不总是改变。莎士比亚说过:"爱是永恒的,它并不是其他改变发生时它就会改变的那种东西。"在皮亚杰理解"变化"的传奇生涯中,在支持有序、有意义的变化调节系统这个主题中,足够的稳定性,甚至僵化曾被需要。这个主题也已在同化与顺化的思想中呈现过,也曾在其思维中占主导地位。本书对这方面的讨论,在力度及细节上都达到了一个新的水平。

当一个系统发展把我们带入到第二个连续性时,其间什么改变了,什么仍旧保持同一,"toute aussi essentielle",这方面的标志将由发生认识论来研究:连续性,不是与人为的数学,而是与生命本身一起的。在皮亚杰早期的[①]著作中,连续性通常意味着,生物与认知过程共有具体的机制,如表型复制过程的平衡、期望等功能性现象。本书中所提出的连续性与此相比较,有着根本的不同。人们也许会说这已从具体到形式了。此处的争论并非指它们共有的机制,而是指表现出的适合两者的同构的形式结构。我发现自己可以自乐于把本书的语言和分析模式应用于皮亚杰讨论这两个系统的关系所使用的方法上,并得出这样的概括结论:皮亚杰对两类系统间(认知和生命)对应的讨论,是从间态射水平(intermorphic)到超态射水平(transmorphic)来进行的。我并不想以此说明这种自我参考点真地是可以持续不变的。但是我发现以此来欣赏本书的思想是一种非常有用的方法,即以这些思想来自娱,我建议读者在读完每一章时作这样一个练习:比较与对照第十二章中儿童是如何比较两种机械的,以及皮亚杰是如何把两个机械与他献身的事业作比较的。

---

① 皮亚杰,《生物学与知识》(Paris:Gallimard,1967)和《适应与智慧:有机体的选择与表型复制》(Paris:Hermann,1974)。

导　论

“对应”作为事物之间比较的工具,具有形式上的可转换性及内容上的不可转换性。不管比较的内容是状态还是不作修改的转换,都是如此。因此在有关“对应”的研究中,认识论以及心理发生在众多的研究中提出了两个非常重要的问题。其一是有关对应与其内容的关系。若只在对象之间寻找静态特征的对应关系,这显然不会改变它们的原有特征,而只是丰富了其对应形式,但若在状态转换之间作态射,情形就会变得很复杂。在这种情况下,转换是不会简单地由比较来改变的,可是人们仍旧想知道转换是否创生了态射;转换本身是否由先前的对应产生,或者是否要注意区分“由操作所产生的态射”与“为转换操作而准备工具的操作”,还是两者都要考虑。尽管从数学的角度看来,这样的问题没有意义,但对建构主义的认识论者而言,却是重要的。因为后者在理智上需要区别与对比两个主要的功能:比较与转换。这就使得分析“对应”与“态射”的第一个重要的问题产生了:即它们如何与其内容相联系这一问题。特别是当“对应”与“态射”涉及转换操作时,又会引出另一问题:它们是如何与转换相联系的。先前一系列的研究工作都曾致力于这个主题[①]。

另一个重要的问题,它与对应和转换两者间的关系无关,这时对应作为形式,而转换作为内容。这个问题针对的是态射的形式是如何发展的。尽管对应并不转变任何事物,但是它们实实在在经历了发展性的转换,就此而言,本书旨在研究一种新的转换,即涉及态射演化的转换,而非通过“对应”来彼此相连的转换性运算(transformatory opera-tions)的转换。

这个第二类转换,基本上(如果不是排他的话)就存在于对应或态射彼此联结的递进组合中。正如我们在先前研究中强调过的:与不涉及本质的新转换的运算的无限产物相比较,对应或态射的三个永恒的、具体的形式发展是非常之少的。在个体的感觉运动期就已发挥作用的双射(bijections)、满射(surjections)、内射(injections),一直到数学范畴论内的同构(isomorphisms)、满同态(epimorphisms)、单同态(monomorphisms),这些基本的形式并没什么不同,它们的区别相当程度在于对其构成成分进行组合的精制模型的日益增长上。因此,接下来的许多章节的主题,都将集中于对应与态射中的组合(成分)如何发展这一问题。从这个视角出发,人们才可以看出,从非组合的形式到拥有具

① 皮亚杰,《关于“对应”的研究》,发生认识论研究报告集XXXⅦ(Paris: Presses Universitaires de France, 1980)。

体范畴的组织特征的形式之间所发生的最明显的进化。

上述着重提出的两个基本问题虽然迥然不同，但它们并不完全独立。有时，它们也会相互干扰。为了阐明这一点，我们需要先介绍一些专门的术语。我们把那些在每一水平使用时都不求助于态射，且对其超态射(extramorphic)的对象与内容进行修改的转换，称为"运算的转换"(operatory transformation)。这种转换的例子如：7+5=12，Kanty认为这种操作是合成的而非分析的!我们也引用此术语来说明那些能产生自身内容的转换。再例如，运算$n+1$，它的建构的能力已扩展到无穷。我们将这些自己修改比较工具的，且能够从中产生新质的，尤其是通过成分组合来产生新质的那些转换，称之为"态射的转换"(morphismic transformation)。据此，我们可以发现，态射的转换是运算的转换的一种类推，与此同时，它们的区别又是很明显的，因为组成态射的转换或把其联系在一起的基本工具，自身是不能进行转换的。换言之，态射的转换所关注之处，必须考虑内容是如何彼此包含的。(就形式与内容的相对性而言，这并不令人诧异：在每一个形式-内容的层级内，除了极端情形，每一形式同时也是内容，反之亦然)然而，作为一个新的比较工具的建构，它们的独创性在于：虽然它们是由这些建构的事实来转换的，但是它们创造了比较事物(那些自身不进行转换的对应)的工具。总而言之，就比较的对象而言，态射的转换关注不修改其内容的基本对应以及特定的态射，哪怕这些对象是运算的转换。如此看来，在更高的水平上，就所涉及的组合或态射形式而言，人们可以看出不同水平上的态射性组合即是转换结构的源泉。简言之，被比较对象的基本的超态射内容，并非由基本的比较形式来修正，而是由在其基础上所产生的更高形式来修正的。这时，态射的内容就得到了改进甚至能够有创新。

我们再回到心理发生这个主题上，来阐述先前提出的两个重要问题，许多可能的关系这时就出现了。首先是对应或态射与超态射水平内容之间的关系，当然这个内容也包括运算的转换；其次是态射的转换的本质，以及其如何与运算的转换相联系，这种联系不是指在内容方面，而是指在每一个相应等级的过程中。运算的转换与态射的转换，两者相互独立，还是相互平行，还是其中一个决定另一个，还是具有某种融合?这个问题的提出与第一个问题截然不同，因为这时我们必须考虑构成态射的方式。毋庸置疑，构成态射的方式与第二个问题密切相关，下文中将会对此进行很清晰的说明。

许多研究表明："对应"与"超态射水平上的内容"的关系，它们和"对应"与"运算的转换"间的关系是渐进相反的。对应始于认识发展的最初阶段，且为运算的转换准备了方式；我们可以说，是对应在一定程度上引导了运算的转换方式的发现。随后，对应变得从属于转换，某种意义上，是对应终止了来自于转换的必需的演绎。换言之，开始由观察所确立的一个简单的经验比较，变成了对一种普遍形式的阐明。这一过程发生的原因，是因为初始的内容，是在这些普遍形式的帮助下建构而成的，即对事实的读取与记录，而且在理解上述原因的方向上，超越了"对应"，也即在自动的转换建构的方向上超越了"对应"。另一种方式也需说明一下，即当对应的内容仍保留时，未结构化的内容

就变成了操作的形式。如果后者(未结构化的内容)经历了拟(前)转换(pretransformational)至间转换(intertransformational)的变化,或至协转换(cotransformational)的变化,那么它们就不是针对所有转换的资源。把末(终)状态输入对应,与初状态放置在一起;或者把转换输入对应,与不涉及自身产生转换的结果放置在一起。这样由转换带来的形式,或由对应带来的相关形式,会变得越来越一致。很显然,在态射中涉及组合的地方,我们也会发现类似的过程。但是,若涉及两类转换,一些运算的转换(由规范严格限定)与其他一些态射的转换,上述过程因为一个简单的原因,将变得更复杂。其中,新的形式——比较的工具,在组合的意义上不构成一个比较,而在结构的意义上构成一个转换。

即便如此,比较运算的转换的新工具间的关系问题也还远未得到解决。尽管从这样的结构中只能推导出一些基本态射,但态射组合获得增长自主性也还是可能的。这样,态射的转换与运算的转换之间的关系,这个问题最可能的解决似乎就要依赖于两者卓有成效的融合了。实际上,这类问题的解决也让人想起数学中的更高秩的普遍形式,比如"自同构群"以及特定的单位态射环等。

为研究这些问题,我们要来分析"对应"和"态射"的组合,其中态射是与那些有精确定义的操作性结构相关联的。我们从空间上的组合开始分析上述问题,以此方法分析认知过程的优势在于,它以形象的工具将逻辑的困难性消融了。接着,我们继续研究问题的互反性及对称性,这两者本质上是推论性的,而且是以问题的因果性为终点。

在这些情况中,除了一些非常特殊的形式,一般态射的转换都会贯穿三个阶段。为便于说明这个问题,我们先来描述一下这三个阶段。第一阶段,称为内态射水平(intramorphic),因为它还未包括"组合"在内。这时候,只是简单的对应,且不是所有的对应都存在映射,这些对应有时既不详尽又不单一。它们唯一共有的特征,即都是基于正确的或不正确的观察,特别是以可见的预测为基础。"组合"的缺乏导致了主体感觉不到矛盾。简言之,这仍旧只是一个经验的比较,无论其依赖于转换还是简单的状态。

第二个阶段我们以间态射水平(intermorphic)来命名。这个阶段标志着系统性的组合建构的开始。它涉及诸多对应中的对应,尤其是在间转换(intertransformational)的情况下,这使得态射与第二层级的前态射(premorphic)有了一个必然的开始。然而,间态射水平的组合建构仍旧只是局部的,且是逐渐发生的,最后并没有建构成一个封闭性的一般系统,或更重要的是,在代数的意义上,这些建构的组合是"自由的",它们在其起点与终点的意义明确。不管如何,这种比较的比较会引导组合构建上的大幅度的进展,也会有助于主体对接下来开始可推导的转换的理解。

最后,第三阶段,它在态射的转换的发展中,以认识论中有启发意义的"可逆性"为特征。它并不简单是达到更高层次的对应之中的对应——第三层次上的态射将再一次由间态射水平产生——而且是建构组合的一种新模式。我们称此为"超态射水平"(transmorphic),"trans"在这里是"超越"的意义,并不是从一个到另一个。实际上,这里是主体开始在态射上进行运算的水平。换言之,也即主体开始借助于运算的工具进行

态射的比较。而其中运算的工具,正是对组成先前态射内容,或者是对第二阶段组合建构进行解释与概括而得到的。这时,我们遇到了一个复杂情形,其间更精致化及精确的功能等价物,可在科学思维的水平上发现(参见本书中恩里克斯所写一章的后半部分)。举一个简单例子,如"群"的结构是由运算的转换所构成,其中仍有一种"超态射水平"(extramorphic)在内。一个态射集可以不使用转换群结构的任何方式,来与运算的转换相联系;与此同时,这些态射可积极地相互组合,最终,它们就可转换到产生这个群的"范畴"的程度。这个范畴具有被作为态射的内容来协调的态射,但是,最基本的,它具有作为超态射内容的一个群的运算的结构。

总之,上述阐释会在以下的讨论中给我们以指导。运算的与态射的转换有机结合,而且这种结合不一定要消融两者广泛的建构自主性。态射的转换旨在比较与比较的迁移(transferences);而运算的转换则在对象与内容的创造及转换;它们的结合点终止于普遍的共有形式的精心构造,例如,所有逻辑数学的转换都带有中性元的半群、群、环、格等,它们都充分达到一种反省抽象的程度。

第一章 旋转与环绕

J. 皮亚杰
CI. 莫宁尔(CI.Monnier)
J. 瓦克莱(J.Vauclair)

在本书的第二章和第三章中,我们将讨论有关不同角度和复杂性的各种旋转的态射。其中,第二章所论及的旋转涉及的是几个元素的循环演替过程;而第三章中讨论的则是立方体的旋转。因此,第一章有必要从介绍最简单的实验开始。在本章所报告的实验中,某单个客体的若干姿势,如洋娃娃的头和脚,将随着其旋转或环绕而变化;而此刻,态射仅存在于客体运动的起点与其终点之间通过转换而建立起来的连接之中。

一、方　　法

实验所用的水平装置由一只正方形平台构成,平台上有一个与之内切的大圆(见图1.1)。该平台上还置有一个圆形盒子,圆形盒子中则固定着一个仰面平躺着的玩具熊。实验中,首先要求儿童指出玩具熊的头和后腿的方向。然后分别用两种盖子把该圆盒子盖上,其中一种盖子附有一根较长的手柄,这使得被试可以推动圆盒子沿着大圆周运动而不改变其中玩具熊对被试的相对方位(环绕运动);另一种盖子则有一根较短的手柄,其末端固定在位于大圆圆心的旋转轴上,使得该圆盒子在被推动着沿圆周移动时,从被试的角度看,玩具熊的旋转是沿着从正立状态经上下颠倒状态再恢复为正立状态的路线进行的(旋转运动)。在两种情况下,研究者都首先让儿童明确玩具熊的头的方位,例如,是指向被试还是指向窗户等等。然后用

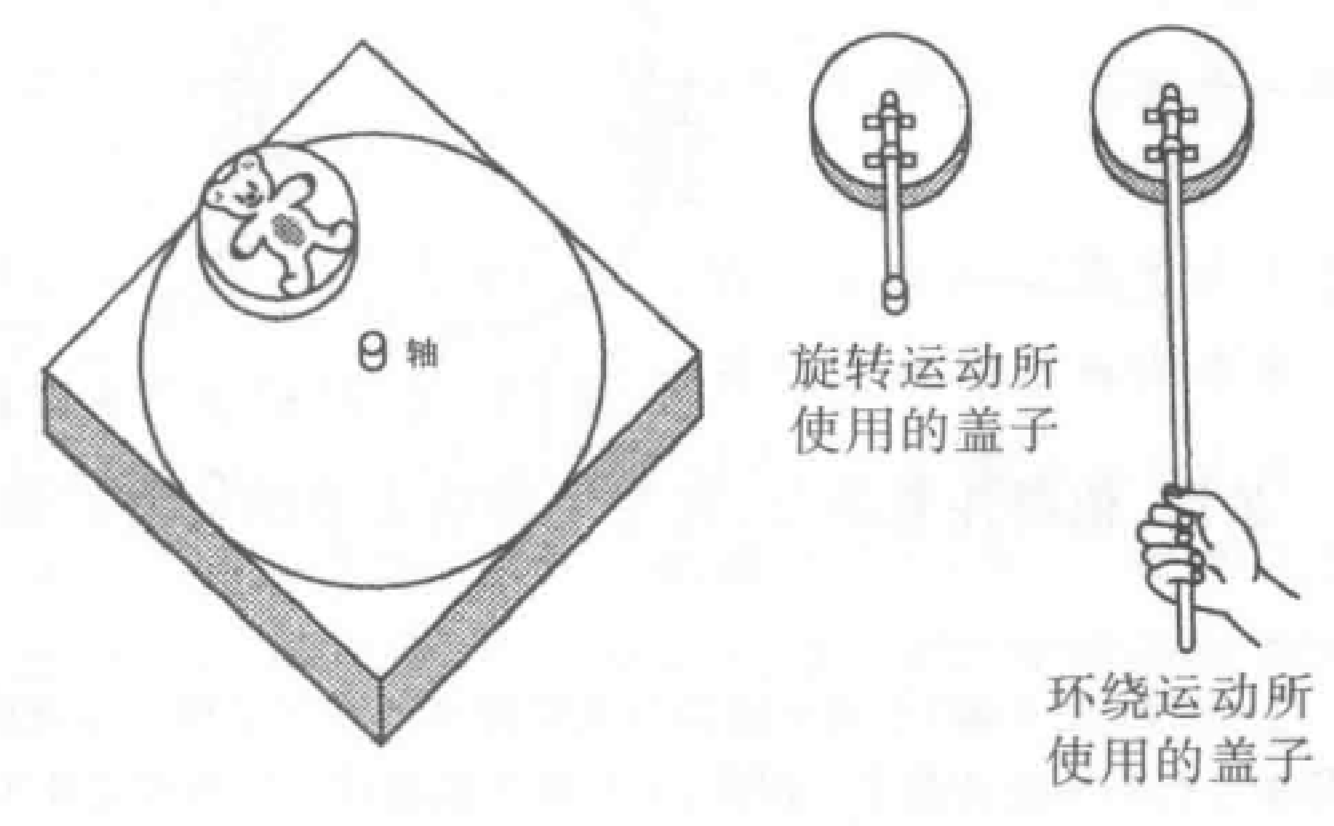


图1.1　水平实验装置

盖子将盒子盖上，让儿童通过操作手柄使盒子移动90度、180度或270度等等，然后再让他们指出完成各种操作之后玩具熊的姿势。

实验采用的垂直装置由置于轨道上的玩具车构成（见图1.2），玩具车上竖直地固定着一张绘有玩偶画像的卡片。在研究者进行环绕操作（其中的玩偶像保持正立）或旋转操作（其中，玩偶在转到180度时是上下颠倒的，在转到360度时则是正立的）的过程中，卡片一直都被幕布遮盖着。在每次移动之后，主试要求被试回答以下问题：玩偶是站立的、躺下的还是其他什么样的，玩偶的头指向哪个方向，并说明原因。然后，研究者从车上取下玩偶画像卡片交给儿童，让他们通过模拟其运动过程来预测玩偶将要经过的路线，或者重现它在幕布遮盖下完成的运动路线。此外，主试还要求儿童对这两种装置加以比较。

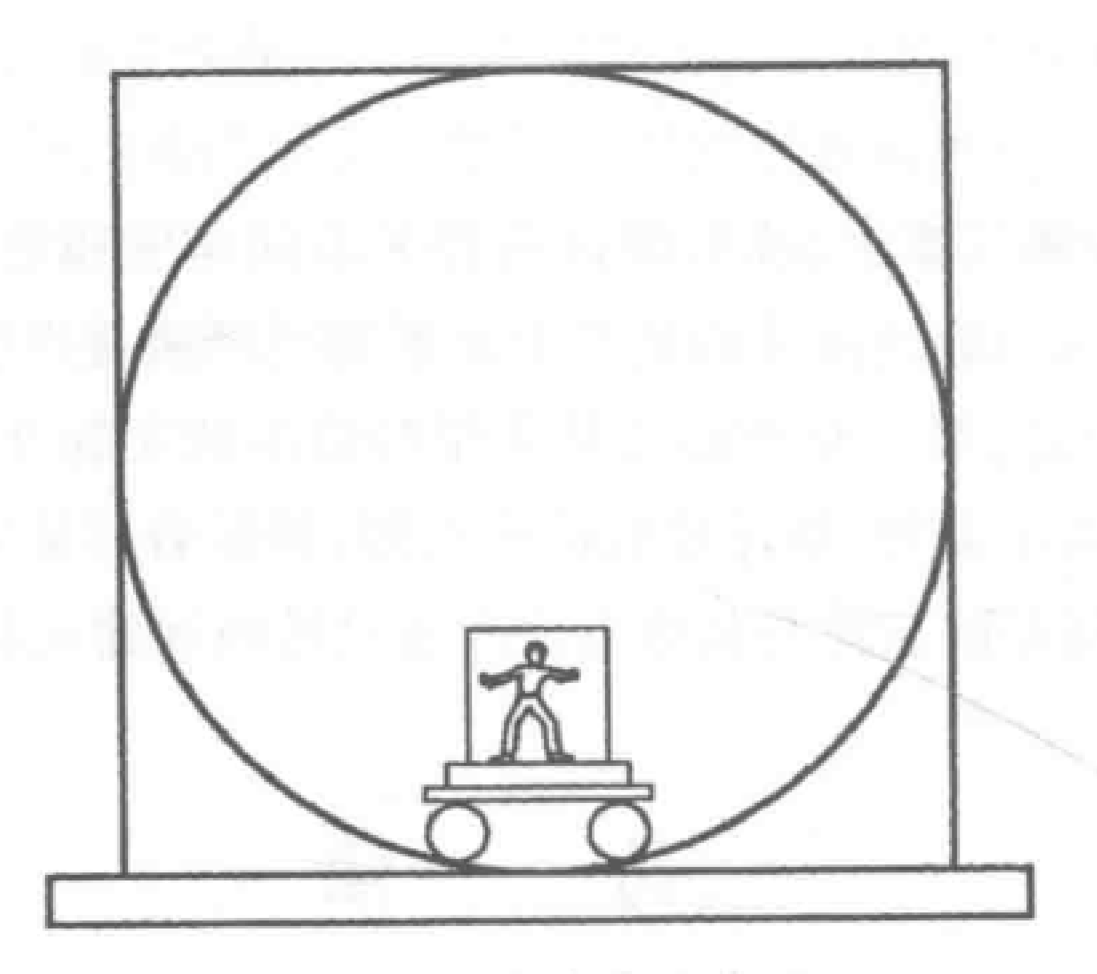


图1.2 垂直实验装置

实验还采用了另外两种模式的水平运动（见图1.3）。第一种运动模式遵循的是阿拉伯数字“8”（“∞”）的几种不同书写方式所示的路线而进行的，如∩、∽等；另一种运动路线是由同一个圆的四个90度圆弧反转后相交构成（见图1.4），如 口 。在第二种情况下，玩具熊的头一开始是向外的，随后它又将回到这一初始状态上来①。

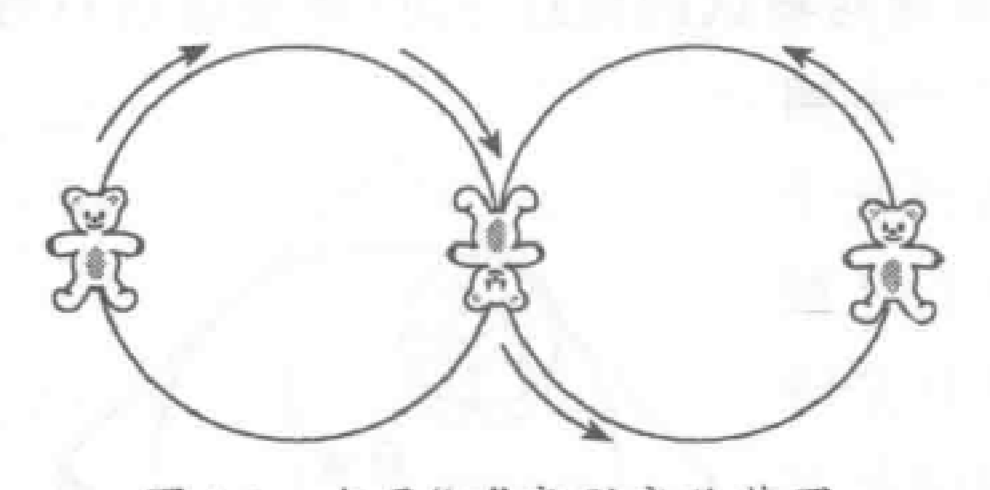


图1.3 水平“8”字形实验装置

最后，值得注意的是，在每一种情景下的轨道式旋转都能同某些自转——即那些能

① 原文（法文版）中关于这部分实验程序的表述是模糊不清的，而且莫宁尔博士对这部分实验是如何操作的也已经不甚清楚了。因此，我只能依据被试的回答和皮亚杰对其所作讨论来推断玩具熊的姿势及其运动路线。

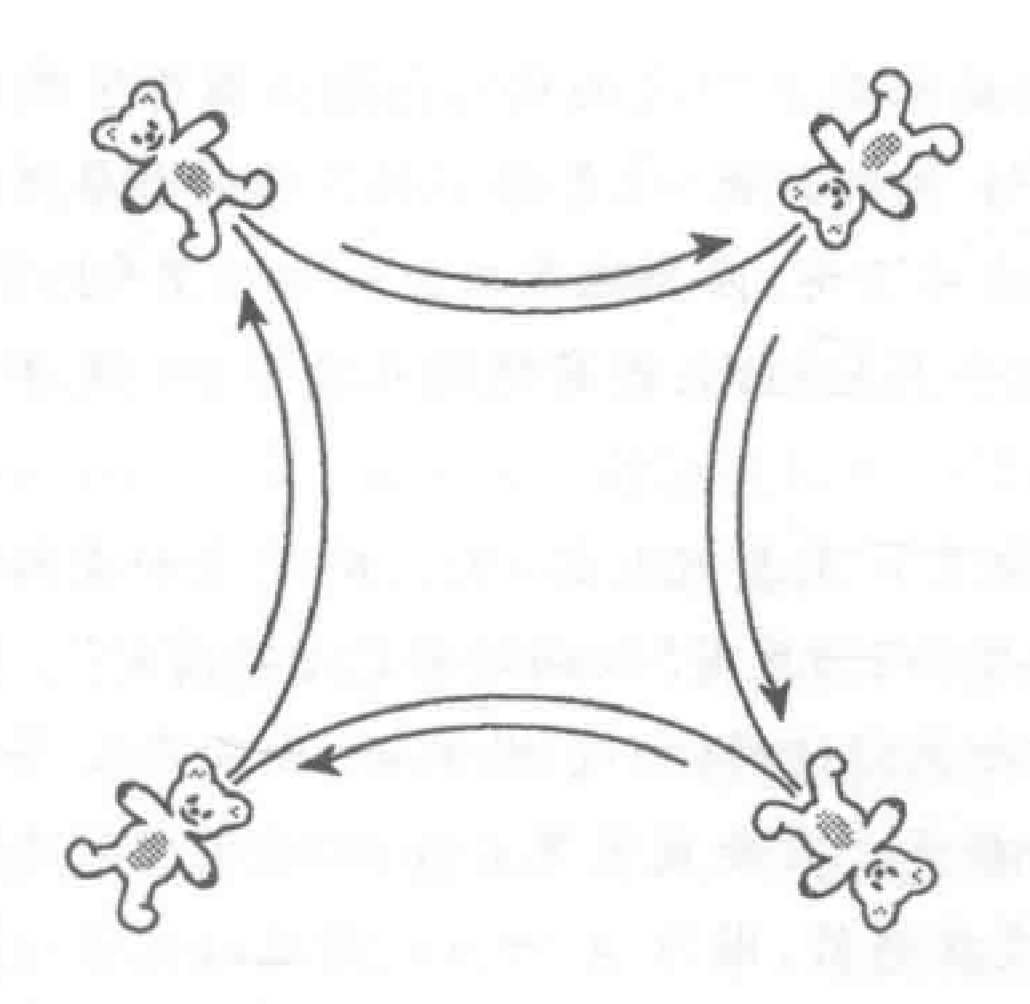


图1.4　四个90度圆弧反转相交的实验装置

使客体围绕自身转动的原地旋转——组合起来。或者说,我们甚至可以要求被试进行组合操作,如在120度的轨道式旋转基础上再加上一个原地旋转作为其补充,二者的组合便构成了一个环绕。

二、初级的或内态射水平的对应

这部分的工作旨在考察对应的逐步组合过程,因而有必要先考察那些彼此间尚未实现组合的对应。

Val(3;0)　首先呈现给Val的实验情景是这样的:玩具熊平躺着,头朝向手柄所指的方向(水平装置)①。经过90度的旋转运动之后,她作出了错误的回答,她对玩具熊朝向的判断与真实情况恰恰相反,随后她纠正了自己错误,但是,再后来她又重新回到错误答案上去了。相比之下,在经过180度的旋转之后,她当即作出了正确判断("指向我,颠倒过来了");但当这个盒子再度旋转180度从而回到起点时,她却不能正确判断,没能认识到这是前一对称的对称。在环绕实验中,她错误地认为180度的环绕运动同样会使玩具熊上下颠倒("指向我"),她对其他位置上的情况也作出了错误判断。

Tie(4;1)　在玩具熊未被遮盖的情况下几经尝试之后,Tie成功回答了水平装置上的所有环绕问题。然而,他却在除180度以外的其他角度的旋转问题上全都失败了。在旋转实验中,他让自己从圆周的底部移到了顶部(自己沿桌边从6点钟位置移动到12点位置),然后,从270度位置开始,他把手柄转动了90度,以便寻找其间的对称性。在他4岁5个月时的再次测试中,对于旋转问题,他一开始的反应同

① 借用时钟刻度来表示就是在12点钟的位置上(旋转问题)。

四个月前一样，但随后他就在90度的旋转问题上取得了成功，因为"它把它的头放在棍子(手柄)下面"。换句话说，他是将手柄用作一个参照而获得成功，尽管如此，他仍未能真正理解旋转运动，因为他在从左—右位置[1]上开始的180度的旋转问题上失败了。与4岁1个月时相比，这时的他在除了180度以外的其他角度的环绕问题上全都失败了。

Oli(4;4) 在垂直装置上，Oli在180度的环绕和旋转问题上都取得了成功。然而，他认为，在90度和270度时"玩偶好像总是躺着的"。关于水平装置中玩具熊的头的方位，他说："如果你这样(90度)放的话，头在那儿。"——"是什么帮助你这样想的呢?"——"这个棍子。"对垂直装置上的180度旋转问题，"它是上下颠倒的"；而在环绕问题中却不是这样的，因为"我一直抓着这根棍子的"。不同之处在于"你有时能够使玩偶绕着自己转动"。他错误地推断了90度环绕的结果："之前它的头在那儿"，此后，他发现自己错了，但他是通过使玩偶进行原地旋转来解决问题的。

Flo(4;6) 实验从水平装置的环绕问题开始，Flo在180度的环绕问题上犯了错误："你已经改变了它的方向，所以它的头也改变了方向。"随后是旋转问题，她再次在180度的问题上犯了错误，似乎在她看来所发生的运动就是环绕；后来，在90度旋转问题上几经尝试之后，她才在180度和其他角度的旋转问题上取得了成功。

Mic(4;7) 在水平装置的180度旋转问题上取得成功之后，Mic首先在从90度到270度的、从0度到180度的环绕问题上犯了错误。当他成功之后，他又被问及旋转问题和两种运动混合的问题，如先是0到90度的运动，然后是其他角度的运动等，诸如此类。

Car(5;6) 对于垂直装置上的180度旋转的问题，Car说："它可能是上下颠倒的，因为你把它放在底下了。"——"那么它之前是怎样的呢?"——"不是上下颠倒的。你转动它，然后它就颠倒了。"对于90度的旋转，她推测玩偶将是平躺的，但她不能确定它的头在哪边。对于270度的旋转，"我觉得它会上下颠倒"。相比之下，她将盒子沿着大圆的圆周移动，从而成功地重现了其运动轨迹，但她认为其结果会随着运动方向的不同而改变。对于环绕问题，她最初对180度环绕问题给出的答案是"上下颠倒"，但随后却说"我认为它还是正立的，你并没有把它头朝下、脚朝上地放在那里"。然而，有趣的是，当后来要求她重现这个环绕运动时，她完成的是一个180度的轨道式旋转和一个180度的自转(原地旋转)。这个组合是无意识的，若它被有意识地执行，那它就是间态射水平的了。正是因为它是无意识的，所以它只是一个简单的自我纠正(也见Oli对其最后一个问题的回答)。

Ari(5;4) Ari在垂直装置的环绕问题上取得了成功，他对从上到下的180度旋转问题也作出了正确回答，但是在相反方向的旋转问题上犹豫不决，而且还始终错误地将旋转和环绕两种运动混为一谈。

---

① 即9点钟位置和3点钟位置。——中译者注

Ste(5;11) 经过两次错误之后,Ste在180度的环绕和旋转问题上都取得了成功,但对从左到右的以及其他位置上的运动等问题犯了错误。在旋转中,Ste认为是“盒子”在动,而在环绕中,却“什么都不”动。

由于一个位置及紧随其后的位置之间的演替关系由旋转运动产生,因而,个体基于协转换对应(cotransformational correspondences)对玩具熊或玩偶在循环演替过程中的位置进行预测也就是一种必然了。认识到这一点,也就有了一个统领前文提及的种种被试反应的一般原则。对于手柄远端上的遮盖着的玩具熊所经历的轨道式旋转,儿童是以自转或者说是原地旋转为依据来进行思考的。将轨道式旋转当作原地旋转,这种错误是自然而然的事,因为从最初的感知运动阶段起,儿童就知道该如何转动某个客体以便观察到它的不同侧面或其背面了,而且,在很长的一段时间里,他们都会根据这一模式来看待各种旋转运动。在这种情况下,被试能很好地认识轨道式旋转,甚至能很轻松地在水平装置上去实现它。然而,他并没有将诸多位置作为一个整体与原地旋转对应起来,而是把它们看作是原地旋转产生的后果。正如Oli所说的那样,要将轨道旋转和环绕区分开来,“你有时能够使玩偶绕着自己转动”,或者,如Val、Oli、Car等所说,“它是上下颠倒的”(在180度上),而且他们还说“你转动它,然后它就颠倒了”。Oli为了纠正他的错误而完成了原地旋转,而Car,想实现180度的旋转,却最终通过原地旋转来实现了一个环绕。Set说旋转时盒子会转动,而在环绕时则什么都不动。在这种情况下,因为他自己刚完成了这一运动,因而,“什么都不动”可能只是意味着不存在自转。被试对于轨道旋转的疏漏的另一线索是对90度时位置的推测并不比270度时容易,但是,若被试试着去把对应建立在他对圆形轨迹的知觉追踪的基础之上的话,情况就不同于此了。

由这个重要事实得到的第一个结论是:一般而言,与轨道旋转相比,被试总能更好地推知经环绕之后的方位。这是因为经由环绕而得的所有位置彼此间具有同构性(isomorphism),这与自转的情况几乎完全不同。虽然如此,仍然有几个被试屈服于两种情况下的相同轨道路线所导致的部分类似性(特别是对180度的环绕问题)。例如,Val和Flo说“你已经改变了它的方向,所以它的头也改变了方向”,而Car则援用自转的缺失来自我纠正——“你并没有把它头朝下、脚朝上地放在那里”。

轨道式旋转(无疑是因为未被充分阐释)而对环绕运动产生了这种偶然污染,这也被认为是儿童将两种对应混为一谈了。然而,从Tie、Oli和Ari来看,当主试提出关于旋转的问题时,他们的这种混淆出现在成功解决环绕问题之后;只有Flo从环绕问题起就表现出这种混淆不清。

研究发现3至4岁的儿童能比5岁儿童更好地回答旋转问题,这个事实似乎证实了前面提及的轨道旋转被看作是自转这一说法。事实上,年幼儿童对轨迹根本不加考虑,他们在一些参照物的基础上作出回答,如(Tie)“它把它的头放在棍子(手柄)下面”(指手柄远端),或者是(Oli)所谓的棍子的帮助。相比之下,5岁左右的儿童,则努力试图把轨道式旋转运动解释为一种轨迹(见Car),但由于我们前面已获知的种种原因而使他们

仍不能取得成功。

总之,在环绕运动和从上往下的180度的翻转倒置的旋转运动中,由这些儿童成功创造的对应,其实是位置的同构;在这里的旋转运动中,儿童的早期对应能力,经由对称性而与基于自转的分析结合起来。然而,所有这些成功都仍旧不足以成为组合的存在证据,因为被重复的同构还不具备这种特质。而且,在180度的旋转倒置的情况下,组合的缺乏是如此的严重,以至于儿童虽然能对从上往下(从12点到6点位置)的旋转作出正确判断,却仍不能在其他几种情形下作出正确判断,如与之相反的旋转(从下往上,从6点到12点位置)、从右向左的或与之反向(在3点和9点位置之间)的旋转。因此,我们可以称这些初级的对应为"内态射水平的"对应,我们用它来指在经验发现的基础上关系建立的可重复性,却并不包括这些被建立起来的种种关系彼此之间的组合。在内态射水平的对应中,判断被遮盖的玩具熊或玩偶的方位时所涉及的推理,受制于对先前的经验发现的概括,如在感知运动水平上获得的对原地旋转的认识,或者对环绕而言,则是这样的经验:举起一杯水上下运动,不管运动轨迹是否有曲线部分,只要杯子保持垂直,就不会导致水溢出。

三、间态射水平的对应 I

从6岁6个月或7岁开始,儿童开始把轨道旋转运动理解为决定各种位置的循环演替顺序的过程,这些位置中的每一个都与问题中的起点位置到终点位置间的路径对应起来。因此,我们可以把后继位置之间的对应定义为间态射水平的,因为它们与那些决定于旋转运动的位置联系在一起。然而,在为此找到确切证据之前,你定会发现许多情形正处于内态射水平的对应和间态射水平的对应之间的过渡阶段,以下就是这样的一些案例。

Isa(6;5) 在水平装置上,Isa一开始就在180度(从上往下)、270度等的旋转问题上犯了错误,却对从下往上的180度旋转问题作出了正确回答。当玩具熊的头朝下或朝左时,她很好地预见了在它旋转到上面或右边时会发生什么,她说:"如果转动它,你就会改变它的方向。"随后,她又正确地回答了所有关于旋转的问题。她当即就明白了环绕是怎么回事:"因为你让小棍子始终保持竖直了,如果你不这样,你就会改变它的方向。"——"那么它的头朝下(在3点和9点钟之间)的时候呢?"——"你必须把它转过去成为那种样子(指轨道式旋转)。"——"那使你想到什么呢?"——"就好像它翻了个筋斗!"一个月以后,Isa对垂直装置的所有旋转问题都作出了正确回答,也能再现其轨迹,还能说明其各个位置的具体情形。随后主试把玩偶的头朝下放在12点钟位置上,并问Isa在什么地方安放一个红点才能让玩偶在整个旋转过程中都能看得到:"是6点钟位置吗?"——"不,那不行。"——"那么,在这

儿(8点钟位置)?"——"也不行。"——"那么如果我把它放在正中心会怎样呢?"——"啊,对了,这就行了。"

Phi(7;1) 一开始,Phi在水平装置上的180度的环绕问题上失败了,他认为玩具熊的头将"朝下,因为那儿(起点处)它是朝上的"。后来他成功了。在旋转运动的情况下,他认为,如果玩具熊头向左平躺着,其位置在180度的旋转之后将不会改变,而在他看到实际发生的情况并非如此时,却毫不理解:"真不可思议。"但在去掉盖子完成环绕运动以后,他开始理解环绕和旋转之间的差别了。最后,为了让玩具熊在旋转过程中的任何位置上都能看到红点,他把红点安放在圆的中心[①]。

于是,有两个问题就很清楚了:一是对轨道旋转的考虑在多大程度上改变了被试的认识;二是对轨道旋转的考虑在多大程度上使对应的组合足够充分,以保证玩偶能够在每一个位置上都能看到安放在圆心的红点,如果它一开始就注视着红点的话。至于Isa所提到的"翻筋斗",它也不再只是一个比喻("好像"),也不再是自转的一种证词了。

以下是一开始就表现出间态射水平的对应的一些案例。

Nic(6;6) Nic对水平装置上的180度环绕问题当即就取得了成功,"因为之前它的头是朝上的(而且保持那样不变)",而在旋转之后"因为它已经被转动了,所以它的头朝下(她还指出了是如何转动的)"。——"但是此前它也被转动了(指环绕)?"——"但是棍子在转动中已经移动过了(她还指出了是如何移动的)。"随后,Nic在随即出现的所有四种位置的问题中都成功地判断出了玩偶的头所在方向,她说:"当所有这些都在移动的时候,它也在移动。"她还准确地再现了其运动轨迹,并从其他方面的事实中得出结论,认为两个方向上"情况是一样的"。

San(6;6) San正确预计到旋转之后玩具熊的姿势(在水平装置上)。"那么,如果你不想让它在这里颠倒(180度)该怎么办呢?"——(她自发地做了一个环绕,并且说)"你不要转动它。"对侧平的"8"字形运动的问题,她当即声称在交叉点会有一个使它上下颠倒的转动,而在圆圈的另一端会有一个使它头朝上的转动。——"为什么呢?"——"我看见的。"(意思就是"虽然看不见盒子里的玩偶,但沿着它的路线就可以知道"。)

Sab(7;1) Sab对圆周上的旋转问题仍犹豫不决,但对侧平的"8"字形运动问题则毫不犹豫,她正确地预见了在交叉点会出现上下颠倒的转动,而最后又会回到头朝上的状态:"沿着这个圆运动,玩偶在另一端会上下颠倒吗?"——"是的,但沿着这个交叉的'8'字形运动,玩偶的姿势就改变了。它先是上下颠倒,然后又是头朝上。"

---

① 玩偶视线方向的一些参照系都难以与其姿势相一致,如,玩具熊背部着地平躺则其视线是往圆形平台所在平面之外看去的。要使之有意义,玩具熊就必须竖直地坐在盒子里,但如果是这样的话,玩具熊的头和脚的参照系就不能被理解了。在前几段中,很显然的是:无论玩具熊的姿势实际上如何,其在环绕运动过程中都不会有固定的视点,而在旋转过程中其视点则始终落在圆心上。

Ant(7;6) 问Ant的问题是，怎样做才能使玩偶在180度时不会上下颠倒。他首先是将它做了一个原地的旋转，随后又做了一个180度的轨道旋转。后来，为了通过不同于轨道式旋转的其他办法来使玩偶最终上下颠倒过来，他把原地旋转和环绕组合起来了。对侧平的"8"字形运动，他正确指出了三个不同位置上的情况，但在最后一个位置上犯了错误。然而，在再次完成这些运动之后，他在所有问题上都做出了正确判断。

Pat(7;1) Pat在侧平的"8"字形运动问题上取得成功。在从直立开始经过从右到左的"∿"部分的运动情景下，她用手指去比画其运动路径："在那里(交叉点)头是向下的，然后是头朝上。"——"那么'ᗰ'形运动呢?"——(她用手指完成了正确的运动过程)对"ᗯ"形运动，她采用了同样的方法。

Did(8;2) 在圆周上的运动的问题上迅速取得成功之后，Did马上就明白了在"∞"路线的两端，玩偶的头总是向上的，但他补充道："如果我做得对的话，那么(到左边和到右边)结果是一样的，除了左腿和左臂是向外的以外。"——"为什么头不会倒过来向下呢?"——他指出了交叉点和恢复直立的点。

以上，我们可以看到被试的反应为一定数量的组合的存在提供了证据。正如前文已经提及的那样，第一种组合其实就是后继位置的态射，它使玩偶在位置改变之后的每种状态都与其改变之初的状态对应起来，直到它重新回到整个旋转的初始状态之时。那么，这里涉及的就是演替的态射(morphism of successions)，而对于旋转问题则是协转换态射，但它也是组合的结果。这是因为后继位置间(从0度到90度、从90度到180度等)的每一种关系，虽然具有可重复性并因而构成了稳定的对应，但它还是有别于先于它存在且决定着它的那些位置关系。第二种形式的组合在理解以下问题上发挥着作用：如果玩偶的头被转动到指向内部，那么它就会在任何一个位置上都能看到圆心上的红点(Isa和Phi)。第三种形式的组合，由通过不同的协调方式来获得相同结果的能力而构成，如将原地旋转与环绕联合在一起就等同于180度的轨道式旋转，等等(见Ant)。第四种形式的组合，是由侧平的"8"字形(∞)运动及其各个片段的运动所揭示的，这里对问题的理解以两个圆所固有的对应的组合为条件，但在交叉点的情况则是这样的：玩偶从一个圆到另一个圆的运动使其诸位置间的关系被颠倒了。

然而，尽管前述的事实证实了一组组合的存在，尽管这种组合在内态射水平上是不可能实现的，但它们仍然只是间态射水平的组合，而非超态射水平的(transmorphic)组合。这是因为，虽然把几个不同的对应组合起来并由此而获得了一个并不为初级对应所拥有的必然性特征，但是，这类组合仍能够通过简单的连续浏览(正如Pat用其手指沿着侧平的"8"字形路线划过那样)或即刻的演绎推理(如Did那样)来获得。

我们已经考察了环绕和旋转之间的对应，对此值得注意的是，没有一个处于水平Ⅱ的被试一开始就能说出在两种情况下都有一个圆形轨迹。所有被试都只限于指出其不同之处，只限于能确定玩具熊是否改变了其绝对位置，或者更有甚者，如San所说的，只

会宣称它“根本没有转动”。现在，很清楚的是，每个儿童都能认识到环绕运动，至少在他遵循平台上的圆形轨迹运动时是如此；San是第一个认识到环绕运动的人，因为她自发地发觉了环绕的存在。因此，显而易见的是，这种差异是一个尚不明确的等价(equivalences)类的两个子类之间的差异。这种隐含的类是运动轨迹的类，由儿童通过操纵水平装置的手柄而实现的运动轨迹的类，且存在于沿着指定圆周路线运动的过程之中。

四、间态射水平的对应Ⅱ与超态射水平的开端

相对于“∞”形运动而言，“ ☐ ”形运动只能在其后才能被儿童掌握，这是因为，虽然这一运动的路线也是由圆的几个元素组合而成的，但该路线却是由四个90度圆弧反转相交于四点而构成的，以下便是证据。

San(6;6) 前面我们已经看到San对其他路线的问题所取得的成功，而且，她在理解单个的如“↑”或“↓”的圆弧上的倒转问题时也轻松成功。然而，她在由两个或三个弧形组合的180度问题[①]上却失败了，而且，她最初只能用原地旋转来再现其运动轨迹。

Lip(6;8) Lip对180度的各种组合问题犯了相同的错误，并且偶尔还用环绕运动来替代从一点到下一点的旋转运动。而且，他认为，在点1出发经过点2到其对角点，即点3之间的移动，“这和你按照从点1到点3的直线(对角线)进行的结果一样”。——“但是你在点3得到的姿势与在点1时相同吗？”——“不，它是头朝下的。”

Fra(6;10) 虽然对自己的推理很有信心(“我认为，我是按照我脑袋里的路线进行的”)，但是，Fra仍然在6次回答中2次疏忽了后继位置间发生的翻转现象。

这种错误在9岁儿童身上仍会出现。相比之下，有些认识却又早在7岁时就已发生了。

Sab(7;1) Sab(同样使用“∞”字路线)在两个弧形的组合问题中取得成功，她还预计1→2→3→4的过程会得到同1→4“一样的结果”。“真的相同吗？”——“因为那里(3→4)同样也形成了一个圆(就像1→4一样)。”她当即就在1→3的问题上获得了成功。在把圆形和这里的路线进行比较时，她指出，在圆形路线上的180度运动之后，“它颠倒了”。——“那么你能在这里找到相同的情况吗？”——她指了指一段弧的两个端点。

---

① 为了简洁起见，当运动是从90度圆弧的一端开始到其另一端结束时，我们称之为180度的倒置。其实，被试自己有时也会把这种倒置与圆形路线上的180度旋转所得的结果进行比较。

Pat(7;1) 关于头的指向,Pat当即在从1到3(两个相对位置)的组合问题上取得了成功。然而,当玩偶被转动到相对于其中一个位置呈90度角的位置时,她感到需要用手指沿着整个运动路径来比画一下(就像她在第3节中对"∞"运动问题所做的一样),但她仍不能推断出沿着从1到3的对角线运动的结果。她对2到4的问题有同样的困难,但当玩偶的方向与其中一个点相一致时,她立刻就给出了正确的组合,她说:"我已经这样移动过了(在心理上)。"

Luc(7;0) Luc正确地判断出了1→2的运动结果,他认为1→3→4→2[①]会产生与此相同的结果:"即使如此,它的头还是会指向那个角……它必须是指向那个角的。"——"为什么'必须'呢?"——他用手指就其原因作出了演示。像Lip一样,他假设经对角线从2→4是可能的,但"1→2→4和1→2→3→4的结果是一样的吗?"——"不,前一次是头朝上的,后一次是头朝下的。"相比之下,他还未掌握玩偶的90度转动问题,而且还需要一步一步地对问题情形进行考察。

Dan(7;5) 主试要求Dan在圆弧组成的四角图形和"8"字形之间进行比较。他回答道:"在'∞'的情况下,从那里到那里(指在两个端点时)结果还是一样的,但在四角图形中(沿1→3的对角线)却不是这样。"

Mic(8;8) Mic在所有问题上都取得了成功。当被问及1→3的对角线运动的问题时,他立刻指出会出现倒置。"你能依据这四个角来给我解释一下它吗?"——"它们(两种方法)都是一起起作用的。"

以上,你可以再次发现间态射水平的组合的存在,虽然它们比在第三节中发现的那些组合更为复杂,但它们仍是间态射水平的,无论它们的建构是通过连续地建立联系(如Pat等),还是通过必要的演绎推理(如Luc所说的"必须是")来进行的。在目前这种间态射水平上,你已看到了圆上四点的情形和四角图形(即由一个圆的四个90度弧线的翻转后交汇成非直角相交线而构成的图形)的情况之间的类比的粗略轮廓。例如,Sab说一条圆弧"也组成了一个圆",而Dan将1→3对角线上的颠倒运动与在两个圆构成的"∞"图形上的恢复直立状态的旋转进行了对比,他这是对未被翻转回来的圆弧的对应的另一种方式的理解。然而,完全的类比只有在水平ⅡI上才能得到被试的明确表述。

在11岁到15岁之间的被试身上,在一定程度上存在着向超态射水平的过渡阶段,其间,对应的组合导源于一个一般系统(a general system)所固有的运算(operations)。但是,在属于旋转或环绕的内在对应(internal correspondences)的特殊情况下,作为水平ⅡI的特征性标志的唯一新颖之处在于图形的内外两种参照系之间的协调。

---

① 原文对于所谓的1→3、2→4等运动以及"对角线"运动的描述是模糊不清的。有时候,皮亚杰似乎是指从一点(称为1)直接按照该图形的对角线移动到其相对的点(称为3)的运动过程。在这些情况下,玩具熊的位置是不会颠倒的。在有些时候,皮亚杰似乎又是为了简便而使用这个符号和单词的,用来指沿着四个圆弧构成的路线进行移动时其起始位置和最后到达位置。

Dom(15;1) Dom 正确回答了前面所提到的所有问题。当问他玩具熊注视到什么的时候,他回答说它总是看到在它面前的东西,但在一种情况下,它将朝向其运动所遵循的圆形之外,而在另一种情况下,它则朝向圆心。

Pat(11;2) 相比之下,Pat 并不能自发地作出这样的评判。然而,当问她居住在地球两极的居民的位置时,她回答道:"人们的位置总是相同的。"并进一步总结道:"玩具熊总是看到同一点上,有时这个点在圆形外面(环绕运动),而有时又在里面(旋转运动)。"对"ᗰ"形运动的问题,他指着两个端点说:"你进行了两个半圆的运动,就好似转了一整圈儿了。"

因此,发展经历了三个主要阶段。内态射水平的特点是或对或错的无组合的局部对应。在间态射水平上,要组合起来的对应有赖于运算性转换(operatory transformations),对应可以从这些运算性转换中演绎而来,但这是在为建构或理解这些转换准备好必要途径之后的事。但是,即使在间转换对应或协转换对应的情况下,组合最初也只是存在于诸对应的彼此联系之中,这种联系是通过更为高级的新对应来实现的(例如,把初级的循环演替彼此联结起来)。只有在此之后,这种对应才能从一个运算性演算(operatory calculus)开始被推导出来。通过运算性演绎(operatory deduction)的方式、在一般系统的基础上实现的态射的这种组合,正是超态射水平的特征。Pat 对"8"字形问题的推理作答(在水平Ⅱ上的某些回答)就是其例证。第二个例子就是玩具熊注视在同一点上的恒定方向被理解为旋转(指向中心)和环绕(指向外部)的共同点。这种理解是超态射水平的,这是由于它来自于对内部和外部两种参照系统的运算性协调。这种协调的作用在第三章"立方体的旋转"中能得到更清楚地展现,其中,被试跨过立方体的六个面而达到对其24种可能的放置方式的认识,正是在考虑到外部参照的基础上演绎而来的。

总之,第一章指出了我们一再发现的一些事实。一般说来,对应为转换的出现作好了准备,(其他事物间的)对应随后也可能由此演绎而来。类似地,对应的组合,或者换句话说,态射性转换(morphismic transformations)的组合,发端于间态射水平的形式,这种水平的组合形式预备了某些一般运算系统(general operatory systems)。正是从这种一般系统中,运算将得以产生,而运算本身随后又将使态射能够以超态射水平的模式实现组合。因此,初级对应(elementary correspondences)和初级转换(elementary transformations)的渐进性相互支持逐步扩展为相互作用,并最终拓展为运算性转换和态射性转换之间的两个方向上的相互作用。

第二章 两个循环演替的组合

J. 皮亚杰
D. 威尔林-利亚姆贝(D. Voelin-Liambey)
I. 博哲德-帕潘德里保罗(I. Berthoud-Papandropoulou)

为了有助于读者理解本章介绍的实验中呈现给儿童的关于对应的问题①,我们有必要从介绍实验器材开始。这里的实验所用器材由两个同心圆盘叠在一起构成,这两个圆盘都能各自按照顺时针和逆时针方向转动,置于下层的圆盘上印有4种几何图形(以下称为图形盘——中译者),上层圆盘则由彩色透明塑料做成(以下称色彩盘——中译者)。图形盘被分成四个90度的扇面,分别标为1,2,3,4。扇面1上印有一只三角形,扇面2上是一个五角星,扇面3上是一个正方形,扇面4上是一个十字形。色彩盘也同样被分为四个扇面,也分别标为a,b,c,d。扇面a为红色,扇面b为蓝色,扇面c为黄色,扇面d为绿色。此外,圆盘所在之处也被分为上下左右四个绝对位置,分别被标为Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ,Ⅳ,位置Ⅰ在上,位置Ⅱ在右,位置Ⅲ在下,位置Ⅳ在左。两个盘的任何一个扇面都可以停留在任何一个绝对位置上(详见图2.1)。

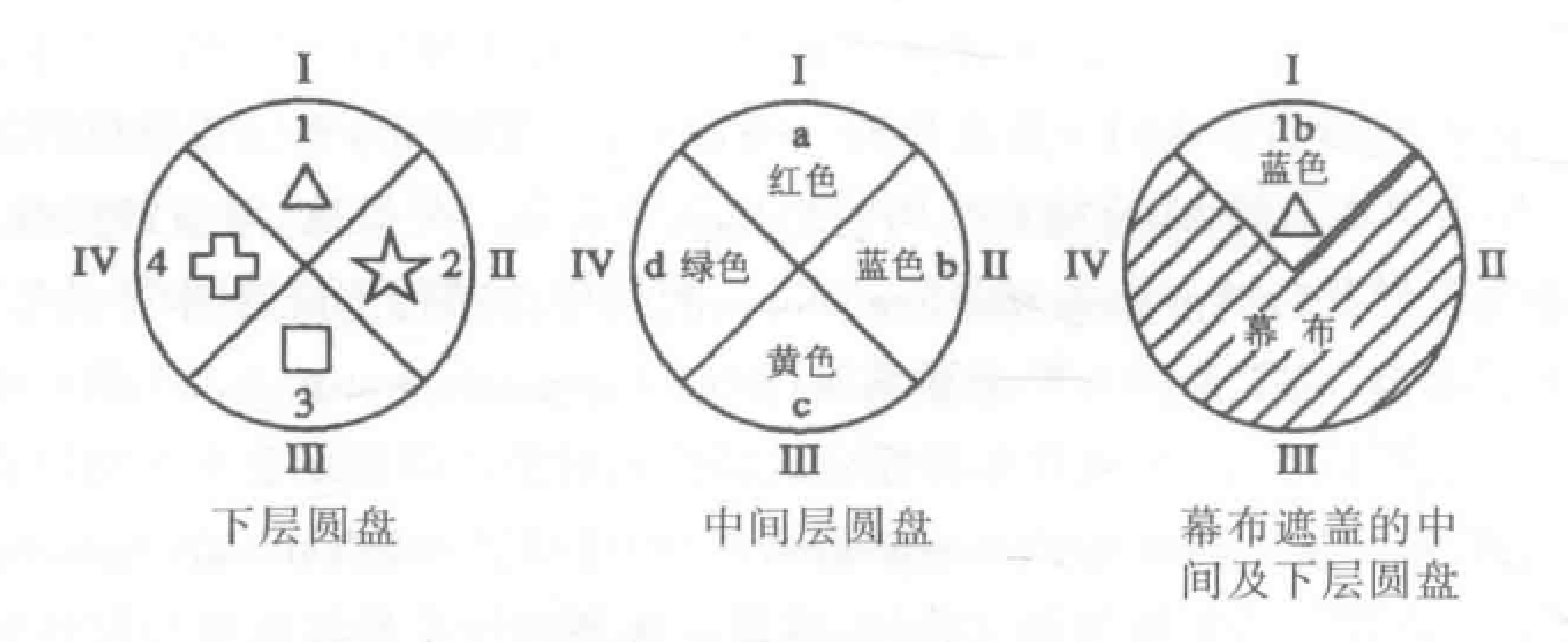


图2.1 实验器材:多层叠加圆盘

转动两个圆盘中的任何一个或者两个,可以组合出16种不同的"二维客体"(global objects),如,la是红色三角形,1b是蓝色三角形,2a是红色五角星,2b是蓝色五角星等,以此类推。除了两个圆盘以外,主试还用到一张圆形幕布,但它被切掉了一个90度扇

① 本章内容在法文版成文之时已作了广泛修订和诸多完善,我们这里业已吸收了其修改和完善之处。

面，因而被试只能看见四个绝对位置中的某一个。

使用这个实验器材，很容易让儿童建构起一系列的对应，如非转换性(nontransformational)对应、间转换(intertransformational)对应或协转换(cotransformational)对应等。而且，通过遮盖三个绝对位置来使儿童建构一系列对应的组合也是可能的，这一点从我们研究目的的角度来看，甚至更为重要。例如，如果只有位置Ⅰ可见，主试可以在该位置上用2c取代1a，然后问儿童在位置Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ上都能看到什么。要回答这个问题，儿童必须能够推断出由2c替代1a的过程中所发生的变化：图形盘按逆时针旋转一个单位(即90度角)，而色彩盘则按相反方向旋转了两个单位(180度角)。因此，3d将出现在位置Ⅱ上，4a将出现在位置Ⅲ上，而1b则会出现在位置Ⅳ上。如果要求被试从任意色形组合所得的二维客体出现在位置Ⅰ上开始转动圆盘，以获得某种成对出现的客体组合，如3d在位置Ⅱ上而"同时"1b在位置Ⅳ上，那么，问题的解决对这种推理有更多的需求。另外，在研究者要求儿童完成那些不可能出现的组合——如，2c在位置Ⅲ上而同时4a在位置Ⅳ上——的时候，要想发现并解释这种任务为何不能达成甚至需要更为复杂的对应间组合。此外，为了使被试的推理过程具体化，研究者将四种图形的剪纸和四种颜色的小纸片作为记忆辅助提供给他们。但它们是彼此分散的元素，并不直接涉及圆盘本身。儿童能够自发地排列这些图片以得到可被称为间态射水平的模型的东西，我们简单地称之为"模型"。除了两个圆盘之间的对应以外，这种模型还有助于研究圆盘与上述记忆辅助物之间的对应。这为我们提供了一个补充性的，甚至常常是具有决定意义的信息来源。

总之，这个研究针对的是各种态射彼此之间的组合，而不是态射与包含其中的各个可分割开来的图形之间的组合。由于同一个被试能够提供不同种类的组合，特别是因为他们在主试提问的过程中会取得进步，所以我们将根据组合的水平而非被试的水平来描述所得结果。

一、方　法

主试让被试从熟悉实验器材开始，先给被试演示一个或两个圆盘的旋转，再让儿童进行两个旋转方向上的多种转换。然后，在被试建构起实验器材的模型之后，主试再向他们介绍幕布的情形。在整个实验中，位于位置Ⅰ到Ⅳ上的圆盘的四个扇面中，有三个被遮盖起来，通常只有位置Ⅰ上的扇面是可见的。相比之下，被试的模型却全都在他的操控之下。当把圆盘的问题呈现给被试时，为了弄清前后之间究竟是什么关系(开始状态是1a在位置Ⅰ上)，被试可以按自己的愿望去操纵模型，也可以仅限于视觉上的观察。

此后，主试便向儿童提出关于情景A_1的问题，这里只有位置Ⅰ是可见的，主试在任意方向上转动任何一个圆盘(转动方向或者是由1到4、由1到2、由1到3，或者是另一个

方向上由a到c、由a到d、由a到b等),以改变圆盘的可见部分。比如,2a可能取代1a而成为可见的,或1c取代1a而成为可见的[1]。然后,研究者要求被试利用他所理解的模型去推断在位置Ⅱ或位置Ⅳ(相邻位置)上是什么,或者在位置Ⅲ(正对位置)上是什么。

在情景A_2中,主试同时转动两只圆盘,以改变在位置Ⅰ上可见的图形和颜色(如,由2c取代1a)。两只圆盘的转动角度可以不同,从而产生新的二维客体(如,在位置Ⅰ上由2c代替1a)。但也可以使两只圆盘完成完全相同的转动,这仅仅改变了二维客体所在的绝对位置,而二维客体及其间的相对位置都保持不变(如,4d在位置Ⅰ上取代了1a)。

相比之下,在实验情景B中,研究者要求儿童在某一遮盖处(位置Ⅱ,Ⅲ,Ⅳ)组合出某种二维客体。当然,实验允许儿童使用他们手边那个完全可见的模型。这样,儿童就必须转动一个圆盘(情景B_1)或者同时转动两个圆盘(情景B_2)。例如,给某个儿童在位置Ⅰ上(未被幕布遮盖而可见的)呈现1a,然后要求他"做你必须做的"以便使2c出现在位置Ⅳ上或3b出现在位置Ⅱ上(与位置Ⅰ相邻),或者使4b出现在位置Ⅲ上(与位置Ⅰ正对)。

情景C中,同样是要求儿童自己转动圆盘,但这里的目标是在两个位置上同时得到一对指定的客体。例如,在位置Ⅰ上给出的是1a,要求儿童去"做你必须做的,使得在同一时刻"让1b出现在位置Ⅱ上且2c出现在位置Ⅲ(相邻位置)上,或者让3d出现在位置Ⅱ且1b出现在位置Ⅳ(正对位置)上。显然,一旦在某个位置上放置了某个二维客体之后,其他三个位置上的二维客体就已确定无疑了。情景C的问题其实是为引入情景D而设置的,在情景D中,要求被试呈现的成对客体其实是不可能同时出现的,而被试必须去发现并解释这一事实。

二、内态射水平的对应

正如我们所承认的那样,我们所谓的内态射水平的对应,是指经由经验内容的直接读取或在此基础上的直接预期而简单地建立起来的那些对应[2],并不涉及这些对应彼此间的组合。你可以观察到,这种组合的缺失始于年幼儿童为了熟悉实验器材(这时全部材料都是可见的)而进行的探索行动之中。

Car(7;3) Car交替地转动着两只圆盘,同时还说道:"你不能得到相同的颜色和图形。"然后她列举了颜色和图形各自的四种情况。研究者先在位置Ⅳ上呈现出蓝色正方形,然后问道:"你能得到一个绿色的正方形吗?"——"能。"她正确地转动了色彩盘。——"还有其他的办法吗?"——在把正方形放回位置Ⅳ上后,她开始转

① 这些二维客体被称为"红色正方形""绿色三角形"等,以此类推。

② 详见本章结论部分。

动圆盘使正方形出现在绿色所在的位置Ⅱ上，如此等等。这样，她看来已经完全弄懂这一情景下的问题了，并为回答有关有幕布遮盖的情景B的问题作好了准备。但随后提的问题是这样的："正方形可以有几种颜色？"——"它可以有四种颜色。"——"那么其他图形呢？"——"是的……不，它们不能被移动，它们不能跑到那上面去的。"她指的是旋转位置Ⅱ上的绿色三角形回到位置Ⅰ上去。但她随后也理解了各种不同的可能性，而研究者也可以继续提出幕布遮盖的情景下的问题了。

Ver(7;5)　为了把三角形由红色改变为绿色，Ver旋转色彩盘进行了试误性尝试。研究者问："可以不移动这些颜色吗？"——"不行。"——"试试看。"——"可以的，你可以旋转有图形的那只圆盘。"她在一个方向上转动图形盘，然后又是另一个方向："不行，因为它是有图形的，图形会随着它的转动而变化。"最后，她成功了。这个模型起初的建构并不包含正确的演替过程，但稍后这种演替过程就得到考虑了。

这些探索最初是一种盲目摸索，在8岁以后则变得更为迅速，但这已足以让研究者提出在幕布遮盖且只有位置I是可见的情况下的问题了。这样，你就能发现许多对应的存在了，它们要么从一开始就很显著，要么就是在内态射水平上被获得的。然而，如预计的那样，这些对应仍未产生间态射水平上的系统性组合，而且，正是由于这种原因，它们仍不足以使被试成功解决所有问题。在这方面，与情景A中有相当难度的问题相比，情景B，甚至是情景C中的问题也相对容易解决，而这种容易性揭示了简单对应与对应组合之间的差别。在情景B中，把一个替换过程与指定为目标的绝对位置对应起来就足够解决问题了；而在情景A中，必须从abcd系列中仅有位于I的a可见的情况开始，组合出一个系列，即绝对位置上的bcda或cdab等系列。因此，在情景A中，每一个系列都包含有一个演替的态射，而解决问题所需的推理之中因而也包含了那些初级对应的彼此组合。

也就是说，这些对应既在内态射水平上开始发挥作用，也在可能出现的组合错误中发挥作用，下面我们将尝试对它们加以分析。首先，第一种对应无疑是分布于图形盘的四个扇面上的四种图形与分布于色彩盘的四个扇面上的四种颜色之间数字同构(figure isomorphism)。第二种同构，一开始就是很明显的，它就是将圆盘与作为记忆辅助物而建构起来的模型联系起来的那种同构。这两种双射(bijections)中，如果说前者只有在同那些与旋转相联系的演替过程的对应组合在一起时才有益的话，那么对第二种对应而言就更是如此了。这是因为，构成模型的元素并不是绘制于完整圆盘上的客体，它们也因而不具有连续性。因此，最终将被引入模型中的种种旋转，必然都是由组合推断而来的，而模型最初只是一种象征性的、静态的复制品。有个年幼的被试甚至在把模型的诸元素组成一个独立的圆之前，先把它们围绕实验用的圆盘器材放置起来；只是无论如何，模型都只是代表了圆盘上诸客体的某个具体状态。这样，被试对如何使用模型来回答主试提出的问题一无所知，这是因为他没有考虑到作为旋转变化的结果的各种状

态。这就是后面将论及的失序的原因。在超态射的对应水平上(第4节),我们会看到,11岁或12岁儿童不再需要操纵模型,因为他们已经成功脱离了模型的支撑,并能完成足够的推理以在心理上转换先前由模型所表示的各种状态。那么,模型就还原为只具有增进记忆这一简单功能的辅助物了。

第三种形式的对应显然从一开始就是满射(surjection),它是使四种颜色对应于某个单一的图形的满射,或者相反,使四种图形对应于某个单一的颜色的满射。因为年幼的被试缺乏组合技能,他们不能像八九岁儿童那样从这一对应中得出存在16种不同的二维客体的结论。

第四种对应是很基本的,它们是把一个客体(图形或颜色)与其紧邻替代者联系起来的对应。在内态射水平上,虽然这种对应很容易在经验水平上得以确立,但是,一旦必须从推理水平上对它们加以组合,儿童就不能胜任了。

Car(7;3) 在情景A中,在让她看位置Ⅰ上的黄色三角形之前,Car正确地列出对应于其他扇形部分的各种颜色。主试问:"那么这些图形又怎样呢?"——"它们也是一样的。"(模型上的除外;尽管她在部分被遮盖的圆盘上遵循了a→b等的顺序)相比之下,一旦五角星被移动到位置Ⅰ上,她会猜想十字形将在位置Ⅱ上,即使它不与位置Ⅰ相邻。她还认为正方形将会在位置Ⅳ上,即使它在模型上是在五角星之后出现的。对于红色三角形位于位置Ⅰ上的情况,无论是模型上还是圆盘上,Car的反应是相同的,她指出绿色十字形将处于位置Ⅳ上,她认为"它按照完全相同的顺序",但是,当另一个客体位于位置Ⅰ时,原有的演替顺序和相邻关系也就丧失了。

Pam(7;11) 通过正确复制两个圆盘的某个状态来建构起自己的模型之后,Pam说:"你可以遮起来再旋转它们,我也可以;我能转动它们然后又找到它们。"然而,她只是在她的模型上简单地将三角形和十字形的位置进行了互换,然后同时将两个圆盘各转动90度。她认为这样会使圆盘适应她那个已修正过的模型!她甚至相信自己的操作是非常正确的,以至于当幕布被揭开之后,她还责难主试说:"那不对,因为这里有各种图形,而你却把下面那个圆盘(图形盘)和上面这个圆盘(色彩盘)旋转到那里了。"似乎仅仅旋转圆盘就可以改变其客体位置的演替关系,就像她相信自己已做到的那样。

总之,这种紧邻演替的对应当然是真实存在的,只要它们未被彼此组合起来(依据简单线性序列进行的组合除外)。然而,在内态射水平上,当某个指定系列必须与儿童将要推断的系列组合起来时,这种对应仍然会导致问题解决上的困难。

第五种形式的对应也是关于演替的恒定性(invariance of successions)的对应,而非关于不依赖旋转方向的恒定性的对应。换句话说,它源于这样的事实,即,无论圆盘是按照顺时针方向还是逆时针方向旋转的,你都能获得某个特定图形。要理解这一类守恒则需要组合的存在;而且,在内态射水平上,这种理解远非立刻就能获得的,除非是通

过经验上的判断,如以下要介绍的被试那样。

Pam(7;11) 前文也曾提及Pam。当问她把位置Ⅰ和Ⅱ上的客体互换是否可行,她答道:"不行,因为,如果你转动(指顺时针方向,这并不是必需的)其中一个的话,另一个也会改变。"而且,她把模型上的蓝色从位置Ⅱ移到了位置Ⅰ上,而黄色则从位置Ⅲ移到了位置Ⅳ,绿色从位置Ⅳ移到位置Ⅱ上,红色从位置Ⅰ移到位置Ⅲ,因而把两个旋转方向混为一谈了。相比之下,她后来则发现,可以采用两种旋转方向中的一种而不是混合它们来达成目标;而且,在看到主试为了在位置Ⅰ上得到绿色三角形而沿着一个方向旋转色彩盘之后,她沿着相反的方向正确地重建了位置Ⅱ,Ⅲ,Ⅳ上的元素。在结束了长时间的询问之后,她在间态射水平上取得了成功,对1234,2341,3412和4123等系列作出了断言:"它们总是一样的,只不过你要从其他的数字开始。"而且这些演替过程在两个旋转方向上都存在。

这种关于方向的问题导致了第六种形式的对应,而且它和紧邻演替的对应一样具有普遍性。它是关于以下事实的对应,即一个元素移向某个位置的方向和它要替代的那个客体离开该位置的方向都与问题中问及的位置相对应。但是,这种定向取代并不必然与旋转的量[①]或轨迹的长度有关,或者也并不与演替的全部顺序,甚至是旋转的方向有关(这是因为,被试并未理解:可能有些复杂的位置变换乃是源于这些旋转)。请看下例。

Car(7;3) Car成功解决了情景B中的所有操作问题。在位置Ⅰ上给她呈现1a(红色三角形),要求她把3d放到位置Ⅳ上去,她用一句话来说明从位置Ⅲ到位置Ⅳ(都被遮盖住的)的变换过程:"你必须把这个小轮子转半圈",但实际上她只旋转了1/4圈。她对这一类的其他五个问题作出了类似的反应。相比之下,当4a继1a之后出现在位置Ⅰ上时,问她3到哪儿去了,她先指出3在位置Ⅰ和Ⅱ之间,似乎它并未被替代它的元素推动。然后她又改变自己的答案,指出它在位置Ⅱ上,这显然弄错了方向,因为它事实上已经到了位置Ⅳ上。这样,当发现3在位置Ⅳ上时,她就不能解释个中原委了,因为她并未借助一般旋转运动来思考。

通常,儿童能成功解决情景B中的这类定向取代问题,而在情景A中则不能。然而,在下面这种情况下,他们也能在情景A中取得成功(不妨回忆一下实验中的任务总是从情景A开始的),但也仅限于一种特殊的旋转问题,这种旋转导致客体位置沿直径Ⅰ-Ⅲ和Ⅱ-Ⅳ而改变。那么,问题就变成了:是否这种成功表明了对旋转演替的真正理解,进而是对组合的真正理解呢?或者是否这种成功是凭借对称性(symmetry)而由简单对应导致的呢?事实表明,那些发现可以沿直径方向上互换位置的年幼被试也主张Ⅰ和Ⅱ之间的互换是可能的,如此等等。

① 这里,我将écart翻译为"旋转的量"(amount of rotation),因为它首次出现于此,而这里的上下文显然把它与一个元素从开始位置起共移动了多少个单位的意思联系起来了。

Gre(7;7) 在情景A中,在位置Ⅰ上给出3c,问Gre在位置Ⅲ上的是什么。——他说是"一个红色的三角形(1a)"。——问他:"你怎么知道的呢?"——他说:"因为它是颠倒的,之前,这里(位置Ⅰ)是红的(a,就像在他的模型上的一样),你转动它,现在那里(位置Ⅰ)变成黄色(c)了,而另一个位置(位置Ⅲ)就是红色(a)了。"同样地,他把位置Ⅱ和位置Ⅳ上的图形互换了,"因为你也转动它们了"。因此,他似乎用基于旋转组合的方式理解了所有事实。然而,随后我们立即把1d转动到位置Ⅰ上,他却不能说出在位置Ⅳ上是什么了。"我不知道是什么随之发生了改变"。他尝试着在位置Ⅰ和Ⅳ之间互换,在没有幕布遮盖的情况下进行探索的过程中,他曾主张这种调换是可能的,但事实却与此相矛盾。

Pam(7;11) 我们前面提到了Pam最后取得的成功。在这里,和Gre一样,她很轻松地在她的模型上实现了位置Ⅰ和位置Ⅲ之间的互换,以及位置Ⅱ和位置Ⅳ的互换,随后她将这样的位置互换应用于圆盘上。但这并没有阻止她在两种不同场合下仍直接将位置Ⅰ和Ⅳ上的图形进行互换而认为位置Ⅱ和位置Ⅲ上图形会保持不变。

Oli(8;3) 情景A中,当2a位于位置Ⅰ上时,为了重建客体被遮盖时的情形,Oli当即就把位置Ⅰ和Ⅲ上的客体互换了(这里,4c是位于其正对位置上的),但他只停留在这一步上。"我不能再做些什么了。我不知道你能从这儿和这儿(位置Ⅱ和Ⅳ)发现什么。"后来,和前文中的被试一样,他也直接在位置Ⅰ和Ⅱ之间进行了互换,而不改变其他位置上的客体。直到主试提问结束之时,他的回答才符合了演替的对应。

我们由此可见,为了重建可见客体及某个被替换的客体的移动轨迹,最简单的解决办法是寻求方向→和←之间或方向↑与↓之间的那种对称性(symmetry)或互反性(reciprocity),而且,这种对称关系甚至可能被推广至相邻位置间的相互换位。因此,我们倾向于循环演替而远离了组合。然而,只要简单考虑到集合的闭合性(the closure of the set),我们就可以发现有四分之三的7岁儿童业已建构了一个明显的系统。虽然下面提及的环路并非是循环的,但它仍然是闭合的。

Pam(7;11) Pam在她的模型上把蓝色从位置Ⅱ移动到位置Ⅰ,把黄色从位置Ⅲ移动到位置Ⅳ上。显然,这两个变换是平行的,但方向相反。然后,她又把绿色从位置Ⅳ移动到位置Ⅱ,把红色从位置Ⅰ移动到位置Ⅲ,跨过了两个垂直交叉的直径。这就使得bdac系列不符合循环演替过程,却也构成了一个闭合的环路:Ⅱ→Ⅰ→Ⅲ→Ⅳ→Ⅱ。[1]

随后,在这些伪组合(illusory compositions)中,我们还发现Ⅱ-Ⅰ和Ⅲ-Ⅳ之间存在某种对称,而将全部回路闭合起来的两个序列Ⅱ-Ⅰ-Ⅲ和Ⅲ-Ⅳ-Ⅱ之间存在某种互

① 这里引用的Pam的反应类似于前文曾引用过的她在方向问题上所作出的反应。

反。然而,这些早熟的对称趋向仍可能得到积极结果。我们可以从Car身上看到这一点,Car以此为起点继续前进,达到能够理解以下事实的程度:相同的结果可以通过两种不同路线——移动覆盖在图形上的颜色,或者反之去移动颜色下的图形——而获得。

第七类对应把成对的位置与某个元素的旋转量联系起来。如果它仅仅与单个元素路径的长度有关,问题也就简化为演替问题。然而,当你必须去推断两个客体同时所在的位置时,问题也就额外增加了一个难度,即保持旋转量的恒定。因此,这种对应就比移动方向的对应更加复杂,尤其是在情景D中的问题,它需要考虑到那些不可能成对出现的情形。

Pam(7;11) 对于蓝色的星形在位置Ⅱ上、绿色的三角形同时在位置Ⅲ(实际上这是不可能的)上的问题,Pam在位置Ⅲ上完成了任务,在把蓝色的星形放在其模型的位置Ⅱ上之后,她还设想在圆盘上情况也同样如此。在得知事实并非如此之后,她仍然试着转动圆盘以实现这个不可能的情形。

至于只与绝对位置的相对演替(relative successions)——如Dom(11岁3个月)将会讲到的"两个位置之后"——有关的对应,它们当属超态射水平的,在这里是不会碰到的。我们此处所关心的间态射水平的一般特征,似乎就是它具有容易和困难的两重性,这与前述的事实是一致的。一方面,它们可以很容易被被试用来在经验上建立起上述七种对应,另一方面,被试却难以将这七种对应彼此组合起来。然而,我们仍须理解该特征,这是因为,通过操纵其模型以推断藏在幕布下的是什么,被试业已组合出了演替过程及其他种种。这些情形是通过在两者之间引入态射而实现对模型的解读而来的。因此,我们必须做以下两件事中的一件。一方面,我们可以从"组合"这一术语的定义中将对应与显得过于直接的等价之间的协调排除在外;另一方面,我们可以采用一种聪明的办法,能够在组合的复杂性方面,以及在被试作出基于问题的多种反应的可能性方面,作出等级划分。在第二种情况下,所涉及的内态射、间态射和超态射等诸水平,都如前面提及的那样,是对应的组合的构造水平,而不是(或仅仅部分是)被试的水平。

三、间态射水平的对应

以上被试反应的共同之处在于,它们并不导致一个完整的循环演替过程的构造。虽然被试用"旋转"一词来表述,并以圆形的形式来构建他们的模型,但他们并未成功地使后继位置从属于一个同时考虑到演替过程和旋转量的一般旋转过程。相比之下,间态射水平的对应则能产生这一结果,即使它们仍只对诸绝对位置加以比较,而并没有实现我们所谓的相对演替,也未实现超态射水平的对应所享有的"自由"。请看以下的案

例。

Tie(8;5) 在他的首次探索中,Tie确认了四种颜色的存在,并总结为"有8种,不,16种"情况,因为"你旋转绿色4次,红色4次(其余等等),这就是2乘8,得16。"类似地,他还明白"无论你转动图形盘还是色彩盘,结果都一样"。在情景A中,绿色在位置Ⅰ上,研究者问他什么颜色在位置Ⅳ上。——Tie开始并没有进行组合:"应该是蓝色(他指出模型上位置Ⅱ与位置Ⅳ是相对的),——不,是红色(在模型的位置Ⅰ上,因而下一个也就是绿色,但是他遵循的方向是错误的、不同于圆盘实际旋转方向的)。"后来他开始使用组合:"你改变了所有的颜色。红色在这儿(Ⅰ→Ⅲ),蓝色在那儿(Ⅱ→Ⅲ),黄色在那儿(Ⅲ→Ⅳ),而绿色在那儿(Ⅳ→Ⅰ)。这就旋转了整整一圈再加上一格(即90度扇面)……也就是五个(90度)。"——主试问他:"那么,这里(Ⅳ)呢?"——他说:"黄色,这里(Ⅲ)是蓝色,而这里(Ⅱ)是红色。""这里(位置Ⅳ)是什么图形呢(没有变化)?"——他说:"十字形。"检查后又说:"对。"对于2a在位置Ⅰ上的情况,Tie开始重新一步一步地移动,但他是在心理上看着其模型进行这样的移动,而非通过实实在在地移动圆盘而实现。他正确地回答出位置Ⅱ上是3b,但他得到这个答案是通过顺时针移动三个90度角实现的,而不是反过来通过从Ⅱ→Ⅰ的旋转来实现的[①]。随后,从2d位于位置Ⅰ的初始情景开始,他使用同样的间接方法推断出位置Ⅳ上是1c,而并不满足于位置Ⅳ→Ⅰ的转换。相比之下,当1a位于位置Ⅱ上为初始状态时,他以1→2和a→d的演替为基础进行推断,却由此而很快将1d位于Ⅱ而同时2a位于Ⅳ的情况(实际上这是不可能成对出现的)判断为可能的。对其他那些不可能成对出现的图形组合,他还是回过头来采取逐步替换的办法,在经验上来判断哪些情况是不可能实现的,但并没有解释其原因。

这一个案非常好地证明了间态射水平的进步和局限。其最明显的进步就是,在位置替换的中心水平上出现了演替过程与旋转量的组合。一旦替换了某个位置上的颜色(绿色位于位置Ⅰ),Tie马上就知道主试已经改变了所有颜色的位置,并且,他还在旋转了"五个"单位时停下来,由此在演替的顺序上证明了这一点。但是,这样一步一步地进行判断(群集,groupement)而非根据相对位置来判断,也就构成了这种方法的局限。在某些情况下,这样的结果就是,被试是如此关注下一步出现的组合,以至于忘记了可能的简化之法,尤其是忘记了一个重要事实,即两个方向上旋转的结果是不变的,如下所述。

Mic(9;5) 主试完成了一个替换之后,Mic说:"在这个方向上,全都改变了。"然而,他却总结到,你能够向另一个方向旋转而得到一个相反的出现顺序。对于1b位于位置Ⅰ的情况,他推断为,在位置Ⅳ上的"十字形是红色(a)的或者是黄色的

① 这里的和下一个案例中,我颠倒了位置的顺序,以使它们能与第一节中讲述的实验器材对应起来。原稿中实际上是指Ⅰ→Ⅱ和Ⅰ→Ⅳ,但这并没有什么影响。

(c),这得看你旋转的方向是怎样的了。”然而,在对移动情况进行分析之后,他认为:“如果你像那样旋转(与前次方向相反)的话,这里(位置Ⅳ)将仍然是红色的。”最后,他又进行了有关图形的推断,这是超态射水平出现的先兆。“如果正方形在位置Ⅳ上,那么星形将在位置Ⅲ上。它(即正方形)总是在后面推着星形走的,它不可能在星形的前面。”

Man(10;4) 对于一个简单的情景,如从lc位于位置Ⅰ来推断位置Ⅲ上是什么,年幼的被试往往是进行Ⅰ和Ⅲ的直接互换。然而,Man却在他的模型上努力进行两个圆形的多重旋转。快速而正确地完成旋转,但他这时并没有明白它们是彼此抵消的。只有在把颜色和图形向前旋转一个单位,然后把颜色向前旋转一个单位,再把颜色向后旋转一个单位,再继续把颜色和图形都向后旋转一个单位后,他才正确地推论出在位置Ⅲ上的是3a,而不再需要改变诸元素本身的位置。但随后,他又回到了逐步尝试的老办法上,凭借经验也仅仅发现了按两个不同方向旋转所得的结果其实是等效的。他对不可能成对出现的情形继续着同样的做法,但没能正确回答有关问题。于是,他声称让2d在位置Ⅲ上而同时3a在位置Ⅳ上的情况是可能的,但后来,他又在理论上发现,从位置Ⅰ到Ⅲ和从位置Ⅲ到位置Ⅳ这两种转换是不可能同时发生的,因为位置Ⅰ→Ⅲ只会导致位置Ⅲ→Ⅰ。

那么,所有的问题最终都将通过演替、方向及旋转量的组合而得到解决,正如Mic所说的那样“全都改变了”。这种组合最终导致了两个方向上图形和颜色的正确且恒定的先后顺序的建构,虽然事实如此,但这种先后顺序的逐步发现和应用仅仅只是被试通过将元素从一个位置移动到下一个位置的方法而实现的。这种方法不仅是受限制的,即各转换总是与另一个转换联系在一起而不具有“自由度”;而且它还是相当浪费的,就如前文中刚论及的被试所做的无用的多重旋转,以及Tie旋转五个单位而不是一个单位来实现从位置Ⅳ到位置Ⅰ的转换。总之,间态射水平的对应允许恒定联系的形成,如Mic所说,正方形“总是在后面推着星形走的”。然而,它们并未获得运算结构(operatory structures)的整体组织特征(general organization characteristic),这种运算结构拥有它们全部的同时性态射(simultaneous morphisms)。作为部分地具有推论性的组合,它们具备某种程度的必然性,也就是说,这种必然性仍是局部的,因为这种逐步进行的组合,还没有达到下一水平所显示出来的系统的闭合性(the closure of the systems)。至于这些间态射水平的组合的性质,显然,这些组合是依赖于转换(旋转)的,因为它们必然是由旋转所致。然而,作为态射,它们存在于对应的对应(correspondencesamong correspondences)之中。如Mic所说,正方形在星形的后面,这一事实业已是一个对应,因为它是一种可重复的关系。一旦它与同一水平的其他对应结合在一起,就产生了有规则的演替,这种规则的演替进而建构起其他对应,但这时候的对应是局部对应(partial correspondences)的对应,当然,这些局部性对应此时已变成为一个更大的系统的有机组成了。因此,你可以把态射间的组合看作是二级对应的建构。

四、超态射水平的对应

请先看以下事实。

Dom(11;3)　从第一个问题(情景A)起,Dom就说,如果1d在位置Ⅰ上,那么3a将在位置Ⅲ上,因为"绿色(d)在那儿(位置Ⅰ),它落后两个位置,还因为正方形在那儿(3在位置Ⅲ上),它也落后两个位置"[①]。对于3b在位置Ⅰ上的问题,他认为,2a将在位置Ⅳ上(回答正确),因为2a"在3b的前面,而且,颜色(a,即红色)在蓝色(b)前"。他以相似的方式继续下去:"如果正方形是黄色的,我就把所有这些都向前移动一格。颜色上,我会得到4d,1a,2b。"他当即就给出了不可能成对出现的原因,还自己想出一个实例:1在位置Ⅱ上,而同时4在位置Ⅳ上,"因为它们并不在彼此相对的位置上,而是彼此相邻的(4和1在圆盘上的位置)"。为了证明所有的颜色都能和任何一种图形配对,而所有图形也都能和任何颜色配对,他马上建构起一个包含16个方格(笛卡儿积,Cartesian product)的正方形,还无须参考模型就正确回答了所有问题。

Lou(11;8)　他说:"你一定得移动一格,(在另一个方向上)也必须这样。如果你反方向(另一方向)进行的话,你就得把全部都移动三格。随后一步出现的颜色总是在后一步就出现(演替的恒定性)。"对于绿色正方形取代了红色三角形而出现在位置Ⅰ上的情况,他说:"三角形肯定是在下面(位置Ⅲ上);而且它还是红色的。"另外,为了证明星形位于Ⅳ且同时三角形位于Ⅰ的情况——这是他自己想出来的不可能成对出现的例子——是不可能的,他说:"如果你将星形这样移(从位置Ⅱ移动到位置Ⅳ),三角形肯定会移动到这儿(从位置Ⅰ移动到位置Ⅲ)。"

Cla(12;0)　Cla建构的是一个线性模型而不是圆形的仿制品,并马上就解决了黄色三角形位于Ⅲ的问题。他认为红色正方形将在位置Ⅰ上,因为,在模型中,"它落后正方形两个位置"。对于三角形在位置Ⅰ上而同时十字形在位置Ⅲ上(不可能出现的情形)的问题,她说:"那是不可能出现的,十字形将在这儿(位置Ⅳ)。我很肯定。如果你从反方向旋转它,情况也是如此。无论你走哪个方向,最后都会回到同一点上。"

Cri(12;1)　通过从模型的静止状态开始推论,Cri立刻就能判断一个成对情况是否可能。主试问:"你能试试吗?"他说:"能(抓住圆盘),不,它回到相同位置上了。"研究者让他想出一些可能或者不可能成对出现的情况。他说:"不可能成对的情况更容易想。"然后,他还在模型上指出了间隔关系以外的相邻关系等情况。

① 请注意,3b将在位置Ⅲ上是不正确的。这个答案是正确还是错误,在原稿和法文版上都没有明确指出,说它不正确是因为皮亚杰从中得出的结论是,它表示的是根据一般系统所进行的推理,并将保持不变。

这些反应的第一个一般特征就是,被试不再依据紧邻替代者而进行逐步的推理,而是在普遍意义上根据对系统次序的合理认识来进行推理。而且,他的推理总是独立于客体的绝对位置的,只有在把这些关系应用于元素或其可变的替换情形的时候不是这样。出于这个原因,诸如以下种种措辞:"它落后两个位置"(Dom),"它落后正方形两个位置"(Cla),尤其是"随后一步出现的颜色总是在后一步就出现"(Lou),所表达的其实都是恒定关系,它们作为一个完整的循环演替的组成部分,不再是逐步建立起来的位置了。在其他情形中,对两个旋转方向上的演替的恒定性的解释,正是源于这一系统。正如Lou所说的,在一个方向上旋转一个单位与另一个方向上旋转三个单位具有同样效果,都不会改变其相对位置(也可比照Cla)。

这种超态射水平的对应的第二个一般属性与其必然性特征的概括有关,因为它们是由转换推论而来,这种转换随后又建构起一个闭合的结构(旋转群)。同其他的被试一样,Lou说过好几次"你一定得"、"肯定",或者是像Cla说的"我很肯定",他们给出了某些客体不可能成对出现的原因,而不是仅仅在几次试探(如Cri在不能保证其推断的必然性时使用多次尝试来进行判断)之后即确定了这一事实。

超态射水平的第三个有关方面是转换和协转换对应二者的"自由度"。这种自由度具有起点"任意性"和终点"唯一性"的双重特征,而且,它与间态射水平上的操作程序的"被束缚"状态完全相反。因此,为了最终得到某个单一元素,被试可以从任何位置或元素开始;这个单一元素的位置是被一般系统所确定的,而这个一般系统也不再需要像他的模型中那样la必须位于Ⅰ。而且,模型也不再是一个静态结构,而完全是一种工具,它帮助被试记住演替的集合和旋转的量,它们是恒定不变且独立于旋转方向的,它们是在指定位置上用某个二维客体去替代另一个客体的变化过程的核心所在。

可替代位置的众多子集内部存在的恒定性,使这种对应可被看作是使结构恒定不变的态射。这在间态射水平的对应上已是如此,但在间态射水平上,这一情形还是一步一步地完成的,虽然没有同时将系统或者是元素的可自由替换的各种排列情况视觉化。然而,通过超态射水平的对应,你就可以开始谈及自同态(automorphisms)了,也可以开始把诸元素及其相互关系看作是对"基本范畴"(elementary category)——惠特曼-麦克莱恩(Wittmann-MacLane)所谓的"具体范畴"(special category),或者是恩里克斯所谓的"前范畴"(precategory)——的起源的建构,无论是自己想这样做还是必须这样做。独立于这些术语之外,组合模式方面的这种差别是有益的,它将超态射水平的对应和间态射水平的对应作出了区分。在间态射水平上,对应只被构造到第二水平,而且,这种对应的成分是奠基于转换之上的,正是这些转换建构了这些对应的要素或内容。然而,在超态射对应的水平上,有些特殊情况也会发生。这一水平上的对应通过逻辑演算(logic calculus)而实现组合,逻辑运算的工具不是别的,正是在间态射水平上作为内容而发挥作用的种种转换被概括化之后的结果。换句话说,被试对态射进行操作,在态射的前身的帮助下建构起一个一般运算系统,并通过它把这些态射整合为一个整体。

第三章 正方体的旋转

J. 皮亚杰
A. 莫瑞奥(A.Moreau)

本章报告的仍然是关于旋转的实验研究。但在这些实验中,被试不再只是沿着一张纸板上的圆形路径旋转客体,也不再使用圆盘装置。在这里,被试的任务是通过完成旋转运动以发现旋转法则(rotatory laws),而且很大一部分的旋转操作是由被试自己完成的。这种方法提供了更多关于旋转与转换间关系的信息,这种关系可用来解决组合问题。它还允许我们通过回到那些初级但必要的问题上对组合问题加以考察,在本书第一章已提到的这种初步、必要的问题,它们涉及了被试对以下事实的认识:作为转换的产生途径,最初的比较和对应是否作好了充分准备,或者相反,转换是否决定着尚未组合起来的对应,并使之保持稳定。

一、方　法

实验使用的是不同种类的正方体。其中有些正方体是完全空白的;有些正方体在其某个面上有个十字标记;有些正方体在其某个面上有个十字标记,同时在其某个相邻面上有个实心圆;还有一些正方体上绘有些小人,而且这些小人的手臂划过正方体的一个或几个面;还有些正方体的各个面上都绘有拼图一样的图案的各个部分,如果它们不同的面相互组合起来便可组成一幅图画。

实验按照以下的步骤进行,但其顺序是可变的。

1. 实验开始时,在一张纸上用铅笔画上一个正方形(基座),将一个空白正方体置于其上,主试要求被试指出正方体旋转的种种可能方式——不确定旋转问题和"虚拟"动作(virtual actions)的存在问题。

2. 将正方体有十字形标记的那个面正对被试呈现。主试要求被试指出正方体有哪些旋转方法可以使十字形不再可见——确定性旋转问题。

3. 要求被试对不同正方体的不同位置加以比较——"状态"(state)问题、正方体上的标记的利用问题、外在参照系的存在问题。

4. 要求被试在一个正方体的各种旋转与它们的反方向旋转之间加以比较——“转换”(transformation)问题。

5. 给被试呈现一个有十字标记的正方体，让被试比较不同的旋转组合。例如，让他对以下两种情形进行比较：向前旋转90度(1/4F)之后再向左旋转90度(1/4L)和向左旋转90度(1/4L)之后再向前旋转90度(1/4F)——终点状态的预测问题，转换的协调问题，转换系统的存在问题。

6. 让被试预测经过n次向前的90度旋转(n×1/4F)或n次向左的90度旋转(n×1/4L)之后的最终状态——转换问题、循环顺序的理解问题，也即转换间态射问题和间态射水平的组合问题。

7. 让被试预测：通过每个面上都绘有部分拼图的四个正方体可以组成多少张图片，并让他们组合出其中六张——在考虑到正方体的各个面的情况下对正方体的建构问题，正方体的面到图片的一一对应(biunivocal correspondences)问题。

8. 让被试预测、描述、生成一个正方体的种种放置方式(positions)的集合——状态问题，状态系统问题，外在参照系的存在问题，协转换态射问题，向商数过渡的问题(question of the transition to the quotient)。

9. 要求被试根据旋转矩阵(matrix)来描述种种状态和转换，通过将旋转矩阵加以组合来推测正方体的某个最终状态——向表征的转换过渡的问题，协转换态射问题，超态射水平的组合问题。

二、内态射水平的对应

我们称由被试行动引起的转换为材料性转换(material transformations)。虽然这种转换是第一章中讨论过的运算性转换(operatory transformations)的一种特例，但实际上，它们只是由各种动作组成的，而且是前运算性的(preoperatory)[①]。同样，我们所谓的状态是指正方体的面或者标记的出现情况，其中包括缓慢地建立起与外部参照系的联系。稍后我们将就状态和“放置方式”作出区分。也就是说，最先观察到的间态射水平的对应(大约五六岁时)的消极特征可能是材料性转换与独特状态之间对应的缺失。然而，其积极的方面，它们可能是以一种概括化的、滥用性的双射为特征的，是看似彼此类似的诸状态之间的双射，是似乎完全不同于我们成人的材料性转换之间的双射，是状态与转换之间的双射。请看以下的个案记录。

---

① 在法文版中，皮亚杰介绍了各种转换的缩写形式。他说，Tfm是指材料性转换(transformations matériélles)，它是第一章中提到的Tfo的一种特例。问题是在第一章中并没有Tfo的介绍。因此，我推断，Tfo必定是指本章结束时会讨论到的运算性转换(transformations opératoires)。由于这类符号对读者而言有些晦涩，我将它们全都删掉了。

Fra(5;5)　Fra在种种可能的旋转中设想的是一个向左的旋转和一个向后的旋转，但它“是一样的，因为你这样又那样移动它”。——“但如果正方体那样的话，它还是一样吗？”——“是的，因为它那里是平的，另一个面也是平的。”对于一个确定性旋转，他预言十字形将“在后面”，后来他发现十字形“在底上”，但它仍然是相同的，“因为它仍旧还是个正方形”。这以后，他认识到，从十字形在正方体的底面开始，如果它被转动，就会变化：“那儿转动一次我是看不到它的，再转一次我就能看到。”——“那么，如果我转动到这一面或者那一面，还是一样的吗？”——“不。”——“为什么不一样了呢？”——“因为当你把它推到那儿，你就看不到了，当你把它推到这儿，你还是看不到它。”——“那么又怎样？”——“是一样的。”最后，他理解了方向上的差异，“因为正方体移动到这里(1/4L)然后才是这里(1/4F)”。他考虑了四个面，然后又是五个。

Men(6;2)　Men似乎一开始就看到了位置上的差异。“你可以向这边(1/4B，即向后)再往另一边(1/4F)。”呈现给她的正方体，其十字形所在侧面正对着她。“如果我向这边(1/4F)转动它，十字形将在哪里？……它仍然正对着你吗？”——“我认为是这样。”——“你肯定吗？”——“肯定。”转动以后。“在底面！”——“那么现在呢(向侧面旋转)？”——“是对着我的。”——“它又将正对着你吗？”——“是的。”转动以后，她的预言是正确的。“它在另一面！”——“但十字形仍然正对你，是吗？”——“是的。”——“但是它并不像先前那样正对你，对吗？”——“对！不，是一样的，但在那里它在前面，而这里它在后面(事实上，正方体向侧面旋转了90度)。”——“那么像这样呢(朝向她旋转)？”——“不在前面……对着我的。”她试了试：“它在底面上(出乎意料)。”然后，主试用没有十字形的侧面尝试了几个不同位置的情况。“这儿有个侧面是完全空白的。”经过几次旋转后：“每次旋转后同一个空白面都是对着你的吗？”——“是的。”在一个空白侧面上画上一个小圆圈，然后转动。“不，它已经变了。”然后把十字形正对着她，并向右旋转90度。“还是一样吗？”——“是的。”——“为什么呢？”——“你可以随意地摆放它。”她计算了四个侧面，然后说：“我忘记了还有一面”。

Cel(6;4)　十字形正对着她。“如果我向你转动正方体(1/4F)，十字形将正对着你呢，还是在别的位置上？”——“它还将对着我。”转动之后：“它在底面上。”——“如果我这样(1/4R)转动又怎么样呢？”——“它将到那儿。”再次转动之后：“它不在那儿！”

Riu(6;9)　与Cel相似，Riu开始时认为，如果正方体向他旋转(1/4F)的话，十字形将在“这里(仍然正对他)”。——“它仍将正对你吗？”——“不，它将在这里(在右侧面)。”转动以后：“它在底面上(很吃惊)！”如此等等。他预测十字形将始终定向在旋转方向上。

起初我们可以看到，转换并未被理解为客体的轴旋转运动，而只是某个方向上的

移动。被试对客体本身的建构仍旧是不完整的,因为它被认为只有四个面(或者加上操作面共五个)。即使当四个面都得到考虑的时候,其中也并不存在旋转。被试从未预计到十字形将会在底面上,而且当他们发现事实如此时会感到吃惊。由于旋转的缺失,也就不可能存在转换与其结果之间的对应。唯一涉及的对应是标记(如十字形等)的运动方向与其位置的对应,据推测,是运动以线性方式决定了标记的位置。而且,当被试接受自己的错误预测时,他的发现不会导致正确对应产生,只会导致在状态与转换之间的混淆不清。

由此看来,似乎内态射水平的反应(水平 IA)只表现出错误和缺陷。然而,虽然存在系统方面的缺陷,但它们仍很有意义,因为内态射水平的被试不知怎样竟设法发现了一些"总是正确的"对应。这种对应可能是逻辑上的重言式(logical tautology)的标志,但在这种情况下,它们证实了对比较(comparisons)的预料之外的需求。它们实质上就是同构,或者是种种状态——如它总是"平的"和"正方形"(Fra)或者似乎是由转动产生的"有个侧面是完全空白的"(Men)等等——之间的同构,或者是种种转换——例如"你这样又那样移动它"(Fra)——之间的同构。换句话说,被拿来比较的并不是位置,而是各个面的质性特征(qualitative characteristics),因此,Men引人注目地主张它还是同样的,因为"你可以随意地摆放它"。在差异之下寻求等同性正是对应的特征。这表明,最初的对应并未预先包含种种转换,而是包含了导致诸多消极发现的种种错误的预测。

相比之下,处于水平 IB(6岁6个月至7岁)的被试已对轴旋转有所认识了,凭借对转换和状态加以区分,他们开始将它们纳入对应之中。虽然这其中已包含了成功的内态射水平的对应,但当某个必须由被试去预测的单一结果之中包含了2个、3个或4个局部性旋转(90度旋转)的结果时,它仍不能导致稳定组合的产生。

San(6;6) 不像前文提及的被试那样,San很快就发现了向前、后、左、右四个方向旋转正方体的可能性,但是,他的预测仍然时错时对。对于十字形正对他的正方体向左旋转的问题,他和水平IA的被试一样,开始时预测十字形将在左侧面。"你看这个十字形,它正对着你;如果我这样(1/4L)做,它将对着这里(左)吗?"——"不,它将对着我(正确)。"——"如果我将它向你(1/4F)旋转,十字形将在哪里?"——"朝向我……是在底面上吗?"——"是的。"主试肯定了他的想法。然而,从十字形正对San开始,向前旋转4个90度的情况,San作出了错误预测;在向前旋转两个90度再向左旋转4个90度的情况下,San也失败了。相反,经长时间沉思之后,他成功解决了先向前旋转90度再接着向左旋转90度的问题,这是组合的开端。然而,他没能在另一种两个旋转的组合问题上继续取得成功。

Car(6;6) 在所有4个方向上旋转了正方体之后,Car当即就成功预测了从十字形正对他开始向前旋转90度后的结果。"哦……底面上。"——"让我们来看看。"——"对了。"——"那么,如果它正对你,我向左转动它,情况如何呢?"——"那里,它还是在那里(正确)。"随后,他在旋转1/4F和旋转1/4L(1/4F×1/4L)的组合问

题上出了错,但他在对没有十字形标记的正方体进行操作之后找到了解决办法。顺序相反(非交换性的)的旋转的结果先是被他预测为与初始状态不同,而后(未经尝试)又被认为是相同的。他在朝向他的3个90度旋转的组合上失败了,即使在转动的结果已明确后他仍然再次犯错;另外,他在向前的5个90度旋转的组合问题上也失败了。然后,从十字形正对他开始,向前旋转一个90度,再接着向左旋转90度,他对这一组旋转的结果作出了正确预测,但是,如果涉及4个90度的旋转组合,他就犹豫了。相比之下,如果你将正方体向左或向右旋转90度,"那是一样的,因为你总是看得见十字形的"。同San一样,他把六个面都计算在内了。

Jer(7;11) Jer马上就预测了十字形正对自己再向前旋转90度后的情况,"它将在底面上",但是他错误地认为,从该位置起旋转1/4F和1/4L之后,十字形仍将在底面上。而对于以相反顺序旋转后的结果:"我必须试试,有办法了,你可以试着那样转,然后再向前到那儿。"——"那么在你脑子里吗?"——"是的,在脑子里,但你不能在你的脑子里放上一只正方体。"——(转动以后)"噢:天啊!"主试问他:"那么,要转动多少次,十字形(开始正对他)才会再次正对你?"——"3次。"——"肯定吗?"——"4次……唔……3次。"——"为什么?"——"转1次,它在底面,再转1次,它在那儿(后面),第3次后它回到顶面。4次!"在向左转动4次的问题上,他一开始也犯了相似的错误。其他等等。对于使用各个面上都绘有部分拼图的正方体的问题,他预计的是4个面,当他发现是6个的时候感到很惊讶。

从一开始,这些被试自己就能够对正方体进行四种不同方向的旋转。这里,被试取得了新的重要发展,那就是,他们不再仅仅根据正方体的质性特征来表述正方体的状态,而开始把他们作为旋转产生的结果来考虑。这导致了状态与转换之间的正确对应的产生。这在他们即刻作出的预测中尤其明显,他们预测认为向前旋转将导致"它在底面上"这一状态。然而,如果转换在理解态射的这一开端方面扮演着决定性角色,那么事实就是,把正方体的某个侧面与另一侧面对应起来也就为它们铺好了道路。因此,十字形是对应于其相对方向上的空白面的,其他的以此类推。这种初级的对应是旋转转换(rotatory transformations)的必要非充分条件。

相比之下,即使水平IB的被试也能够在一个状态与一个转换之间建立起联系,但他们仍不能成功解决组合问题。他们能解决多次转动问题的唯一办法,就是在实际上进行一步一步的旋转操作,从而在经验上明确其结果。事实果真如此的话,那么,我们就可以认为旋转法则已经被儿童理解了吗?我们可以认为他们所缺乏的也就仅仅只是表征能力了吗?(因为,如Jer所说,"你不能在你的脑子里放上一只正方体")通过经验上的多次尝试的方式完成演替的系列步骤是一回事,而把一个演替的结果当成一种必然又是另一回事。就是这种情况下,经验性组合的这些初始形式还依旧处于内态射水平。

三、间态射水平

间态射水平以刚才讨论到的必然性的出现为其特征。先让我们来看看可被划归为水平ⅡA的被试的情况。

Fre(6;4) 先将正方体的有十字形的面正对他,然后问Fre:"你怎样转动能使它不再被你看到?"——"这样(1/4F)。"——"只有一种办法吗?"——"这样(2×1/4F)。"——"那它在哪里?"——"那儿(后面)。"——"还有吗?"——他指的是从十字形在后面的情况开始旋转1/4R。"还有呢!"他指出的是旋转1/4L。"共有几种办法?"——"3种(在同一方向上,他演示了1/4,2×1/4和3×1/4三种办法)。"——"这样(向左)旋转一次和那样(向右)旋转一次结果一样吗?"——"有点像,当你转动它,它在这儿或那儿(两个相对的面上)。"——"那么这样(向前和向后)呢?"——"不一样,因为它在前面或者后面。"——"但,它们在某些方面相似吗?"——"是的,有一点像我们刚做的那样(先左转再右转,两个对称)。"——"和那样(向前和向左)也相似吗?"——"它们一点也不相似。"当问及这些两两旋转的组合问题时,他做出错误预测,在相反顺序的问题上也失败了。不论他最初的预测如何,他在6个连续旋转的问题上犯了错,他认为即使一个成年人也不能同时考虑到20次或者更多次的旋转。相比之下,在明确了向左旋转一次之后十字形仍然正对他,他将这种旋转的结果概括为"总是那样"。

Led(7;6) Led预计,经过1/4F旋转后,正对他的十字形将移动"到底面上",他之后还很快推论出,在1/4L和1/4F的组合旋转结果也是如此。然而,他还错误地继续认为相反顺序的旋转结果也是如此。相比之下,他明白了向左旋转n次后的结果的必然性,认为其结果"总是一样的",也即十字形总是正对着他。同样地,他在2×1/4F的问题上取得了成功:"它将在后面。"但他认为将十字形重新回到正对他的位置必须经过5次的旋转:"旋转1次在这儿(正对他),2次在底面,3次在那儿(后面),4次在那儿,5次在这儿。"因此,他把状态和旋转混淆了,因而把开始状态和终止状态计算了两次。

Sol(8;3) 由于同样的原因,Sol相信4×1/4F将使十字形出现"在顶面上",但他概括出十字形经过向左的n次旋转后仍然正对他。"那么如果你旋转9次呢?"——"它总是一样的。"相反,他在向前和向侧面的旋转的组合问题上却失败了。

以下是处于水平ⅡB的案例,他们显示出更高级的组合。

Val(6;4) Val马上就指出,1/4F的旋转之后十字形在底面,但最初他认为经过1/4L的旋转后十字形在顶面上。相反,一旦初级的对应被确定下来,她在1/4F×

1/4L的组合问题上也就能取得成功了，她预计十字形将在右侧面；而对相反顺序的旋转则认为十字形将在底面上。而且她成功解决另外4次向前(1/4F)旋转的问题。"那么如果我把它向左旋转4次会怎样呢？"——"那儿(正对她)。"——"那么25次又怎么样呢？"——"总是在那儿。"——"你肯定吗？……肯定吗？"——"肯定。"——"你怎么知道的？"——"每当我旋转4次，它总是到达那儿。"——"那么向你这个方向旋转9次(9×1/4F)后呢？"——"在底面上。"——"你怎么知道的(等等)？"——"我1次，2次，3次，4次(前已进行了)旋转，然后是5，6，7，8，9！"——"那么5次呢？"——"那儿(他当即就指出在底面)。"——"怎么知道的(其他诸如此类的情况)？"——"4次在那儿，这儿就是第5次。"

Nor(8;7)　Nor考虑到了6个面："一圈4个面，另外还有两个面。"然后他马上就在1/4F×1/4L的组合旋转问题上取得了成功，但对于相反顺序进行的旋转问题，他预测的是"那儿，在后面"，而不是在底面。相反，对4×1/4F的问题，"它将回到原处(正对他)，因为这有4个面"。——"那么13次旋转后呢？"——"是的，在底面，因为4+4得8，12次在那儿(正对他)，那么13次就在底面了。"——"如果你想把十字形转到后面去，怎么办？"——"向前两次，不，3次，哦，不，是2次。"——"有没有其他的办法？"——"有。"他将正方体向左旋转，然后再在基座所在平面上旋转它。

Lau(9;5)　Lau在1/4F×1/4L的问题上取得成功。"那么如果我先向左再向前，结果还是一样的吗？"——"不是，它将在底面。"——"你能说它们是相似的吗？"——"是的，但它们是在两个相对面上的。"Lau当即就理解了一个正方体的表面上可以画上6片拼图。

从这里，你可以看到在组合问题上获得成功的先后顺序是：(a)横向旋转系列(*n*次向左或右的旋转)；(b)向前与向后的旋转演替过程；(c)两个方向上旋转的组合，以及对它们的非交换性的掌握。横向系列自然是最容易的。一旦明白了侧向旋转不会改变十字形正对自己的事实，儿童必须做的事就是坚守这种恒定性。在其他两种情况下，演替过程必须与倒置结合起来。特别是这两种情况下，实验结果非常清楚地表明，间态射水平的对应是以间转换运算(intertransformational operations)为基础的。然而，这并不意味着态射不存在于此。恰恰相反，它们必须来源于这种运算，而随后，比较的相互作用又回过头来应用于转换之上。因此，Fre看到了左右对称和前后对称之间的雷同，虽然其结果不同(也见Lau)。

然而，这种必然性，作为间态射水平的联系的特征，我们仍需对之加以分析。一开始，涉及其中的也就是各种联系，它们毫无疑问是通过连续动作一点一点地建立起来的。这些动作当然不再同水平IB那样必须被实际执行。相反，它们在被试头脑中通过表象进行，最初可能伴有错误，随后就能正确地进行了(见Led)，而且，正是从这些动作表象中，推断性概括通过计算(calculation)得以实现的，就像Val和Nor等被试那样。然而，这些计算仅仅针对了正方体的六个面。他们并没有考虑到外在参照系，而根据外在

的参照系就必定能区分出24个不同“放置方式”。这就是为什么我们要说,间态射水平的必然性仍然是局部的,在这种情况下,与它相联系的是处于同一水平的诸对应或转换间的组合,而且,这些对应或转换仍未被置于一个一般系统的支配之下。这种从属关系却是下一水平上可观察到的更高级认识的基本特征。

四、超态射水平

以下就是处于这一水平的案例。

Phi(10;11) Phi根据左右关系和前后关系找到了正方体的4种旋转方法。“当你把正方体这样或那样(把没有十字形的空白正方体向后旋转90度,然后是另一个90度旋转),你能说它是一样的吗?”——“不,那不一样。那是另一种放置方法;与下面的纸相接触的不是同一个面。”因此,他自发地对正方体的面和放置方式作出了区分。“那么像那样呢(将正方体转动90度)?”——“不,还是不同。”——“好吧,那么如果我们将它们称为放置方式,那一共有多少种放置方式?”——“4乘以4等于16。”——“你怎么知道?”——“你用面的总数乘以它自己。”——“乘以它自己?”——“哦,共有6个面;6乘以6得36。”——“究竟是36还是16?”——“36,你可以从任何一个面去旋转它,就像这样(他将正方体沿一个面做了四种方向的旋转),于是你得到了4种,而且……哦! 应该是4乘以6得24。”——“你认为这是对的吗?”——“肯定对,共24种放置方式。”把有十字形的正方体出示给他,问他1/4F×1/4L=1/4L×1/4F是否正确。“不,那不是同一个方向。”他的演示证实其预测是正确的。“那么向你旋转9次后,十字形将在哪里?”——“底面。”——“怎么会这样呢?”——“有4个面,如果你转动它4次,它将回到原来的样子。9次等于两个4次旋转再加1次。”——“那么24次呢?”——“十字形仍面对我。”——“那么24次向左呢?”——“十字形将始终保持不变,无论你转动它多少次。”对于绘有拼图的正方体,这里有6张拼图分别对应于6个面,他说:“每个正方体有6个面,是的,它们得到6张图……但你必须改变顺序(排列起来得到一幅图画的4个正方体的排列顺序)。”他在旋转矩阵问题上取得了成功。

Eri(12;1) Eri给出的回答同Phi一样。他在画有小人和花的正方体向前和向左的组合旋转问题上取得了成功。“他(小人)将躺下,手臂伸展开来的,但是他是侧身的。”——“那么,花儿怎么样呢?”——“在那儿(底面)。”

Pol(12;0) Pol成功解决了向右旋转15次的问题。“你能有几种放置正方体的方式?”——“24种,因为它有6个面,而且你可以转动它4次,4乘以6得24。”

以上这些被试的反应无疑体现了对应从属于一个一般系统这一事实。直到这时,组合才仅仅通过同级成分(components)的间态射水平上的协调而取得成功。自此之后,

它们将会具备新的特征，也就是从属于一个系统。例如，表面上看起来，对关于向前和向左或右的组合问题，Phi似乎只是像Val或Nor一样在水平Ⅱ上作出回答。但事实上，他的答案恰恰包含了一种新的基本元素，那就是他详细说明了方向（1/4F × 1/4L和l/4L × 1/4F）不同于“放置方式”。实际上，无论是谁，在说到“一般系统”时，都是以作为一个整体的该系统的性质为依据的。在正方体旋转问题这一特定情况下，整体系统的特征是显而易见的。它存在于从6个面——这只是对客观事实的直接辨识——向24种放置方式的认识上的转变之中，而24种放置方式源于面与方向的组合。

放置方式的区分（如Phi说的“另一种放置方法”）依赖于外在空间参照：“与下面的纸相接触的不是同一个面。”直到这一水平（10岁8个月起），仍只有一个被试使用了这类关系，而且他这样做只是对“在底面”这一说法的多余重复。他仅仅考虑到了正方体的6种可能的放置方式。那么，是什么使所有这些被理解为超态射水平的呢？那就是转换被纳入到与诸放置方式的对应之中，这些放置方式一方面是源于这些转换的，同时又是由外在空间参照所决定的。超态射所超越的是正方体的面和组合两方面的可被观察的事实，其中，组合是通过实际动作一步一步地达成，或者是一步一步由动作表象而达成。对于正方体的放置方式与其上绘制的6张拼图之间的对应，也是超越于可观察事实之上的。

另外，对于这些导致了上述的从6个面向24种放置方式的转变的对应而言，本部分的实验结果除了刻画了它们的终竭性特征以外，实验的新发现还使我们赋予了对应一种“自由度”。通常，我们用两种属性来对此加以界定：任意起始点和由转换所确定的唯一终点。上述这些种种收获确保了相互依赖的推理步骤具有终竭性、自由度、虚拟同时性（virtual simultaneity）以及系统封闭性（自同构的来源）等特征。这样，它们就使你能看到这一超态射中所包含的一个基本范畴，而且还有一个值得注意的事实。若由态射维系的整体所含基本元素通过比较工具的转换（transformation of the instruments of comparisons）。[①]而实现了从6（6面）到24（24种放置方式）的发展，那么，作为回馈的是，自从认识到24种最终状态以后，6个起始状态就由于每种状态包含有4种放置方式而变成为一个以它们之间的等价性为基础的商集（quotient set）了。

最后，被试使用前文已提及的矩阵运算（matrix calculus）的能力构成了超态射水平对应的性质的另一个指标。因为这种运算还涉及先前的学习，而不是仅仅只涉及像24种放置方式这种事实的自发建构，然而我并不坚信这一点。我更愿意努力澄清超态射水平上的收获与上述的间态射水平的对应两者之间的差异。如果说超态射水平具有如下两个特点：它是对态射的演算运算（calculus operating），它所有被监控部分都与恩里克斯在有关章节中所提到的函数运算（the calculus on functions）可比，那么，我们就可以认为Val

---

① 皮亚杰在这里用的是不甚明确的字母缩写Tfc。上下文和他前文提到的Tfm（材料性转换）和Tfo（运算性转换）提示我们，他这里的Tfc是“比较工具的转换”的缩写。相应于我前面的相关推理，我取消了这种缩写形式，用实际术语来替代。

和Nor的反应中已经包含了一个处于水平ⅡB的微积分运算。事实上,涉及其中的全部事实也就是对观察到的旋转的准离散性单元(quasi-discrete units)的枚举而已。相比之下,对处于超态射水平的被试而言,包含了24种放置方式而非6个面的那些组合,从系统外部的运算结构的角度看,则意味着协调的存在。而且,它们还涉及一个必须被建构起来的(这一点的证据来自于运算的迟缓性)、不只是包含简单列举的微积分运算。一般而言,与转换有关的间态射水平的组合,通过进一步的概括及完善,以及对其原因的揭示,已经超越了对应的内容(或要素)水平而达到了形式水平,并由此产生了实现新组合的可能性。

总之,我们再次发现了此前的一些事实中业已存在着的对应与转换之间的关系。状态和正方体各侧面被纳入对应之中,这就为转换建构了一个必然性,它为转换作好了实现途径上的初步准备。然而,在最初水平上,只有相邻面之间的关系被纳入其中。在第二个水平上,有两种事实被相互联系起来,其一,种种转换彼此之间的关系发展为间转换水平的;其二,种种态射彼此间的关系也发展成为转换间水平的。在第三个水平上,整体结构的发现使运用来自该运算系统的演算的态射实现了组合。这些协调作为一个同时性比较系统(a system of simultaneous comparisons)而用范畴取代了群,其内在必然性也正源自这种整体结构的发现。而且,除了连续、逐步地修改着内容的运算性转换以外,你还可以从这三个不同水平中看到比较工具本身的转换。这是因为内态射水平的对应、间态射水平的对应和超态射水平的对应的区别性特征在实验所得结果中显露无遗。

第四章 组合与长度守恒

J. 皮亚杰

I. 弗鲁克格(I.Flükiger)

M. 弗普克格(M.Flükiger)

本章中的任务是要把表示一块地周围的栅栏的总长度L分成两个互补的子集。一个子集包含的是在某一情景中尺寸相同的板(boards,*BD*)[①];另一个子集则由绳(wires,*W*)构成。绳与板交替串联起来,即*BD*–*W*–*BD*–*W*–*BD*,绳的两端都是板*BD*。给被试的问题是:绳的长度是否相等,L是否全部被绳和板覆盖。实验中有时用3块板,有时用6块板,但两种情况下的组建模式是相同的。

无论这种问题看来有多简单,它们都是值得研究的,这至少有三方面原因。首先,对应的组合是我们的总体目标,而且,在这种情况下,它与操作程序化(a programmation)休戚相关,而并不与连续呈现的各个孤立情景相关。实际上,如果实验指导语是这样的:在L两端分别安放一块*BD*,再将L全长分隔开来,或者更简单地说是"分配"为*BD*和*W*两个部分,那么,被试就需要按照相同的间隔距离来安放板,并用绳将板与板之间的间隔封闭起来。一开始,被试肯定是利用板和绳之间的此消彼长的互补关系来实现对这种分配的预计的,而对应本身也就是从这一事实开始的。显然,如果板占据的长度更长,绳就必然更短,反之亦然。

第二个有关这些得到运用的组合的有趣之处在于:即使它们能以推理的方式进行,即使在操作中这种关系可以被外显化,但它们仍是非常形象化的,以至于你可以通过感知–运动的(Perceptual–motoric)简单方式轻松地预测并纠正它们。也许如你所料,年幼的儿童被试就是以这种方式进行的。即使如此,明确以下问题仍然很有意义:操作程序化是否已涉及其中?另外,尤为重要的,他们的知觉水平的解决方案在多大程度上包含了被试对运行中的结构的意识性觉察?例如,被试将会发现n块板对应于$(n-1)$段绳吗?换句话说,被试会发现每段绳对应于两块板而非一块吗?他们能不依赖板和绳的数量多少而完成满射或内射吗?正是满射或内射使得在绳的总长度(L_W)和板的总长度

① 皮亚杰称之为固定栅栏(solid fences,法文:*barrières pleines*)。由于英语中没有直接表达该法语单词意义的词,而在美国,固定栅栏常由木板做成,指围板栅栏(board fences),因此我将barrières翻译为boards(板)。

(L_{BD})之间进行比较成为可能。

最后，板和绳之间的关系引出了守恒这一颇为有趣的问题。对于某个特定长度(L)，其中不同位置上有两块同样的板，则绳的长度为L-2BD。那么，无论板的位置怎样，它是否与绳一起构成了一个不变的总长度呢？还有，这一守恒之中涉及了怎样的对应呢？

一、材料与方法

实验中，主试提供两片用于实验的金属片。金属片长度为50厘米，漆成绿色，其上绘有三条横线。另有起始于其一端的44厘米长的一条镶边（即L所代表的长度）。无论指导语如何，当儿童超过这条镶边且不得不估算其超出量的时候，额外空间都是必需的。BD由带有磁性的纸板做成，以保证它既可以移动又能在金属片的任何位置上被吸住。实验中用到的板有三种：(a)小型板S；(b)中型板M，它的宽度是S的两倍，即M=2S，这使得M板可以在被均匀分配给L时保持板间距与其自身宽度相等；(c)大型板B，其宽度为S的三倍，即3S，因而B=1.5M=3S。实验所用的板要么是3块，要么是6块。当实验采用的是3块板时，S=4.4cm，M=8.8cm，B=13.2cm，相应的间距分别为s=15.4cm，m=8.8cm，b=2.2cm。当实验采用6块板时，S=2cm，M=4cm，B=6cm，相应的间距分别是s=6.4cm，m=4cm，b=1.6cm。然而，如果说由3块或6块板两种系列所建立起来的各个固定部分之间的关系很简单，那么各个间距之间的关系就不那么简单了。同样，除了M和m总是相等的之外，板与间距之间的关系也是比较复杂的。

主试告诉被试，一个完整的围栏必须这样来建造：在两个端点上各安放一块板，再在两块板之间放上其他的板，并使它们相邻两块板之间的间距都相等。另外，被试还被告知，必须用“绳”把板连接起来，而且绳必须由他自己从一根长长的意大利面条上剪切下来。其实，如果他愿意的话，他可以将面条用作长度量具以便从容地开始操作。实验是按照中型、小型、大型的顺序依次进行的。一旦被试完成围栏的建造，主试就问他：如果绳和板的长度各自相加，两者的总长度是否相等？在此过程中，有时候主试可以把“绳”排成一条直线。这样，主试就能弄清被试是否已经理解了n个BD是对应于(n-1)个W的，或者2个BD是对应于1个W的。关于互补替代(complementary substitution)[①]与守恒的问题将在第五节中用一个简化方法来处理。

---

① “Vicariance”被翻译为英文的“complementary substitution”（互补替代），其依据是皮亚杰在《运算逻辑试论》(*Essai de Logistique Opératoire*, Paris: Dunod, 1972)一书的第109页上关于类逻辑的阐释：“（这个术语的意思）是，如果等式$A_1+A'_1=B$，若A_2用来取代A_1，则A'_2必须取代A'_1，而A'_1和A'_2也就分别成为A_1和A_2的互补类(complementary classes)了。”可参考柏克霍夫和巴蒂(Birkhoff和Bartee)在《现代应用代数》(*Modern Applied Algebra*, New York: McGraw-Hill, 1970)一书的第49页上关于“替代性”(substitute property)的讨论。

二、 内态射水平

以下的被试是用感知-运动的方式进行的操作，但他们是凭借一连串的间距调整来实现的，并没有指导语所预示的操作的程序化。

Rit(4;7) 最初，Rit将3块M板放在中心。经提示后，她将两块放在两个端点上，另一块则置于中间，但左边的间距大于右边。主试问："这里和这里的距离(两个m)相等吗？"——"不等。"——"那你能使它们相等吗？"——她纠正了两个间距不等的情况。对于3块S板的排列任务，她很轻松地将2块板放在两端，随后将第3块放在靠近第一块的地方，然后又更正了它的位置。她还顺利完成了3块B板的排列任务。但是，对于6块S板，她则将两块板置于两端，然后将剩余4块放在中间，且相隔距离很近。——"你能让这些板两两之间的距离全都相等吗？"她把中间的4块板稍稍拉开了一些。——"要再多点吗？"——"是的。"她将它们向右移动了更多一些，直到更为对称为止，2块靠近中心，另2块都靠近各自端点。然后，她再把中间2块分开，把居中4块板等距放置，但是，这里的间距大于第1块和第2块之间、第5块和第6块之间的距离。在6块M板的排列过程中，你可以看到操作程序化的萌芽。第1块都是安放在最右端，第2块则离它不很远，第3块则在另一端即最左端，第4块在第3块之右，但其间的距离不同于第2块和第1块之间的距离，最后，第5块居中。间距m差不多相等，但已没有第6块板的位置，因此她将它叠放在第5块板上面。最后，对于6块B板，她的操作程序是这样的：第1块总是放在最右端，第2块则在最左端，第3块、第4块、第5块、第6块则在第1块之后依次摆放，一直到接近第2块，而且所有间距都几乎相等。主试接下来让她把"绳"也放上去。Rit仔细地测量了这一固定系列的B板间的间距，但从头到尾她都选择了太长的面条，然后她逐步从两端剪短它们，以调整它们直到适合于两块相邻板之间的距离，而不是依据间距值仅裁剪一次。主试把m[①]放在s上(提醒她是因为$M>S$所以$m<s$)，然后问她s去哪儿了。Rit认为它和B板在一起(B大于M)，因此，她在W和BD两者尺寸之间作出了直接对应，虽然在行动和观念上(关于这一个系列)，她都正确地承认它是反向对应。主试在完成演示之后问她："如果你把所有的m都假想为车厢，用它们来做一辆火车，那么用它做出来的火车与用s做出来的火车是一样长的吗？"——"不是的。"——"它长些还是短些？"——"长一些(再次基于M板的长度作出判断)。"——"肯定吗？"——"不对，是中等长度的(基于元素的判断)。"

Sop(5;0) 对于6块M板的任务，她开始是将它们放在一起紧挨着，然后在一

---

① 根据前文来看，m原本是表示间距的，而这里是用来表示长度为m的绳，s也同样如此。——中译者注

个方向上逐步增加它们的间距。在主试用指导语提醒她要使间距相等之后,她基本上把每个间距都调整好了。对于6块*S*板,她将一块板安放在右端,然后不规则地把其他几块板放置上去,而且,左端还留着空。提醒她之后,她将间距调整为相等了,但仍未在最左端放上一块*S*板,而且,除了她所说的解决办法——“你必须再加一块板(第7块)”——以外,她还想不到其他的办法。对6块*B*板,她用4块板就占满了整个*L*,包括两个端点,但对剩下的两块,她“不知道能做什么”。然后,她把它们放在一起作为第5块板使用,而且超出了镶边的端点,如此等等。用3块板时,她解决得要好一些,但除了3块B板的情形外,她所得到的间距仍是不相等的。

Bou(6;1) 对于6块*S*板的排列任务,Bou遵照指示使其间距相等,但他没有把其中2块板放到两个端点上去,而是使得居于最两端的板之间的总距离与总长度L不一致。其结果是:6块S板集中在金属片的右边半部分,虽然它们的位置分配得很好,但左半部分却是空的。问他:“你能移动它们吗?”——“不能。”主试给他6块*M*板,——“那么这个呢?”——“噢,如果我可以用那个(一块*B*板)来完成的话就好了!”然后,“我来试试把它们全部推到那边(左边)。哦,可是那也不行;留在那儿(右边)的太多了”。——“你可以怎么做呢?”——“你肯定得说两个端点上的板是被固定着的(他的意思似乎是根本不必这样做一样)。”他完成了任务,但是,板的间距仍不规则,后来把它们纠正为彼此较靠近的三对(1和2,3和4,5和6),但仍然忽视了左边的空白部分,他说:“你得用第7块板!”对于6块*S*板,他一开始把3块放在中点处,另外2块则分别放在两端,并问:“行了吗?”——“还不行,这块板(第6块)没地方放。”他最终还是成功了。他认为*B*板最大,而*s*是最大间距,但他并未发现*M*=*m*这一关系。和Rit一样,他也选用了太长的面条,然后从两端将它们剪短。

操作程序化显然不同于简单的计划,因为它把每个动作与紧随其后的动作(前瞻性,precursivity)对应起来,而不仅仅是与先于它们发生的动作相对应(递归性,recursivity)。因此,很显然,此处所述之被试一开始并没有建立起操作程序,而只是通过事后纠正的方式取得了大致相等的间距。这并不意味着他们没有计划,只是他们的计划仅仅针对的是逐步完成建设的一般规则。Sop最初将所有的板都放在了一起,然后依次安放在越来越大的间距上(递归性);而Rit则根据渐进的对称将它们分配排列起来;即使是Bou,虽然他立刻就把它们放在等间距位置上,但他是在没有预测如何对总长度进行分配的情况下,通过一点一点的移动来完成的。当然,这也并不是说这种计划不会导致对应的产生。进一步地,除了相当近期的预期以外,他们所考虑到的全部内容也就是我们所谓的交替态射(morphisms of alternation),即一块板与紧随其后的板之间的一个间距或一段绳子。但是,由于对板的分配排列缺乏程序化,递归地构建起来的这种交替更迭使被试在*L*的一端保持空白,就好像每块板之间必须保持某种间距一样。这里值得注意的是,如果没有主试的一再提醒,没有一个被试会在一开始时就在两端各放一块板,这进

缺页

时候间距的情况是 $s>S$,“因为那儿(M 板的情况下)的间距更大($M>P$)[①]。”他把板 S_5 和 S_6 分别放置于两端,然后他尝试着把间距缩得太小,然后又放得太大,以至于他只能使用4块 S 板。最后,他成功地找到了正确的分配方法,并毫无困难地为所有的间距剪裁好相等的 W。对于 S 板和 W 各自的总长度,他马上就知道 $L_S<L_W$,因为“绳更长”。——“长多少?”——他在 S 边上放了一根 s:“就这么多。”他毫无困难地认识到6块 B 板的情况下板 B 的总数大于绳 b 的总数。他虽然把所有绳段 W 剪成了“同样长度”,但又认为应该有6段。

Cat(7;6) Cat不像Sca那样一开始就很走运。对于6块 M 板的排列任务,她的尝试开始于绳太短的情况,结束于 $L=6M+6W$。然后,她拿走了最后一根绳,并在端点上放上 M,她还正确地调整了另外4块没有绳的板。当把绳加上去以后,她认为,如果 $M=m$,M 之和与 W 之和就是相等的。相比之下,对板S和其间距s(这里间距s要大很多)的问题,她提供了正确答案。

Nic(8;10) Nic连续地尝试进行间距调整,时而调整过度,时而不足。对于6块 M 板的问题,她开始时用的是完全相等的 W,但是它们尺寸稍大于 M。因此,M_6 和 M_5 挤得太近。由此继续,解决 W 的尺寸相同的问题,但所得 W 只有前面的 W 的一半尺寸,因此留下了一个较大空间。她于是又回头找到较长的 W,随之而来的又是同样的问题:“板(M)都是同样长度的,绳也是这样的,但你不能把它们放到 M_5 和 M_6 之间。”然后,她没有用到面条就建立起栅栏了,经调整之后,她成功了。对于3块 M 板的问题,她顺利地用自己的手指测量了两个间距 m。对于 M 的个数与 W 的个数,她说:“它们不相等,因为绳和板一样长,如果它们一样多就太短了(如果你把它们一个接一个地排列起来的话),会留下一段空白(等于 W_5 和 M_6 之间的长度差)。”对于 S 的个数和 s 的个数,她说:“板比绳多些,它们不一样多。你已经(从这些绳子当中)买了一样长的一些绳,和不同数目的板(与绳的数量相比)。”比较 M 和 S 之后,你会发现 M 到 S 和 m 到 s 两种关系“是相反的”。而且,如果你把两种情况下的 BD 和 W 都各自排成一行,“它们都不一样”。事实上,Nic似乎已经很好地掌握了其中的第一种情况,她坚持认为,如果 $m=M$,那么 $5m<6M$。然而,对于第二种情况,她不确定在数量上 s 少于 S、在长度上 $s>S$ 会不会使 s 的总长度更大些或者相反,或者两种都有可能,因为 S 比 s 数量更多。因此,她在逻辑上是完全正确的。而且,她已超过了Sca和Cat,他们俩只能通过感知方式来判断 $L_S<L_s$;Nic在两种情况下都承认 n 个 BD 对应于 $(n-1)$ 个 W。

Syl(8;9) Syl开始时用的 m 稍稍小了些,使 M_6[②] 不能排到端点上去。后来,她

---

① 原文此处的括号中就是如此,但全篇并没有任何有关 P 的信息,因此,据上下文推断 P 可能是排版错误,既不是 P,也不应是 b,而应为 S,因为按照实验程序,主试此时似乎还没有出示B板,那么也就不应出现间距 b 了,所以这里似乎应为 $M>S$,意思是 M 板比 S 板宽,其推理过程似乎是:由于 $M>S$,则 $m<s$,又有 $M=m$,所以 $s>S$。——中译者注

② 原文此处为 $M6$,根据前文的标记方法,似应为 M_6。——中译者注

将它推到端点上，再对其他板重新作了调整。对于6块*S*板的任务，她把它们放在*M*板之下而实现了正确的分配。她对*B*板进行了同样的尝试，但起初它们靠得不够近。所有的*W*只是在此之后才被放置好。对于总和问题，她当即就明白了一个*m*和一个*M*的长度是相等的，且相对于6个*M*而言这里只需5个*m*。对于*S*板的问题，“绳(*s*)更长，一段绳比一块板占的地方更多”，但“总会是5根绳和6块板”。她明确了*s*的总长度几乎延伸至整个全域，而*S*的总长度则占据较少区域。——“你没有考虑把它们靠得更紧些吗?”——她用一块*S*板共估算了6个*S*的长度，然后用一个*s*估算了5个*s*的长度；最后她声称：“必须把这两个长度加在一起交给它(整个全域*L*)……是的，这个长度正好。”“那么，你知道有什么不同吗?”——“知道，所有的绳(*s*)都比所有的小型板(*S*)长。”——“那么中型板呢?”——“中型板更长。”而且*B*板也是如此。相比之下，她更乐意承认你能完成一个由相同数量的*BD*和*W*组成的栅栏，但是，尽管你提供了纸板，她还是不知道如何才能实现它。

Nat(9;8)　Nat马上就看出了*M*的总数大于*m*的总数，以及*B*的总数大于*b*的总数。对于*S*板，“如果你(在间隔*s*上)用小的板(*S*)，你需要2—3块才能填补这些空隙。所以，如果你打算用小板的话，你就需要更多的绳(*s*的总数)”。——“你能不能做一个板和绳的总数相等的栅栏呢?”——“是的，可以。”——“怎么做?”——“我不知道。”

Lau(9;0)　Lau是9到10岁被试的范例。这个年龄段的被试，若在知觉上进行操作时，能够自然实现正确的分配排列，但是，当他们希望通过测量来进行操作时，他们的摸索甚至比前文提及的那些被试还要多。这是因为他们不能正确测量从一个间距向另一个间距的变化。Lau对m_1和m_2都作出了错误的度量，认为m_1太小，m_2太大，即使在此之后，在希望使它们长度相等时，他也不是去寻找一个中介物，而是选择了从m_2中减去m_2-m_1的差的办法。当然，这就导致了两个*m*都太小了。一旦他设法找到了正确的分配方案，总长度就不再是问题了。在使用*S*板的情况下，Lau和Nat一样，他量取了约三个*S*那么长的绳作为一个*s*，并得到了正确结论。

Fai(9;9)　对于6块*S*的问题，Fai把一块*S*放在旁边作为测量工具。这就使得在他预先放置的S_6的前面还留下一大段空白。他尝试通过在*S*旁边增加点额外的空隙来解决。但S_6前的空白还是太大了。他还用了两个手指头来测量，并试图将每一个间距都再增加两个指头间的宽度!

Isa(10;0)　Isa也犯了同样的错误。她也试图把最后那个太大的间距分到其他间距上去。她顺利地算出了板的总数和绳的总数，也坚持认为总的*BD*加上总的*W*可以延伸至整个全域(两个子集的互补性)。

Cri(10;8)　Cri也通过测量来进行操作，她围绕从太短到太长或从太长到太短的测量工具进行探索。然而，她并没有考虑它们之间的差，因而不能用它们来彼此弥补。对于*s*的总数和*S*的总数，她比较了不同的间距，然后选择了一个中等大小：

“它有点像是平均长度，它对任何情况都有用。”她立刻就解决了板和绳各自总数的比较问题，但是在让她确认s的总长度是否大于S的总长度时，她声称通过它们的数量多少“你是无法确定的”（因为相对于5个s，这里有6个S，而且，$s>S$）。——“那么，如果你把它们都首尾相连来排列呢？”——“也不能。”

与第二节所述的被试不同，我们发现这里的所有被试都开始表现出操作程序化，这使他们能够将不同种类的对应彼此对应起来。这包括：两个*BD*和全域的两个端点之间的对应，交替出现的*BD*和*W*之间的对应，长度相等的各*W*之间的对应，以及*n*块*BD*和（*n*-1）根*W*之间的对应（Sca和Cat除外，因为他们在这一对应上并非有意识地取得成功）。即使在儿童对BD_1到BD_6的系列间距进行连续的试误性操作的时候，他们也没有失去对如下事实的觉察，即必须遵照和坚持组合的前瞻方向，因而也没有忘记自己要达到的目标。新组合的增加放缓了问题解决的步调，从间态射水平的观点来看，这是有益的。这就是在9至10岁儿童摈弃知觉方法——这种方法有助于同时考虑到需要建立的种种对应——转而诉诸测量方法来解决问题时所发生的变化。实际上，测量包含了另外一种基于转换性（transitivity）的组合。测量需要的不是直接用间距d_2与间距d_1进行比较，而是d_2与d_1相等，只要d_1等于测量工具x，而x又等于d_2，通过转换就得到$d_1=d_2$。如果为了得到正确的答案而不得不对各种测量工具加以比较的话，事情甚至会变得更复杂，因此就有了Lau、Fai、Isa和Cri所犯的错误。

关于*n*个*BD*到（*n*-1）个*W*间的对应，由于绳显然是为了把板彼此连接起来才安放在板之间的，所以如下的事实才成为可能：被试在每个*W*和每对*BD*之间建立起对应，于是有*nW*与*BDaBDb*的对应，进而实现迅速的理解掌握。关于*BD*和*W*的总长度的问题，被试设想它们存在间态射水平上的组合。这个组合包含了以下内容：（a）在一个（材料上或表征上）连续整体中的*BD*的满射；（b）在一个类似连续统一体中的*W*的满射；（c）前两者的同构或其中一个对另一个的内射①。在我们的案例中，同构还未被实现，但是Nat及其他几个被试都相信即使不知道怎样获得它也是有可能实现的。*S*的总数与*s*的总数之间的比较造成了一个特殊的问题，因为*S*比*s*多，而同时又比*s*小。在知觉上，问题的解决是很简单的，但是在逻辑上，如果你不进行测量，那么三种结果“更多”“更少”“相等”都是有可能的。这就是缺乏计量的Nic犹豫不决的原因。这也是Nat和Lau要用测量而Cri作出极端反应的缘由。回想一下，尽管Cri有正确的知觉判断，但她仍然宣称不能确定两个总长度之间的差异，似乎在$6S>5s$和$s>S$之间存在逻辑矛盾。

接下来，我们要谈及的是Isa的有趣反应，她确信*BD*和*W*的长度之和将完全覆盖全域。这不仅包含了*L*的两个子集的终竭性满射（exhaustive surjection）方面的互补性，而且还包含了对互补性替代的内隐性（implicit）利用。互补性替代与以下事实有关：全

① 柏克霍夫和巴蒂认为（也见注2引用过的《现代应用代数》一书，第10—11页）：“内射常被称为*S*到*T*的一对一的转换。”“满射因此就是*S*在*T*上的映射（the map of *S* onto *T*）。”我已经相应地使用了“到”（into）和“在……上”（onto）这两个介词。

长L,无论是被分成$6M+5m$,还是$6S+5s$,还是$6B+5b$,它始终保持不变。在第五节中,我们将回到L的互补性替代上,以及在一个或几个BD被取代之后W的总数的守恒问题上。

四、超态射水平

正如我们前面一直承认的那样,超态射水平的组合不同于间态射水平的组合,它们涉及了一个一般结构,这种一般结构超越了同层级诸对应之间的协调。对于这里呈现给被试的问题,超态射水平的出现是以数字的乘、除为标志的,而不是仅仅如前一水平中所看到的"分开"或"合并"这种空间上的操作。这并不意味着被试放弃了知觉手段或测量工具,他们只是增加了通常偏爱的计算方法。

Mar(11;10) 对于6块M板的问题,Mar开始进行的是不太规则的知觉上的分配,然后马上就开始进行计算了。她通过测量来证实M板是否相等,用6乘以4 cm,然后她说:"你测量它(总长度)然后除以板间距的数目,这里是5。"接下来,在匆匆一瞥之间使用了一个测量工具来度量,她发现还剩余一段未被覆盖,她打算把这一段空间除以5好"把这一段的1/5分别加到每一段面条上去"。相比之下,对于6块S板,她忘记了只有5个s,她一开始认为:"它是中型板(M)的一半,因而其间距应为两倍。"然而,她随后从L中减去了6个S,再把剩下的长度除以5。对于总长度,她认为要建一个L_w和L_{BD}相等的栅栏是不可能的,因为相对于nBD总是有$(n-1)W$。她由此推断,总长度相同,则它所包含的客体(板和绳)的总数也必定相同。

Cor(11;3) Cor起初使用的是一个太短的测量工具,并否定了用稍长的工具来尝试的念头。她随即打算将剩余长度除以5。"还剩下5mm(实际上这个估计值太大了),因此,你应该在每个间距上再加上1mm。"她对6个S板的任务也采用了同样的办法。为了使BD的总长度等于W的总长度,她认为,必须把所有BD放置"到全长的中点处",然后再将剩下的那一半除以5:"每段绳都比板长一些,因为板的数量比绳多。"

Dan(12;3) Dan的反应和Cor一样。为了使板和绳两者各自的总长度相同,"你应将全长的一半除以板的数目",另一半再"除以5"。

毫无疑问,"除以"这一运算是儿童习得的而非发明的。然而,我们每个人都知道,儿童对它们的自发运用是受限的,也是很晚才发生的,这是因为对儿童的某些教育之中缺少了主动理解的成分。所以,它出现于水平Ⅲ是有意义的,这也是因为它表明了前瞻对应系统的完善,随后,这一系统也将呈现出新的形式。此前的被试直接利用连续调整方法来尝试将全长分配给交替出现的BD和W,与此不同,这里的被试将总长度首先分成了两个子系统,一个是L_{BD},另一个是与之互补的L_W,$L_W=L-L_{BD}$。这是被试的自主反应,

不是因为主试问及了一些额外的问题才引发的反应。然后,就是这两个子系统被分别均分给6块*BD*和5个*W*,这样,它们各自的尺寸大小也就立刻以计量方式确定下来了,而不再需要一步一步地去估计。根据通常的标准,无须任何注解我们就可以知道这种超态射水平的组合并不同于间态射水平的组合,这里的标准是:超态射水平的组合是在一个总系统(total system)的作用下通过运算把对应彼此连接起来的,而这个总系统一开始就被认为具有这样的功能。即使这里涉及的运算与学校教育有关,但是,在特定问题中使用它们也只是强化了各个互补部分的分割、分配和联合等的自发性运算,这些自发性运算所具有的互补性构成了前述的总系统的基本成分。相反,处于水平Ⅱ上的操作程序化,虽然原理上与此类似,但它实现的仅仅是一步一步的协调。

五、互补性替代与间距总数的守恒

在第三节结尾,我们已经看到总长度或总数的问题是如何引出互补性替代这一问题的。因此,用一个不涉及栅栏及其物件的简化方法来考察这一问题似乎是很有意思的。我们在几厘米长的、两端有挡板的带子上安放了几片纸块,就像└──┘。主试简单移动一下纸块,问被试纸块之间的距离之总和是保持不变呢,还是会发生改变。或者,主试沿着带子把一些不可移动的、宽度相等的纸块安放在不同的位置上,然后让被试比较其间距。这些间距可用与纸块同宽的各种彩色纸片作为工具进行测量,而纸块的颜色则不同于这些彩色纸片。

下面,我们以被试在任务上的失败、先失败再成功以及立即取得成功三种情况为标准,把被试分为三类。我们要做的就是对包含于守恒中的各种对应加以分析。以下是第一类被试的情况。

Dom(6;1) 呈现给Dom的是按照不等间距分开安放的3片纸块,要求他与另一条带子的情况——2片纸块靠在一起放在带子的一端,另一片纸块则安放在另一端,于是中间只有一段空白的间距——相比较。Dom说:"两种情况下的间距是不同的,只有一段空白时的间距(大的间距)比有两个(空白间距)时的间距大。这两个间距都要小些,是因为它们是分出来的。"虽然她明白了这个事实("毕竟,你还可以使它靠拢些"),但是她不愿意承认:若把3片纸块并排放在带子的一端而只在另一边留下一段空隙时,得到的同样会是一段大的空白。她认为:"不对,因为那样就漏掉了一小段。"新的尝试只是使她的看法发生了一点点改变。对于按照相同间距安放的3片纸块的情况,她说:"刚刚好,有可能。"然而,在移动居中的那片纸块以使其间距不再相等之后,她说:"那样不行,因为那里你需要一小段而这里又是一大段。"因此,主试从Dom身上所看到的只是未对经验加以利用的、错误的知觉估量。

Xan(6;3) 她起初的反应与Dom相同,认为间距是不一样长的,"因为这

里有两面墙并在一起，而那里没有”。对于2片纸块十分靠近而第3片又在另一端的问题，她说：“那样不行，它太大了。”对于3片纸块按相同间距排列的问题，她知道间距是相等的。当主试稍微移动了一下中间那片纸块时，她说：“太大了。”

Ste(7;0)　Ste对3片纸块的反应和前两个被试一样。对于单片纸块的问题，他成功地认识到：无论纸块是在带子的哪一端上，剩余空间都“一样大”。当3片纸块之一被稍稍推向中心时，他说：“不是(间距不相等)，因为这里的树桩(纸块)是在中间的。”

我们再来看另一类被试，这些被试最初失败了，但随后他们又找到了正确答案。弄清楚是什么促使他们找到正确答案是有意义的。请看下面的例子。

For(5;10)　对于1片纸块安放在一条带子的左端而另1片纸块则置于另一条带子中点附近的情况，他说：“那儿(第一条带子)的间距更大。”他知道第一种情况下的一个间距等于第二种情况下的两个间距之和。随后，主试把第一条带子的那片纸块移动到另一端上，——“你能不能用这些剪好的纸片中的一张把带子的空白处填满？”——“不能。”——“没有1片能够吗？”——“是的。”——“如果你用这2片(与第二条带子上的空白处相匹配的纸片)呢？”——“不行，你必须剪掉1小片。”——“那么，那1片(与第一条带子上的纸块未被移动之前的空白处相匹配的纸片)怎么样？”——“噢，那是可以的(他验证了一下)。”但是，对于有1片纸块位于带子的中心偏左处，而另1片纸块位于中心偏右的情况，他说：“不行，你必须剪掉1小片；还不够靠左(在另一端上)。”他认识到，为一条带子剪切好的纸片也可以用于第二条带子。然后，主试在第一条带子的两个端点上放置了2片纸块，而把第二条带子上的2片纸块并排在其一个端点上。这时，两条带子上都只有一段空白，它们长度相等，但它们在各自带子上安放的位置不同。被试判断它们是等长的：“它们是一样长的。”——“你怎么知道？”——“这里，有2片(纸块)拼在一起的，这里也有2片！”然后，当把处于两端的2片纸块彼此靠近一些之后，他进行了概括。“你必须把它剪成3片。”——“为了弄清楚它们是否真的是大小相同，你能做些什么呢？……移动这些小墙吗？”——把它们并到一起。——“那么，如果你再移动一下它们呢？”——“总是一样长的。你可以在剩余的空白处放上纸片。”

Paq(6;0)　对于一片纸块在第一条带子的左端而另一片纸块则位于第二条带子的右端上的问题，Paq最初没有答对：“这儿的更大。”当一片纸块安放在一条带子的右边部分，而另一片纸块安放在另一条带子的中点上的时候，她甚至错得更离谱。她为纸块位于中点的情况剪好了纸片，并认为纸块位于右边时的空白应比前者更大。然而，叠合上去之后，她发现它们是一样长的：“正好！”然后她推而广之到纸块位于其他位置的情况上，并预计在各种情况下小墙加上纸片总是能覆盖带子全长的。

Fab(8;1) 虽然她年龄较大,但Fab在最初面对3片纸块的问题时仍犯了错。她为其中一条带子剪下了3张纸片,并在3片纸块被分开来得到两段间距时认为总长度不再相等。然后,她还唐突地说:"那样行。"然后移动这些纸块,使其间距契合于3张纸片。

从以下完全成功的被试的表现中,我们可以发现存在着两种主张。

Car(7;6) Car对1片纸块位于任何位置的问题都取得了成功("长度是相同的,因为带子的长度一样"),而且对3片纸块的问题也成功了:"因为有3片纸块,那儿也是的。"因此,空白处的长度总是等于带子总长度减去纸块的总长度。

Tor(8;2) 与Car一样取得了成功,但是,他认为:"这是因为,如果你移动小墙,你还是会得到相同的结果。"

这些问题引出了两个既有区别又有联系的问题。其一是互补性替代的问题。它存在于如下事实中:若一个整体(这里是全长)的构成元素的分配方法发生改变,则其整体保持不变。Paq和Car明白无误地表达了这一点,但第二类和第三类被试并不都能达到这一步。第二个是关于间距总长度守恒的问题。因为那些纸块本身保持不变而仅仅是位置发生变化,所以,随着分配方式而改变的只是各间距的长度。间距的总长度的守恒是从以下两种说法中发现和得到证实的。一方面,被试可能推断出:由间距S(intercalary spaces,S)和纸块B(cardboard blocks,B)构成的总长度T(total length,T)保持恒定($S+B=T$),而且纸块所占据的空间也保持不变。对于间距而言,这意味着你可以得到$S=T-B$(见For、Paq和Car)。另一方面,S的变化来源于其各个部分的位移(与B的位移有密切联系)。这就意味着:随着长度间差异的简单置换(见For、Fab和Tor),某个S所获得的长度也正是另一个S所失去的长度。转换在以上两种情况下都已开始发挥作用,但它们还伴随着间转换对应或协转换对应。在持第一种主张的被试的反应中,涉及的对应是$S+B=T$这一直接运算与其逆运算$S=T-B$之间的对应;在持第二种主张的被试的反应中,涉及的对应是一个位移的起点上的长度减少和位移终点上长度的获得或增加之间的对应(交换性)。[①]

这样,用一个通用公式来表示守恒就成为可能了,它可以将互补性替代和可交换性位移结合起来。当整个客体形状或分布状况发生改变的时候,让A_1表示移动了的部分,用A'_1表示在原来位置上保持不变的部分。我们用a来表示A_1的开始状态,用b来表示其结束状态,于是:从aA_1到bA_1就等于其位移。另一方面,我们用u来表示A_1与A'_1在A'_1的某一相邻或接近点上的结合(在aA_1的情况下),用w来表示A_1和A'_1在另一点上的结合。如果这个操作被多次重复(与按同样方式规定的A_2与A'_2、A_3与A'_3一起),那么你就可以得到:

$$(aA_1uA'_1=A'_1wbA_1)\Leftrightarrow(aA_2uA'_2=A'_2wbA_2)\Leftrightarrow(aA_3uA'_3=A'_3wbA_3)\cdots=B \quad (1)$$

因此,我们知道每对括号中包含了一个可交换性的表达式,而一对括号与下一对之间用等价号⇔连接,表明的是与保持整体B守恒有关的互补性替代(A_1,A'_1被改变为A_2,

① 关于可交换性,也见第五章第二节脚注。

A'_2,等等)。对于被试的两种主张,我们可以说的是:它们之间的密切联系被具体化到对 u 和 w 这两种结合的阐释之中了。那些专注于结合的共同特征的被试被导向第一种主张,即互补性替代,而那些专注于临近点间的差异的被试则被导向位移及其可交换性。

这一简化方法的好处是,当被试不必再去建造间距规则且相等的栅栏,或者不必再去保持间距与板之间的某种数字关系的时候,他们直接实现了可交换性或互补性替代的对应,进而能够通过简单的演绎推理而使这些对应成为间态射水平的对应,其中的简单演绎实现的是一个对应向另一个对应的通达。相比之下,对于建造栅栏的方法而言,组合的必要性和操作的程序化一样早早地涉及其中,因而才会发生间态射水平对内态射水平的显著跨越。

第五章　差异的组合

J. 皮亚杰
E. 玛蒂(E.Marti)
E. 梅耶(E.Mayer)

先前有几项研究[①]对儿童在以下实验情景中的反应进行了考察:首先呈现给年幼被试两个相同集合,*A* 和 *B*,然后将 *A* 中的 *n* 个元素转移到 *B* 中。结果显示,儿童在元素被转移之后还认为两者之间的差在数量上仍是 *n* 而不是 2*n*。就好像他们忘记了:在 *n* 个元素增加到了集合 *B* 中的同时,集合 *A* 中事实上又有 *n* 个元素被拿走了。然而,这种基本的交换性只在后来才同必然性一起影响被试的思考。

本研究中的问题则相反,我们用到一条长长的绳子和两根柱子,绳子的一端固定在其中一根柱子上,其余部分则绕过另一根柱子(见图5.1),从而形成两个长度不等的绳段,*A* 和 *B*,它们之间的差为 *m*。给被试的问题是,怎样才能使两个绳段长度相等。当然,被试要取得成功,必须依靠能正确认识到 *B* 的增加就是 *A* 减少。用 $m/2$ 来解决问题表明被试并没有满足于直接给 *B* 加上 *m* 就行了。相反,他把 *B* 的增量与 *A* 的减量对应起来,没有忘记减少也包含在这一过程中,也没有忘记保持 $A+B$ 的总量不变。因为等式 $\Delta(-A)=\Delta(+B)$ 是交换性的一种形式,而且由于 $A+B$ 的总和即使在 *m* 发生变化(互补性替代)时仍保持守恒,因此,这里起作用的是一个非常具有一般性的态射[②]。即使更多的集合也是这样,例如,你可以要求被试不仅为 *A* 和 *B* 两个集合的问题找到 $m/2$ 作为解决办法,还可以为 *A*, *B*, *C* 找到 $m/3$ 来解决,为 *A*, *B*, *C*, *D* 找到 $m/4$,等等。除此之外,我们有时会用一个更为简单的测验。它要求被试使绳段 *A* 和 *B* 长度相等,或者是绳段 *A* 和绳段 *B*, *C*,或者绳段 *A* 和绳段 *B*, *C*, *D* 的长度相等。另外,实验包括以"柱子"(posts)和"道路"(roads)为器材的两种实验情景,考察两种情景下的结构间对应(interstructural correspondence)也是很有意义的。

---

① 对于"交换性"(commutability),请参阅《关于"矛盾"的研究》(*Experiments in Contradiction*,见《发生认识论研究》第三十二卷,1974年)第十一章,第188—189页,也见B.英海尔德等人(B.Inhelder, A.Sinclair, A. Blanchet 和 J.Piaget)的论文"Relations entre les conservations d'ensembles d'éléments discret et celles de quantitiés continues",*Annéé Psychologique*,1975,75,pp.23—60。

② 这些态射和第四章第五节中的态射之间存在明显联系。

一、实验设备与方法

柱子实验　全部实验过程包括三个部分。第一部分实验是用26cm宽、37cm长的金属板和6个2cm高的圆柱形磁铁为器材进行的。在第一部分的三种情景中，被用作柱子的磁性柱子成对安放于相隔20cm的地方（见图5.1）。在情景Ⅰ中，绳子系于左边柱子（柱子1）上，环绕过右边柱子（柱子2）后回到并超过第一根柱子8cm。因此，绳子把两柱子的间距覆盖了两次。在情景Ⅱ中，基本情况与情景Ⅰ相同，只是绳子更长，且回头再次绕过柱子1，再回到柱子2，还余下8cm。在这一情景中，绳子3次覆盖了两柱子的间距。最后，在情景Ⅲ中，用了一根更长的绳子，也像情景Ⅱ那样缠绕，但它被再次绕回来，第3次回到柱子1之后还剩余8cm，因此它4次覆盖了两柱子之间的距离。在以上三种情景下，绳子绕过柱子后的剩余部分都放在长度为m的用作量具的纸上，每张纸都被均匀地分为6格。详情请参阅图5.1。

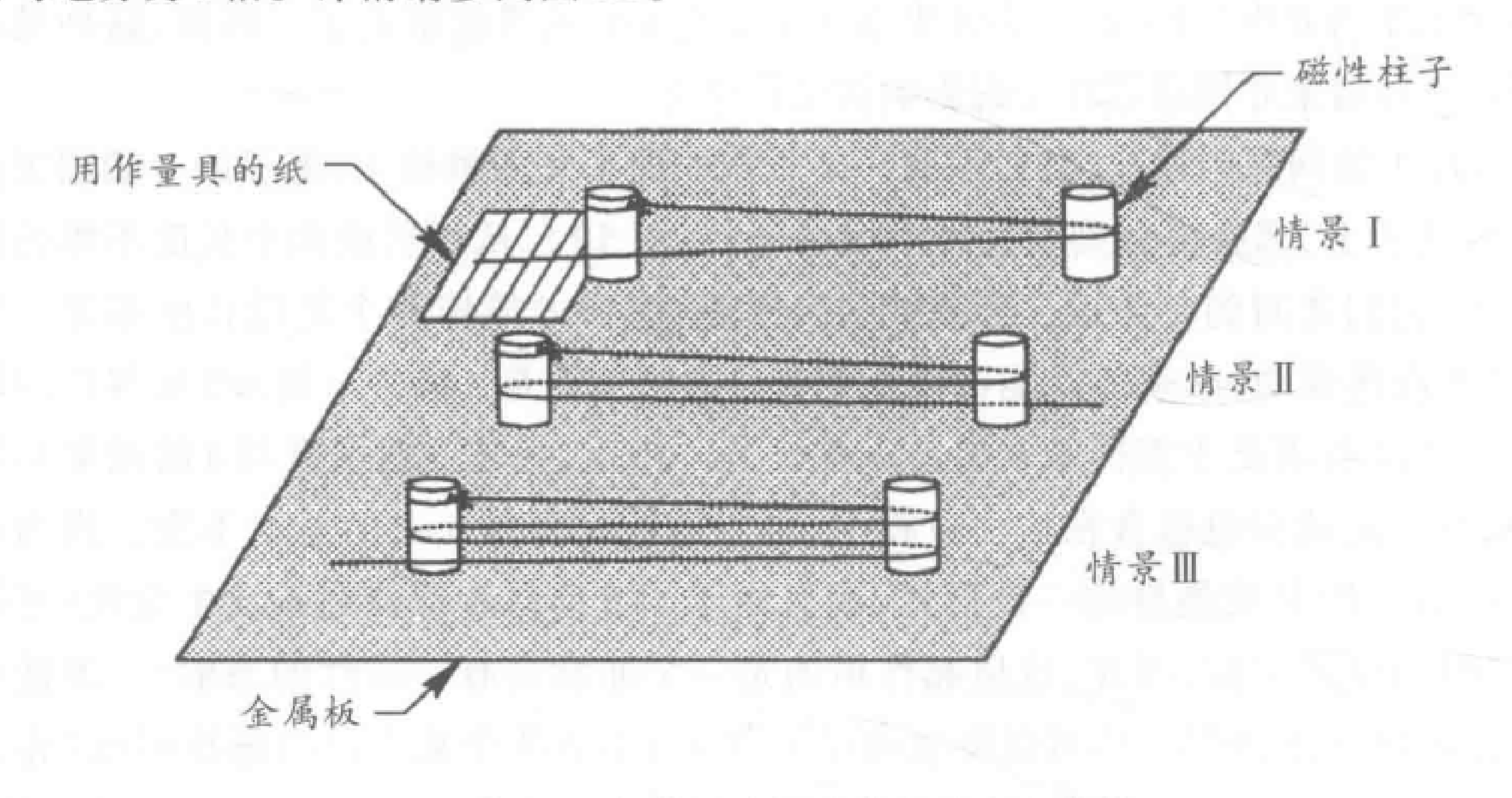


图5.1　由柱子和绳子构成的实验装置

在三种情景下，儿童都必须通过移动其中一个柱子来消除（结一个"环"，使之闭合起来……）绳子的"尾巴"。主试要求被试利用"尾巴"下那张纸上的格子来预计柱子必须移动的位移。然后，在不让被试看见的情况下完成移动。再请被试评估其结果，并重新作出预测，如，预计该如何纠正某种错误。

道路实验　在实验的第二个部分中，实验设备是由长度不同的条状橡皮泥构成的"道路"。在情景Ⅰ中呈现的是一条长道路A和一条短道路B。在情景Ⅱ中，有一条长道路A和两条短道路B，C。在情景Ⅲ中，有一条长道路A和三条短道路（见图5.2）。

儿童的任务是在各种情景下使每条道路都一样长。主试则把短的道路（一条或几条）拿在手里。儿童先要尝试作出正确的预测：需要多少段、每段需多长的橡皮泥才能



图5.2 橡皮泥"道路"实验装置

使道路有同样的长度。

联合实验 在实验的第三部分中,儿童需回答的问题,一部分是对先前两种实验加以比较的问题,另一部分是关于如何把"道路游戏"作为"柱子游戏"的应用模型而加以利用的问题。当然,需要注意的是,为了排除比较的顺序效应,研究者安排一半被试先进行第一部分实验,另一半则是先进行第二部分的实验。

二、交换性的缺失

之所以要仔细地考察可交换性问题[①],从对应的观点来看有两个原因。首先,交换性有很多不同的形式,不同形式需要不同的态射。第二,我们有必要明确:要理解不同形式的交换性是否需要间态射水平的组合,还是内态射水平的对应就已足够。对于前一个问题,依据交换性涉及的是一个客体还是两个客体,你可以区分出单一交换性(simple commutability)与双重交换性(double commutability);在双重交换性所涉及的两个客体中,其中一个客体的变化依赖于另一个客体的变化。在第一种情况下,交换性存在于对以下事实的理解之中,即,当一个客体(比如一节棍子)被移动的时候,空间距离在它到达的那一端上的增量就等于在它离开的那一端上的减量。换句话说,交换性存在于对"棍子长度是不变的,而非如年幼被试在许多情景下所相信的那样被拉长了的"这一事实的理解之中。双重交换性的基本形式存在于对以下事实的理解之中:当长度或数量相互依赖的两个客体沿着同一方向移动时,其中一个的增量必然等于另一个的减量,因此其总量守恒。这在第四章第五节中的有关间距总长度守恒的实验中也可看到。由于在那种情景中守恒显然不能直接得到认识,因此,我们推断,要达成守恒,间态射水平的组合是必需的。

我们要涉及的双重交换性的另一种形式是双重双向交换性(double bidirectional

① 对于"交换性"(commutability),请参阅《矛盾的实验研究》(*Experiments in Contradiction*,见《发生认识论研究》第三十二卷,1974年)第十一章,第188—189页,也见英海尔德等人(B.Inhelder,A.Sinclair,A.Blanchet和J.Piaget)的论文"Relations entre les conservations d'ensembles d'éléments discret et celles de quantitiés continues",*Anneé Psychologique*,1975,75,pp.23—60。

commutabilities)。例如,在结构${}^{A}\llcorner_{B}$中,B的拉伸量等于A的缩短量。但是,即使是这种相互依赖性早早地被被试所理解,$A+B$最初也并非守恒的(正如我们在关于函数的研究中所发现的那样[①])。同样地,这里的实验,所用的器材是用绳子连续缠绕的柱子,也涉及了双重双向交换性。这是由于,绳段B的长度增加,必然会使m的长度减少,也就会导致绳段A的长度缩短。这就是年幼被试出错和摸索的缘由所在,年幼被试在很长时间里仍对反函数(inverse functions)心存疑惑。

虽然这里所呈现的实验情景比较复杂,但它也有很多优势。这是因为,分析被试在这些问题上遭遇到的困难有助于我们更好地理解随后那些更为棘手的难题,如涉及双重双向交换性的道路实验,这种情况下没有环绕的绳子,只有非连续的、间断的道路。那么,让我们先来看看处于柱子实验第一水平的一些儿童的情况。

Cri(5;4) 情景Ⅰ:"你拉它(柱子1),它会使(AB两段绳子的)长度相同。"——她试了试,拉过了6格,只是把长短关系颠倒过来而已。——"你拉得太多了呢,还是不够?"——"不够。"她指向已过长的部分,然后又拉动它(还是6格),结果只是一个新的长度不等的情况:"它们是不一样长的,一条短些,另一条长些。"——"你能做点什么呢?"——"你拉这儿。"——"你认为是这样吗?"——"不,这样得到的结果和前面一样(将长短关系颠倒了)。"——"那么,你能做什么呢? 拉多点呢,还是少点?"——"我不知道。"主试拉过1格(而不是像Cri那样的6格)——"这使它小了一些。"主试继续拉动直到第3格(这就使两段绳子一样长了),——"你能解释一下吗?"——"这里原来有6格,现在是3格。"——"那么你把柱子2拉动了多少格?"——"6格!(她又试了试)它们又不一样长了。(她又从另一个方向上拉动了6格,然后又尝试了拉到3格,结果是绳子相等了)"——"那么,如果先前把绳子绕在另一根柱子上,你要拉多少格?"——"6格。"

San(6;4) San一开始是做道路实验的,这使得情况稍稍简单了一点。在情景Ⅰ中,他打算把柱子1移动整个m的距离:"整个这一段吗?"——"是的。"——"(试了试)这不行。"——(主试将全部器材回归原位)——"一直要到那里(再次指明要移动m)。"——"你需要比前一次移动更多呢还是更少?"——"更少(他先是拉了5格,然后是2格,最后是3格)。"实验继续进行,对于柱子2,San想要将它移动5格。在尝试之后,他说:"不够。"他最后拉到了第3格,但还是不理解为什么与柱子1的差距和与柱子2的差距是相同的。在情景Ⅱ中,他注意到绳子绕了两次,一开始他预测要成功完成任务需要把柱子1移动3格,因为在情景Ⅰ中这样做是成功的。然而,与此同时,他认为柱子2可以移动任意距离,忘记了情景Ⅰ中那些曾使他很惊讶的事实。

Jos(6;10) 在情景Ⅰ中,Jos认识到他必须消除这个尾巴m,为此已经给了他一

① 《发生认识论研究》第二十三卷,第四章。

张与m相同长度的纸。为了实现这一目标,他选择了把柱子2向远离柱子1的方向移动m那么长的距离。这样A减少了m,就太短了。"你必须少移动一点。"但他再次把柱子1移动了m那么长的距离。然后他又重新开始慢慢移动,在移动3格时停下来。然而,在情景Ⅱ(A,B,C)中,他又错误地移动了整个m的距离,即移动了6格。

被试的这些反应很明确,由于A段比B段长m,因而他们通常都只是拉动较短的那段绳子的末端(柱子1)以求拉长B段,或者相对少见的是(如Jos那样),通过拉动柱子2来缩短A段。然而,在以上两种情况下,被试都只考虑到在运动中(A段或B段的)向前移动的那个端点上发生的改变。换句话说,只有绳段在移动之后其延伸出去所到达之点才被考虑到,就好像整条绳子是一个固定的橡皮带子,其抵达点的改变似乎可以不改变其余部分。因此,这里完全不存在交换性,即移动抵达点上所得的空间增量与起点上的等量的减少之间的对应。然而,在这种特殊情况下,使问题复杂化的是A和B并非独立的两条线段,如果是在两者独立的情况下,被试很快就会理解:把B的长度增加m,其起点就会移动同样一段距离。面对绕在柱子上的绳子,儿童总是将原先那种长短关系颠倒过来,但又不知道那是为什么。这当然是因为,在该情景下,交换性不仅是双重的,更是双向的和反向的,以至于A的每一点变化都会导致B的改变,根据反函数$(+B)\leftrightarrows(-A)$的原理,反之亦然。方向的这一改变使得被试继续坚持其错误理解,并进而为问题的解决带来困难。即使在上述被试取得成功(移动3格,因为m=6)的时候,他们仍未能单握其原因,也不能推而广之到把另一根柱子移动3格来完成任务。

然而,你可以看到,即使以上案例中某些有效的对应也得到了使用,但这些对应都只是经验性的,完全是内态射水平的。例子之一就是Cri,她预言它们的长度将会是相同的,而实际情况只是将两者之间的长短关系颠倒过来了,或者只在一时之间概括认为它只需要移动3格而非m。但是,Cri、San和Jos都未能理解其中发挥作用的各种关系,这表明问题的解决需要间态射水平的组合。在该水平上,间态射水平的组合的缺失依旧存在,以至于$+B$和$-A$之间的反向变化仍未被理解为双射性的。

三、间态射水平的组合

间态射水平的获得是分步骤完成的。以下是几例实现了第一步(即水平ⅡA)的被试的情况,此时内态射水平仍然占据支配地位。

Pie(7;6) 在情景Ⅰ中,Pie想要把柱子1向前移动m,也想把柱子2向后移动同样距离。在照此尝试之后,她说:"你必须把它们靠近一点。"——"到哪儿?"——"那儿,一半的地方。"——"那么,如果你把它移动2格呢?"——"那儿(1/2)。"——"为什么是一半呢?"——"因为我看到之前它是不对的。"在情景Ⅱ中,她预言道:

"还是到一半的地方。"——"有其他办法吗?"——"你可以把柱子拉到这儿(4格而非3格),小尾巴就到那儿了(正确)。"在情景Ⅲ中,她预言道:"3格(一半),这样它们就都相同了(意思是A,B,C,D长度正好相等)。"她对情景Ⅱ的假设进行了试验,"你必须把它放在第2格上(正确)"。——"为什么呢?"——"因为这里的绳子(ABC)比前一根(情景Ⅰ中的AB)长。"——"那么这里(情景Ⅲ)呢?"——"在第3格上,一半。"——"为什么?"——"因为绳子总是在改变。(试了试后)到这儿!(靠近第1格)"——"比那里(情景Ⅱ)要少些。你怎么解释这个呢?"——"我不知道。"——"绳子绕的次数最多的是哪个?"——"这个(情景Ⅲ)。"——"那么,哪种情况下柱子移动距离最长?"——"这个(情景Ⅰ)。"——"如果绳子绕的次数多,你要把柱子移动更多呢,还是更少?"——"更多。"——"如果绳子绕了五次呢?"——"3格。如果你把它放到第2格上,它还会多出一个小尾巴来。"

Pat(7;8) 在情景Ⅰ中,Pat一开始要把柱子移动整个m的距离,然后发现绳子在反方向上移得太多了:"怎么会这样?"——"我不知道,当你拉动绳子的时候,它就移动了。"——"那么,你必须把柱子放在什么地方呢?"——"这里(正确)。"——"多少(格)?"——"3。"——"对了。那么,多绕一次(情景Ⅱ)呢?"——"那儿(3格,她还试了试)。不对,是这儿(2格)。"——"为什么?"——"这段绳子太长,它超过了它(3格)。"——"那么,像那种情况(情景Ⅲ)呢?"——"4格,绳子更长了。"——"那么这儿(第1格和第2格之间)呢?"——"少了点。"——"在那儿(情景Ⅱ),你移动2格,而在这儿(情景Ⅰ)你移动3格。为什么?"——"这个更短。"——"那么,这个(情景Ⅱ)呢?"——"你绕了更多次。"——"那么,在第三种情况(情景Ⅲ)下,你该移动更多呢,还是更少?"——"更多。"

Nat(7;5) Nat一开始很谨慎,没有做出任何预言,她说:"当你要做(移动柱子)之前,你必须先看看清楚。"这样,她成功地认识到在情景Ⅰ中必须把柱子移动3格,但她对情景Ⅱ仍然做出了要移动m的判断。对于情景Ⅱ和Ⅲ,她甚至认为移动距离必须大于m:"因为这里的绳子更长,你必须把绳子绕(更多次)才能得到一圈。"

Lau(7;4) 在情景Ⅰ,Lau同样也很谨慎,他开始时发现解决问题需移动3格,随后又预计需要移动m。经过证实是3格之后,他继续在情景Ⅱ中检验自己的观点:"你必须移动6格,但在另一个(情景Ⅰ)中你必须移动3格……这里的绳子更长。"

Kar(8;1) 在预计需移动m后,Kar做出了与Nat同样的反应。相比之下,在对情景Ⅱ和Ⅲ进行尝试之后,她却得出了正确结论:"它将一次比一次移动得少一点,"但是,"你不会知道那是为什么"。

Ger(9;4) Ger对情景Ⅱ和Ⅲ给出了同样的回答。他预计需移动6格,"不对,应该少点(5格,然后又说是1格),因为如果我开始拉它(B),它(A)也开始移动"。

而且“因为当你移动它的时候,它被拉动而绳子也往回走”。然后,在确定了情景Ⅰ中需要移动3格之后,他预计情景Ⅱ需要移动4格,这是因为如果“绳子更长,那它就留得更多,而移动的只是绳子的端点”。因此,Ger正处于水平ⅡB的开端上,但是,在掌握“绳子往回走”的规则的同时,他仍然坚持认为情景Ⅱ和Ⅲ中需要更大的位移。

这些被试反应的意义在于,虽然它们仍然停留在内态射水平上,但它们也指出了要想达到间态射水平还缺少些什么。而且,这些也为实现尚未达到的水平提供了通达之路。相对于水平Ⅰ而言,他们的进步总体上在于,对于情景Ⅰ,他们发现多余的绳子m与为了消除它而必须将柱子移动$m/2$之间的对应。但这也只是建构起了一个内态射水平的对应,它也只是将以上两个方面而非两个初级对应彼此联系起来,而且它还只是通过经验尝试来解决问题,尚不理解造成其结果的原因。另外,起初总认为必须移动的距离是m而不是$m/2$的那些被试(那些比较谨慎的、希望在回答之前先进行尝试的被试除外),现已开始寻找m不对的原因了。因此,Pat说:“当你拉动绳子的时候,它就移动了”,尤其是,“如果我开始拉它(B),它(A)也开始移动”(Ger)。换句话说,儿童需要发现两个单一交换性之间的联结。其中一个单一交换性确保了B在柱子1移动时被拉动之后,其到达端上的长度增量对应于其在另一端上“移动”的距离。类似地,Ger在看到A沿着B的相反方向移动之后,他总结道:“它也开始移动”,因而,A留下的距离m和A在柱子2这一端上“移动的距离”就对应起来了。这也就是另一个单一交换性,它也是内态射水平的。因此,间态射水平存在于将两个对称的反向对应(symmetrical inverse correspondences)联系起来的交换性之中,也存在于对以下事实的理解掌握之中:两个可交换性实质上只是一个,不过它是双向的,也是在彼此相反方向上的。Ger(处于水平ⅡB的开端)在他说“当你移动它(B)的时候,它被拉动而绳子也往回走”的时候,其实离认识到这一点已经很近了。然而,问题是,即使这些被试发现了存在于这两个交换性之间的联系,他们仍然不能理解这一事实:依据数量上的对称性,一段绳子总是决定着另一段的长度,这就使得B在某个方向上的每一段位移都会导致A在另一个方向上大小完全相等的位移。

对应的另一种相互作用,为通往间态射水平的对应做好了铺垫,它将可观察的事实,如“绕更多次”,与情景Ⅱ和Ⅲ中绳子的长度更长联系起来:“这里的绳子更长,你必须把绳子绕(更多次)才能得到一圈”(Nat),以及“你绕了更多次”(Pat)。但是,除了在情景Ⅱ和Ⅲ中被试错误地过度概括认为柱子的位移皆为$m/2$以外,这种初级的内态射水平的关系并未与情景Ⅰ中所看到的这种关系组合在一起。正好相反,所有这些被试都只达到了一种错误的间态射水平,它导致被试对“绳子更长”就需要更大的位移(如Nat要直到大于m才行)的错误认识。只有直接进行试验的Kar,在指出“你不会知道那是为什么”的同时,也发现了“它将一次比一次移动得少一点”。

相比之下,这些被试中的多数人(如Pie等)所做出的最接近间态射水平的反应,其

实是对移动另一根柱子会得到相同结果的正确推断。*B*的长度在左边或右边上的增量相等并不是显而易见的(见Nat),甚至还会遭到年纪较大的被试的质疑。

获得间态射水平的组合的第二步是建立起某些对应,它们将情景Ⅰ中的*A*和*B*的位置整合到一个整体之中。因此,这一步是成功建立双重双向交换性的一步,但这不是对情景Ⅱ和Ⅲ而言的,而且它也只能通过试误的方式来实现。

Ces(7;10) Ces立即预测出情景Ⅰ中需要*m*/2的位移:"它是什么?"——"第3格。"——"为什么这张纸共有6格,而你只要移动3格呢?"——"如果你把柱子移动6格,绳子(*A*)将被拉到这儿(第1格)。"——"那么如果你移动这根柱子(柱子2)呢?"——"也是3格(他用手比较了一下左边和右边的情况)。"——"你怎么知道的?"——"这儿和那儿的大小。"——"那又为什么是一半呢?"——"为了使它成为一个圈。如果你放在6格处,其中一根会是长的,而另一根是短的。"对于情景Ⅱ,"也是3格(这次他试了试)。你应该把它移到2格处(他证实了这一说法)。"——"那么移动另一根柱子的情况呢?"——"3…6格。"他一直数下去甚至提出要移动10格,后来是4格,再后来他确定了2格才是正确的。对于情景Ⅲ,他开始认为是3格:"它到这里,绳子将回到那儿。"——"那么,(情景)Ⅱ呢?"——"2格。"——"为什么呢?"——"因为绳子更长了。"——"那么,这里(情景Ⅲ)是更长的还是更短的呢?"——"更长的。"——"那么,怎么样?"——"3格(试了试)。那是不对的;2格或1格。"——"为什么?"——"那里(情景Ⅰ)我移动3格,它被拉回来更多些;这儿(情景Ⅱ)2格,它回来得少一些;而这里(情景Ⅲ)1格,它回来得更少,正好合适。"

Man(8;4) 对情景Ⅰ,"拉到中间……如果你移动它直到整个*m*的长度,它就会更长了($B>A$)"。但是他对情景Ⅱ和Ⅲ给出的答案都是移动3格,而且,他只能通过实际尝试完成2格和1格的移动来找到正确答案,除了能说出"绳子的长度"已经改变了以外,他不能解释那是为什么。

Joe(9;1) 在情景Ⅰ中,Joe指出移动距离是*m*的一半:"如果你拉动它这么多(整个*m*的距离),那么绳子(*A*)的终点会从另一个方向上往回移动。它正好相反。一段向右,另一段向左。"——"那么移动柱子2呢?"——"在另一边上也是这样。"但是,对于情景Ⅱ,他认为需要移动的位移为*m*。对于情景Ⅲ,"你可以做同样的事,但那会很无聊。最好来点不一样的"。尝试以后:"啊!我懂了。它越长,它移动的距离就越短(他依次在情景Ⅲ,Ⅱ,Ⅰ中对此加以展示说明)。"

从间态射水平及其与超态射水平的关系的角度来看,被试的这些反应有两方面的启发意义。间态射水平存在于对对应的组合之中,而超态射水平,除了这种对应组合之外,还包含了更高层次的运算合成(operatory synthesis)。这里,间态射水平的标志是:被试理解了*B*的增量与*A*的减少之间存在必然的数量上的相互依存,这是因为,如果柱子1被移动的话,前一段绳子会拉动第二段。尽管前一组被试只是对这种联系略有所知,而且这仅仅是因为经验上的尝试证明了位移为*m*的预测是不成立的,但是他们还是先

行使用了量化函数(quantitied function)。要消除多出来的那段绳子 m,意味着 B 在一个方向上有 $m/2$ 的位移,而 A 在另一方向上也有 $m/2$ 的位移,因而就有了某个被试所说的"一半和一半"。因为两个位移随同其单一交换性一起被囊括其中,所以,它们被整合到一个整体中就成为一个双重的、双向的、相反方向的交换性,同时也建构起一个间态射水平的组合。

由于以上事实而出现了一个新问题。它就是,如果被试已经懂得了 A,B 两者中任意一方的缩短会导致对方加长,那么为什么他们又不能通过简单的概括推广来掌握以下的事实呢?即,由于三段绳子是系于同一根柱子上的,因而缩短三个长度中的任何一个将同时使另二者的长度增加。还有,为什么他们不理解改变四个长度中一个会导致其余三个在相反方向上的长度改变呢?这些被试不仅不理解这些事实,而且他们还不去考虑数量,或者是在一个完全不同的方向上进行的推理。与 Pie 和 Ger(处于水平 ⅡA 上)一样,他们最初认为要么可以一直坚持 $m/2$,要么就必须选用大于 $m/2$ 的位移,这是因为如 Ces 所说的"绳子更长了"(应该注意的是,这一说法是在未提及绳子缠绕次数的情况下说出来的)。他们仅仅通过经验尝试来发现这一法则——"绳子越长,它移动的距离越短"等等,但是,这个法则仍然只是简单的经验印象,被试无法提供哪怕一点点的解释。

情景Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ之间的最大差异,就是在情景Ⅰ中,A 的缩短与 B 的加长同其中之一的前进和另一个的后退同时发生。这一点是很容易明确,只需对绳子的种种移动加以比较,绳子的移动相对于其内在参照系其实并不产生任何变化。相比之下,在情景Ⅱ和Ⅲ之中,绳子绕过同一根柱子多次,因而有两类运动必须加以区分。其一,因为各段绳子都是绕在柱子上的,因而,每一段绳子发生移动的方向都与前一段绳子移动的方向相反。另一方面,移动任何一根柱子都只会缩短最长的那段绳子,如 A,而同时加长 B 段和 C 段绳子[如 Man 将在第四节中提到的"它(柱子)同时拉动了两段绳子"]或者是 B,C,D 三段。而且,它如此进行显然是独立于其相对运动的,当然,相对运动是难以详细把握的。因此,你必须以一个有多重变化的整体系统为参照,当然在情景Ⅰ中这个参照系就简化为成对的两个变化了。与某段绳子的缩短相反的另外两段或三段绳子的加长,这一事实使你不得不用情景Ⅰ中的对称性等价(symmetrical equivalences)(即 $m/2$ 对 $m/2$)来替换间态射水平的对应的更为复杂的组合。在这个复杂组合中,绳子最初的多余量 m 按移动的绳段的数目分割开来,而这种分割的实现并不需要以两种相反方向的移动——就如情景Ⅰ中的那样——的简单经验事实为基础。

四、超态射水平的组合

情景Ⅰ和情景Ⅱ的复杂性只能在我所谓的水平ⅢB 上——约 14、15 岁时——才能被

掌握。这里请先回忆一下，间态射水平的对应的获得也不是一蹴而就的，恰恰相反，其过程是先有水平ⅡA，它再为水平ⅡB的对应的获得提供前提。同样，对于超态射组合，我们也观察到水平ⅢA的存在，在这一水平上，某些发展似乎将会通过区分两对不同关系而导致超态射水平的产生，这里的两对关系是指“前进-后退”和“加长-缩短”。而且，最初的这种理解还导致了一个有趣的结果，即移动柱子1与移动柱子2之间的等效性使问题显得有些混乱，似乎这一点上有些退步，事实上，它是进步的一个标志。

Jea(9;3) Jea给情景Ⅰ的预测是移动$m/2$，“因为如果你拉动（柱子1）直到最末端（完成整个距离m），它将使绳子（A）变短”。但他相信柱子2是需要位移m的。对于情景Ⅱ，“它不一样，这里绕了两下，而那儿（情景Ⅰ）只绕了一下”（因此，他不只提到长度，还提到了绕过的次数），因此，“它变了”，但他只能预计到变化的发生，而不能做出其他反应。

Sop(10;7) Sop预计柱子1的位移是$m/2$，相比之下，对柱子2的位移的预计则同Jea一样为m，“因为那将使绳子（A）向前移动6个格子”。在情景Ⅱ中，“这儿绕了更多次，当你绕了许多次时，这就要移动更多了”。在通过尝试并发现其结果正好相反后，“应该说是2格”。——“那么，那里（情景Ⅲ）呢？”——“那里（情景Ⅰ），你必须移动一半，那儿（情景Ⅱ）你必须移动三分之一，那么这里（情景Ⅲ）必须移动四分之一。一次，一半；两次，三分之一；三次，四分之一。”

Man(11;7) 在情景Ⅰ中，Man认为，柱子1需移动3格，而柱子2需移动6格，“因为那将有另一段绳子会出来”。他指出A和B的前进方向，然后通过指出围绕在柱子2上那段稍长的绳子的局部旋转，他从6格的错误预测纠正为3格。在情景Ⅱ中，“你绕了两次”，但是即使这样他仍然预计（柱子1和柱子2都一样）需要移动$m/2$的位移。在明白了移动2格是正确的以后，他发现其原因是：“因为它同时拉动了两段绳子，它自己被拉动的距离要长些。”然后，他对情景Ⅰ的情况进行了解释，m是“（所需位移的）2倍，那儿（在情景Ⅱ中）是3倍”。——“那么在这儿（情景Ⅲ）呢？”——“4倍。”——“那么，移动几格呢？”——“2格。”——“就像那儿？”——“不，1格……1格半。”但是，他仍然相信改变绳子的总长度就会改变结果。

Lou(11;0) Lou最初相信两边的柱子的位移是不相等的，之后，他认识到对于柱子2也需要移动m/2，“因为它让绳子发生移动同时也将另一边的绳子拉进来了”。对于情景Ⅱ，“3格（试了试，非常吃惊）”。——“怎么样呢？”——“零……不对，但少于3。2或者1，这让我感到意外。”——“那究竟是多少呢？”——“2格。”——“那么移动柱子2呢？”——“也是2格，因为这绕了3下。”——“那么这儿（情景Ⅲ）呢？”——“1格。”——“为什么？”——“比前一次少1格。”

Rol(12;2) 对于情景Ⅱ，“与那一种情况（情景Ⅰ）一样，除了绳子多绕了一次以外（试着移动了3格）。移多了，应该是1格半。应该是（3格）的一半，因为这里多绕一次”。——“为什么？”——“因为绳子更长会使它移动得更多……不对，因为它

是绕在柱子上的。"——"那么这儿（情景Ⅲ）呢？"——"那儿，四分之……仍然是绕在柱子上的。它占据更多空间。"——"那么怎么样？"——"那么……"——"那么，如果像这样呢（绕5次）？"——"更少。1cm吧。"

Eri（12；3） 在多次试误之后，Eri得出：情景Ⅰ中柱子需移动$m/2$的位移，情景Ⅱ中需移动$m/3$，情景Ⅲ中需移动$m/4$，"因为绳子在柱子上绕的次数更多"。

首先，关于情景Ⅰ中的柱子2，你可以看到在"加长-缩短"和"前进-后退"之间出现了区分。与拉动柱子1时B向前进而A往后退的情况相对，当你拉动柱子2时，两段绳子都表现出前进："那将有另一段绳子会出来"，如Man在他发现绳子绕柱子2的部分旋转之前所说的那样，因而，对柱子2的动作与对A的动作之间的等价性的认识也就出现了。

因此，两者的区分是被试在情景Ⅰ中的两根柱子的问题上表现出明显退步的缘由。然而，更重要的是，它独立地导致了这些被试在情景Ⅱ中必然会发现Man所说的"它同时拉动了两段绳子"，尽管其方向是彼此相反的。换句话说，如多数被试所说的那样，如果绳子绕的次数更多，"它就会移动更多"。这意味着最长的那段绳子的缩短不再像情景Ⅰ（共有两段绳子）中那样对应于另一段绳子的增量，而是对应于情景Ⅱ中的另两段绳子增量之和，以及情景Ⅲ中的另三段绳子增量之和，因而需要或多或少地费点力才能对情景Ⅱ和情景Ⅲ给出正确的答案：$m/3$和$m/4$。以上显示出存在着一种向超态射水平的渐进性过渡，而以下这些被试当即就达到了超态射水平的认识。

Cor（14；11） 对于情景Ⅰ，"如果有6格（对m而言），绳子被分为2部分，那么移动$m/2$"。——"那么移动柱子2呢？"——"完全一样。"——"那么这儿呢（情景Ⅱ）？"——"超出部分（m）的三分之一，因为它来回3次。"——"那么那儿呢（情景Ⅲ）？"——"四分之一。"

Vin（15；11） 对于情景Ⅰ，"3格。它将拉回到一半的地方，而另一边则拉长到一半的地方"。——"那么，如果我移动柱子2呢？"——"事情是一样的。这里它（长的那段绳子）将缩短3格，而另一段则加长到这里。"对于情景Ⅱ，"2格……它相当于那里（情景Ⅰ中）的2倍。在那儿你用6除以2，这儿你得用6除以3"。——"那么，这儿（情景Ⅲ）呢？"——"除以4"。——"这儿（情景Ⅰ），你似乎只拉了一次，而那儿（情景Ⅱ）是两次。"

Phi（16；1） Phi一开始对情景Ⅱ进行试误操作，但对情景Ⅲ作出了迅速的回答："我用6除以4，因为绳子绕了4次……绕了4次，整条绳子都在移动，所以它要除以4。"

因此，考虑到11—12岁的被试使用的是试误法，以及问题解决上存在着延迟性（直到14—15岁才能马上回答出这些问题），似乎情景Ⅱ和Ⅲ的一般结构完全不同于情景Ⅰ的一般结构。其中有两个实质性的新进展：（a）三段绳子中的两段（或者是四段绳子中的三段）从一开始就是相等的，而且在使它们的长度等于最长的那段绳子时，它们也

必然保持彼此相等，而最长的绳段则被缩短了；(b)通过移动一根柱子，在柱子移动的方向上把每一段绳子都增加了完全相同的长度，且不管它们的方向是否彼此相反。如果我们称长度相等的绳段的长度为x，称它们的长度与另一段绳子的长度之间的差为m的话（而这个另一段绳子的长度就为$x+m$），那么把m除以n就行了。这样，若绳段B和C彼此相等，它们的长度值就会是$x+m/3$。对于三段绳子的情况，绳段$A(=x+m)$被柱子的移动拉动而在其一端上增加$m/3$，而同时在另一端上它失去$m/3$，因为它不是被拉住不动的；而且，它还失去了两个$m/3$的长度，因为它们被增加到B和C上了。因此，它在超出的那端上失去了$3\times(m/3)=m$，这正好消除了它原先超出的那段m，而它也在柱子移动端的另一端上获得$m/3$的增加，这样，它就变得和B，C相等了，所有三段绳子都有了同样的长度$x+m/3$。

因此，你会看到相对于情景Ⅰ而存在一些差异。在情景Ⅰ中，不相等的两段绳A和B之间存在着一个简单的互补关系，并因此而存在着双重反向交换性。相比之下，在情景Ⅱ和Ⅲ中则存在着一种多重交换性(multicommutability)。然而，由于所有绳段的移动不能在知觉上发生连续，加长和缩短都不能作为前进和后退的函数来计算（可部分地以此法计算的自由绳段A除外），而只能作为m和绳段数之间的关系的函数。而且还存在着所有绳段在某个方向上的增量和几个$m/3$在尾巴m的方向上的消除之间的双射。因此，这个计算预示着推理是根据一个包含有n个变量的一般系统而进行的，而不再仅仅是根据如同情景Ⅰ中的一对变量的间态射水平的组合而进行的。因此，你会发现，组合的超态射水平的特征是非常不同于其间态射水平的特征的。在超态射水平的组合中，对应是由运算性计算(operatory calculations)组合起来的，这种运算性计算自身则依赖于多变量一般系统。这种系统的封闭性和自同构是以贯穿于各种转换中的整体（绳子的总长度）守恒为基础的，它还使我们能够看到系统中存在的基本范畴。另外要考查的是，柱子实验和道路实验之间的比较问题，我们稍后就会讨论它。当开始进行后一种实验时，虽然在道路的不连续性和绳子的连续性之间存在着差异，但被试仍被多次灵机闪现般地找到问题的解决办法，也就是把差异m按照绳段数加以均分。

五、道路问题及两类问题的比较

对前述的问题和与它类似的问题加以比较是有意义的，类似的问题也就是使两个至四个物体的长度等量化的问题，但是，这里的物体是一段一段间断的，它们每个部分的移动都必须通过直接取走而非拉动才能实现。这个问题当然更容易些，但它仍然引出了一系列的有价值的对应。以下是几例第一水平的被试的情况。

Cri(5;4) 对于情景Ⅰ，"我希望你给我的一段同样长的橡皮泥"。——（她指的是A相对于B后剩余的较短部分，切下它，把它补在B上，并推了推，试图使它们

相等)——“太大了点($A<2B$)。”——“(主试又将之恢复到刚开始的情形)试着找一段使得……。”——(她再次取用一段与B相等的橡皮泥,但仍从A的上端切取)——“为什么是那儿?”——“这样它们才会一样长。”随后,Cri切下了$A-B$的差,抵消两者间的不相等,并成功地在该差值大致一半之处做了切分。“你能肯定该这样做吗?”——“我不知道。可能是这儿(回到B段上)[①]。”在情景Ⅱ中,她一开始也是减去B,然后将A剩下的部分一分为二,然后通过试误,她实现了道路相等的目标,剩下的问题是要得到同样长度的第3段橡皮泥。“它和另一个游戏(柱子实验)的情况一样吗?”——“它是直的,那儿也是的。你也可以摆成一条线。”

Dam(6;3) Dam开始也是从A的下端切下和B一样长的部分,然后发现那是不行的,然后又从A的上端切下与B一样长的部分。“你会得到同样的结果吗?”——“不,我认为不会”;但他又进行了3次尝试。然后他想要切下A超过B的那部分并将之分切开来。他切了1段太大的下来,再把它一分为二,还是没有成功。在情景Ⅱ中,他得到的结果是两段长的和一段短的,“我没有足够的橡皮泥”。

San(6;4) San同样也是从A的下端切下和B一样长的部分。他在情景Ⅱ中也做出了同样的反应,但在他更加成功地将A超出B的那部分一分为二。在情景Ⅲ中,他将$A-B$之差切下并一分为三,并分别将之补在B上、C上和切过的A上。这样得到了3段长的和1段短的D。此后,他拿走了源自于A的上端的3小段,最后得到了5段道路。

Jos(6;10) Jos在情景Ⅰ中也做出了相同反应。A等于B的那部分被他从A的下端拿走,然后又是从A的上端拿走。但是,在以上两种尝试之间,他更接近于将$A-B$的差一分为二而没有显示出学习加运气的迹象。

以上被试的反应以及相同被试在柱子问题上的反应的共同特征是,为了使两个元素相等,他们只考虑到将较短者得到加长或者是使较长者减短,而没有尝试去预测这样的结果:任何一个的增减都将改变另一个的长度。在柱子实验中,他们只是将柱子移动m(在道路实验中$m=A-B$),并没有发现这种简单办法仅仅将不等关系颠倒了一下。在当前实验的情景Ⅰ中,他们最初只是试图通过从A的下端或上端拿走点什么以使得B的长度加倍,而毫不怀疑在那种情况下,A的长度会发生什么变化,他们发现仍然存在着很大的长度差异时还感到很惊奇。当他们在随后的试误过程中立即得出了正确答案(Dam和Jos)的时候,他们并不理解这是为什么,而且在后继的实验情景中也不会继续使用它。在情景Ⅱ和Ⅲ中,被试的尝试更为成功,但只是由于一个简单的原因:从A那里拿走更多的段以帮助实现各段长度相等。一句话,这些被试很好地将较短元素的加长目标与必须从A中拿走x两者对应起来了,但他们没有成功实现以交换性为基础的双重对应,交换性使他们能够认识到$B+x=A-x$这一等价。关于道路问题和柱子问题之间

① 皮亚杰所做的说明是:*revient à un bout*:B,其所指并不清楚。

的比较，仍旧完全是描述性的，“它是直的，那儿也是的。你也可以摆成一条线”（Cri），如此等等。

相比之下，从水平ⅡA起，解决办法已经确立起来了，同柱子实验的情景Ⅰ中的情况一样。然而，此处，它也可以从情景Ⅱ和Ⅲ中观察到。

Pie（7;6） Pie所先做的是道路实验，然后才是柱子实验。在情景Ⅰ中，他拿走的是$A-B$的一半，“因为我知道，我切掉了大的（整个地拿掉两者之差），而且我拿走了它的一半”。对于情景Ⅱ，“我想从这里和这里切掉（正确），然后其中一段就成为这里（B）的一部分，另一段成为这里（C）的一部分，然后是那里（A所剩余部分）”。——“这3段正好一样吗？”——“是的，它们必须是一样的，否则它们就不会是一样长的了。”情景Ⅲ：“我切这里和这里4次。”——“你切成4个部分，这里的3段小道呢？”——“是的，但是那儿的那段（A），它也需要一小段的（原有差距的四分之一）。”在询问关于柱子的问题之后，主试要求他与道路实验进行比较。他指着情景Ⅰ说：“你把它切成两部分，它们就会一样长，而且，这里也是一分为二。”——“那么那儿呢（情景Ⅲ）？”——“这儿（柱子），你差不多也要分为两部分。”与他最初关于柱子问题的回答相反，在情景Ⅱ和Ⅲ中，在道路问题的影响下，他此时则正确地重建起绳子长度相等的情况。

Lau（7;6） 在情景Ⅰ中，Lau从A上把它与B的差距的一半分给了B，而在情景Ⅱ中，却只从A上拿走了两个部分。“为什么你不恰好从其端点处切下它呢？”——“因为那样会使另两段稍小的比A剩下的那部分更大。”情景Ⅲ：4个四分之一，一个给A。与柱子问题相比较：“它们肯定都有相同长度。”

Ces（7;10） Ces在柱子实验的情景Ⅰ中立即取得了成功，但对道路问题的回答还存在着前一个水平的残留。然而，他在情景Ⅱ中通过试误取得了成功，并立即就推广到情景Ⅲ中了：“几个部分（你必须切成）？”——“3个。不，不对（在看到结果之前）。4个！（他切为4段，从而成功解决了问题）”

Man（8;4） 在情景Ⅰ中，Man马上就说“你必须从中间切开”，但是，很奇怪的是，他一开始还是取用了全部A-B之差，后来发现“那太长了，只要一半”。

Pat（7;8） 对情景Ⅰ，她切掉了多出来的部分，然后把它一分为二。对于情景Ⅱ，她立即就把多余部分分为了3段，并分别把它们安放在A，B，C上。对于情景Ⅲ，“分为4段，和前面一样”。

这样，我们可以看到，如果是在七八岁左右，一些群集（grouping）或者甚至是水平Ⅰ的一些残余仍然可以观察到，在多数被试身上，道路问题立即或迅速地得到了解决，就像柱子问题的情景Ⅰ中那样。但是，正如我们前面已经看到的那样，这里最有趣的是，情景Ⅱ和Ⅲ似乎比情景Ⅰ更容易掌握（如Ces），尽管情景Ⅱ和Ⅲ的柱子问题更困难一些。其原因很简单：m/n——即来自于A的被分割的片段m与元素数目n之间的关系——和它们最终与分别n个元素的合并之间的双射，在柱子问题中，被用于多向多重交

换性(pluridirectional multicommutability)之中。这其中包括把元素的增长与缩减转化为加长和缩短之间的双射性相互作用，因而难以进行必要的抽象了。相比之下，在道路问题上，改变橡皮泥长度的减除与合并受被试不连续动作的影响，而不再受单根绳子的盘绕情况的影响，它们移动的细节情况并不能被同时感知。

相同的问题仍在很大程度上被保留下来，从水平Ⅲ的被试身上可以相当清楚地看到这一点。

Rol(12;2) “它们完全相同。道路(情景Ⅰ)问题，你必须分一半，而那儿(柱子问题)你必须移动(他记得他所做的：3格)，后来(情景Ⅲ)，你得切三分之一，以此类推……正是有了这个第3个(情景Ⅲ)，我才知道它们是同一回事儿。”

Ema(13;0) “如果你仔细地观察它(柱子问题)，你会发现它多亏了你已经(成功地)完成了的道路问题。”实际上，为了理解情景Ⅲ，他以绳子为工具对道路实验的问题情景加以重建：“我切成4段(意思是把A多出来的那段长度切成4节)，然后分别把它们安放在每段绳子上(在另一端)。”和道路问题相似，这是一开始就拿走的4个$m/4$和绳子端点上增加的4个$m/4$之间的双射的直接映像。

Vin(15;11) “你总是要切分——那儿也要——太长的那一端所多出来的那段长度。”

Phi(16;1) “这里(柱子问题)，绳子绕了2次、3次、4次，而那里(道路问题)分别有2根、3根、4根橡皮泥。你必须进行同样的计算。”在情景Ⅱ中，“我做成了3段(柱子问题)，而这里(道路问题)，你也必须改变分切的次数，它也应该被分为3部分”。

因此，这种带有结构之结构的对应是沿着函子的方向进行的，并且它被加之于第四节中所揭示的在观察到的超态射水平的对应与基本的范畴组织化之间的密切联系之上。

第六章 平行六面体和正方体的截面

J. 皮亚杰
H. 凯尔奇(H.Kilcher)
J. P. 布朗卡特(J.P.Bronckart)

从对应的组合的角度看,立体物的截面具有两方面的意义。其一,转换的作用降至最小。这是因为,与前几章中所考查的相继出现的换位或分割等问题不同,立体物的切割这一过程并不包括把相继的几个截面彼此间组合起来。从转换动作来看,切割动作总是彼此相似的。按不同位置和方向实现的种种切割方式,区分它们的唯一依据是切割起始线和路径线的组合方式上的不同。诚然,切割也是一种转换,但要实现对这种转换的组合的理解却必须态射的比较(morphic comparisons)的参与。其二,由于一个截面来自于对立体物断面切割,而且还由此产生一个并不必然与其任何表面全等的平面图形,因此,种种对应间的相互作用将构成限定这些新的表面的基础。你甚至可以这样来看:即将被切割的立体物实质上构成了一个小型的三维空间,这种空间与外部空间大体上是可比的,而且它还包含了一些可见的内部形状,各种截面便是这些内部形状的展现。在这种情况下,正是因为几何概念的心理发生(psychogenetic)经历了三个演进阶段[①]:图形内的(intrafigural)、图形间的(interfigural)和超图形的(transfigural)——亦即代数化(algebrization),所以,有关种种方式的切割及其所得的可见截面的“亚图形水平的”(subfigural)概念的心理发生也必然会经历三个阶段:亚图形内的对应、亚图形间的对应和超亚图形的对应。或者,至少也是这样的三个阶段:首先,被试固着于那些可观察的事物;其次,被试致力于把三个维度纳入考虑之中来进行推论;最后,被试在第二阶段的基础上继续进步从而获得一个一般结构,一个拥有系统性演绎组合的一般结构。这样,各个对应彼此之间的三种常见水平的组合将以何种形式出现的问题就立刻水落石出了。它们或者停留在组合出现之前的内态射水平上,随后发展到包含了相同层次的对应彼此组合的间态射水平,或者它们将达到超态射水平,获得更高的自由度。

更明确地说,立体物的一个断面也就是一个表面(在我们这里的情况下就是一个平面),一个由立体物某个顶面上的横切线 x 沿着与 x 成一定角度的直线 y 切割贯穿直至底面而得到的表面。由于截面 s 是这两条线段的函数,即 $s=f(xy)$,所以,研究的目的就是

① 而且这些发展阶段是平行于几何学学科演进史的。

要分析被试所建立起来的种种对应,即x和y两者的变化与s的形状变化之间的对应。我们的实验中,最初的被试是处于这样一个水平:他们只能考虑到x,但又不可避免地会发现y的存在(见图6.1)。

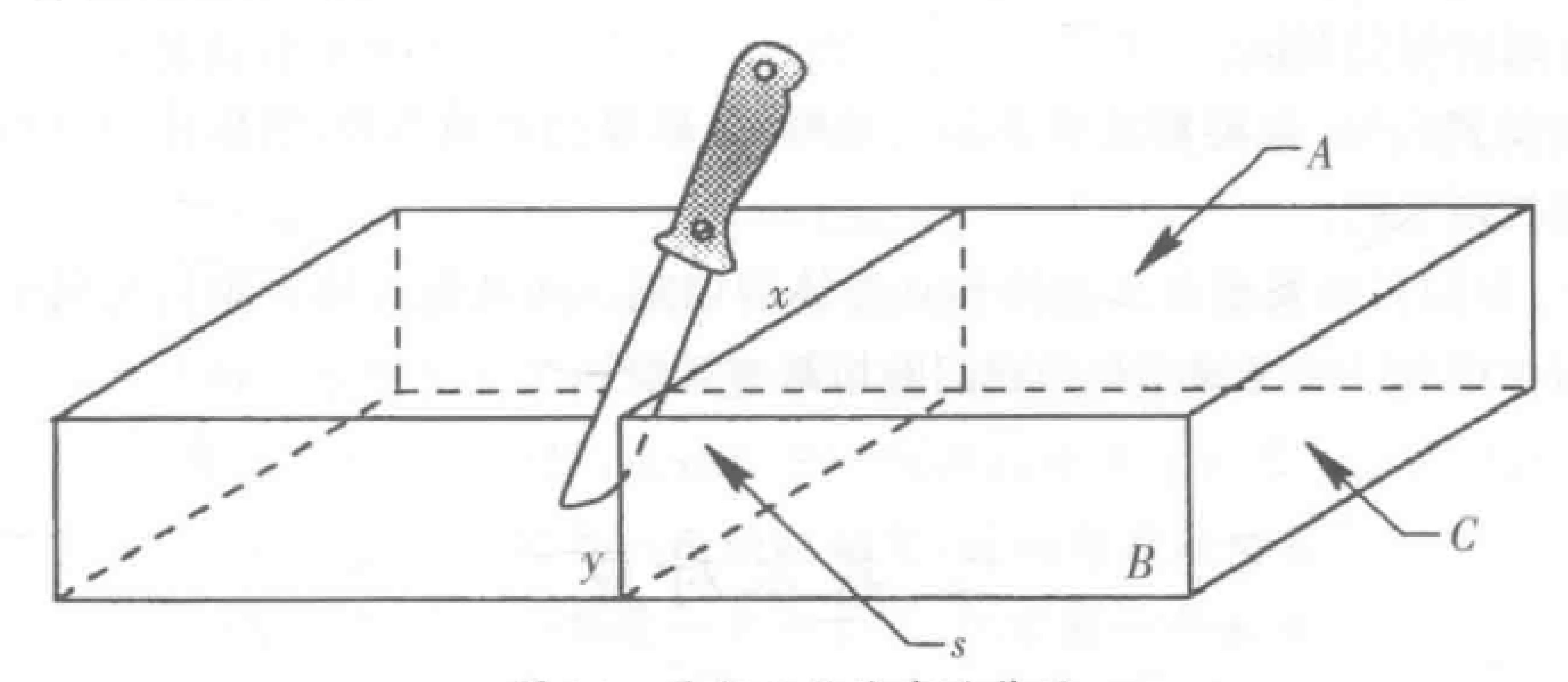


图6.1 平行六面体实验装置

x=切割起始线 y=切割路径线 s=截面

A=上下表面 B=(较长的)前后侧面 C=左右侧面(端面)

一、实验设备与方法

首先,主试把橡皮泥做成的各种立体物(平行六面体、长方体、立方体、球体、椭圆体、圆柱体)和厚纸做成的各种平面物(长方形、正方形、圆形)呈现给儿童,目的是看儿童是否能自发地将物体分为立体和平面两类,并确定他们所用标准是什么。全部材料一起呈现给儿童,简单要求被试进行分类和描述。然后,主试进而要求被试在平面物和立体物之间进行比较:“他们是相同的吗?”“为什么呢?”主试还特别要求被试对正方形和长方形进行比较。

以上内容完成之后,接下来才进行截面实验。实验要求被试把小刀放到平行六面体状的橡皮泥(情景Ⅰ)的某个他想切开的地方,并轻轻地切一刀做上一个记号。这样,小刀就在橡皮泥上印下了一条直线。然后,要求被试预计切下去后得到的截面将是什么形状。若儿童未能很好地理解指导语,主试则会给儿童呈现一个参考情景,如一个可以纵向切开的面包卷,然后要求被试绘出切开之后会出现的图形。此外,被试还要回答下列关于内部截面的所有问题:

1. 让被试切出一个截面,并根据形状类型(平面的定性)、大小(平面的定量)预测和解释其结果。
2. 让被试回答怎样切割才能得到一个不同于已得到的长方形的长方形截面。
3. 要求被试回答怎样才能得到一个长方形以外的其他形状的截面,如正方形。
4. 要求被试回答通过切割长方体能得到哪些不同形状的截面。

以上这些方法也用于立方体的切割(情景Ⅱ)。主试随后还要求被试对情景Ⅰ和情景Ⅱ中各自所得结果加以比较：

5. 要求儿童回答如何沿着垂直于平行六面体某个表面的一条直线进行切割以获得一个平行四边形的截面。

6. 被试被告知，他能够获得诸如三角形、梯形等的其他图形，然后让他回答应该如何做才能找到它们。

以下，我们只谈及平行六面体和立方体的切割。而其他立体物则只是用于验证和分析我们在很久以前完成的有关它们的切割的实验[①]。

二、基本对应

从六七岁开始，儿童对截面的形状的推测仍只是把它看作是直线x的函数、立体物顶面的函数，似乎立体物毫无厚度而缩减为仅有顶面(A)了。因此，我们也就无须考虑过于年幼的儿童的反应了。

Ala(6;5) Ala打算沿着平行六面体的顶面A的较长的那条中线切下去："它将是一个小一点的长方形，因为这样做就使它(和A)一样，只不过它不在上面。它们会小一些(他指的是顶面A被切割线x切分而成的两个部分)。"对于横断切割："它会是一个正方形。"——"但当你分开它们的时候呢？"——"哦，不对，是一个长方形。不，因为这儿(顶面的一半)，它就是正方形，那么那儿肯定也是正方形。"——"为什么？"——"因为你从那儿切开它，这里就得到一个正方形(在A上)，而且每一面都是！(切下去后)不对，是长方形，因为顶面(A)比那个(立体物的高度)要大。"对于下一次切割，他画出的是一个三角形，建议把A的一个角切掉。沿正方体的中线切割会得到一个长方形，因为A被一分为二。尝试之后，他发现得到的是一个正方形。"你怎么会那样讲呢？"——"我看的是(截面的)边，而且我先看的是我们切得的边的全部(意思是A的边)。"他建议沿着A的对角线进行切割，并总结道："你真地会得到一个正方形和一个三角形。"

Ora(7;0) "它是什么形状？"——"一个长方形，它被拉长了。"——"如果你从这个长方形切进去，然后把它分开来，我们可以看到它里面的形状是什么呢？"——(他完成了一个横断切割)"是一个正方形。"——"你怎么知道？"——"它的长度的一半就是正方形。"——"但是我问它的里面是什么？"——"总会是一个正方形的，你会看到的。"——"你能把它画出来吗？"——(他画了一个正方形)——"它在哪里？"——"那儿(A的一半)。"——"但是那一部分(截面)是什么呢？"——"也是一个正方形。"——"你怎么知道的？"——"因为它是长方形的一半。"——"你能做出

① 皮亚杰、英海尔德著：《儿童的空间概念》，巴黎：法兰西大学出版社，1948年。

另外的形状吗?"——"是的,一个三角形。我切两条斜着的线(角)就能得到一个三角形。"——"它在哪儿?"——"这儿(A面上)。"——"那么里面是什么呢?"——"它是一个长方形,但整个却是一个三角形……那儿,里面,有一个长方形。"然而,随后关于正方体的对角线的问题,他认为:"你已经看到一个三角形了,所以它里面也会是一个三角形。"——"好吧。有点意外吧?"——"里面是一个长方形,因为它被拉长了一点。"

Dan(7;9) 与立方体(他称为木块)相反,通过在表面上进行的比画,Dan确信:"正方形和长方形长度不同",而且你不能"把任何东西放在里面"。得到这些细节以后,和所有其他儿童一样,主试要求他预测切开平行六面体以后可以看到的截面的形状。Dan建议应该完成一个横断切割,并预计此后会看到一个正方形,而A则被直线x一分为二。"你认为是一个正方形,但它是一个长方形。"——"我不是说里面的。"(他很好地意识到相反情况是正确的)——"为什么我们会看到一个长方形呢?"——"因为它(未切开的平行六面体)是一个长方形,而且它总是一个长方形,所以我不明白为什么你会在它的边上得到一个正方形。"接着我们让切割线x成为对角线。"它将是一个三角形,(而)不再是一个长方形。"——"但它仍旧是一个与你做竖直切割所得到的长方形一样的长方形吗?"——"它确实是同一回事儿,但我犯了一个错误,(因为)它里面是一个三角形。"对于立方体,"它总是正方形;它的里面也总是正方形。哦!你不能肯定它里面(它指着对角线)是什么,它可能像一个三角形(随后他把它画了出来)"。

Cea(8;9) 关于沿对角线切割的问题,Cea也认为:"它将是一个小三角形。"——"那么里面呢?"——"形状与外面的相同。"

被试的这些反应证实了拓扑学概念系统(a topological system of notions)具有极端简约性(extremely pregnant[①])特征,你可能会被诱导而认为该概念系统先于所有对应而存在,并决定着对应。然而,事实上,它是一个概念问题,这些概念建构于同空间对应的一个非常普遍的相互作用的紧密协作之中,而且,正是这些对应的不完善性以及其组合的缺乏,说明了这些被试最初的想法的特性和局限。让我们首先试着描述一下这些最初的概念。然后,我们再依据这样的假设——作为比较系统的对应引导着概念的形成——来分析这些概念与对应之间的相互依赖性。

被试的这些想法的本质是,它们用仍处于前运算阶段的封闭(英文版中此处用的单

---

① 皮亚杰在本书此处或其他地方对"pregnant"一词的使用,参考的是格式塔心理学中广为人知的"简约性原则"(Principle of *Prägnanz*)。在韦特海默(Wertheimer)的《产生性思维》(*Productive Thinking*;纽约:Harper & Brother出版社,1959年,第239页)一书的英文版本的注释中,编者写道:"简约性原则,是由韦特海默首先在关于知觉的论述中阐明的,它指的是画面组织(organization of field)倾向于现有条件允许的那样简单和清晰。"皮亚杰也使用这一原则来解释意识状态的稳定性,并用以说明认知的压抑(cognitive repression)。在本英译本中,词汇"pregnant"用的就是这一专门含义。

词为"enclosures",但又在括号里注明了加有脚注的"enveloppements[①]"——中译者)概念替代了在两个或三个维度上具有连续性的平面和立体的概念。换句话说,它们呈现出两个特征:(a)整体大于部分之和;(b)外延和内涵之间仍未出现分化,这一点在这里的情况下显得特别有趣。

以周长为特征的前运算水平的平面,其封闭性方面,我们早已有所了解。Ala再次证明了这一点,他说:"我看的是边,而且我先看的是我们切得的边的全部。"当面对立体物时,从前文所述的意义上看,它是由诸平面构成的一个封闭体,但是这些平面并没有通过维度(dimensions)和坐标(coordinates)的相互作用而被彼此组合起来。由于这一原因,立体物在本质上被简化为它的顶面了。在立方体的实验情景下,Ala画的是一个正方形,说,它们是一样的。同时,立体物拥有的内部空间允许你"把某些东西放进去",并因而构成一个新的整体。然而,如果你希望弄清楚这些被试所谓的"整体"(对Ora而言,"整体"和"内部"是对立的),甚至是更多地想弄清他们所谓的"内部"是什么意思,你就会发现自己陷入一团矛盾之中了,而且,除了前运算水平的封闭性的第二个基本特征——外延与内涵之间的未分化——以外,这些矛盾将是难以理解的。举例来说,从包含30个元素的集合中抽出的7个元素,相比于从包含10个元素的集合中抽出的7个元素而言,前者有"更多"可能。或者对截面而言更贴切点的是,正方形上的一个点被儿童想象成方的,而在圆形上这个点就是圆的了[②]。从这一观点来看,很显然的是,"内部"概念很可能包含了两种涵义,而被试在努力将它们组合起来时却徒劳无功。"内部"概念表示的是一种全包含(global inclusion),这样,在外延上,它是指被包括到的那部分事物,而在内涵上,它则共享所包括的事物所具有的本质特征,也即顶面*A*的本质特征。这就是为什么Ora在*A*上标记了一个三角形并声称"内部"是一个长方形,因为*A*是长方形;而又称"但整个却是一个三角形",因为你已给它准备好这样一个图形了。这也是为什么在随后的立方体的问题上他转而将外延和内涵统一起来的原因了,他认为:"你已经看到一个三角形了,所以它里面也会是一个三角形。"

考虑到以上情况,如果我们回到对应问题上,我们就能更好地认识到:在连续性物质上,他们会表现出组合的缺乏,这完全可以理解,也很好地说明了前文中的观点。在

---

① 皮亚杰和英海尔德至少早在1947年就开始使用"enveloppe"、"envelopper"、"enveloppement"等术语了,他们认为:"'在……之间'(between)关系是'封闭'(enveloppement)关系的一个特例。因此,这些关系就和相邻、分隔、顺序等一样构成了基本的空间直觉知识。"他们继续解释道:在两者"之间"的一个点的位置是一维的封闭;而一个闭合图形内部或外部的一个点的位置构成了两维的封闭;再者,一个封闭的立体物内部或外部的点的位置则构成了三维的封闭。而且,他们指出:封闭或环绕(enveloppement or enlacement)关系是"'围绕'这一动作的直觉后果"。在他们的英文版著作(《儿童的空间概念》,纽约:W.W.Norton出版社,1956年)中,envelopper被译为surrounding。在英国关于拓扑学的讨论(Courant和Robbins著,《数学是什么?》,伦敦:牛津大学出版社,1941年)中,envelop、surround、enclose、interlace等词汇都未明显地被用做有特别意义的专门术语。由于英语中有多种词形变化的词自然是enclose而不是surround,所以,我把envelopper翻译为enclose。

② 见J.皮亚杰和B.英海尔德的著作《儿童的空间概念》,第153页。

考虑到封闭本身的建构的情况下,组合的缺乏显然是与满射紧密联系在一起的。在平面上或立体物中都可以观察到的每一种事物都对应于一个单一的封闭,这个封闭将它们纳入单个整体图形之中。相比之下,当被试使用与该满射互反的对应和我们所谓的"多重映射(multijection)"来尝试从总体回溯到元素时,他们会遇到困难。而在涉及离散性客体的集合时,这种操作却相对容易些(但仅仅是"相对容易",一如我们在关于包含的研究中所知甚详的那样)。但是,对于连续性物质而言,他们则陷入了系统性的困难之中,其中的基本元素紧密相连且似不可分割。对切割结果的想象就是问题所在,被试此刻唯一能做的一件事就是把这个结果与封闭的特征对应起来。然而,这种对应仍将是内涵性的(intensive),因为在外延方面,在连续的环境中定位也陷入了我们刚才所见的那种困难之中。因此,克服这种完全的内态射水平的认识的唯一途径就是按照三个维度来组织立体物的各个面。于是,这就允许你给直线 y 指定一个方向,也使得截面 s 被建构为 x 和 y 的一个函数,而且,此时的 x 和 y 是被一些新的对应联系在一起的。

三、间态射水平

至此,对于被试而言,问题就是要摆脱以立体物顶面 A 为根据的简约性的束缚,并在立体物内部建构起与外部空间坐标相对应的一个三维系统。它将有助于分析我们是否首先注意到有两种建构同时在9到10岁时开始出现,其一是总体上对空间而言是图形间水平的建构,其二是对立体物的诸维度而言是"亚图形间水平的"建构。但它仍然需要我们去理解是哪些对应或态射帮助影响了被试观念上的这种变化。至此,我们也只是对它的运算性和转换性两方面比较熟悉。

回忆一下实验介绍部分,其中呈现给被试的是不同的立体物和平面物,并在没有任何提示的情况下,试图让他们在两者之间作出区分性回答。需要强调的第一个事实是,处在水平Ⅰ上的被试没有找到任何答案(如Ala说正方形和正方体"它们是一样的")。直到8岁的时候,这些被试仍然不能自发地将平面物和立体物区分开来,只有在比较两块立体物的不同厚度时,他们才会考虑到厚度这一第三维度。

Mar(8;4) 仅限于大小的区分。

Cra(8;0) 能区分"矮的和高的",认为其中一个立体物比另一个"薄"。

Pac(8;6) 立即说出是"厚的"与"薄的",但是对于两个不同的立体物也只是到此为止。

相比之下,从9、10岁起,被试的比较开始集中于平面和立体之间的差异了。

Pac(9;9) 他说平面要"薄很多",而且更重要的是,他认识到平行六面体的各个面也都是平面:"是的,所有的面都是平行四边形。"——"有几个面?"——(他数了数)"6个!"

Ger(9;11) Ger谈及了厚度:“它是薄的。”

Fred(10;2) 谈及高度时,他认为:正方体是“很高的正方形”,而且它有6个面,因为“它有好几个面,(而且)你可以朝任何方向转动它们,这样总会得到一个正方形”。

Eva(10;2)和Alex(10;3) 他们也考虑到了高度。后者说正方形是“(和正方体)完全相同的,只不过不一样厚,没有厚厚的边”。

Rob(10;11) 对于立体和平面,他最终指出前者比后者“厚实”,而Mic(11;11)把他自己比作一个立体物,他说自己比她(指Eva)“占了更多的空间”(“在空气中”),他显然同时参照了彼此互补的自身内部空间和外部空间。

9岁或10岁儿童身上显现出的新进展是,他们已经能够意识到三个维度的存在了。这一现象自然在此前的被试的许多动作中已有所显现了,但它并不出现在水平Ⅰ的被试(8岁及以下)的令人惊讶的回答所显示出的那种思维之中。但是,让我们回顾一下如下事实,只有在9到10岁的年龄上,被试才能够既成功地建构起一般意义上的坐标,同时又能在预测时——如,预测倾斜着的杯子中水平线或相对于弯曲墙面的铅垂线的位置之时——建构起垂直面和水平面。因此,对于立体物的外部空间构造和内部空间组织而言,使认识由前一水平向间态射水平实现过渡的各种对应必然是其二者共有的,而非内部空间组织所独享。

也就是说,这些对应似乎可划分为两种必定相互联系的类型。第一种对应理出了两条或n条直线之间在方向上的共同性,或者换句话说是相互平行。虽然它发展很早,但是这第一种对应仍然停留在平面的内部之中。第二种对应导致了基于对称的正交状态,因为一条直线只有垂直于另一条直线才能产生两个相等的角。这种对应同样发展得很早,但也在尚未脱离平面之时就结束了。相比之下,当平行与正交之间的组合增多之后,第三个维度迟早会产生。这是因为,如果平行和正交足以刻画一个平面的特征,那么它们也就能被推广应用到平面彼此之间的关系上,而它们也可能随之而成为平行关系或正交关系(或者你所希望的任何关系,只要是相对于这些标准的)。这时,在水平Ⅰ的被试反应中出现了一个奇怪的事实,即,立体物的顶面A由于处于立体物自身的“更高”处而得到了特别对待,似乎这个“顶”的位置不是相对于被试自己而言的一样。因此,为了使沿A的中线的切割方向与平面A之间的直角成为一个侧面和一个底面之间的直角,换句话说,为了使水平方向的一个面成为竖直方向的一个侧面(如Fred所谓的正方体是“竖直方向上的正方形”),只需“你可以朝任何方向转动它们(立体物)”——如Fred的很贴切的说法——就足够了。

在结果的预见方面,水平Ⅱ的间态射水平的组合所带来的真正新发展是,立体物的内部平面和那些可见的表面,包括竖直方向上的面,被组合在一起了。但是,这一进步并不是一蹴而就的。最初,你可以看到水平Ⅰ和Ⅱ之间的过渡状态,此间,被试仍然预计斜线切割会在其内部得到一个三角形,但随后又能理解错误的原因所在。

Pau(8;6) 对于当中的横断切割,Pau仍然预计对A进行分割会得到两个正方形,但他除了知道"会得到四个角"之外,他并不能确定在其内部会看到什么("我不知道")。看见长方形之后,他的解释是,它在平行于竖直方向上的侧面的地方"被改变了"。对于沿对角线的切割:"会有两个三角形,因为三个角组成一个三角形。"然而,当画出他预计的图形后,他改变了看法:"会是一个长方形,因为在这个方向上,它被拉长了,在另一个方向上也被拉长了。"因而,这一改变源自与立体物竖直方向上的两个侧面的对应。

Ger(9;11) Ger也认为横断切割会得到一个正方形,但是,当主试问她在它的里面会看到什么时,她改正了她的观点。此刻她预计是一个长方形,"因为如果你切开它,会得到一个和那儿(在旁边可看到的表面)一样的宽度。因此,它将(和侧面)完全相同"。相比之下,对于对角线切割问题,她认为会是(她画出来的那个)三角形。当看见的是长方形时,她指出一个可见的(最长的那个)平行面来进行解释。对于正方体,她正确地预计到对角线切割后会得到一个长方形。

Pac(9;9) Pac认为横断切割后会得到一个长方形,但最初他是基于总体长度来进行预测的。然后,在完成切割之后,他纠正了错误,认为"它和这一面(相对于A的面A)[1]一样,不,是那个(小的竖直侧面)"。对于沿着长对角线进行的切割,他估计是一个长方形,但它是斜的。切割之后,他确定它比纵向的中线更长。对于正方体,中线切割会得到一个正方形,而对角线切割则不是:"嗯……哦,不,也是一个长方形,因为它要长一些。"相比之下,他并不知道在平行六面体上如何获得一个正方形截面。

Fre(10;0) Fre开始回答的是沿着对角线切割的问题:"一个三角形。"——"那么它的里面呢?——"它总会是一个长方形,因为它总是被拉长了点,而且……那么,竖直方向上,它将有与长方形(竖直侧面)同样的高度。"对于当中横断切割,他说:"一个正方形。"——"里面呢?"——"一个长方形。"他在平行于可见的竖直侧面的面上指出它的高度。"你能在它的内部得到一个正方形吗?"——"不能,那是不可能的。你不得不把这个图形(在A上可以看到的)竖起来。"对于正方体,他仅仅预见到截面是一些正方形,即使是沿对角线切割也是这样。看到是长方形后,他解释道:"因为你是沿着对角线切的。"

Lyn(10;2) 对于第一个立体物,Lyn认为只会得到一个长方形,沿对角线切割得到的长方形更长些,但其宽度与可见的竖直侧面的宽度相一致。然后,她表现出一些进步,能对这些自然产生的截面加以概括,她指出了中线横断切割和沿对角线的切割之间的一系列过渡截面,她认为长方形"总是大一些的(意思是更长的),因

---

① 法文版原文"*Côté A face à A*"。皮亚杰的本意未表达清楚;可能Pac在对切削面和该平行六面体的前侧面(侧面*B*)的一部分进行比较,该前侧面的顶边和底边也是上下表面*A*的边。(在图6.1上,*A*标在顶面上了,实际上*A*既指顶面也指底面,因此,这里似乎是指与顶面*A*相对的底面*A*。——中译者注)

为你得到一个更长的斜线(x)"。但她并不知道在正方体上也是如此。在她尝试之后,问她:"你能切开它得到另一个长方形吗?"——"这样做(直线x稍微靠近某条边并仍保持与之平行)……哦,不对,这会得到一个正方形。"她随后认为横断切割它的一个角就可以成功:"你必须从角上切下去。"从这一事实出发,对于平行六面体,她转而同意,也许能得到一个正方形的截面,她还准备再次"从一个角上切下去",但疑虑还是战胜了她:"你不能得到一个正方形"。——"你肯定吗?"——"是的,你可以推想出来。"然后,她指着该立体物的高,提出要进行同样长度的斜线切割,由于缺乏量具,她只是取得不甚完美的成功。

Xan(10;3) 很奇怪,Xan开始完成的截面是从顶面沿斜向下的方向一直切到底面的。因此,直线y就不再平行于立体物的任何一条可见的边了。他预计"是一个这样(倾斜)的长方形",但没有说明它将比竖直而非倾斜的截面更大。"它是一样大的。(尝试几次)不对,那样会使它更大一些",他还提议完成更为倾斜的截面,这次他对结果的预测是:"我在切割时倾斜更多,得到的截面就会更大。"为了得到一个更窄的长方形,他和Lyn一样切割其中一个角。"你可以切割出一个正方形吗?"——"不能,只能得到一个长方形。那样得到的是一个三角形。"——"它里面是什么?"——"不对,是长方形。如果在边上不切这么多,切得少些,我就能够得到一个正方形。"对于正方体,他当即就明白了对角线切割将得到"一个小长方形"。

与水平Ⅰ的被试相比,这些被试所取得的进步显然要大得多。一开始,这个立体物总体上已经成为一个运算性的封闭(operatory enclosure)了,其中封闭动作仅限于把那些被封闭为一个整体的东西连接起来。这个整体就等于其诸部分之和,它是通过将其元素的外延同它们的内涵属性(intensive properties)区分开来的方式而组织起来的。平行关系和正交关系之间的对应此后就将被应用于平面之间的水平上,而不再仅限于平面之内。这就导致了三维结构的产生,它使得儿童在预测切面时不再仅限于考虑顶面上的那条切线,而同时也考虑到它们的深度。自此之后,把立体物所有外表面系统地置于对应之中将构成被试进行预测的基础。

然而,这些进步仍然遭到很大的限制。一开始,沿着直线y进行的切割总是保持竖直。因此,它们被混淆于立体物的高。只有Xan自发地想象出一个倾斜的切割,甚至一开始就是那样做的,但他没有预测出其所有可能的结果;在主试要求她切得一个正方形时,Lyn也是这样做的。前面提及的被试都相信,不可能在平行六面体上得到一个正方形截面,或者,至少他们在开始时会假设那是不可能。Lyn和Xan随后发现了一个使切面拉大的操作原则。他们俩是例外,除此以外,其他被试所得到的截面全都被简化为长方形,尽管它们的大小和形状有所不同,但它们都被儿童很好地预见到了。或者,它们由于身处正方体之上而被认为是正方形了(如果x是对角线,则被试总会预测那是一个长方形)。毫无疑问,将截面和立体物的外表面对应起来,构成了较之于水平Ⅰ的一大进步。与此同时,水平Ⅱ的特征就是组合的自由度的显著缺乏。这部分是因为,外表面施

加了一个限制性约束,如平行和正交,使得被试在组织三维参照系时必须考虑的标准却并未包括种种斜线方向的过渡性组合,特别是那些没有利用立体物的高把立体物的上、下表面连接起来的斜线方向的过渡性组合。然而,依旧很明确的是,水平Ⅱ的组合在本质上已是间态射水平的了,因为对截面的每次成功预判都需要在对应中同时进行好几种定位。

四、在超态射水平的方向上

超态射水平的组合是与一个一般系统紧密联系在一起的,在这个一般系统中,所有可能的联合(combinations)都以可推论的本质性变化的形式而得到开发利用。我们未发现16、17岁的被试(或不是数学家的成人)能在这些涉及立体物截面的问题上取得完全的成功。实际上,切割不仅仅能得到正方形和长方形(在水平Ⅱ上得到),而且也能得到平行四边形(x和y都不平行于立体物的边)、梯形、三角形、五边形、六边形(穿过立体物的三条边、四条边、五条边和六条边)等。如果处于我们所谓的水平Ⅲ的被试不再受制于切割方向y和立体物的竖直面之间的平行关系的话,他们一开始仍会受到作为一个限制条件的直线x和平行六面体的一条边之间的平行关系的限制。随后,他们也将不再受此制约,进而可以想象到截面能够在立体物中任意旋转。然而,他们仍然遭受着另一种明显的限制,那就是Cla(13岁5个月)表现出来的那种对正交关系的关注:"总是一些直角。"除此之外,当这些对应作为必要条件而被过分推广滥用时,两种建立对应的手段就导致了其局限性的产生,而这里建立的对应正是从水平Ⅰ向水平Ⅱ过渡方向上的重大进步。因此,在尝试去理解超态射水平的组合的本质以及它们与间态射水平的组合之间的差异时,对以下的被试反应进行分析就很有意义,他们的反应显示了用"自由的"组合取代最初由发现之步骤所"限定的"组合具有相当难度,也就是被试不能马上确定观察到的联系的一般性或必然性的程度,这种取代必须一步一步地实现。

Yvo(11;9) Yvo一开始预测的是一系列的长方形截面,他对这些截面的长、宽两个维度的估计相当准确。"你能找出其他形状吗?"——他在一个角上把直线x画了出来:"这会得到一个三角形。我不再竖直地一直切到底,而是有些倾斜(他把小刀放回了竖直位置上)。"——"那会改变什么?"——"你看到其他形状了吗?"——"我觉得能得到一个正方形。你必须量一量(他在试误之后这样做了)。"——"此外呢?更复杂一点的形状呢?"——"一些平行四边形吗?……那会让我吃惊的;你必须切两下才行。"随后他在顶面上画了一条斜线x,并沿着竖直面上的斜线y切割,"你要沿着两条斜线切割才行"。——"那么另一个平行四边形呢?"——"或许,你必须非常仔细地计算它。"——"那么另一种形状呢?"——"我认为你不可能得到一个梯形。你必须切两下。不对,它也肯定是可能的。"——"怎样

切呢?”——“我不知道。”

Cla(13;5) Cla把立体物切割成不同的长方形。为了找到新形状,“你必须沿着斜线切割”,他在立体物的长的方向上都这样做,正确地预计“它总是一个长方形,只是位置不同而已”。他怀疑自己能否得到一个平行四边形,因为“总是一些直角”。要让他摆脱这个念头,给予一些启发是必需的。

Ver(13;7) Ver做出与Cla相同的反应。后来,在完成得到长方形的各种斜线式切割之后,他产生了斜向切割一个角的想法:“当然,这儿是一个三角形!”他进而指出,通过使长和宽相等就会产生一个正方形。

Cat(14;10) Cat开始做的是垂直切割,然后进行的单个斜线切割,只得到了长方形截面:“无论你怎么切,你得到的总是直角;你不能改变这些角的角度。”随后,她通过非常谨慎的尝试,开始沿两条斜线切割:“那样会得到……我将看到(她一直切到底)一个梯形!哦,是的,这是因为你不能竖直地切这儿和那儿(两条斜线)。”——“那么平行四边形呢?”——“我要试试,逻辑上是可行的!”

Cri(16;6) Cri最初也表现出同样的局限性,但是,当主试向他保证可以找到其他的形状时,他发现了两条斜线是可能的:“你沿着两个对角切割。我不是从一个完整的边开始切的,而是从一个角开始……你不能平行于某条边去切割。”

即使这些被试没有获得超态射水平的系统,但他们清楚地向我们展示了通向这一系统的途径,也就是通过演绎推理或对所有可实现的本质性变化(intrinsic variations)的定性思考来实现这种系统。一方面,这个方法赋予对应领域以新的变量,但另一方面,它又将这些对应的限制性特征排除在外,以确保个体能够超越它们。当我们回到第一个水平时,我们就会看到在切割线x的选择方面,有一个从中线到非中线的对角线再到非对角线也非中线之间的过渡。在水平Ⅱ上取得的新进展是与立体物的外表面的平行,但也有所限制,除了极少被试进行了尝试以外,切割总是保持在竖直方向上进行。然后又开始对竖直方向上的倾斜切割进行概括推广。然而,以上列举的被试的反应,证明了要认识到斜线并非唯一进而找到两条斜线作为解决办法有多么困难。至于割线切割立体物的边的数目的情况,这些被试实现了从两条(或者四条)边到三条边之间的过渡,从而发现了出现三角形截面的可能性,但他们还都未能成功想到跨越五条或六条边的切割,而这恰恰是保证能得到五边形或六边形的前提。

总之,超态射水平和间态射水平之间的主要差异在于对应的组合的自由度。然而,由于这种自由度只能通过演绎推理方式来取得,因而水平Ⅲ的被试在这种困难的问题上仍只是非常部分地取得一些自由度。虽然如此,他们的表现仍然很好地展示了超态射水平的组织的特征。

第七章 亲属关系的对应

J. 皮亚杰
CH. 布鲁哈特(CH. Brulhart)
E. 马巴赫(E. Marbach)

前几章关注的全是包含于几何运算结构中的态射。在那些情况下,被试要想解决各种有关的问题,必须对图形或物体加以转换。由于空间问题在可观察的形状实体与推论性组合之间具有多重过渡状态,因而它们被特别用于展示我们探讨的这类分析。在随后的三章里,我们将集中探讨互反和对称的建构,而这二者会产生一种特别有趣的态射。同时,这也使我们进入了一个更具逻辑意味的领域。

让我们由概念的定义开始。当说到运算时,我们使用反演(inverse)来指称那种含有抵消或否定意义的运算。相对地,互反(reciprocities)所指的关系或对应只包含方向的反转(*renversement*[①]),而不存在对它们项的否定。例如,父亲和儿子的关系。如果有几个儿子,那当然是多射(multijection),但我们只考虑满射(surjection)的互反。至于对称,它们是双射(bijection)性互反,此外还包括项的等价,如$A=B$,其中A和B是兄弟。

那就是说,让我们由全是互反的亲属关系开始。这些互反既可以是非对称的(如在叔侄关系中,尽管关系本身没有变,但是关系项和连接它们的箭头的意义却不同);也可以是对称的(如兄弟俩的情况)。就亲属关系而言,不管对称与否,它们都是一种互反,而且无论任意两个个体之间的关系隔得有多远都是这样的。毕竟,在排除人种可能是多基因型的情况下,我们全都来自同一祖先,即使那意味着要追溯至亚当。

笔者之一早已提出过亲属互反关系的问题。(唉!那已是50多年前的事了)通过询问4至5岁儿童,我得到了如下形式的对话:“你有兄弟吗?”——“有,他叫拉乌尔。”——“拉乌尔有兄弟吗?”——“啊!没有,家里只有我们两个。”长期以来,我一直相信,分析基本的亲属关系系统应该是有趣的。我曾经尝试过的方法包括根据高度或颜色来区分人物,或者使用嵌套的书或树图。不幸的是,结果证明它们要么存在这方面或那方面的不足,要么就只是将问题转移了而已。正是在研究态射时,我们才想到了利用小木偶这

① 我曾将“renversabilite”译作“经验可逆性”(见《认知结构的平衡化》一书第95页的脚注2)。在那里的上下文关系中,这一术语指的是对回到一种物理转换状态的起点的非推论性预期,而不是逻辑的回归。在这里,它是指亲属关系的互反。事实上,这些互反是皮亚杰的具体逻辑运算群集中的一种逻辑可逆性形式。出于那种原因,我没有保留前面介绍的那种区别。

一更自然的方法。这些小木偶在外形上完全相同，但连接它们的箭头不同。由此，最终有了现在这个填补了半个世纪空白的实验。

事实上，亲属关系构成了一种最复杂的“群集”(grouping)，它有三种形式。首先，它们是以类的多元对射(counivocal)乘法的形式来进行的。其次，它们是以作用于关系的相同运算的形式来进行的；如此，它们是完全分类系统（内包系统）或其关系（树）形式的转换的同构体(isomorphs)，不过存在两种差异。一种差异是，在亲属关系中，我们不能用动物学史中见到过的那种用新的分类系统来替代老系统的方式来改变一组元素的类或关系。另一种差异是包含在亲属关系中的类和关系都有一个独特的称谓。换言之，尽管不存在指称同一属的两种动物之间关系的术语，但同一父亲的儿子却是兄弟。相似地，即使不存在定义隶属于属 A 的种 a 与隶属于属 B 的种 b 之间关系的术语，但父亲兄弟的儿子却是“一级堂兄弟”，等等。重要的是这些指称在不同的家庭中是相对的和可变的。此外，在单个总体中，它们还包含互补替代的可能性，这构成了群集的第三种形式。“视角”(point of view)上的这种改变使一个人可以从个体 X 与其近亲或远亲 $P(X)$ 之间的各种关系出发，然后推算出作为 $P(X)$ 一员的个体 Y 和他自己的亲属 $P(Y)$ 之间的关系，而 X 也是 $P(Y)$ 中的一分子。如果 X 和 Y 是同辈（例如，A 和 B 两兄弟的儿子 C 和 D 是堂兄弟），这种视角的互补替代将简化为一种简单的对称：C 的儿子 E 将是 D 的儿子 F 的隔房堂兄/弟，反之亦然，而 C 将是 F 的堂叔/伯，D 对 E 也是这样的关系，诸如此类。相对地，如果 X 和 Y 不是同辈（如叔叔和侄儿），即使他们的关系隔得更远，同样可以推算出他们的关系，而且还可以通过互补替代来保持 $X+P(X)=Y+P(Y)$。不过，在这种情况下，由于它们包含了非对称互反关系的乘法，它们会变得越来越复杂[①]。

从态射的观点来看，满射及其互反项，即多射（一对多），是必需的。然而，有必要增加一种我们称之为“同级满射”(cosurjection)的基本对应。同级满射联结的项属于相同的满射（因此，是同等级的项）。兄弟之间的对应即为一例。需要指出的一点是，在更高的水平上，除了这些简单的或对称的同级满射之外，我们还需要为不同等级的关系项引入“非对称同级满射”的思想。这样做的原因在于，从家族树的纵轴方向来看，这些关系项之间的互反关系是非对称的。例如，堂叔侄之间就是这样一种关系（下面，不再使用“叔叔”和“侄子”，“堂叔、堂叔祖、堂曾叔祖”等等，这种表达形式只在近距离范围内使用）。不过，让我们暂时只考虑对称的形式。从关系逻辑的观点来看，一种反对称关系与其逆关系结合起来生成一种对称关系。类似地，我们说，一个满射与其互反项——多射——结合在一起生成一个同级满射。然而，与同构截然不同的是，后者即使是对称的，它仍不是传递性的。换句话说，它是“非传递性的”(allotransitive)[②]，例如，我的堂兄

---

① 见 Jean Piaget, *Essai de Logique Opératoire*. Paris: Dunod, 1972, pp.150—163。

② 皮亚杰使用的词是“aliotransitive”。就我了解的情况来看，这个词在法文词典里是找不到的，不仅法文而且英文中都没有 alio- 这种前缀。显然，皮亚杰想表明的是这样一个事实，即同级满射可以采取多种形式。因此，我得出的结论是，他本想使用的前缀是 allo-，就像 allotrophy 或 allomorph 中那样。

弟的堂兄弟可能是我的堂兄弟、兄弟或我自己。至于同构,当事情是在两个不同家庭中识别出将它们联结在一起的相同的亲属关系结构时,它们自然而然地开始发挥作用。换言之,也就是识别两个家庭在包含二者的家族树中所处位置的相同结构。最后,视角的互补替代与有关的总量守恒相结合便产生了自同构(automorphism),也产生了范畴的一种特征。

一、方　　法

实验装置由形状颇为原始的木偶(一个球及下面的一个底座分别代表头和躯干)组成。这些木偶的形态和大小等完全相同。根据问题的要求将它们按不同的模式和数量(由两个开始)进行排列,不过它们的关系仅由单一的方式决定。这通过由厚纸板剪成的箭头来实现。在每个箭头上写上"的父亲是"、"的兄弟是"或"的阿姨是"等语言,表明由箭头联结在一起的两个木偶之间的关系。实验者先把一些箭头放在木偶之间,但没有提及它们的互反项;接着,让被试从包含三代的16种关系箭头中选出适合于放在空余位置上的箭头。

实验者首先让儿童描述他自己的家庭。接着,要求儿童在除了他已经自发使用的那些箭头外,继续添加其他箭头,直到穷尽所有可能为止。我们特别感兴趣的是那些通常会为年幼儿童所忽略的互反关系。这样做了之后,实验者转向关系的组合。实验者首先给出A,B之间和B,C之间的两种或两种以上的关系,然后要求儿童找出A,C之间的关系,例如,父亲的父亲是谁或侄儿的堂兄弟是谁;或者先给出一个组合,然后要求儿童找出它的成分,例如,叔叔是谁。

另一个问题则要求儿童比较两个等价的结构。这两个结构在空间布局上存在或多或少的差异(见图7.1至7.4),而这些差异表现在一个箭头变成了它的互反项或者两个箭头的结合替代了原来的两个箭头(如图7.4中的"孙子")。

完成这部分后,向被试呈现一块纸板,而纸板上粘有按不同方式排列起来的空箭头。对被试的指导语如下:写在箭头上的关系必须全都相同;这里既有男性木偶,也有女性木偶;对这种关系来说,可以使用的箭头全都摆出来了。被试必须找出哪种关系与每一种排列都相容,而且要指出那些木偶是男还是女(见图7.5和7.6)。

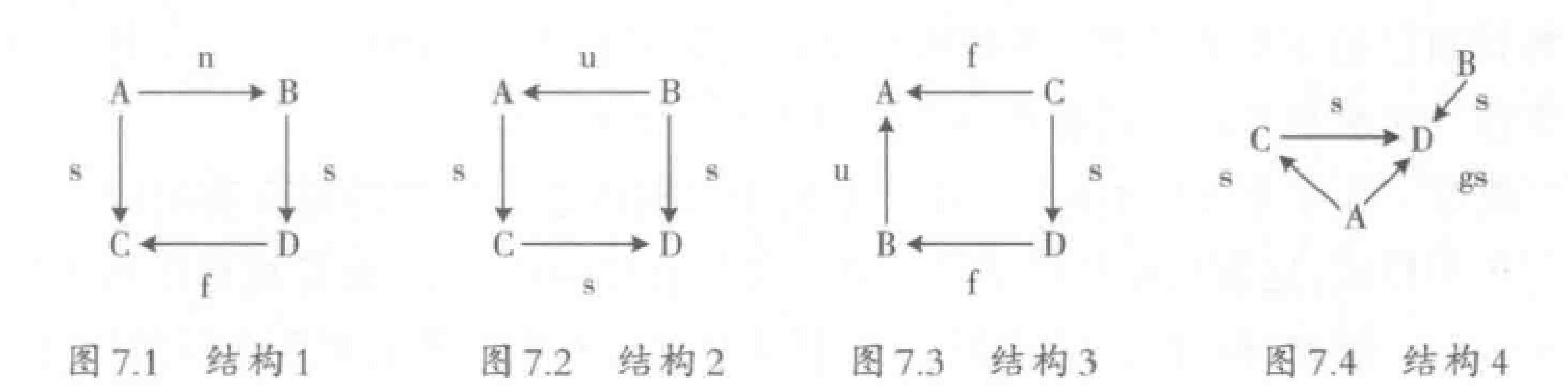


图7.1　结构1　　图7.2　结构2　　图7.3　结构3　　图7.4　结构4

$A \xrightarrow{f} B$=“A是B的父亲”

$C \xleftarrow{s} D$=“D是C的儿子”

f=父亲;s=儿子;gs=孙子;u=叔叔;n=侄儿

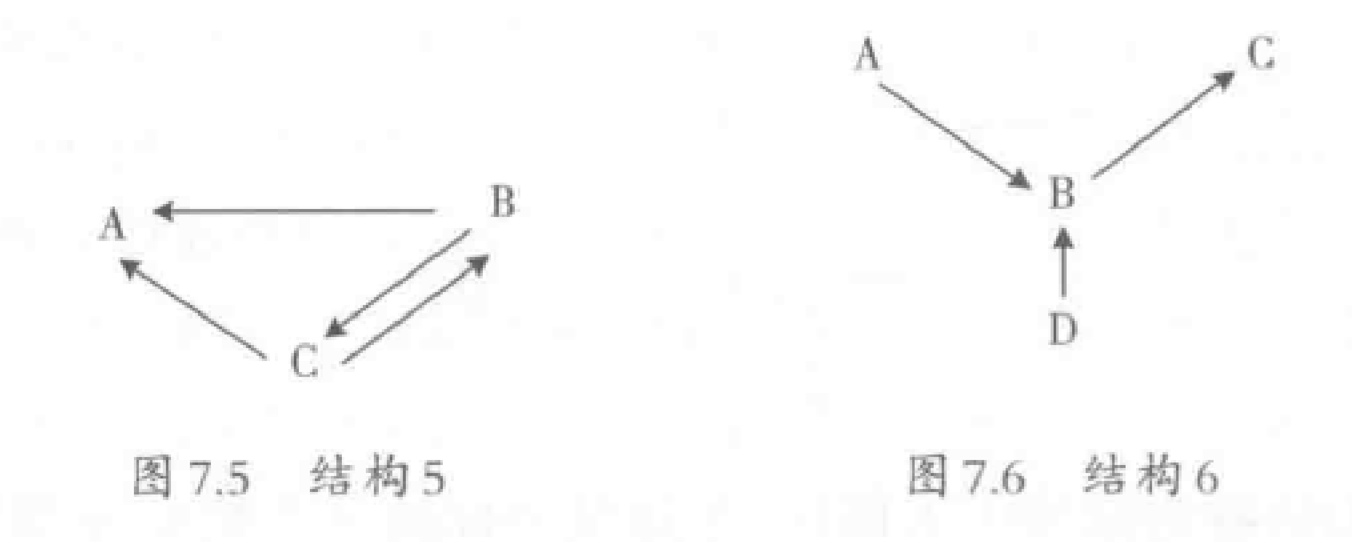


图7.5　结构5　　　图7.6　结构6

让儿童只用父亲、儿子和兄弟这些成分关系来表述叔叔、侄子、堂兄(弟)、祖父等关系常常具有指导意义。自然,必须首先确认被试是否明白一个家族里的所有这些关系都从属于他们最近的共同祖先。为了做到这一点,可以要求被试构建一棵家族树,或者补全一棵他已经能够部分使用的家族树,并看他对它的参照达到什么程度。

至于视角的互补替代,问题可以在前面的每一种情况中提出。这些问题从简单的互反或对称关系和向上与向下的箭头开始。对更高水平的儿童,实验者向他们呈现两套带有箭头的三人结构(两套结构彼此不同),然后要求被试增加两个新个体,7和8。实验者还要求被试选出7与8、7与1—3中的一个、8与4—6中的一个之间的关系。因此,被试必须从一个或另一个视角出发,推算出包含在其中的所有关系。

最后,应该记住的一点是,除在被试自己家庭中的情况外,所有问题均基于非母系关系,因此是以简单的父系亲嗣关系为基础的。

二、水平ⅠA:内态射水平的对应的开端

首先,我们应该明确像“A是B的叔叔”这样的简单关系与使这样的关系变得可以重复的对应之间的区别;也就是说,C对D而言就像A对B一样(即使是通过简单的换位,而没有考虑到隐含的“相互关联”)。其次,在本研究中,我们还应该区别内态射水平的对应和间态射水平的对应。在前两个水平上,内态射水平的对应变得越来越精细,而这是就被试自己的家庭而言的,没有概括至被赋予了两种关系的任意三个个体A,B和C的小集合。在水平ⅡB上,这种概括导致间态射水平的对应的出现。

下面是一些水平ⅠA的例子。我们在其中看到内态射水平的对应的出现。不过这些对应还不稳定,这表现在某些亲属关系不是被看作一种关系,而是被看作抽象的谓项(predicates)。例如,被试的祖父同时是包括被试父母在内的所有家族成员的祖父,因为

祖父就是“祖父”,它是一种固有的属性!

Ric(4;11) Ric有一个兄弟,但是他的兄弟却没有兄弟;他的母亲有父亲,那是他的外祖父,但是接下来:“你外公是你妈妈的爸爸吗?”——“不是。”——“你的爸爸有爸爸吗?”——“没有。”——“他有妈妈吗?”——“有。”——“谁?”——“外公的妈妈(意思是妻子)。”——“你兄弟也有外公吗?”——“没有。”——“只有你有吗?”——“对……啊,不对。他也有外公。”他用木偶和箭头进行表示。

Ber(5;9) Ber承认他父亲和母亲也是他两个兄弟的父亲和母亲。但是,当问到他父母是否有兄弟时,他对他父亲的兄弟的反应是:“他是弗朗科伊斯(是Ber自己的兄弟),他12岁。”而对他母亲有两个兄弟的反应是:“是的,我和我的兄弟奥里维尔。”——“但是你妈妈,她有兄弟或姐妹吗?”——“没有,她只有儿子。”——“你爷爷有孩子吗?”——“没有。”——“你爸爸是你爷爷的儿子吗?”——“是的。”——“那么他有孩子吗?”——“有,爸爸,在他小的时候。”他否认他叔叔(舅舅)是他父亲(母亲)的兄弟,但是他承认叔叔是他堂兄弟的父亲,接着他认识到他叔叔是父亲的兄弟:“是的,当他们都是小孩子的时候。”尽管他前面已经作出了他祖父只有他父亲一个孩子的断言了,他现在承认:“他是两个孩子的爸爸。”——“仍旧来谈卢西安,他也是你兄弟的叔叔吗?”——“不是。”——“谁是你兄弟的叔叔?”——“我爸爸。”——“你堂兄弟有堂兄弟吗?”——“有,阿历克斯和菲利普(他的兄弟)。”——“那么,对你来说,他们是谁?”——“我的堂兄弟。”

Ala(6;9) Ala母亲的父亲,“他是我的爸爸,妈妈的爸爸。”——“你见过你爷爷和奶奶吗?”——“见过。”——“在他们年轻的时候,他们有孩子吗?”——“有。”——“你见过他们吗?”——“没有。”——“谁是你爸爸的妈妈?”——“我妈妈。”——“你外祖父是你爸爸或妈妈的爸爸吗?”——“是的,是他们两个的。”——“是你爸爸的吗?”——“是的,一点点儿。”——“也是你妈妈的吗?”——“啊,是的。”——“你有兄弟或姐妹吗?”——“有,一个男孩和一个女孩,乔吉斯和尼珂尔。”——“乔吉斯有兄弟吗?”——“没有。”——“那么,你是乔吉斯的兄弟吗?”——“有点儿是,不太多。”——“要成为一个人很多的兄弟,什么是必需的?”——“你必须爱他。”——“你的姐妹有兄弟吗?”——“有,乔吉斯。”——“那么,你是尼珂尔的兄弟吗?”——“有点是,不太多。”——“是乔吉斯的吗?”——“也不太多。”

Xyt(6;5) “我爷爷也是我爸爸和妈妈的爷爷。”

根据运算开始分析,这些事实清楚地表明被试缺乏对类的结构(是兄弟)和关系的结构(是X的兄弟)的区分。此外,它们还证明被试缺乏对这些类的外延(“我们是n兄弟”)和它们的内涵(X是一个兄弟)的区分。从这样一种未分化的观点出发,Ber说,因为父母有孩子,而他们是兄弟,所以父母有兄弟,而“兄弟”是父母的孩子。同样,在Xyt看来,因为他祖父在每个人看来都是祖父(可能被所有人称为“爷爷”),所以他不仅是他自己而且是他父母的祖父,这是很顺理成章的。类似地,对Ber来说,如果他的堂兄弟有

堂兄弟，而后者是他（Ber）的兄弟，那么对他的兄弟来说，他与后者也是堂兄弟，这是就他们在内涵上具有这种性质而言的。这种未与外延分化开来的内涵的作用在Ala身上是明显的。他的兄弟之情显得很淡漠，而且他根据这种情感标准区分了“很多”和“一点儿”的兄弟。类似地，Ber把他的哥哥弗朗科伊斯与父亲联系在一起，而把包括他自己在内的两个弟弟与母亲联系在一起。

下面，从关系的角度来看，儿童还很难区别“有”一个父亲、堂兄弟等关系与“是”X的兄弟等的意思。这种关系最初与亲嗣关系的结构无关，它仅表示一种未分化的、同属于一个家族的意思。然而，这里存在一种重要的限制。如果是X的父亲这一事实与是X的兄弟、丈夫或叔叔兼容（Ber最初承认他父亲也是他兄弟的父亲，而绕到最后则让他成了他兄弟的叔叔），那么它与是X的儿子则是不兼容的。从这种几乎普遍存在的、缺乏分化的状态出发，“有”这种关系接着被引到亲嗣关系（从祖先开始）和共同亲嗣关系的方向上。Ala在这方面向我们提供了一个有趣的展示。当被问及他外祖父是否是他父亲或母亲的父亲时，他最初的反应是：“是的，是他们两个的。”接着，对他父亲，他通过说“是的，一点点儿”，而对母亲则通过说“啊，是的”来减弱了对这种关系的确认，这表明他隐约认识到这种关系在第二种情况下的真实性。因此，正是这种亲嗣关系的指向为从关系向对应转变提供了可能，而这种对应形式是一种非常朴素和初始的内态射水平的满射和同级满射。因此，Ric在否认了他兄弟有祖父之后，修正了自己的观点，并指出Ric的祖父同样是他自己的祖父。Ber在认识到他叔叔是他堂兄弟的父亲之后，推论出叔叔是父亲的兄弟。我们前面已经回顾了Ala对他母亲的父亲的反应。当然，这些仅是大致的情况，但是它们有助于我们理解一种概括至几对个体的关系的稳定化是如何产生对应的，而且让我们知道了儿童最初掌握的那些未分化的关系不具有规则性。

三、水平IB：内态射水平的对应

平均从被试6、7岁（在某些个案中是8岁）起，我们看到了关系和类的分化，而对亲属关系来说，这种分化足以产生稳定的对应和组合。但是，这些对应和组合仍表现出一定数量的困难，其中重要的一点是对应和组合仅限于被试本家族之内，而没有概括出一个抽象的模型。

Joa（6;9） Joa使用如“对那个孩子来说，他（爸爸的爸爸）是祖父”这样的公式对他的家族进行了精确的描述。但是，在尝试任意模型时，他绕到最后让同一个人有了两个父亲。“你有叔叔吗？”——“有，阿芒德。”——“阿芒德的爸爸是谁？”——“不知道。”——“他有兄弟吗？”——“有，但是我不知道是谁。”相对的是，一会儿后：“你爸爸的兄弟是谁？”——“我叔叔和姑姑。”——“你叔叔和姑姑的爸爸是谁？”——“爷爷和奶奶。”——“你有堂兄弟吗？”——“有。”——“你堂兄弟的爸爸是

谁?”——“他是爷爷和奶奶的儿子。”——“那么,他们只有一个儿子吗?”——“是的,就像我一样。”——“如果你有一个兄弟,那他也有一个兄弟吗?”——“没有。”——“你不是你兄弟的兄弟吗?”——“我是。”——“你的堂兄弟有堂兄弟吗?”——“没有。”——“你明白‘是某某的儿子’(的意思)吗?”——“不明白。”——“谁是你祖父的儿子?”——“他们是我爸爸、叔叔和姑姑。”

Vir(6;9) “你妈妈的爸爸是谁?”——“我外公。”——“你的阿姨是谁?”——“这不好说。可能是我爸爸或妈妈的妈妈,(不对)是我妈妈的姐/妹。”——“她有孩子吗?”——“有,一个女孩(等等)。他们是我的表兄弟和表姐妹。”——“你的叔叔是谁?”——“这不好说。可能是我爸爸或妈妈的姐妹的丈夫。”——“你的表兄弟和表姐妹有外公吗?”——“有,我日内瓦表兄弟的外公和我的一样。我(其他的)表兄弟的也和我的一样。”——“每个人都有外公吗?”——“我想是这样的。不过,你不是必须有。”——“你的姐妹有姐妹吗?”——“没有……但是当然,有我!”——“你的表姐妹有表姐妹吗?”——“不知道。不管怎么样,我不认识她。”——“那么,你是吗?”——“啊哈,是的。”——“你表姐妹的阿姨是谁?”——“我不清楚是不是有这样一个人。”——“你妈妈,她是你表姐妹的阿姨吗?”——“当然是。”然而,后来,实验者问:“谁是你表姐妹的阿姨?”——“那要看情况了。在法国的那个,我不认识。在日内瓦的那个,我表姐妹的妈妈是我妈妈的姐妹的女儿的妈妈。”——“那么?”——“啊哈!是我妈。”——“你阿姨的爸爸是谁?”——“这肯定很容易,不过……”——“你爸爸的姐妹的爸爸是谁?”——“我爷爷。”

Yve(7;10) Yve说,他祖父的儿子是他父亲和叔叔。“你兄弟的叔叔是你的叔叔吗?”——“不是。”——“对你爸爸来说,你叔叔埃迈尔是什么,是他的堂兄弟还是兄弟?”——“……”——“是他的兄弟吗?”——“不是。”——“是你妈妈的兄弟吗?”——“不是,我的舅舅劳劳才是。”——“谁是劳劳的爸爸和妈妈?”——“外公和外婆。”——“你的爷爷也是安德鲁的爷爷吗?”——“不是,他爷爷是另外一个人。”——“你爸爸的爸爸是什么?”——“不知道。”——“你叔叔的儿子是什么?”——“不知道。”——“你叔叔埃迈尔的儿子呢?”——“是马克。”——“那么,马克是什么呢?”——“我的堂兄弟。”

Den(7;6) 除了把她祖父说成是她姑姑的丈夫外,Den对她的家庭成员作出了相同的反应。“爸爸和丈夫是一回事吗?”——“是的,丈夫,对孩子来说,他被叫作‘爸爸’。”然而,当实验者转向抽象图式(schema)[①]时,她就找不着北了。对B的父亲A和B的兄弟C,她得出A是C的母亲,诸如此类。

San(7;3) San承认她堂姐妹的父亲是她的叔叔,但是她父亲不是她堂姐妹的

① 依据皮亚杰在《知觉的机制》的英译本(New York:Basic Books,1969,p.ix)中对格式(schème)和图式(schéma)的讨论,我们保留了它们的区别。在“作者序”中,皮亚杰指出,格式对应的是一种概括化的运算工具,而图式对应的是一种形象的或地形图似的图解。大多数译本没有保留这种区别。

叔叔："我不清楚。我不能肯定。"

Ino(7;3) Ino通过摆放箭头对他的家庭进行了正确的描述。"我爸爸的爸爸是爷爷。外公是妈妈的爸爸，几乎是每个人的爸爸(犹豫)。这不是同一个人，确实不同。外公只是妈妈的，我有两个祖父。"——"另一个祖父有几个孩子？"——"三个。我妈妈、我舅舅，另一个是……我阿姨。"——"你妈妈和阿姨，她们相互之间是什么？"——"她们是两个女儿。"——"你，例如，你和你妹妹有同一个爸爸吗？"——"当然。如果你们没有相同的爸爸，你们不会是兄弟和姐妹。"——"那么，你的阿姨呢？"——"她是我妈妈的妹妹。"——"你有表姐妹或表兄弟吗？"——"有。"——"他们是谁的孩子？"——"我阿姨的。等一下，不是……嗯，是的。"——"你，对你的表兄弟来说，你是什么？"——"妈妈的儿子。"——"对你表兄弟来说，你妈妈呢？"——"她是他的阿姨。我终于明白了。"——"他有表兄弟吗？"——"当然有，我。"——"如果你有一个兄弟，谁是你兄弟的兄弟？"——"我不明白。"——(实验者把问题重复了一遍)——"可能是我表兄弟。"——"你爸爸的兄弟是谁。"——"是我。不对，我要想想看。一个表兄弟，可能，肯定是。啊哈，不对，他是我叔叔。"——"你知道侄儿是什么吗？"——"是两个堂兄弟。你可以说堂兄弟和侄儿。不对，爸爸和妈妈说侄儿。对我，他们是堂兄弟。"——"侄儿的叔叔是谁？"——"是我叔叔。"——"你肯定吗？"——"不，是另外一个人。"——"不是你爸爸吗？"——"不是，我从来没有听那样说过；我也从来没有那样看到过。"——"你妈妈的一个兄弟可能比你小吗？"——"可能，即使他非常小，他仍是我的叔叔。"然而，在这样出色的推论之后，他颠倒了这种关系："不对，我不可能是我侄儿的叔叔，他和我一样大，他也是我的叔叔。"

Fab(7;6) 通过对紧邻的关系使用正确的双重箭头，Fab对她自己的家庭作出了上佳的反应。她还把"叔叔"与她父亲的兄弟结合在一起。然而，对A是B的兄弟和B是C的叔叔这样的抽象图式，她不能找出A和C之间的关系。当她说A是C的儿子但又意识到叔叔的兄弟不是他的儿子时，她已接近正确答案了。通过说"C是A的朋友"，她避开了这个问题。随后，她假设A是"C的爸爸"。——"你肯定吗？"——"不。"——"那么？"——"他是C的哥哥。"对A是B的父亲和B是C的父亲这一情况，她碰到了相同的困难。她没有作出反应："如果C是你呢？"——"他是我的爷爷。"——"那么，如果无论C是谁，而A是B的爸爸和B是C的爸爸情况又如何呢？"——"你必须说出C是谁，否则你不知道该使用什么箭头。"——"它(C)是任何一个名字呢？"——"他是A的兄弟！"

Mir(8;6) Mir对她自己的家族成员给出正确的组合，但是最初不知道侄子这一词，不过随后完全理解了。然而，对图式"B的父亲A和C的父亲B"，她的解释是："它是一个爸爸和两个孩子。"随后，当实验者问箭头上写的是什么时，她说："我不清楚，那里没有三个爸爸！"只有将A，B和C之间的关系转换成她自己家族成员

的名称后,她才取得成功:"啊哈,它是爷爷。"对其他图式也产生了相同的错误。"B是C的儿子"最初被读成"C是B的儿子"。但是,用一种纯语言的方式(爸爸的爸爸是谁,X的爸爸是谁,爸爸的兄弟、叔叔的儿子、兄弟的爸爸、爸爸的儿子是谁等等)问她时,除了对"儿子的儿子",她说"不知道"之外,她所有的回答都是正确的。取得这些成功的原因似乎有两方面。一方面,她把每个问题都转换成了个人的语言:"那是我的爸爸、我的兄弟"等,甚至"我的侄儿"。另一方面,这些语言表述隐含着一个方向(y的x),而如果一个人没有对那些箭头进行充分的思考,它们不会自动反向(参考前面提到的父亲和儿子之间的混淆)。在另一个测试中,实验者呈现了用箭头连接的四个名称,而箭头进行了部分的排列,要求被试发现它们的等价关系。对此,Mir无法作出决定。

大量考察水平IB的个案是有用的,因为它们如此生动地展示了内态射水平的对应与间态射水平的对应之间的差别。事实上,前一种对应只涉及通过读取可观察物来记录一个系统内的对应,而后一种对应包含组合。在比较两个或更多的系统时,这一点表现得尤为明显。让我们就从这些比较开始。当然,在目前这一水平上,它们是缺乏间态射水平的对应的。引起我们极大兴趣的一点是,当实验者用任意个体A,B,C——它们通过标有对应关系的箭头连接在一起,而这些对应关系与儿童已经掌握的自己家族成员间的对应关系完全相同——替代他们自己亲属的名字时,这些被试显得非常茫然。因此,尽管Joa不"明白""……的儿子"这种措辞的意思,但是当实验者谈到他祖父时,他立即指出他祖父的儿子是谁。Yve也不"明白""叔叔的儿子"这种措辞的意思,但却立即指出Marc是"叔叔埃迈尔的儿子"。对图式"B的父亲A和B的兄弟C",Den得出的结论是,A是C的母亲。Fab也纠缠不清,并坚持认为"你必须说出C是谁(意思是必须赋予C一个其家族成员的名字),否则你不知道该使用什么箭头"。当C作为一个任意的标签时,Fab就犯糊涂了。Mir理解用语言表达的且能同化于其家族中的亲属关系,但是她没有掌握用A、B和C表示的图式,而且颠倒了箭头的方向。那么,造成这样的原因仅仅是因为这些模型是"抽象的",即使实验者用清楚且完整的语言向儿童说明了那些箭头代表的关系。事实上,差异另有所在;也就是说,这些图式需要组合(C通过A与B之间和B与C之间的关系被组合起来)。与之相对的是,在儿童自己的家族中,这些相同的对应或多或少更易于表述,因为它们在这点上很少依赖组合。在那种形式上,它们只是一种知识的产物,而这些知识的获得得益于日常的交往和儿童已经掌握的普通词汇库。

事实上,这类内态射水平的对应仍存在漏洞,这具体是指在组合中的错误。最容易建立的对应是那些遵循亲嗣关系顺序的对应。毕竟,从结构的观点来看,那似乎是最正规的,因为亲嗣关系是转换之源。但是,甚至在6岁9个月时,Joa仍说:"对那个孩子来说,他(他爸爸的爸爸)是祖父。"而Vir说他是爷爷。没有事实可以证明其中涉及组合。它只是个有关为孩子所熟悉的人之间关系的问题。在概括化产生之前,对叔叔的父亲(Joa)和阿姨的父亲(Vir)的迟疑支持了这一点。尽管那样,Vir不相信你"一定

会”有祖父。甚至8岁6个月、已经掌握了用语言表述所有亲属关系的Mir也不能把“父亲的父亲”颠倒成“儿子的儿子”。然而，概括地说，那里存在关于祖父母的满射：被试的祖父母也是兄弟和堂兄弟的祖父母，而且最终还是父母、叔叔和阿姨的父母。

相对的是，平行对应（同级满射）明显更难建构。兄弟关系仍不是立即可以互反的（Joa等）。作为发展最超前的被试之一的Ino甚至说，如果他有一个兄弟，那么他兄弟的兄弟可能是他堂兄弟。堂兄弟这种关系明显更难。Yve不“明白”“叔叔的儿子”是什么意思，必须对他说出名字，他才知道他的兄弟是谁。对父亲的兄弟，Ino徘徊于叔叔和堂兄弟之间。Joa不知道谁是叔叔的兄弟，尽管他后来说出他父亲的兄弟是他叔叔。Yve的叔叔埃迈尔既非他父亲，也非他母亲的兄弟；此外，Yve不承认他兄弟的叔叔也是他的叔叔。Vir先肯定了她母亲“确实”是她表姐妹的阿姨，不过随即就忘了。对“你表姐妹的阿姨是谁”这个问题，她用一个漂亮的半同义反复的组合进行回答：“我表姐妹的妈妈是我妈妈的姐妹的女儿的妈妈。”对San来说，她堂姐妹的父亲是她的叔叔，但是那并不暗示她的父亲是她堂姐妹的叔叔。Ino在界定他父亲的兄弟的身份时，也在叔叔和堂兄弟之间举棋不定。

四、水平Ⅱ：间态射水平的对应

总的来看，间态射水平和内态射水平的对应的区别在于前者借助的是具有推论性和必然性的组合，而非前一水平上的那种经验的和不完全的概括。这种进步最初表现在两个紧密联系的方面。首先，我们见到一种从三个（接着是四个）任意个体A，B，C（和D）中的两种（接着是三种）对应关系出发来创造新对应的能力。其次，被试建立自己家族中的所有对应关系。随后，出现了对相同系统之间的同构的认识，即使当那些关系以不同的方式呈现时也如此；出现了从关系项A，B，C和空白箭头中建构一个连贯系统（coherent system）的可能；或多或少实现了将所有对应简化为一种或两种类型；在对称的情况中，出现了视角的互反。

Nat（9;10）　Nat仍在A，B和C的不同群集中摸索，但是他最终在每种情况中都获得了成功：B的父亲A和C的父亲B得出C的祖父A；B的兄弟A和C的父亲B得出C的叔叔A；而对B的儿子A和C的叔叔B，他开始认为：“这行不通，因为我不是我叔叔的儿子。”接着，参照他自己的家族：“啊哈，他是A的堂兄弟。”①诸如此类。

Sol（9;6）　对A与B之间的两个互反箭头和对一个箭头从A到C和一个箭头

① 因为皮亚杰说Nat在每种情况下都取得了成功，而且因为任务是推算A和C之间的关系，所以我不得不把在这个第三种情况中给出的关系从$A\xrightarrow{b}B\xrightarrow{u}C$变为$A\xrightarrow{s}B\xrightarrow{u}C$。如果不改变，根据原文，则A和C之间的关系可能是$A\xrightarrow{f}$或$A\xrightarrow{u}C$，那么Nat的回答将是错误的。

从B到C:"它可能是两个女孩(A和B)和一个男孩(她们的兄弟C)。"对A→B→C和D→B,她设想A和D是B的儿子,而B是父亲C的兄弟。那么,A和D将是C的女儿(Sol自己)的堂兄弟。她想到了:"但是我违反了游戏规则。"回到给定的情况下,她认定C为B的兄弟。对两个家庭,家庭Ⅰ(B的父亲A,C的叔叔B和C的祖父A)和家庭Ⅱ(C的叔叔A,B的孙子C和B的儿子A),她最初只看到了二者在叔叔关系上的相似,随后她在"孙子"箭头上填上了它的互反项"祖父",此外儿子则用"父亲":"现在绝对没有任何差别。在……之前,它不是同一个词。"

Pau(9;10) 对B的父亲A和C的兄弟A,Pau立即说出,B和C之间在一个方向是叔叔的关系,而在另一个方向上是侄儿的关系。"爸爸的兄弟的侄儿是谁?"——"可能是我、我的一个兄弟或爸爸的另一个兄弟的儿子。"因此使用了非传递性组合。为了将对应关系简化为"父亲和儿子",对叔叔,他说:"他是他爸爸的儿子,但那也可能是我爸爸。"——"堂兄弟呢?"——"那里有我的爸爸,你必须上下移动:爸爸、祖父和有一个儿子的另一位爸爸。"

SCA(10;6) Sca最初说叔叔并不必然是某人的兄弟,不过随后修正了他的观点。"所有的侄儿都有一个祖父吗?"——"那当然,它是强制性的。侄儿的爸爸是祖父的儿子。"——"那么每个人都有一个吗?"——"是的。"对将A,B,C连向D的三个空白箭头,他假设是三个叔叔或三个儿子。

Ant(10;9) Ant成功地摆好了四个人之间的部分箭头,如A是B的叔叔和C的祖父。接着,他把"爷爷"放在C和D之间。"从A到D呢?"——"是祖父。啊哈,不对,是曾曾祖父。"但是他没有找到B和D之间的关系。对此,他说:"那里没有关系。"进行了父亲和儿子的简化:"叔叔是我爸爸的爸爸的儿子。"——"侄儿呢?"[①]——"(他重复了一遍前面说过的话)啊哈,不对。你必须向下移。它是除我之外的我爸爸的儿子的儿子。"——"或者另一种方式呢?"——"我爸爸的儿子的儿子,但不是我的儿子。"——"你堂兄弟的堂兄弟是谁?"——"我堂兄弟或我自己。"——"全了吗?"——"或者仍是另一个堂兄弟,直至无穷。"——"或者?"——"或者我的兄弟。"

Ste(10;5) Ste轻易地完成了三个关系项A,B和C的组合,但面对四个时出了错,但是在加入了第五个之后又取得了成功,而且其中只使用了兄弟、叔叔和侄儿这些关系。对按A→B→C和E→D→B顺序排列的空白箭头,她没有使用兄弟关系,因为它们需要互反性。她也没有使用父亲的关系,因为B将有两个父亲,但是她保留了儿子关系。对两个家庭,家庭Ⅰ(B的父亲A和C的叔叔B,仍是要求找出A和C之间的关系)和家庭Ⅱ(A的儿子B和A的孙子C),Ste找到了第三种关系,并得出结论:"它是相同的,但是在Ⅱ中,它们(箭头)朝另一个方向。"

Den(10;6) Den通过引入叔叔、堂兄弟及孙子的关系,成功地放好了一棵家

① 从Ant作出的反应来看,仿佛问题是:"你的侄儿呢?"由于法语标识所有格式的问题,我们不清楚问题是否就是这样,还是由于Ant把问题同化到了他个人的情况中。

族树上的所有箭头;在这棵家族树上,A是B和C的父亲,B是D和E的父亲,而C是F的父亲。

这些反应与内态射水平的对应的差异是明显的,而我们首先关心的问题是产生这种差异的原因是什么。人们可以假设,原因在于被试已经获得的关于其家族的补充信息。这种信息随后可以通过创造出它与在A,B和C等中的任意排列之间的同构来加以概括。然而,就被试的亲属而言,引起我们极大兴趣的地方在于被试提供的信息具有建构和经验的特点。这点在同级满射的非传递性方面表现得尤其明显,因为一个人在日常生活中难得用到它。尽管前一水平的被试在称呼他们自己为其兄弟的兄弟上仍有困难,而且在称呼他们自己为其堂兄弟的堂兄弟方面的困难甚至更大,但是现在我们看到9岁10个月的Pau给出了其叔叔的侄儿的可能范围,而10岁9个月的Ant给出了其堂兄弟的堂兄弟的范围。这种同级满射在平行维度上的跨越或延伸证实了一种新认识的存在。这的确部分得益于儿童自己家庭的提示,但是它立即被当作一种一般结构。接下来要讨论的是源自最近的共同祖先的代的层级内包(inclusion)。对Ant来说,这个共同祖先是曾曾祖父,但它通常是祖父。回想一下,Vir不相信祖父的存在是必要的,而Sca(10;6)宣称祖父扮演的是建造者的角色,"它是强制性的",即使他现在已经死了。换言之,这里存在关于一系列关系和对应的证据。而这些关系和对应已经成为必然,因为它们在推论上以一套表现为亲嗣关系形式的转换系统为基础,而那些亲嗣关系实质上是通过一个共同祖先的后代来产生的。正是那些具有建构性结构(它使对应关系变成可组合的)的对应关系的这种支持,同时解释了在理解一个人自己的亲属关系和将它们概括到任意家庭方面的进步。在这两种情况中,进步都包括了以一组可能的对应关系为基础进行的推理,而这种推理不再以被试与其家族成员的实际关系为基础。这种从有限的现实向无限的可能(在是堂兄弟的情况中,Ant称之为"另一个堂兄弟,直至无穷")的转变自然隐含着对一个人自己观点的去中心化(decentralization)[①]的预备条件。这开始于一种互反关系,而这种互反关系使每个箭头对应于其反方向的等价关系,例如使侄儿对应于叔叔等。与前一水平的那些反应不同,正是这种过程(它在前面引述的被试身上发挥着作用)最终会产生视角的互补替代和一般协调。也正是这种过程使先前无法解决的问题(如个体A、B和C等等之间关系的组合,或箭头内容的具体化,或通过不同的箭头排列使家庭等价等)得以解决。

五、水平Ⅲ:趋向超态射水平的对应

原则上,间态射水平的对应应该足以应付任何组合,但是它们仍必须从属于一个一般的树结构。此外,被试必须明白这种树结构协调的不只是一些,而是所有对应。在这

① 无论出于何种原因,皮亚杰用décentralization,而不是décentration。

方面,回想一下Ant的情况,当向他呈现一个复杂的结构时,他推断出了它的一些对应关系,但对于两个远亲却说"那里没有关系",并强调"没有,我是说没有任何关系"。这种反应明确表明这种一般系统的缺乏。这是因为事实上有三种态射在起作用。第一种是满射,例如,当A和B等与一个共同的祖先X有相同的关系时的情况。第二种是对称的同级满射,它与A和B等之间的关系有关。第三种被我们称为"非对称的满射",如在叔叔关系中,叔叔和侄儿都源自相同的祖先Y——Y是叔叔的父亲和侄儿的祖父,但是叔叔和侄儿之间不存在直接的亲嗣关系。这相当于说平行关系在这种情况下不是水平的,而是斜向的,因而不存在关系项之间的对称同级满射。因此,正是叔叔、侄儿和第n级堂兄弟使关系变得越来越复杂,尽管一直可以用意义明确的形式来表达那些关系。对这一点进行补充说明的是这样一个基本事实,即这种终点的单一性与结束于同一点的、可能的运动轨迹的多重性合而为一。如果A是B的叔叔,他不仅是B的父亲的兄弟,而且是B的堂兄弟的父亲(延长箭头使其跨代后,他是B的祖父的儿子,或者是B的堂侄[1]的祖父,等等)。从一个亲戚到另一个的不同路径易于在叔叔和侄儿之间建立起来,但是随着个体之间亲属关系的疏离程度的增加,它们变得越来越复杂。依据婚姻关系抽取出的亲属关系的共同形式是:

$$x \downarrow g \overset{c}{\longleftrightarrow} y = x \overset{c'}{\longleftrightarrow} \downarrow g' \; y \qquad (1)$$

其中,g和g'=代,而c或者c'=水平间距。而且自然能对它们进行推算。超态射水平的态射是那种可以根据一种一般结构进行推算的态射,而这种一般结构控制和蕴涵着所有的态射。它们与相邻元素之间的那种特殊的间态射水平的组合不同。因此,非对称的满射和同级满射,对对称的满射、同级满射及它们通过不同但收敛于某一点的路径进行的组合的依附性,应当视为超态射水平的特征。尽管如此,这仍是一个过程的问题。因为这种结构在关系的级数n上是不确定的,所以12岁至15岁的被试只有假定它,从而将自己局限于某种有限的子结构中。不过,这些也达到了一定程度的概括。下面是三个例子,其中第一个仍处于水平Ⅱ和Ⅲ之间的过渡状态。

Cha(12;1) 对A和B之间的空白双箭头和从A到C,B到C,A到D,A到E,B到D和B到E的单箭头:"A和B是兄弟;C,D和E是女孩(姐妹)。"对A和B一起指向C和C指向D:"A和B是C的阿姨,而C是D的阿姨。对叔叔来说也是一样的。"——"儿子呢?"——"不行,那样他会有两个爸爸了。行,那样可以。"——"爸爸呢?"——"不行。"——"祖父呢?"——"可以。"实验者给出家庭Ⅰ和家庭Ⅱ:在家庭Ⅰ中有1,2和3三兄弟;而在家庭Ⅱ中,4和5是6的儿子,6是7的儿子。要求被试增加两个人,从而使这两个家庭成为一个大家庭。他增加了2的兄弟8和6的父亲9。接着,他指出了起作用的所有对应关系。不过,"间接的满射"仍未发挥作用。这种满射使事情变得更容易,即家庭Ⅰ仍保持三角形状,家庭Ⅱ仍保持一个箭

① second-degree nephew,我不能确定英语中是否有这样的用法。被描述的关系是准确的。通常说英语的人会说二级堂兄弟、堂叔/伯(first cousin once removed)或嫡亲堂叔/伯(german cousin once removed)。

头的形式，而没有融合成一棵树。

Ver(14;2)　对同样的家庭Ⅰ和Ⅱ，Ver增加了8和9，其中8是兄弟1，2和3的父亲，而9既是8的侄儿，也是家庭Ⅱ一个成员的表兄弟。接着，她正确地指出了包括表兄弟、叔叔和孙子在内的所有关系。主试要求她只用标识有“的父亲”的箭头来替代已有的箭头，但是不能改变已经指明的亲属关系。这需要把它们纳入一种树结构中。她毫不困难地做到了这一点，而且没有改变原有的空间布局，但是随后发现差了一位父亲。于是，她添加了10来充当这名父亲，从而建立了正确的关系。

Ren(15;6)　Ren从家庭Ⅰ和Ⅱ开始，作出了相同的反应。她用9把它们联结起来，而9是家庭Ⅱ中一位成员的侄儿；同时也是8的孙子，而8又是家庭Ⅰ中一位成员的叔叔。她最终形成一个更为复杂的总系统，并正确而详细地描述了这个系统中的互反关系，其中包括叔叔和叔公，以及它们之间的一个箭头，她说：“这是一种我不熟悉的关系。它是父亲的堂兄弟(二级堂兄弟)。”为了把这个系统转换成“的父亲”形式的对应关系，她增加了两个人，10和11，但没有改变原有的空间布局。所有事情都做得完美无缺。对于这一点，她说，“你可以用别的方式排列它们，当你在故事中需要这样做的时候”，但是她当时没有觉得有这样做的任何必要。

因此，我们发现，如果Cha只是通过增加一个兄弟和一个父亲来使任务变得更简单，那么Ver和Ren，尤其是后者则一点不怕复杂，他们引入了会产生“非对称满射”的关系项。这使得所有组合成为可能，包括Ren称之为她“不熟悉”的那种关系；也就是说，一种她不知道名称的关系。在这些个案中，被试确实获得了一种一般结构。当他们甚至不觉得有必要通过树状图形来表征“故事”中的亲属关系(如Ren所说的那样)时，这一点就显得更明确了。

最后，为了解释本章中识别出来的连续水平的对应，我们首先必须强调它们与第一至六章中发现的那些事实之间的显著差异，这种差异正是这两类事实的区别所在。在那些研究中，实验者要求被试操作物体，然后从由他们造成或在他们面前的转换中提取出态射关系。然而，在本研究中，没有使用任何转换(除预先给出的那些用于建构出不同世代的情况之外)。结果，被试建构的态射只涉及对已经给出的关系进行组合，而这些关系是可观察的(在他们自己的家庭中)，或是可以从将假想的个体A，B和C联结起来的态射中推断出来的。尽管这种显著差异是在实验情境中的，然而在当前这种情境中，我们又一次发现了内态射水平的、间态射水平的和超态射水平的对应这种惯常的序列。第一种对应仅应用在一个人自己家庭中可观察到的个体；第二种对应通过观察不到的个体而合成；而第三种对应作为一种可以自由和随意组合的一般结构的函数，以概括的形式推算出来。但是，如果想要发现相同的建构过程的话，那么也需要证实在前几章中获得的结果中发现的这些步骤的滞后。对一个人自己家庭有效的内态射水平的对应无论看似多么简单，然而在前运算水平上，儿童对它们的误解却令人吃惊，而且在具体运算水平的开始阶段，儿童对它们的掌握程度也相当低。至于间态射水平的形式，只

有大约到9或10岁时,它们才被获得。毫无疑问,造成这样的原因是因为除纯逻辑形式的建构外,在其他建构形式中都缺乏转换。因而,这些滞后似乎证实了态射对转换结构的依附关系。

我们仍需要详细说明的一点是,在超态射水平上,亲属关系的态射构成了一个范畴。正如魏特曼用麦克莱恩的赞美之辞指出的那样,"群集"可以置于"特殊的范畴"形式之中。正如我们在关于具体运算的著作中指出的那样,亲属关系群集是所有群集中内容最丰富的一种,而且它的组合也是最富于变化的。综合来看,这些事实表明,亲属关系群集的产生(我们刚刚回顾了它的产生步骤)代表着心理学意义上的"具体"范畴的形成。

第八章 一个推论性对称的特例：阅读一张倒置的道路图

J. 皮亚杰
A. 卡米洛夫-史密斯（A. karmiloff-Smith）

对称构成了一种看似复杂的对应。一方面，它是同构的一种变式；另一方面，它又包含着方向的逆反或者始于某点或轴的顺序的逆反。例如，按从左向右或从上到下顺序排列的ABC的对称项仍是ABC，不过它的排列顺序则变成了从右向左或从下到上。当这种逆反需要建构时（特别是在本章要研究的情况中），它可能出现问题。然而，由于图形对称从形状的角度来看对应于一种知觉上的"良好图形"，以至于它在幼儿身上不仅出现得很早，而且还很普遍。这种情况不仅反映在幼儿自发的绘画中，而且当人们要求他们以一种"良好次序"来排列一些长短不一的小棒时，也反映出这样的情况。在这种情况中，幼儿不是按序列，而是按对称的形状来排列它们的。类似地，为了使天平平衡，在想到使天平两边的重量相等之前，他们往往寻求空间上的对称。诸如此类，就不逐一而论了。

然而，我们在本章中提出来研究的则是一个必须对逆反进行建构的对称问题。具体地说，就是阅读一幅上下颠倒的道路图。我们的一位同事在一次偶然的观察中发现，儿童会自发地提出这样的问题。有一次，她开车带着一名约4岁大的男孩行驶在一座大城市边缘的一片陌生区域。在行驶途中，为了不至于迷路，她不时地看一张标注详细的地图，而在她每次这样做的时候，她都向这名儿童解释地图和那些街道、广场或建筑物之间的对应关系。当他们开始返程时，这名男孩立即问了这样几个问题："我们有一张回去用的地图吗？如果我们没有的话，我们怎么回得去呢？"这些问题凸突显了需要依据对称来完成的逆反与运算可逆性之间的关系，而且这种对称并不单单是形状的对称。

一、装置与方法

首先，实验者向儿童呈现一幅绘有他所在的区（半乡村式的）、他的学校和家等地方的小地图，并且检验他对它的理解程度如何。接着，让他转而观察15cm×24cm的实验地

图。这张地图上绘有一条由一片树林通往海滩的道路，而这条路由许多非常不规则的发夹型曲线组成，其中的六条路细看起来显得尤其崎岖不平。此外，这条路上还有七个两岔路口，其中一条是通路，而另一条是死胡同，而且在路边或离路不远的地方还不规则地散布着一些参照点。在介绍了第二幅地图后，实验者拿出一大卷裹着的纸（0.7m×4m），上面画着"真实的道路"；他为儿童展开约30cm，并在上面放一辆小车。儿童必须将这辆小车从森林开到海滩。那条真实道路会非常缓慢地展开，而且走过的部分又会重新卷起来，因而在认定哪边是死胡同之前，被试必须在岔路口作出选择。儿童必须不断建立真实道路与地图之间的对应。因此，他会发现自己所处的情境与司机类似，只能通过地图才能同时看到整个行驶路线，而在实际活动中却无法做到这一点。在那些岔路口中，一些是从左到右的，而另一些则是从上到下的；对一些路口来说，利用标志（河流、树木、房屋）会使选择更容易；而对另一些来说，对称是唯一可用于解决问题的工具。然而，对所有的岔路口来说，如果儿童想确保不犯错，那么他必须查看地图。在没有岔路的时候，或换言之对简单曲线而言，他无须查看地图。地图上的每个岔路口均用不同颜色的小点标明。这些不同颜色的小点有助于儿童理解规则（protocol），并且可以为儿童提供一种表示岔路口顺序的空间标志。真实道路没有标记色点。

这里要特别注意的是，地图是以与真实道路相反的方向呈现的，而且是粘在桌上的。被试既不能转动地图，也不能转动真实道路。他可以站起来走到适当的位置去查看地图，但之后必须返回原来的位置，以便驾驶小车。换言之，它是一件关于"在脑子里转动地图"（这是一位儿童的原话）、确定他所在的位置（地图与真实道路之间的双射）和颠倒曲线方向（上→下，左→右）的事。我们以右边在上的方式向三个5岁大的年幼被试呈现地图。在要求作逆反之前，他们的反应展示了某些与对应问题相关的有趣特征。

二、内态射水平

首先，这种初级水平包括处于水平IA的被试的反应。在地图右边朝上时，这些被试甚至无法完成真实道路的一点与地图上对应点之间的简单双射。这样的反应局限于两个起点和两个终点之间的对应。在水平IB，中间点之间的双射被获得，但不是方向的反转。下面是几个水平IA的例子。

Sop（5；4） 地图右边朝上时，对海滩附近的岔路口，Sop都转对了。但是，她只是随意地看了看地图，或者根本不看它。"你在地图上的什么地方？"——她指着整条道路。在一个中间点时，她转错了方向，接着自己改正了，不过并没有看地图。"在那里（中间点），你在地图上的什么地方？"——她从森林出发，沿着地图走到了一个完全不同的点："在那里！"实验者给她指出她在哪里，并重新解释了地图的意义，但直至结束，她也始终没有参考过它。

Mor(5;7) 地图上下颠倒时,Mor通过尝试错误的方式在真实道路上胡乱地走了一通。当然,当实验者要她指出她在地图上的什么地方时,她出错了。在把地图摆成右边朝上时,她对地图的参考有所增加,但最终却走到了死胡同上,因为她不知道如何使用它:"啊哈!我已经很专心了。"当实验者要她指出她在真实道路上的那个地方是地图上的哪里时,她指着大的曲线,而没有在意那些彩色点。

一个水平IB的例子。

Oli(6;10) 地图右边朝上:"在去你想去的那个地方时,如果走错了,你可以看地图来改正它。"在地图上下颠倒时:"在这里(地图),海滩在上面,而在那里,它在下面。"在点7附近:"你在哪里?"——他看了地图很长一段时间。"在这儿。"这是正确的,但他转到了错误的方向。——"为什么去那边?"——"为了去海滩。"表明他混淆了上和下。在点3附近:"你在哪里?"——长时间的等待后,他转向了正确的方向。——"为什么在那边?"——"因为这边比那边更弯……啊哈!不对。"他换到另一边,结果走进了死胡同。点4:"你在哪里?"——"在那里。"然而,他又一次走错了方向:"在那里,它像一个三角形,在那里它是弯曲的,在那里它是直的,在那里它转得更大,所以在那里(错误的)。"点6:"我在这里(正确的)。"他准备转向错误的方向,但他转动了一下自己的手(对反转的首次尝试),选择了另一个方向。"为什么?"——"因为在那里,(真实的)路更直,在那里要稍微弯一些。"等等。

我们对水平IA的反应无须置评。在Oli(水平IB)身上,我们看到,尽管他清楚说明了反转的原则,并且通过短暂地转动手来试图应用它,但是在确定其旅途中的各个点在地图上的什么地方时,他仍有困难。特别有趣的一个事实是,为了知道自己随后的行动,他只考察了道路的弯曲程度和样式,而全然不在意它是朝上还是朝下的。因此,他的决策只是他在地图上真实所见物的函数,但是他行动起来仿佛地图并不是上下颠倒的,以至于他每次都走进死胡同。

三、间态射水平的对应

当地图上的点与真实道路上的点之间的双射和位置的反转都出现时,亦即出现对称式对应时,我们可以认为此时的协调是间态射水平的了。这是由于其中包含了真实的组合,因为这里的两种双射显然不同于那种一个同构仅仅只是另一个同构的延伸时的情况。确实进行了组合(与直接知觉到的图形对称相反)的最佳证据是间态射水平的对应并非一蹴而就的。它并非来自被试记住了地图是"上下颠倒的"这一单个事实,而是孩子们一步一步取得的。在水平ⅡA,事实上被试只是以局部连续的方式来实现反转的。这解释了为什么他在每个新的岔路口都必须重新建构反转。此外,他不是进行抽象的运算,而是进行诸如转动手、头,或者有时是整个身体这样的运动。

Ger(6;9) Ger最初犯了两个方向错误，并得出结论："这张地图是完全错误的。"——"不，它是正确的。"——他把手转动了几次："不，它是正确的。它通往树林。地图是上下颠倒的，我忘了。"在随后的参照点上，他立即进行了反转，而且当实验者向他建议错误的路线时，他拒绝了，因为"那张大纸(真实道路，而非地图)是上下颠倒的!"在后一个岔路口，他犹豫了很长一段时间，并转动他的手，但仍出了错："啊哈！我忘了房子在哪一边儿了。"

Cam(7;11) 在每个岔路口，Cam都要转动她的头或整个身体，进行最大可能幅度的运动。然而，所有这些都没能阻止她一开始就犯错，尽管她进行了正确的反转。不过，从点5开始，她成功完成了每一件事。另一方面，当实验者在她看到房子等并做出行动后问她时，她的回答是："当你看到房子时，它在你必须转去的那一边上。"——"不是相反的一边吗?"——"不是……是的，是的!"

Bul(7;3) Bul最初没有进行反转。在点2时，她走到了死胡同上，"因为它和地图上的一样"。——"那是怎样的?"——"因为在这边(向左)，它是不通的，而在那边它是通的。(对它进行尝试)我走错了路。你认为它(左边)是在这边(地图上的左边)，但它却是在那边(右边)。"随后，在点3，她利用树林的地形标记取得了成功，而那片树林是必须通过的。在点5，她利用房子做了同样的事情。在点4，她利用了"一个大的山丘，像地图上的一样"。但在终点，她仅仅根据对称通过转动自己的手来行事："它不在同一边；它翻转过了(她在椅子上转了一圈)。"

这些反应处于内态射水平的和间态射水平的对应的中间状态。在对称需要构建时，正如一步一步地走过那条道路时所需要的那样，被试的反应说明了由反转的双射显示出来的种种困难。Ger最初忘记了那张地图是颠倒的(他称它是"完全错误的")，接着修正了自己的看法，并且宣称他自己的行走轨迹是"上下颠倒的"。然而，他是个例外。除了Ger，这些被试都意识到需要反转。然而，这里涉及的仍只是一种动作格式，而没有出现有关一般程序的意识。在点5和8上取得成功后，Cam走得如此之远，以至于说她自己已经转到了与地图上相同的一边。因此，这种动作格式的限制性特征表现在三个方面。首先，当充分参考了地形标记(Bul个案中的树林等)，或道路的"隆起"和特殊轮廓，并且不需要格式时，它没有被使用。其次，对每个岔路口，动作的调整都产生一个新问题，因为解答是局部连续的，而不具有一般性。这就是为什么被试会犯这么多错的原因。最后，反转还远未达到可在概念水平上加以概括推广的程度，以至于被试需要通过实际的姿势，如转动手、头或者整个身体等来模仿它们，因而双射的反转是根据种种无须进一步符号化的实际动作来概念化的。

Nat(7;4) 在一个最初的错误后，说："啊哈！我搞错了。我没有仔细看它是向左还是向右的。"——在点2："你为什么看地图?"——"因为我想看在地图上我是否需要转向这边或是那边(她转向了正确的一边)……在那里(地图)你需要向右转，因此在这里(道路)向左。"在点6："等一下。在那里它更难。前面，那里有一栋

房子；它容易些。但是，(没有那个)你需要更仔细看看地图上是怎么样的，然后在这里从另一个方向来做它。”——“为什么？”——“我已经告诉过你，每样东西都是上下颠倒的。”

Mud(8;10) Mud在点1上取得了成功。在点2：“等一下……向左。”——“但是在地图上，向左的路是堵死的？”——“是的，但是它像那样(他转动他的手)。你必须想到你要掉过头来看它。”在点4，他参照了树林的地形标记，但是在点5，他说：“它总是相反的。那么向这边。”——“相反的一边吗？”——“是的，右边是左边，而左边是右边，因为地图上树林在上面，海滩在下面，而在这里(他的路)每样都是相反的。”

Kap(9;6) Kap在点1上犯了错：“我忘了地图是反过来的了。”在点2，他以河为参照，但从点4以后：“如果你转地图，你必须走到另一边去。”

Cyr(10;0) Cyr仍然犯了错，并且有时还借助参照点，但得出的结论是：“我在脑子里把地图转到另一边。那是我本该在前面做的事情。”另一方面，他还说：“如果你让我(实际地)转地图，事情会容易些，但是我知道我们在尝试反过来看它。”

因此，我们可以看到，在事情显得更简单些的时候，这些被试仍继续犯着某些错误，继续使用着地形参照点。尽管如此，他们清楚地说明了反转的一般性及其与双射有关的组合。因此，我们可以基于这些个案来谈论间态射水平的对应了，当然是在“间态射水平的对应”这一术语在本书各章中通用的意义上来谈论的。

让我们再次引述一个早熟的中间水平的个案。最初的错误使他被划分到水平ⅡB之列，但他不再依赖于地形标志又使我们将之置于向下一个水平的过渡之中。

Nel(8;10) Nel在点1上犯了错：“哦！不对，我知道了。每次，你都必须反着走。”——“反面吗？”——“是的，如果你在地图上向那边转，那么在真实道路上，你需要向这边转。”对随后的每个点(从点2到点8)，他都查看地图，并说：“我反着走。”实验者接着问他，在点2看河、在点3看树林等等是不是不会对他有帮助。他回答道：“你没必要那么做。那样使它更困难。你只要告诉自己每一步都向反面走就行了。”

四、趋向超态射水平

从一开始，水平Ⅲ的被试就不再犯错，而且也不再借助地形标记。他们只使用对称式对应。如果我们只盯着这两种反应，那么我们只能从中得出间态射水平的连接的结论。但是这里还有一个额外的新事物，而它一般预示着超态射水平的结构的出现。那就是对射自此以后表现出对必然性特征的概括。造成这种特点的原因是，在超态射水平上，我们可推知态射乃从属于一般转换，而这种转换由地图的逆反构成。看下面

的个案。

Pie(11;9) 在成功完成了所有选择后,Pie下结论道:"当它像那样(↑↓)时,它(比⇄)复杂些,但是它总是反向的。"

Bal(11;5) "如果你转动地图,毫无疑问右边的东西会转到左边。"

Mic(12;3) "因为所有的东西都是相反的,因此你需要把地图看作仿佛是向右旋转的来做。"这导致他在看地图和指称真实道路时使用了相同的语言。在点5,他转对了,但却说:"在地图上我向右转,在路上我也向右转。"——"但是,在地图上它在左边啊。"——"是的,但是要当心。在地图上我将向下走(想一想,原来事实上他表示地图上的路在真实道路的反方向上),那么,事实上,右边的(正确的)路在我的右边。"

Rol(14;11) 类似地,Rol在一个点上说:"在左边(正确的),因为当我在地图上向下走时,那就变成了向我的左边走。"

Ala(14;6) "它每次都恰好在反面。你不能犯错,但是当它像那样(↑↓)时要难一些。"

与间态射水平的对称的连续组合不同,两类事实似乎显示了在这一水平上对一次性完成旋转的整体结构的掌握。第一类事实是有关整体必然性的陈述。"必须是""显然""恰好"这些措辞表明每一次特殊的反转对一种一般反转的从属性。第二类事实更让人惊奇,它是一种概念上的预反转(preinversion),这使Mic和Rob能够将其在地图上之所见直接转译成必须在真实道路上做什么的语言,而造成这一事实的确切原因在于地图和真实道路都是从树林"往下走"到海滩,虽然这种往下走的方向在两种情况中是相反的。因此,这些反应确实被引向超态射水平,而我们已经说过,在作为一般结构发挥作用方面,超态射水平也就是具有逻辑必然性的组合。这一点也仍是如此,尽管在这种特殊情况下,它们在新颖性上并没有超出间态射水平的对应的内容。

五、翻转页面

考察简单的页面翻转这一更基本的情况,有助于我们评价对称的演化进程。实验者向被试呈现颜色分别为红、蓝、灰的三个图形。这三个图形被粘在一块能像书页一样翻动的透明塑料板上,而翻动的方向可以是从左向右的(情境A),也可以是从上向下的(情境B,见图8.1)。在情境A中,颜色R(红)和B(蓝)的次序,以及图形1和3的形状都发生了改变。在情境B中,颜色的次序保持不变,而图形2和3的形状则翻了个个儿。尽管这种测试在本质上易于道路图的那种,然而其吸引人之处在于在观察到的反应中发现相同的演化规律。

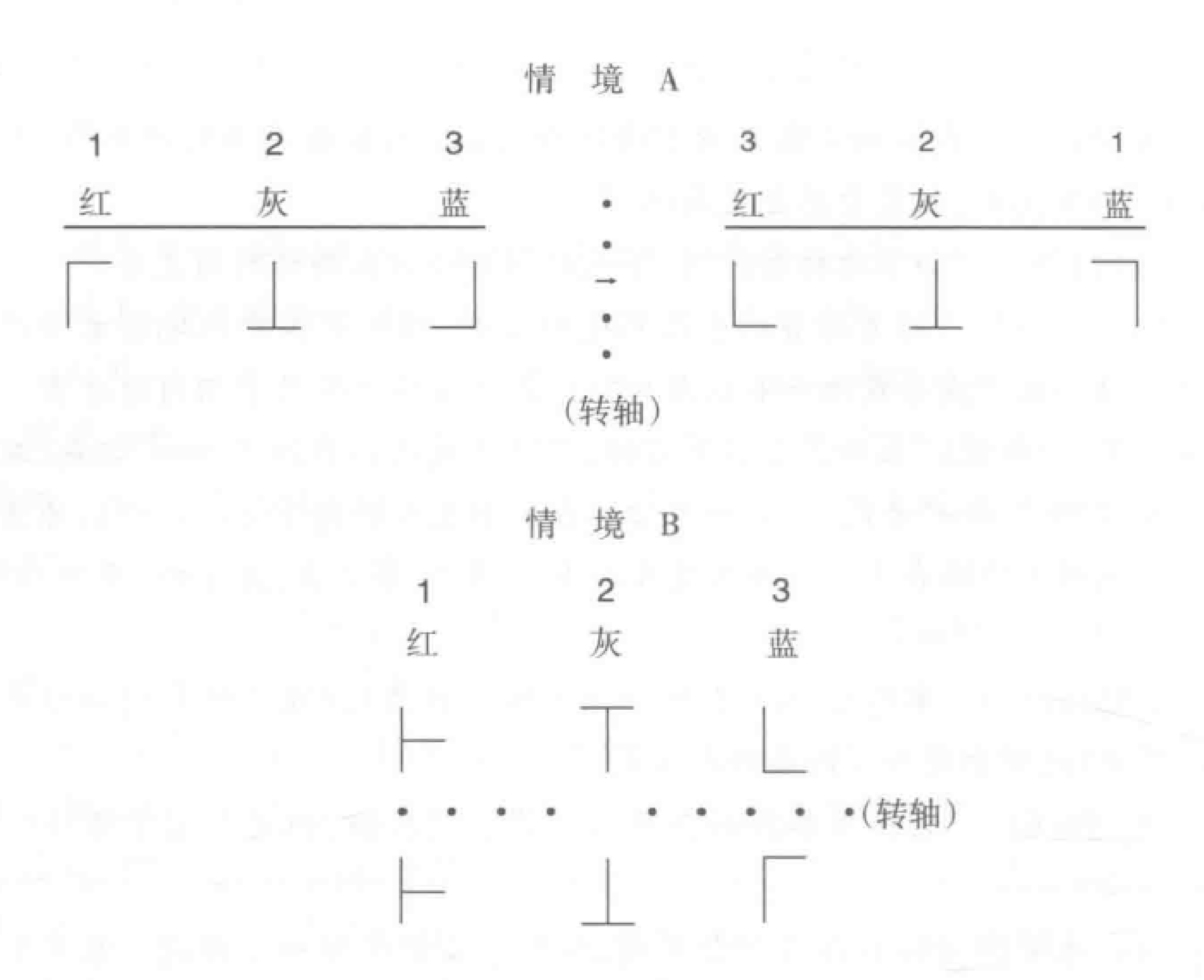


图 8.1 页面翻转装置

在地图实验的水平 IA,除了出发点和终点外,还没有出现道路沿线的参照点与地图上的那些之间的双射。然而,对页面翻转来说,在水平 IA 这一初始阶段上,被试无法对三个由直线组成的图形进行复制,同时也不能对这些图形进行正确的翻转。

Sop(5;5,见前面的第二部分) 在情境 A 中,Sop 把 1 画在了 2 和 3 的上面,而且后者仍保持了 2→3 的顺序而没有颠倒为 3→2。至于图形的细节,我们发现一种简单的平移和似乎源于偶然的部分旋转的混合。

Ana(5;9) 在情境 B 中,Ana 把图形 1 置于其他两个之下,复制出的三个图形均未作翻转。在对其想法进行尝试后,一次新的尝试以排成一条直线告终,不过是垂直方向的(1 在最上面,而 3 在最下面)。在情境 A 中,Ana 虽然取得了线性的次序,但没有对图形的颜色或旋转进行任何反转。

在水平 IB,出现了范例图形与被试所画图形之间的双射,而这是在线性顺序仍保持 1,2,3 序列的意义上来说的。然而,在情境 A 中,序列并没有颠倒成 3,2,1,而图形也没有进行任何转动,好像只是进行了简单的平移。

Mor(5;8) 在情境 A 中,Mor 画的图为 1,2,3,既没有对颜色或图形的顺序进行反转,也没有对图形自身进行反转。随后,主试在他面前翻转页面,让他建立页面翻转后的结果,然后把页面恢复原状,要求被试重新画一张图。这次同第一次一样,也就是说,既无局部的也无整体的反转。情境 B 中的反应类似,不过这次在经过多次尝试后进行了修正。

Cla(6;5) Cla 仅进行了简单的复制,仍保持 1,2,3 的顺序。尽管在情境 A 中

有一次长时间的尝试,但他画的图没有任何反转,仍保持原样。情境B中的情况也是这样。

因此,我们看到,像地图实验(第二节)的水平ⅠB中的情况一样,对称仍没有被掌握,被简化为没有逆反的简单双射。在这些反应和能成功进行反转的水平ⅡB之间,我们可以收集到一定数量有趣的中间水平(即水平ⅡA)的个案。从一开始或之后不久,处于这一水平的被试就懂得翻转页面的过程中还包含旋转,但是他们只有在各种试误之后,以及有时在手的缓慢转动的帮助下才能成功地完成它们,这与道路图实验中见到的情况相同。一些被试至此仍不是去颠倒彩色图形的顺序,而是试图对它们进行某种程度的反转。例如,在情境A中,他们可以将旋转想象成是相对于横轴而非纵轴来进行,尽管那种旋转只出现在情境B中。另一些被试在单个图形的反转之前就达到整体的反转。看下面的例子。

Ger(6;9) 在情境A中,Ger保持1、2、3的顺序而没有把它反转成3,2,1。对于1,他将⌈变成了⌊(沿着水平轴进行了180° 的旋转);对于2(⊥),他没有像他本该做的那样让它保持不变,而是将它上下颠倒成了⊤(相同的旋转)。翻转页面后,他画的图形1和2与前面相同,但是对3进行了正确的翻转(首次通过水平和竖直的双旋转将图形改变为⊤)。相反,在情境B中,他通过转动手修正了错误,最终获得了成功。

Cam(7;11) 情境A中,在把1画在左边之后,Cam停了下来并说:"它错了,因为如果你合上(意思是如果你把页面翻过来)……"接着她正确地将1,2,3反转成3,2,1,但是图形仍保持原样,仿佛它仅是一件关于平移的事情。相反,在情境B中,她成功地进行了旋转。

Bul(7;3) Bul最初没有进行任何反转,随后他通过尝试喊道:"不对!它是向后的,因为它翻过来了。蓝色的那个(3)在头上,而红色的那个在最后。"此外,她将精力集中于图形的反转中,不过是通过试误和大量的手掌转动来进行的。结果是正确的。在情境B中,最初对图形3犯了一个错误,通过第二次的一般性尝试取得了成功(没有考证它)。

Isa(8;1) 像Ger一样,Isa在情境A中最初也没有颠倒1,2,3的顺序,并且也没有同时在两个轴上转动图形。在第三次尝试中,她画出了期望发生的情况(没有考证它),在其中她将顺序颠倒成3,2,1,但是除了无须反转的2之外,她在图形的细节上没有任何进展。

Jac(8;8) 最初,Jac没有进行任何翻转。接着,她自己进行了校正,对顺序进行了反转,但没有转动图形。在几次试误后,她在情境A中进行了一次双重反转。在情境B中,她正确完成了每件事。

这些反应与道路图实验中相同水平的那些反应之间的相似之处是显而易见的。被试都明白需要进行反转,但是这些反转只是局部的,并且掺杂着错误与成功。相比之

下，相对于第三节中的那些反应而言，水平ⅡB是一个明显的进步，因为成功是普遍和快速的。

Nat(7;7) 在情境A中，Nat对图形进行了正确的反转，但是最初忘了对顺序进行反转。她立即注意到了这一点："哦，该死！我忘了那个。"在情境B中，经过几次犹豫后，她正确完成了所有事情。

Iva(9;2) 在情境A中，Iva立即成功地进行了反转。他用一个手势指明了图形1的横线必须定位在什么地方。在情境B中，他获得了同样的成功，他利用手帮助他确定了图形2的横线所在的位置。

Bar(9;11) Bar取得了与Iva一样的成功，而且没犯任何错误。在情境A开始的时候，他的手做了一次小小的转动[①]。

Cyr(10;0) 没有做任何动作就成功地完成全部反转，不过伴有缓慢的沉思。

Sca(10;2) 相同的反应。然而，在情境A中，Sca在图形3上犯了一个错误，但随即便改正了。

年龄从11到12岁的被试与前面那些被试的不同之处仅在于他们能更快速地完成这些任务。这表明了一个系统的形成，正如我们在第四节中看到的那样。因此，在像阅读一幅上下颠倒的地图和预测由翻转页面产生的倒置物这样表面看来全然不同的情境中，我们观察到反应的演化进程存在明显的拟合(convergence)。这种拟合似乎显示，对称式对应的建构远不像我们依据知觉式和图形式对称的早熟特性而假想的那么容易。这样的原因似乎是在从状态之间的(因此是内态射水平的)双射——对图形对称来说，它已经够用了——发展到通过反转形成的间态射水平的双射组合的过程中，人们将对应归属于转换。在情境A中，这些转换通过转换间的对应相互联结在一起，而这些转换间的对应正是使它们变得更加困难的源头。具有各种对称的结构属性赋予其自身可推论性态射的特性。通过各运算阶段所取得的逻辑进步，这种从属性也说明了对称形成迟缓的原因。

---

① 原文在这里明显有错。原文所指的是图形而非情境，但是说图形之初毫无意义。

第九章 对称中的冲突

J. 皮亚杰
A. 卡米洛夫-史密斯

为了对那些不是直接在知觉上呈现,而是需要被试根据逆反对应进行构建的对称作出更好的分析,不固着于那些可分离的对称被证明是有益的。换句话说,不将自己局限于从单一系统中产生的对称是有益的,而第八章的倒置道路图或透明书页就是这样一种单一系统。反之,我们需要利用包含多个可能对称的多值系统。这些可能的对称全都可用于解决同一个问题,但是包含在它们自身之中的关系却十分不同。天平的平衡再次提供了这样一个问题。在某些情况下,包含在这样一把天平中的关系在本质上是逻辑性的;它们是相同物体的重量和数量之间的关系;在另一些情况下,这种关系要松散些,有时甚至仅以随意的约定为依据。关系上和客体上的变化性的益处是双重的。一方面,与起着作用的关系为材料本身所需之时所见的情况相比,它让我们获得了被试方面更大的自发性。另一方面,同时也是更重要的一方面,它使我们区分出图形的、空间的、物理的或者逻辑-算术的等不同形式的对称。

一、设备与方法

实验使用的是一把简易且易于操作的天平。它由一个支架和一根带有15个孔的长木杆组成。儿童可以将支点插入15个孔中的一个,从而把木杆摆成对称或不对称的形式。为了使木杆平衡,砝码可以挂在支点的任意一边。这些砝码呈现出四个特征。第一,它们全是塑料的,而且数字相互接近的砝码在尺寸大小上相似。此外,它们被做成数字1至9的形状。在每个砝码的顶部还装了一个钩子。第二,它们的重量存在定量差异。后一个数字比前一个重一个单位。因此,数字1重1个单位,数字2重2个单位,数字3重2加1个单位,以此类推。第三,每组砝码由数字1至5中的两个和数字6至9中的一个组成,因而被试必须把小数字加在一起来填补它们与大数字之间的差值。如果已经有了一套约定,那么随意性的增加则更多地由另一组数字的相加造成。刚才描述的那组数字涂的是红色;第二组涂的是黄色。它包含的元素以及这些元素之间的关系都与红色组的相同,不过黄色数字的重量略大于它们的红色对应物。然而,这种差异是

如此小，以至于只有用秤称一称才能发现。

询问通过下面的步骤来进行。

1. 主试要求被试把所有的红色数字挂到木杆两端的专用钉子上。被试可以按他希望的那样来做，但是在结束时，木杆必须是平衡的。因此，被试可以决定是先在木杆上挂砝码，然后把它放到支架上，还是先把木杆平衡地摆在支架上，然后挂砝码。对被试使用的不同方法[①]进行分析，包括回溯性和前瞻性调节。

2. 用红、黄两组数字做相同的事。对年龄最小的被试，数字的数量减少为1，2，3各两个，4，5，6，7各一个。对其他被试，仍使用两个完整的集合。除了第1点中提出的问题外，在这种条件下，被试还必须找出红、黄二集合的元素在重量上的差异，同时找到一种解决这个附加困难的方法。

3. 主试以不对称的方式把没有挂数字的木杆固定在支架上。因此，它是不平衡的。指导语是使它平衡，但不必使用所有的数字，使用红色砝码。

4. 从第3点的结果出发，要求被试把一个原本挂在木杆一端的数字移到相反的一端上，并仍使木杆保持平衡。这里有几种可能的解决方法，其中最经济的一种是换边，亦即，交换木杆两边的数字，同时使末端到支点的孔的数量保持不变（这相当于把整个装置旋转180°）。当只要求被试改变数字（通常是9，因为它在长臂上有最大的影响）时，剩下的数字不足以用于通过简单地添加补偿砝码的方式来解决问题。这迫使他去寻找别的解决办法。

5. 实验者以偏离中心的方式放置挂着砝码的木杆（在孔6上挂红色砝码9和5，或者在孔5上挂黄色砝码4和8+2）[②]，使它处于平衡状态。要求被试添加2个相同颜色的数字，并仍使木杆保持平衡，随后再增加两个，仍使它保持平衡，诸如此类。这样做的目的在于确定被试在解决问题时使用的只是两个数字之间的绝对差异，还是数字之间的比例关系。

二、初级对应

被试最初产生的对应当然处于简单的图形对称水平。换言之，他会把一个物体挂

---

① 不清楚皮亚杰是否是想对procédés和procédures进行区别。尽管大致上是同义的，然而后者具体指规则的集合，而前者则不是。出于这种原因，我通过将procédé译为方法（method）、将procédure译为过程（procedure）来保留这种区别。

② 法文手稿和版本写的是“孔5上挂黄色砝码9，8和2”。这是不可能的，因为木杆太短无法产生与这些砝码相等的力矩。第一种情况下，显然可以达到平衡，因为一端上9个单位的重量距中心的长度为5个单位，而另一端5个单位的重量距中心的长度为9个单位。类似地，在第二种情况下，要想获得平衡需要在一端距中心4个单位长度的地方挂10个单位的重量，而在另一端距中心10个单位长度的地方挂4个单位的重量。因此，我改变了砝码使那种情况成为可能。

在任意一边，而不管它的重量或它代表的数量。在这方面，我们可以区分出水平 IA 和水平 IB。水平 IA 的儿童只知道这样做，而水平 IB 的儿童尽管也这种做，但是他会自行改正，并且开始考虑数字的值，尽管他借助的仍是加法组合。下面是一些水平 IA 的例子。

Sop(5;4) 对问题的第一部分，Sop 把支点插在木杆的中孔内，因此是平衡的，随后是孔 6 和 9，并用手把它扶正。回到孔 8，她在一边挂了一个 6，在另一边挂了一个 2，并且对那造成的不平衡深感吃惊："哦！"继续尝试了几次一边挂一个数字后，她在一边挂了 8+6+7，而在另一边挂了 3+2+4，也就是说，每边挂三个物体，接着是 5+1+1 对 4+2+5，接着每边挂四个数字，最后在两边都挂上 1 和 2，从而取得平衡。她对产生平衡的原因的理解是如此之少，以至于她相信她也可以用 6 对 3 来达到平衡——因此，再次用一个物体对另一个，但是所用的物体是随意选取的。

Cla(6;5) Cla 通过目测将支点插入木杆的中孔，接着一边挂一个砝码，而且砝码都是顺手就拿来用的。经过 17 次尝试后："我办不到。"物体减少为最初的 6 个红色数字，他仍找不到任何办法："我搞不懂，它总是歪的。"接着，他开始用小的不等组合，一边挂 1+2 和 2+2，而另一边挂 6+5+4。接着，他说，"我在另一端挂得太多"，然后回到一个砝码对另一个，但仍未取得任何进展，直到经过好长一会儿的摸索后，他在两边各挂一个相同的砝码：1 对 1，2 对 2，直至 5 对 5，这种情况才结束。

一些水平 IB 的个案。

Vin(5;7) Vin 把支点插入第五个孔，接着试了第六个，随后开始数孔，其中一边有 5 个，而另一边有 10 个："这边太多了。"接着，通过目测，他将支点插入中孔，也就是第八个孔，这样两边各有 7 个孔。接下来，他在一边挂了一个 4，在另一边挂了一个 7，接着是一个 6 对一个 4："不对，这样不行，因为你必须使用相同的数字。"由此，4 对 4，1 对 1，因为"它们一样重"。他接着挂了一个 6 对一个 8。由于木杆是倾斜的，他想用"很小、很小、很小的一个"来弥补 6 的不足，加了一个 2。他回到一个对一个，但是由于超过 5 后就没有成对的数字了，他不知道从 6 到 9 该怎么做。尽管前面已经加过一个 2，但是他没有想到可以使用加法，从而将自己局限于小于 6 的配对中。

Oli(6;10) 对于木杆，Oli 说："它不能在杆子的头儿上，因为那样行不通。"接着，他进行了一个砝码对另一个砝码的操作，将 6 到 9 的砝码都加到中孔上。再接着，他把 7 和 9 凑在一起，仔细检查它们的大小，并说："对了。"他在天平上对它们进行了尝试，并用手把木杆扶正。再次尝试了一个砝码对另一个后，他将 8 和 7 挂在一边，9 和 6 在另一边，但这似乎是一种配对，而不是数字相加："我在一边挂了一个大一些的，而在另一边也挂了一个大一些的，然后是小一些的。"关于问题 2，他将黄色砝码与红色的配成对，但没有用手掂量它们的分量，然后挂出了红 7 对黄 7，再接着是黄 4 对红 4。"等一会儿。"接着，他试验了红 3 对黄 3，"怎么搞的！"尽管他进行

了各种尝试，但是他没有理解在重量上黄色的大于红色的这一不等性。关于问题3（木杆偏离中心放置），他把自己的失败归咎为“这里有木头（意思是长的一边的重量）”。关于问题5，他用一个2和一个3。这样行不通：“我认输。我一点儿也搞不懂。你，你挂了两个不同的，而它成功了，所以我也挂了两个不同的……（而它却不行）。”

显然，在水平ⅠA，对称仅与物体的数目而非它们的属性有关。Cla和Sop是仅有的例外。Cla在实验要结束的时候达到了水平ⅠB；Sop使天平平衡了一会儿，但却没能好好利用她的灵光一现。因此，在内态射水平的最低水平上的对应仅包含图形对称。

水平ⅠB上取得的进步达到了如Vin所说的“相同的数字”，而这样做的原因是“它们一样重”，但是不具有可加性，也就是说，到目前为止还没有对砝码进行量化。因此，这里的对称仍只是图形的对称。Oli说，在两边各挂“一个大一些的”，接着是“小一些的”，而且特别说了：“你挂了两个不同的，而它成功了，所以我也挂了两个不同的。”它仿佛是不同的砝码组成了一个等值的类及一个相似元素的类，而这是根据一种定性关系的比较来进行的。

三、重量的量化

在物体的定性重量（它只容许内涵对称）和定量重量（例如像5=3+2一样的加法运算）之间，我们发现了处于水平Ⅰ和Ⅱ之间的一些个案，而这种可加性是它们的特征。

Ema（7；3）　在以中心放置的木杆的一边上，Ema挂了（1+1）+（2+2）+（3+3），而另一边则挂上了4+5或9。接着她用7+6替代了4+5。再接下来，她运用了一种位置的序数标准，也就是说，6对4，除了别的之外：“对了，瞧；它是第四的一个。”——“如果我取走那个4和那个6呢？”——“它将是平的。还有一个有点重的（5），然后在那里（5之后），而（在另一边上）它们全是轻的。”[①]因此，有十分近似于等值的和。自然，对于黄色和红色集合，她首先挂了一个红5对一个黄5等，但是她经过各种尝试也没能解决这个问题。回到红色砝码集合和木杆偏离中心放置于支架上的情况，她挂了2+1+3对2+1+3。经过其他尝试后，她说：“不行，你真地办不到。”

Isa（8；11）　经过多次不平衡后，Isa发现了3对3的平衡，“因为我在相同长度的位置挂了两个同样的数字”，因此就有3+2对3+2。对于9对8：“那里（9）太重了。”紧接着：“我在那里挂了一个大的（9），然后在另一边挂了一串小的来使重量相等。”对红色和黄色砝码进行比较，他首先假设数字相等，例如红2对黄2等。接着，经过

① 法语手稿和法语版的表达都是不清楚的。

几次失败后:"如果我换一下边呢(她进行了尝试)? 对了,黄色的在两边上都是最重的。"她相信她改正了所有错误,她提出"每边两个,每种颜色各一个",如两个红3对两个黄3。最后,她宣称:"你本不该把它们混在一起。它们比红色的重。"对木杆偏离中心放置的情况,她依据重量和恒等式进行尝试,并得出结论:"它是不可能的。"

这些关于加性等值(additive equivalences)式对称的形成方面的事实是有趣的。我们尚未在其中发现如5=2+3这种形式的双射,而仅发现一些重砝码与"所有轻砝码"之间的对称,即类的外延类比(Ema)。Isa也同样如此:"我在那里挂了一个大的(9),然后在另一边挂一串小的来使重量相等。"但是这种量化仍十分有限,因为Isa相信,可以通过改变红色和黄色砝码离两个端点的位置,或者替换相同数量的几个红色和黄色的砝码1的方式来抵消它们之间的差异!

在水平ⅡA上,这种初现端倪的重量的定量化得到巩固,获得了加性等值式对称,不过仍伴有大量的摸索或倒退。

Nat(7;4) "我应该使每边挂的相同吗?"——主试重复第一种指导语。接着,她把木杆中心置于支架上,并且想"在两边"都挂上1+2+3+…+8+…由于装置不允许这样做,她立即在两边相对地挂上5和2+3,然后是9和7+1,"因为7加1得8"。对$n>5$的情况,她说:"你没有两个6,两个7,等等。尽管如此,我仍要试试看。"由此找到7+8=9+6(平衡)。当木杆从偏离中心的第七孔插在支架上时,她进行了一系列的试误,并取得了一次偶然的成功,但她没有注意到,而对另一次成功的描述则由于一个砝码掉了下来而被打断了,不过它引发了这样的陈述:"我不能正确地把它们挂回去。"当木杆从偏离中心的第五孔插在支架上时,她进行了更多的试误,并最终获得了成功,但不明白成功的原因:"当它像那样时(她指着离支点最远的一端),你必须在那里,靠近(支点)的地方,挂很多。真有趣。"在比较红和黄时,她很快发现红色的轻一些,并且挂上了一个黄色的砝码对另一个相同的黄色砝码,对红色的也同样如此,但是对二者的混合则失败了。问题5:失败了,不过有一次偶然的成功。

Jac(8;8) Jac花了很长一段时间来寻找相等的情况,但是她是依据大、中、小的类别来这样做的。这种情况一直持续到一个顿悟的出现:"等一下!(5对3+2)。"随后,变得非常兴奋,她挂出了4+1对5和1+1+2对4。"啊哈! 我明白了!"在比较红和黄时,她看出了不等,并进行了大量尝试,不过得出结论仅是:"两个在一起,那是不可能的。你已经看到了!"对木杆偏离中心的情况,她得出了相同的消极结论。

尽管可加性的发现还不足以解决木杆偏离中心或红、黄砝码混合的问题,然而却富含成果,因为它表明了重量对应和数字对应之间的等价,因此也表明了间态射水平的对应的开始。结果,处于水平ⅡB的被试经常通过在桌子上排列砝码(即依据数字对应)来计算重量平衡。另一方面,这一水平上还有其他一些与问题2和3有关的进步。然

而,在考虑这个之前,我们还需要进行一些界定。

所有被试都明白,红色和黄色砝码序列遵循相同的n+1递归法则,尽管黄色的看来稍重一些。在这方面,当被试通过混合两种颜色来取得平衡时,有必要区分一下两种形式的对应。当两个红-黄组合之间的平衡与相同的红色砝码和相同的黄色砝码(例如,木杆两臂上都挂"红5+黄4",而这简单地等同于将恒等式"红5↔红5"和"黄4↔黄4"结合)相关时,我们称之为"直接对应"。当然,这是相对容易的。相对地,我们把一种更难的组合称作"交叉对应"。在这种组合中,某个红色数字和某个黄色数字与一个不同的红色数字和一个不同的黄色数字相平衡,而且第一个红色数字与第二个不同,同样第二个黄色数字也与第一个不同(例如,红5和黄6对红6和黄5)。对于木杆偏离中心的情况,我们称那些把重量和距离结合起来的对应为"补偿对应";而被称为"位置对应"的那些则是在木杆居中放置时是正确的,在偏离中心放置时则是错误的,因此它们只与具有相同位置的重量和数字对称有关。也就是说,这里有一些还处于水平ⅡA和ⅡB之间的三个个案的情况。

Iva(9;5)　用天平进行试误后,Iva更愿意在桌子上摆出恒等的对(1↔1到5↔5)或加法等式(9+6)↔(8+7):"一个大的和一个小的……重的加轻的和轻的加重的。"然而,奇怪的是,虽然他这样使数字的和与总重量相等了,而且事实上他由此承认了数字对应和重量对应之间的等价,然而他并没有通过充分的概念化来意识到这一点:"你是说它一样重吗?你认为两边的数字一样吗?"——他数了一下砝码:"是的。"——"如果重量相同,那么总和也是一样的吗?"——"不,你不能那样说,因为这边有一个9,而那边没有。如果有两个9和两个8的话,那么,是的,但是我并不是每次都使用相同的数字。"对于红、黄混合,他迅速发现了它们的不等性,不过即便如此,他仍试验了一个红1对一个黄1,等等。然后,他说:"我有一个更好的主意。每边挂一个重的和一个轻的。"他由一个"直接的"对应(红2+黄2↔黄2+红2)开始,接着发现了一种"交叉的"形式(红5+黄6↔黄5+红6)。"啊哈!(明显的满足感)"——"一样重?"——"是的,因为它没有向下沉。"木杆偏离中心:大量试误后取得成功。问题4:"如果要把砝码9挂到另一端去,你可以怎么做?"——他把两个3挂在另一边,并且先是将支点移到第9个孔上,然后再移到了正确的第10孔上:"它动起来就像钟摆一样;当这边太重时,你就把它挂近些。"

Pac(10;3)　同样经过多次试误后,Pac取得了(8+7)↔(9+6)的对应。"总数相同吗?"——"不同,因为最后(意思是在1=1、2=2等配对之后),在两边上你没有相同的东西。"——"它是平衡的吗?"——"是的。"——"它不是相同的总数吗?"——"不,我不认为它们的总数总是相同的。"然而,后来她走得更近了:"相同的和吗?等等……"——"只有数过后,你才会知道……是的,如果它在这边是20,那么在那边也

可能是20吗?"对于红和黄的混合,她只达到直接对应,"先红后黄"地挂。对木杆偏离中心的情况,经过多次错误后,她凭经验取得了成功,并且说:"当木杆长时,你需要更少的数字。"然而,她并不理解那种情况,因为在偏离中心的情况下获得过一次平衡,而她认为可以通过在每边的相同点上添加相同的数字砝码来保持这种平衡。

Yve(11;8) 尽管他的年龄和他在可加性方面取得成功,然而Yve并没理解总和的相等性:"如果在这边挂30,另一边要挂多少?"——"可能是28,你需要算一下。如果不数,你真的不可能知道。"

尽管在所有问题上都取得了明显高于水平ⅡA的进步,然而这些中间水平的个案让人感兴趣的原因在于不同的对应或对称中的冲突,而这些冲突是他们还无法克服的。在这个实验中,有必要对砝码的数量之间的对应(如水平ⅠA上的图形对称)、它们的恒等式之间的对应(如水平ⅠB上的等值对称)及总和之间对应(如水平ⅡA上的等值对称)加以区分。我们发现,被试对第三种对应形式的运用毫无问题,但他们只能在动作上(亦即在操作上)这样做。然而,在意识或反省比较(部分概念化)的层面上,他们相信它和其他两种没有区别。在这些被试看来,如果那些元素的总数不同或不等,那么就不会有相同的和。相反,水平ⅡB上的那些头脑清醒的个案不再存在这样的困难。下面是几个例子。

Bar(9;6) 像Iva一样,Bar最初也在桌上进行计算,并且说,"除了8(对7)外,每边有相同的数字",而且发现7,"不,它是6加1"。这产生如下的组合:6对5+1,4对2+2,4+3对5+2。接着,他大声说道:"啊哈!我明白了:那些数字,它们相当于重量。一点儿不差!"此刻,与Iva、Pac和Yve(他们已经非常明白这一点,不过只是在动作上而已)不同,Bar根据总和进行思考。这种总和的思想使他自发地将所有红色数字相加,而从中他得出结论:"60,因此每边30。(他把9+5+5+1+3+3+4挂在一边。)30,然后其他的挂在这边(相反的一边)。"他没有再加它们就挂上去了。"你怎么能这样肯定?"——"因为我在这边挂了30,而它们总共是60,因此很明显:这边也是30。因为有和数量一样多的重量,所以你算出相同的数量就行了。例如,3加3,那么(在另一边)6。"对红、黄混合的情况,他立即说:"我要看看它们是不是一样重(尝试)。不,黄的重一些。"因此,需要四堆都等于6的红色数字(6=4+2=5+1=2+1+3)。他把它们一次两堆地放回原处:"那样每边都是12。"由此,12红+12黄↔12黄+12红。对木杆偏离中心的情况,他凭经验取得了成功,但是由于对"力矩"缺乏任何了解,他将不等归因于"那根木杆,当它长的时候,它也有一些重量"。问题4:为了把9挂在另一边,他简单地把木杆调了方向。

Cor(10;4) 碰到一个小错误:"因为它歪了,所以我算了一下得多少。在那边(木杆的一边)少一个。"——"数字?"——"不是,那没法数(意思是砝码的数量),我得出……得出……得出总和,瞧!"对红、黄混合的情况,经过几次尝试后,她从直接

对应(黄2+红2对红2+黄2)转到半交叉对应(黄5对红5+红1)。在木杆偏离中心的情况下,在17次错误后她获得了成功,并说:"因为它是不等的。"为了修正一只臂上一个砝码和另一只臂上四个之间的不平衡,最初她只是简单地进行了换边,随后她改变了四个砝码的内部顺序,而且这样做了两次:"不对,那样没有进行任何改变。"最后,她终于绕到改变支点位置的方法上。相反,她似乎明白,为了在每只臂上增加一个新砝码(因为偏离中心而不平衡),你必须选择不等的砝码。

Lau(11;5) 经过加法运算后:"如果我在这边挂它们中的30,在那边我需要挂多少呢(多很多的物体)?"——"这边需要更多的。不对!你也得挂30,因为在你前面有12和12。对了,每次你都需要相同的数量(总和)。"红、黄混合:总和不等是必然的,"因为我认为三个红的差不多等于两个黄的"。他很快就在木杆偏离中心的情况中取得了成功,但是把砝码的不等归因于力臂自身的重量:"这边的木杆要长一些。"相反,当在不对称的情况下添加新的砝码时,他坚持选择相等的。最初,他选择了一个1对一个1,由于天平斜了,他叫道:"这不可能!我挂了一样的东西。正常情况下它应该行的呀!"对3和3、4和4等,他的反应也如此。他说:"我不明白。既然它(在不同砝码中)是平的,那么它也应该行。尽管它(木杆)不在中间,但是你前面用这两个(9和5)就能使它很平了,我搞不懂为什么两个1就不行!"

Ana(12;1) 尽管已经到了这个年龄,Ana仍在总和的问题上犹豫了一会儿。在使总和为14的红色砝码平衡后,7对7:"它是在每边挂相同数量的物体吗?"——"是的。"——"什么是和?"——"当你计算它总共得多少时,它就是和。"——"它是在每边挂相同的和吗?"——"是的,差不多。不对……是的,相同的。"——"如果这边有30,那么那边有多少?"——"也是30,或者可能是29.5。不(她笑了),它必须是30。"比较红的和黄的时,她进行了多次尝试,然后挂上黄6对红5+红3:"不对,不是多了2。"随后,她转到直接对应。问题5,使用一个9和一个5:她在左边加了一个2,在右边加了一个3(失败),然后把它们换了一下(成功)[①]。问:"用其他的呢?"——她在相同的地方挂了一个3和一个4(歪了)。"我一点不明白。我这里挂的也是差一个值呀。(她试了一个6和一个5,歪了)嗯……有意思!(她试了一个6和一个4,平了。)行了,但是我真的不明白为什么有两个差值!"

首先,我们看到了在木杆居中放置的情况下,数字总和的相等是如何完成数字和重量对应之间的那种间态射水平的组合的精细化,而这种精细化自水平ⅡA就已经开始形成。这种精细化的滞后与中间水平个案的存在结合在一起是有指导意义的,因为它表明了将间态射水平的和内态射水平的对应区分开来的那种客观差距。那些中间水平的个案就像Iva、Pac和Yve等的表现一样充满矛盾。从水平ⅠB的内态射水平的对应之后,一些被试(如Vin和Oli)发现,"相同的数字"是"一样重的"或者说"小一些的"和"大一些

① A.卡米洛夫-史密斯向我保证,对平衡来说,只需要近似相等的力矩。

的",这些似乎暗示一个数字与其重量之间在可观察的形式上存在一种内在关系,而这种关系是简单地通过经验发现而获得的。碰巧的是,为了从这一点推论出某种同构——两组重量的相等与被看作计量当量的它们的数字和的相等之间的同构,有必要跨过把水平ⅡB(9岁6个月至11或12岁)和水平ⅠA(5或6岁)分隔开来的那一整段发展过程。这无疑是事实,即使是对小集合而言,重量和数字的可加性早在水平ⅡA(7或8岁)就已被儿童获得了!造成这种差异的原因是十分明确的:这种组合预先假定了一种"推论",或者换句话说,相同等级的两类对应(重量和数字)之间的间态射水平的对应不仅是经验上的探究,同时也需要建构。我们常说,对应是"可转换的而非转换中的",因为它们存在于比较之中,因此与运算性转换不同,它们不必修改其内容,否则会遭到惩罚——它们所产生的比较将会被证伪。间态射水平的组合的形成也遵循这一规则。它们不改变发现物(这里是重量的和数字的)。相反,在将事物纳入对应的层级中,它们构成了更高的一级,因为它们以推论的必然性作为基础,甚至在精细化的过程中就已对比较的工具实施转换。

四、超态射水平的概括化和相对化

从12岁到14岁儿童身上,我们观察到两类作为我们的最后一级水平特征的进步。就木杆居中放置的情况而言,数量和重量的对应(有时以其递归形式$n+1$来显示)允许被试直接由总和开始,随后在两个力臂之间分配它们。至于偏离中心放置的木杆(我们在第十章中可以看到,这个水平的儿童已经理解了力矩法则),添加到一个平衡系统中的砝码一定是与挂着的砝码相对应的($n'>n$),因此是成比例的,而不再是绝对的,这就是说,它们之间是相等的(如Ana和水平ⅡB的被试的情况)。

Mic(12;3) 对问题1,他把设备全摊在桌上,分成两堆,然后不加区别地把它们固定到木杆上:"好了,我看了我有些什么东西,我算了一下,总共是60,然后我在每边各挂了30。"——"相同数量的物体吗?"——"那我就不知道了。那不是问题。问题是它们是否相等。"——"相等吗?"——"是的,总数相等,就像是你使每边都有30个这样的小1。"红、黄混合:同样的操作和分组。对偏离中心放置的木杆上不等的砝码,他在一边增加了一个3,而在另一边增加了一个2,然后是一个6对一个4:"我使它加倍。"——"为什么不是4和5呢?"——"不是,你总得加两倍或一半。"他还提出了8和12。

Ali(14;0) "我成10地分堆。我要把整个加起来,然后把它分成两份。那样,它会一样重。"——"你肯定吗?"——"因为对我来说,每一份在数量和重量上都变得越来越大……即使如此,我还是要检查一下重量是否相当于数量(他挂上了8+2对9+1)。对了,每一个必须比它之前的那一个更重一个重量(他挂上了7+

3对6+4，然后4+1对3+2）。”对红、黄混合，他把支点放在偏离中心的位置。经过两次尝试后，他找到黄1对红4+黄2的平衡，并一开始就知道长臂上需要的重量要少一个，“因为在那里它更灵敏，不过我不敢确定在那里（短臂）我挂得够不够”。随后，对木杆居中放置的情况，他在每边挂了黄9、红11。“当心，黄的要重一些。”——“但是这根本造不成任何不同。你要算的是你在每边有相同的东西。”他笑着指出，人们可以给两栋楼各加一把椅子仍使它们的重量相等，而“不用担心楼和椅子是不是一样重”。对木杆偏离中心放置，而用不同砝码使之平衡的情况，他立即添加了一个3对一个2，然后是一个6对一个4，“因为如果我使它加倍，那么它就是一回事了”，并且愉快地回到他的比较：“如果在一边放三把椅子，而在另一边放两把能行的话，那么在一边放三栋楼，而在另一边放两栋也行！”

在对问题5的反应中，这种用成比例的数量来替代绝对值的相对化，乍看起来似乎构成的只是相对于水平ⅡB（见Lau的惊讶，等等）的水平Ⅲ的进步。但是，它只代表了一种更一般的转换的一个方面。它在于一种计算方法的运用，而这使得态射的组合成为必然的和“自由的”，也就是说能对任意内容有效。在这方面有两个重要的事实。第一个是（在木杆居中放置的情况下的）总和相等问题的解决方案从一开始就已排定，而不是由先前的和特定的加法组合产生的。通过在把砝码有序地挂到木杆上之前先在桌上计算它们，并且紧接着把它们的和分成相等的两份，被试给自己提供了一种一般模型。随后，被试把这种模型应用于任意的集合和子集。第二个，这不仅是一种简单的工具性格式，而且是一种包含了你之所以要那样做的原因的模型。Ali坚持要通过阐明递进规律来清楚地表达和证实它们。这种递进规律是n+1的关系。因此，它是应用于重量及整个数量的数字后继元（successor）的态射。如果我们把那种超态射水平的对应定义为隶属于一种运算性计算工具的态射的组合，那么这种与对任意的和成比例的关系的征服相结合的推论性从属关系（它们自己自然也归功于这种推论过程），使我们可以认为这些反应具有超态射水平的特点。（比例是关系的等价物，等等）它有别于间态射水平的组合，因为它是对应的对应[①]。

这个研究给出了一个关于作为比较工具的发生性对应转换的新的（和好的）例子。虽然如此，这些仍处于发展中的工具保持和表明了一种永恒的功能，精确地说它是比较的功能，是对更一般的“同化”功能的另一种在不同程度上存在细微差异的表述。但是，这里不是讨论功能的相对不变性与结构的逐步建构之间关系的地方。我们在本书的总结部分将讨论这一主题。

---

① 回想一下，从词源学上来看，“trans”暗示一种超越，如超限的（transfinite）、超越的（transcendent）、基督的形象突然性改变（transfiguration）等，而不只意味着“在……之中”或“在……之间”，在贬义用法中除外。

第十章　对应与因果关系

J. 皮亚杰
GI. 沃林(CI. Voelin)
E. 瑞培都赫(E. Rappe du Cher)

当我们让儿童解释和比较两种因果情况时，我们发现我们碰到新问题了。第一个是关于“合法性”的问题。合法性在函数中是显而易见的，而函数在本质上有别于任意形式的对应。这是因为合法的函数不仅在于两种转换(*Tf's*)[①]结果之间的比较，而且包含了y和x的变化相互依存的思想。当儿童依据这类对应去发现协变之间的依存性时，他需要对它们进行因果性解释，或者，换言之，需要说明为什么这样的依存性是必要的。根据我们前面的假设，因果性解释在于将观察到的变化同化到某类运算中，而这类运算与被试自己的运算相似，但被“归属”于客体自身。在因果解释中，客体因而被看作是算子。事实上，那种由被试建立的、关于他观察到深植于客体之中的变化与他自己的运算之间的对应将构成另一个问题。换言之，那种由被试发现的、关于他观察到的过程与他借助的演绎模型之间的对应带来了更多困难。然而，问题在于：虽然儿童建构的观念中或清楚或不清楚地显现着第二种对应系统，但是观察者却无法将其梳理出来。这是因为负责使之产生“归属”的机制不是意识性的。因此，心理学家的工作就是去确认被试为了解释现象之间的因果联系，通常是如何运用其数理逻辑的，特别是其空间的和“逻辑下”的运算[②]。与一些人的看法相反，研究者可以轻易地分辨出儿童使用的那些运算，而不将其与成人理论家使用的那些混为一谈。用于实现这一点的、最值得注意的方法是将儿童的运算与前、后阶段的运算相比较。虽然如此，要想在合法性的层面上对因果运算和被试已经使用的那些运算加以区分仍存在一个困难。事实上，显而易见的是，即使是“读取”事实，被试都需要一个数理逻辑框架。然而，在那种情况下，事情仅仅只是将运算作为同化工具“应用于”客体；而且也不是将运算在真正意义上“归属于”客体。尽管这样的区分使分析变得复杂了，但是，被试实现的实际转换与他自己的运算或概念格式之间的对应的重建才是一个长久的问题。

① x和y之间的双射，如果$y=f(x)$。

② 适用于连续体及其片断，适用于根据邻近关系而非相似性进行分组，等等，因此适用于客体的建构，而非它们的类。

一、设备与方法

实验所用设备包括两套装置。

1. 杆秤。秤杆是一根铁棒，上面钻有24个等距分布的孔。通过这些孔可以把它固定在一个支点上，同时也可以把砝码挂在它上面。孔为偶数使得这把秤必然是不对称的。砝码全部相等（见图10.1）。

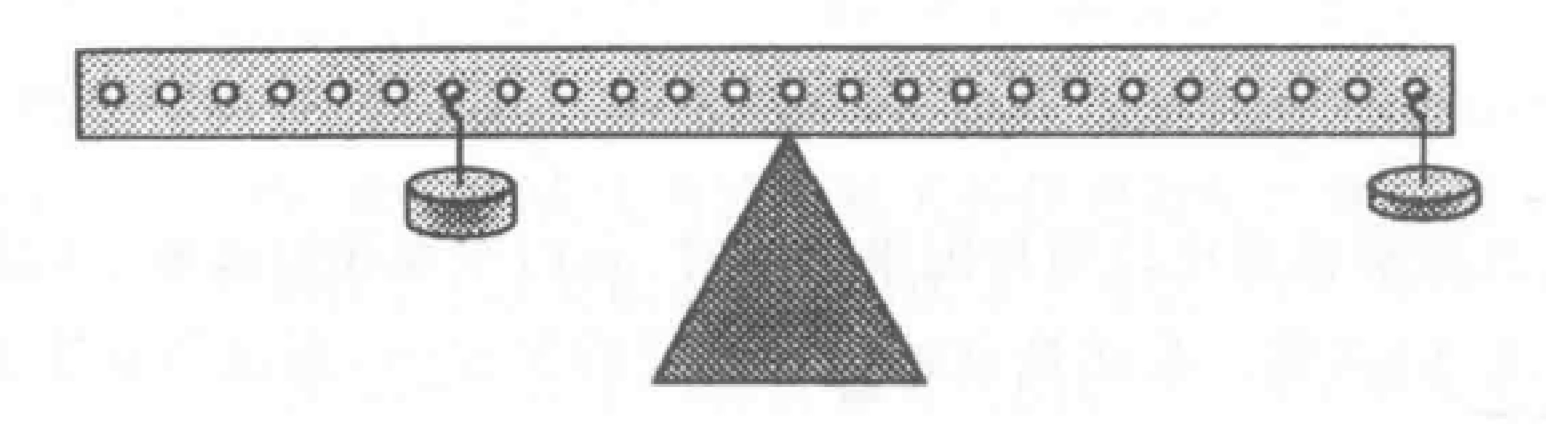


图10.1 杆秤装置

2. 轨道上的小车。小车位于一根轨道上，而轨道的倾斜度是可变的。此外，通过一根细绳和一个定滑轮把它同一个秤盘状的平衡物（称之为托盘）连接起来。实验者可以在小车和托盘上加砝码。这些砝码也全部相等。小车和空托盘的重量都微不足道，没有什么影响。如果出现平衡，我们可以得出$p_1 \cdot \alpha = p_2$的关系，其中p_1和p_2分别为小车和托盘的重量，而α是一个三角函数，它表示轨道的坡度（见图10.2）。

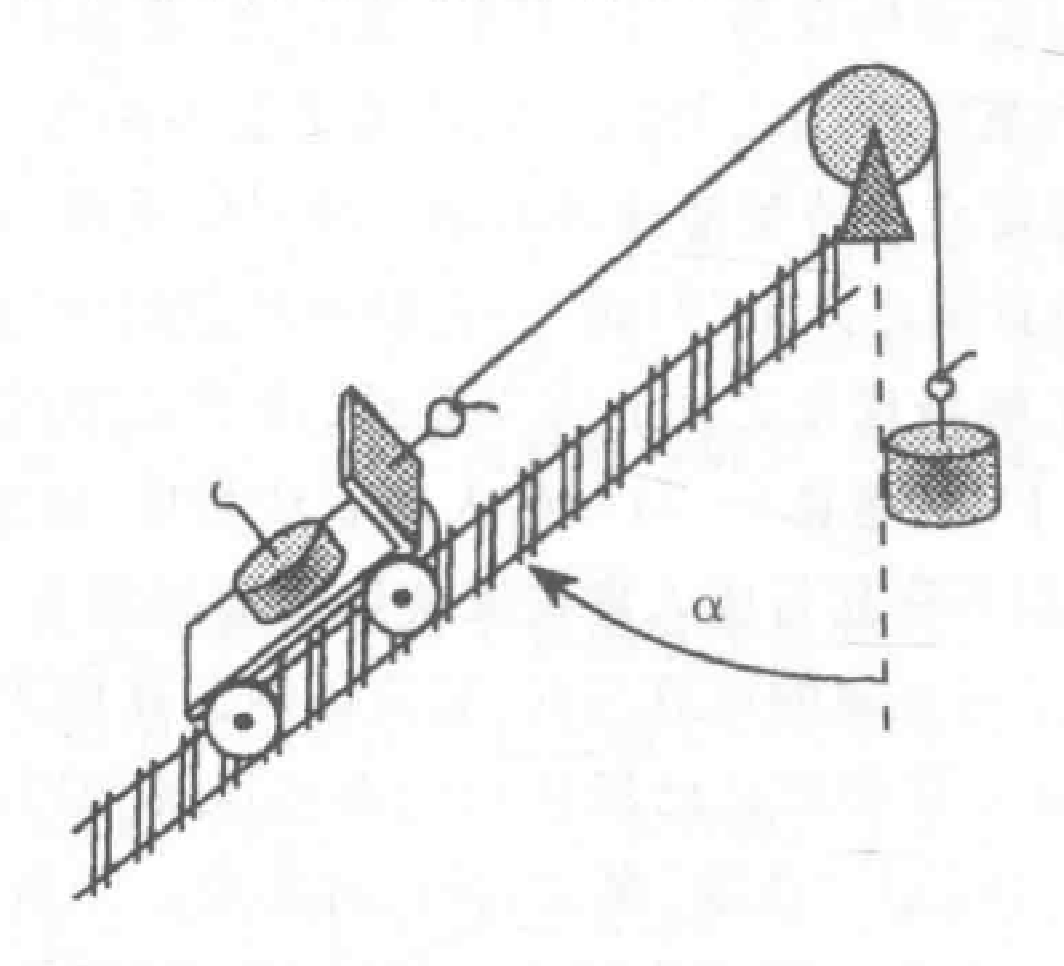


图10.2 轨道板车装置

最初，主试给儿童看那把秤，并让他做几件事情，以便“明白它是如何工作的”。随后，他要求（儿童）解释砝码及其到支点的距离单独时和组合起来时的作用。这之后，他转到第二套装置。

对第二套装置，主试还是先作一个简要的说明。然后，他轮换着要求被试预测什么动作会导致一个已知的结果和一个已知的动作会产生什么结果。（以图10.2显示的小车

在顶部的情境为参照,第一个问题的一个例子可以是:"要使小车沿轨道下滑,必须做什么?")主试接着要求被试将他的预测和发现联系起来,并解释"它是如何工作的"。

对两套装置进行第一次比较后,再对每套装置作进一步的解释,接着再进行新的比较。就一次比较来说,指导语如下:"你拿这个东西(装置),我拿另外一个。你必须跟我做一样的事情,如,让一个砝码更靠近秤杆的支点。"

二、内态射水平的对应

我们见到的第一种对应只涉及局部的和瞬时的可观察物,而没有它们之间的组合。有时,它们是正确的;有时,它们是不正确的(尤其是在将一个预料之外的事实看作一个可以忽略的干扰时)。在要求进行预测和解释时,由于起作用的因素不止一个,它们最终可能是完全矛盾的。看下面的个案。

Tan(6;10) 对小车,Tan开始时似乎只有部分理解:"它下滑,因为它(比托盘)重";"你必须在那里(托盘)加1个砝码,然后它(小车)将上升,因为那个(托盘)将下降";"如果你(从托盘上)拿走砝码,小车会下滑"。当实验没有证实她的说法时[①],她把对应倒了过来:"你必须拿走小车上的砝码,它将下滑。"——"为什么?"——"因为(托盘的)绳子将上升。"——演示:小车上升。"为什么?"——"因为它更重,因为你让它走。它就上升了。"——"如果我们再在小车上放1个砝码呢?"——"它会下滑,因为它会比那里(托盘)重(她进行试验)。还是那样!"——"如果我们拿走两个砝码呢?"——"它会变轻,下滑。"Tan最后甚至说,如果小车上升,那是"因为它们一样重(它和托盘)"!

Vin(6;6) 对于杆秤:他最初预计,一边挂一个砝码会使秤杆保持水平。"如果你放开某个重的东西,会发生什么事情?"——"它往下落。"——"那么如果我把那个放在这儿(一个砝码,但是在另一边)呢?"——"它会像那样动(向砝码一边倾斜),或者像那样(没有砝码的那一边)。"——主试放开秤杆,它摆至一个垂直的位置。——"真好玩!"——"要把它摆成同先前一样,必须做什么?"——"你必须把它们(两个砝码)放在两边。"——主试这样做了,而秤杆斜向一边。——"它歪了!"——"为什么?"——"因为有两个它们。"——"那么这样(第二个孔,这使秤杆水平)呢?"——"因为它在这一边的重量没有在另一边的重。"小车:当主试在托盘上放一个砝码后,它向下滑。——"因为那个砝码[②]重。"——"那么,如果你想让它回到上面去呢?"——"拿走那个砝码。"——"如果你不那样做呢?"——"在这里(托

① 显然,由于文本中没有给出量化的理由,尽管Tan的推理核心上是正确的,但是没有被证实。

② Vin说的"le plaque",意思是那块板儿,显然指的是砝码的形状。

盘上)放1个(主试这样做了)。”——“让小车又向下走呢?”——“(从托盘上)拿走这个砝码。”——“很好。还有别的吗?”——“(从小车上)拿走那个。(进行了试验,失败了。)不对,在上面再放1个。”他发现,托盘上的两个砝码会使小车上的4个砝码上升:“不可思议。”——“如果既不往上面放砝码,也不拿走它,你能使它下滑吗?”——“像那样(他用手托起托盘),或者在托盘上放5个(!)。”主试向他演示,轨道的倾斜度是可以改变的。他最初相信,把它抬高一点儿,他能使小车下滑。——“下滑吗?”——“我想是的。(主试这样做了。)啊,不!(主试把它抬得更高。)它(托盘)降得更多,所以小车滑动了。”——“那么,它会回到上面去吗?”——他把轨道抬得更高,小车再次上升。——“为什么?”——“因为它上升,小车。它没有滑动。”——“那么,钩到这个托盘上不能帮助它上升吗?”——“不能,哦,能……不能。正是那个(轨道)帮助它上升的。”两套装置的比较:“它们是一样的,那个(秤杆)和那个(轨道)。砝码也是。”主试试图让他在小车上重做他自己在秤上做过的事情,但被试局限于把秤杆和轨道摆出相同的倾斜度,以及对每套装置上的2个砝码进行比较,说:“那边比那边重(左和右),但是它们是一样的。”

San(7;5) 在假设可以简单地通过在每边放相等的砝码来使秤平衡后,San认为,在支点和砝码之间“有更多孔的那边会下降”。然而,她没有看出同小车的相似之处。为了使小车下滑,她首先是往托盘里加砝码,而不是先往小车上加。那样做了之后,她发现当托盘上有1个砝码时,她必须在小车上放4个,而且3个都不足以使小车下滑:“一个上放4个东西,而另一个上放1个,它应该是这样的吗?”——“是的。”——“那么要让小车回到上面去,你需要在托盘里放多少个?”——“5个(因此,1+4)!”试着这样做(这本应该使她摆脱这种错误的想法①)后不久,她发现当小车上有8个砝码,而托盘上有2个时,小车向下滑。为了使小车再次上升,她接着向托盘里放了10个砝码。——“为什么?”——“因为那儿有8个(因此,10=2+8)!”

这些反应最普遍的特点是缺乏对相继建立的对应进行组合。所有被试都十分自然地由最简单的假设开始。他们或者假定,在对称的情况下将出现平衡,而这里的对称是指,装置(使用小车或者秤)两边上物体的数量相等;或者假定砝码多的那边会下降。当事实没有证实这种预期时,出现两种态度。第一种表现为忽视那个干扰因素,不再做任何事情,这达到与事实相矛盾的程度。例如,San两次发现托盘上的1个小砝码能使小车上的1个大砝码上升,但在随后的推理中,她根本没把它们当作事实来看。为了使小车上的4或8个砝码上升,她往托盘上放了5或10个砝码。相反,第二种态度表现为通过创造一个新的对应来使那种预料之外的事实成为一种理所当然的情况,不过这是无视它与先前的对应相矛盾之处的态度。因此,Tan在正确断言要使小车下滑,它必须比先前更重(或者使托盘更轻)之后,镇定地说“你必须拿走小车上的砝码,它将下滑”,并

① 因为当她往托盘放额外的四个砝码中的第一个时,小车就上升了。

且还明确地说“它会变轻,下滑”。类似地,Vin断定,我们可以通过拿走小车上的砝码和再往托盘里放5个砝码,来使小车下滑!他还预测,一边上的单个砝码能使它向任意一边倾斜。此外,还应该注意的一点是,这两个反应中明显缺乏组合,这点也明确表现在依据就近关系来连接单个事实状态的不同方面的倾向中。这仿佛是获得了它们之间的一种或多或少必然的关系,尽管其中只包含偶然的碰巧。例如,在观察到小车和托盘上有相等的砝码使小车上升后,Tan竟然说小车上升是“因为它们一样重”。Vin将秤杆倾斜的原因简单地归结为“有两个”砝码。在考虑上升的小车时,他倾向于忽视托盘的作用而看重轨道的作用,认为“那个(轨道)帮助它上升”,而这正如在下滑的情况中,它帮助它“下滑”一样。这等于说,在一种给定的状态下,如果事情“像那样”(如一个7岁0个月的被试表述的那样),那么因为“它们必须像那样”。换句话说,在这样的情况下,一种“伪必然性”在起作用。概括地说,这是一个阻碍新的可能性出现的障碍;具体而言,它同第一种态度一起延缓了任何对应组合的产生。至于装置之间的比较,在这样的情况下,两套装置的比较当然只可能是形状上的比较了。

三、间态射水平的两个阶段

就像我们前面看到的那样,水平Ⅰ的被试无法整合预料之外的干扰性事实。他们要么忽视它们,要么修改它们的格式,而没有觉察到由此造成的矛盾。因此,没有任何去寻求组合的尝试。相反,水平Ⅱ的被试强制自己对新因素进行整合。这显示出明显的进步。这些进步具体表现为自发地发现轨道倾斜度的作用,以及组合的出现。然而,必须认识到的是,在这一水平上所见到的那些组合仍只是局部和部分的。只有到了水平ⅡB,更系统的组合才以一种无可争议的方式明显地表现出来。在这一水平上,我们可以看到重量和空间因素之间更稳定的组合。

下面是一些水平ⅡA上可见的过渡形式的例子。

Cri(7;0) Cri挂了一些砝码在秤杆上,而他认为它们是不等的。在纠正了他的错误观念后,他说:“那个更重,因为它更靠头上(离支点更远)。”——“它的重量变了吗?”——“没有,但是一旦它变成那样(向下斜)和那样(向支点靠拢),就变了。”他成功地找到几种平衡状态。关于小车,他非常清楚,要使它下滑,必须给它加载或者给托盘减载。此外,他还自发地发现:“你可以降低轨道。”然而,他仍然对小车和托盘所需砝码的不等感到惊讶,由此产生不同的假设。一种完全有效的,但Cri尚未形成的假设是:“那儿(小车),它是斜的。”另一种是小车上的砝码是平铺着的而托盘上的是重叠在一起的:“那么如果你把小车上的叠起来,你就不需要那么多了吗?”——“可能(负面效应)。我不知道。挺奇怪。”两套装置的比较只产生:“那个下滑,而那个上升。”

Mar(8;3) Mar认为,砝码在秤上的可变动作只来自“它改变挂孔”这一事实,但是她找不到解释这一点的任何理由。对于小车,她非常清楚增加或减少砝码的作用——“你也可以把它(轨道)放低”,但是除了说“这儿(小车上),它比那儿轻”且还没有说出为什么之外,她没有给出别的任何关于砝码不相等的解释。从两个砝码不足以让它下滑的事实中,她通过简单地扩展对应得出结论:“那么3个不行。”在得到证实后,她断言:“你必须在上面放4个。”对于装置间比较的问题:“它几乎是一回事儿。一边上升,那么另一边下降。”

Ria(8;8) 对于小车和托盘上砝码的差异,Ria给出了同样的反应。她也说:“你可以放低轨道;斜坡会更陡。”但是,这里出现了进步,因为Ria比较了轨道水平和倾斜的情况。她说,在第二种情况中,它(在托盘上)肯定“比当轨道在那儿(水平的)时重”。对装置间比较,她说:“它是一回事。在一边上重,而在另一边上轻。”

Sca(8;4) 为了使小车上升,Sca说:“你把轨道升回去,然后拿走小车上的砝码。”托盘比小车“重”。“但是如果你用手掂一下它们呢?”——“是的,但是如果你把轨道升回去,它更重……因为轨道越斜,力越大。”对于杆秤,“当砝码在中间时,它就像没有任何重量一样;当它向中间靠拢时,它像没有任何重量一样”。

Arc(9;6) Arc把小车和托盘上的砝码的不等归因于轨道的坡度:“当你移动轨道时,对小车来说,什么变了?”——“重量,我是那样想的。”而且他相信,当轨道处于45°,小车和托盘在对称位置上时,会出现相等的情况。在那种情况下,小车“应该在中间(高度的中间),因为那样使重量相同”。装置间比较:“你几乎必须做一样的事情,因为(在秤上也如此),如果你把砝码放回去(向一端),它使它下滑。”

Hub(9;11) Hub清楚,如果托盘上的一个砝码使小车上的3个上升,那是“因为它不是非常陡”。当需要在小车上放6个砝码来使它下滑(托盘上有两个)时,他把它归因于“当它倾斜时,它下滑得更快”这一事实。但是,他紧接着说为了使小车在它和托盘上有相等砝码的情况下下滑,把它放得“非常陡”就足够了,这就使他陷入矛盾之中了。总体来看,他的思路是正确的,而且在进行装置间的比较时,他正确地说出,在秤上“砝码保持相同,但是你改变了挂孔”,这就像对小车“改变了斜坡”一样。

Nat(10;11) 像Cri一样,Nat认为,为了使砝码相等,需要把小车上的砝码像托盘上的那样叠起来。

Ana(10;11) 像Arc一样,Ana提议把东西放在中等高度。

在评论这些反应前,让我们先考察一下水平ⅡB的反应。虽然后者的解释并不更完善(除了有关垂直的情况外),但是它们关于空间因素和重量之间的对应的间态射水平的组合更稳定,因为他们偶然使用了“力”(force)、“力量”(strength)等综合概念。

Ala(9;0) Ala通过“如果重量一直相同,那么距离要不同”这一事实,来解释秤上的变化。对于轨道,“它上升或下降,存在某种力量”,而且它随坡度和重量(的改

变)而“改变”。但是,他没能将“力量”和重量之间的差异概念化。

Bea(10;4) 相反,Bea说,对于相等的重量,我们可以通过调节轨道的倾斜度或改变在秤上的挂孔来改变力。当介绍后者时,Bea立即开始数孔,并得出结论“没有中点”,由此作用力随位置而变化:“如果你移动这些砝码(远离支点),它在末梢上产生的力就更大。”对于小车:“我想我明白:那个(轨道)是斜的,而那个(拉着托盘的绳子)是笔直向下的,那么那个(托盘)产生更多重量,因为它落得更快,而那里(小车),有一个角度。它不会落得那么快。”——“托盘更重吗?”——“你不能说更重。它的力更大。它(小车)的力小一些,因为它是斜着的。”——“如果我那样做(放低轨道)呢?”——“你给了小车力,而把它从托盘那里拿走了。”——“在这儿(杆秤),你能改变力吗?”——“你必须改变挂孔。”

Isa(10;11) 为了解释“在托盘上有两个砝码时,必须有多于5个的砝码才能使小车下滑”这一“真实而离奇”的事实,Isa也说,托盘“(垂直地)挂着,而那里没有,轨道是斜的”,由此它导致“它在这里(托盘)比那里(小车)的阻力大”。术语“阻力”在这个例子中与Bea所说的“力”完全同义:“阻力和力是同样的东西吗?”——“正是阻力在起作用,它在拉。”——“你能改变跷跷板上的阻力吗?”——(可以。)“你把位置变一下。如果你有相同的重量,最长的那边会下沉。”

Mar(12;11) Mar作出了同样的反应:“正是那个力量……砝码的力量,在起作用。”——“什么是力量?”——“它是砝码的重量(!)。当你改变那个斜坡(轨道的倾斜度)时,它没有改变重量,它改变的是力量。”对于杆秤:“因为那边(秤杆的一边)长,所有的重量都压在这只臂上了。很清楚。”装置间比较:“当它水平的时候,就像力臂相等的时候;当它(轨道)倾斜时,就像当一只力臂更长的时候;而当它垂直的时候,也像当两只力臂一样长的时候。”——“你能把这套装置转变成一把秤吗?”——“可以,当小车上有6个,而托盘上有3个时,力量相等。”

Yve(12;5) “因为小车不是垂直的,因此托盘最重。”——“那改变小车的重量了吗?”——“没有,它没有改变重量,但是它改变了力(valeur)。”[①]——“砝码在什么时候力最大?”——“几乎垂直的时候。它(斜坡)越平,砝码的力越小。”——“为什么会那样?”——“你肯定可以解释它,但是……除了垂直的时候外,重量(小车和托盘)从不相等。”与秤相比较:“在那里,你把砝码越靠近中间,它们的力越小。”

在水平Ⅰ的反应中,被试在寻找连续因素的对应时,只知道把它们分开来考虑,而没有协调;与这相反,从水平ⅡA以后,出现了对组合的寻求。对于杆秤,立即出现了重量和位置的对应之间的组合,不过没有因果解释。尽管被试迅速发现小车装置中的斜坡可以改变,但是他们并没有坚持用重量或速度因素来补偿斜率因素。确切地说,他们也借助了把砝码叠起来的方式(Cri和Nat)、在某一高度上的位置(被Arc和Ana归因于

① 在法语中,“valeur”有“力”的意思。

"中点"的作用)、支架或轨道的重量等因素。对于装置间的比较,他们只借助了上升和下降,以及影响它们的因素,例如,坡度或挂孔,而没有建构出一个一般模型。

相比之下,在水平ⅡB的反应中,重量和坡度之间的间态射水平的对应通过概括而趋于稳定,并且伴随着两种进步。一种与倾斜度因素有关。被试发现,托盘和小车的本质差异在于前者是垂直悬挂着的,而后者是放在倾斜的轨道上的。第二种进步是一个被称之为"力"力量"或"阻力"的综合概念的构成。Mar生动地将其定义为"砝码的重量"。换言之,他们开始明白:在重量被看作是客体的一种属性时,重量恒定不变的砝码有其可变动作(根据位置或倾斜度)。但是,这个概念仍是言语上的,这是在这样的意义上来说的,即如果它只被用于将事实整合到一个一般性的间态射水平的组合中,那么它绝对说不清"如何"和"为什么",因此没有达到超态射水平的因果模式的层次。"力"事实上是速度之源,而速度又源自斜坡;在水平ⅡA,这一点已被觉察到。但是,这并没有解释重量的不等,而在不同的情境中重量又是必要的或充分的。换言之,尽管水平ⅡB上已经是以一般和稳定的方式来使用间态射水平的组合了,但是它仍停留在合法性和函数依存性的层面上。它并没有提供因果性解释。这种因果性解释将运算归属于客体,从而给依存性或关联性赋予内在的必然性,而这些依存性或关联性至此仍只被认为是规则性的而非内在决定性的。

四、超态射水平的对应

正是在水平Ⅲ上,出现了对内在的因果性解释的寻求。紧接着,研究议题变成了对用于实现这一目的的态射的考察。

Oli(11;0) Oli最初说托盘(托盘上有一个砝码,小车上有3个)"比小车重"。随后,他指出,"它越陡,它越容易下滑;仿佛它更重一样",而斜坡上的小车,"它会(对轨道)产生压力。如果它是平放着的(轨道水平),它无法移动,但是会向下压"。他解释说,小车"压在两个方向上",一个朝下,另一个朝旁边,因此这是一种力的分解。"(在不同的斜坡上)它的重量相同,但是在一种情况下,它的压力比在另一种情况下小;它的速度不同。"在轨道垂直的情况下,重量将是"相同的(平衡状态下),因为它将以相同的方式下落"。

Eri(12;6) "那里的重量(小车),有一个支点,而这里,它没有。"——"给我解释一下。"——"这里(倾斜的轨道),它向上压,这抵消了部分重量。"——"它真地抵消了吗?"——"如果轨道是水平的,重量就被完全抵消了,因为那里有一个支点;如果轨道逐渐变斜,被抵消的重量就越来越小。最后,当它垂直时,它一点儿没有被抵消。"然而,其中只涉及了重量的动作:"它本身并没有改变。"对于装置间的比较,秤杆被比作轨道。"如果你改变倾斜度,它会下滑,就像你在这里(秤)改变挂孔时一

样。你增加了一些重量(意思是,重量增大),因为那个变得更长了。""重量被分解到长度里去了",这阐述了一个更长的动作轨迹。

Enz(14;3) 对于杆秤,在解释偏离中心的砝码有更大的作用力时,Enz说:"它们越远,下降得越多,最终越低。"这相当于根据轨迹(秤杆的旋转),而不是简单的标尺长度来说明力矩或距离。但是对小车,Enz仍只接近水平ⅡB,他只局限于说,随着坡度的增加,"对它的支撑减少",支撑的思想仍是隐含的。

Lau(14;1) 对于杆秤,Lau说,一个远离中心的砝码,它"作用在秤杆从中轴到末梢的整个部分上"。——"那么?"——"那里的力更大。"对于小车,"当它像那样(倾斜的)时,有一个把它拉向地面的力,还有(另一个)像那样(他指着轨道的方向)",由此得出的结论是:"随着倾斜的增加,那个力也越来越大,因为它会更直接、更垂直地把它拖向地面。"他接下来对两套装置进行比较:"力随轨道的倾斜度而变化",而"在秤上随着挂点到支点的距离而变化"。

Cha(14;1) 对于更大的重量必然使小车下滑,他认为:"正是由于轨道支撑着小车,它减慢了它的下滑。那个托盘,没有东西挡着它。"轨道支撑着的小车:"它就像送菜的小升降机的情况一样!"对于杆秤,他说:"它(秤杆)正是从那里(中轴)被撑起来。因此如果你越靠近那里,它(砝码)就越靠近支撑它的地方,因此你不能(意思是'你不需要')放很多重量。"相反,"如果它在末梢,它把它拉得更紧。如果我想举起什么东西,我拿一根铁棍(杠杆),我在头上压,那样会有更多的重量"。

Vet(15;0) Vet立即发现,秤杆末端砝码的作用力比中间的大,但是他(正确地)说:"在计算物体的重量时,杆的长度并不重要。"像Cha一样,他也将这种情况与杠杆的那种进行了比较(而且所依据的仍是个人经验,而非学校习得的经验),并得出结论,对砝码来说,"所有向外挂砝码的方式都将产生更大的拉力"。对于小车,"因为有一个很陡的斜坡,所以地球引力的作用更大,而在那里你拥有它"。在其他方面,小车"被轨道撑着"。

Sca(15;1) 比较了处于不等力臂的末端上的砝码:"在它倾斜的那边,它有更大的拉力,而且倾斜得越小,拉力也越小。"事实上,与更靠近中心的位置相比,砝码在力臂的末端会造成"更大的倾斜",因为,在这种情况下,"那里(秤杆的中心和末梢之间的部分)所有的力都因为这一重量而失去了"。事实上,Sca随后描述的正是杠杆原理(而且描述的方式明显不是从学校学来的)。对于另一套装置的托盘,"它向地面拉",而小车"不,因为它在轨道上,它不能"。

Ric(15;2) "斜坡抵消了小车的一些力(他指出了方向),而托盘垂直向下落,所以它失去了所有的力。"

这些各式各样的解释颇为引人注目,一方面是因为它们给简单的可观察对应增加的关系的数量,另一方面是因为这些关系对一般性解释模型的从属性,而这种从属性是推论性的和必然的。这样的发展表现出超态射水平的特点,因为在同级对应之间的间

态射水平的组合上加入了一种作为一个总系统的解释模型。

就小车问题而言，新颖之处在于力的分解。倾斜不再局限于改变速度，它现在还包含了两个成分，而问题在于对它们进行协调。一个成分是引力，如Lau所说的是"一个把它拉向地面的力"。他还补充说是"更垂直地把它拖向地面"。结果是，在像托盘那样垂直的情况下，它独自发挥作用。由此，重量对托盘和小车的作用力相等。另一个成分包含在这样一个事实中，即当轨道倾斜时，小车从另一个方向对它施加压力，而这削弱了重量的作用力。Eri在表述这一点时说，在水平情况下，"重量就被完全抵消了"。随后得出的一般结论是，"轨道逐渐变斜，被抵消的重量就越来越小"(Eri)，因为正如Oli所说的那样，它"压在两个方向上"。考虑到角度(事实上是角度的余弦)，似乎清楚的是这些被试出色的解释源自功(work)的思想，而功是依据力的位移来界定的。

就杆秤问题而言，情况看来是相同的，就像我们长期坚持认为的那样。[①]事实上，如果力矩以米·千克来度量，即$d \cdot f$，那么功则以千克·米来表示，即$f \cdot d$。虽然这些表达式看似相同，然而它们显示了一种本质的差异：在功的情况下，d是一个矢量，因此表示一条轨迹。确切地说，正是这种差异才使我们可以把它解释清楚，因为起作用的是活动的而非静态的长度。Vet在说"在计算物体的重量时，杆的长度并不重要"时，确切地表达出了这种区分。同时，如果远离中心的砝码表现出更大的作用，那是由它的"拉力"造成的，就像杠杆中的情况那样。这种相同的比较，Cha是明显地进行的，而Lau则是隐含地进行的。Enz更是明确地阐述了砝码在离支点最远时有最大的位移："它们越远，下降得越多，最终越低"，因此，他考虑的是$f \cdot d$而非$d \cdot f$(也参见Sca)。

五、结　　论

回到我们最初提出的问题上，人们可能想知道，儿童在现实中发现的对应或变化与他在自己的运算或动作中发现的那些对应或变化之间的关系是怎样的。人们尤其可能会问，是否像我们设想的那样，存在一种被归属于客体的因果关系和被试的运算结构之间的对应。

由合法性和作为其形式的函数出发，关于被试和客体各自的贡献的问题已经十分复杂。正如已经提过的那样，一个函数$y=f(x)$包括三个方面：将x和y纳入关系或对应之中；依存性，y随x的变化而变化，而不是相反[②](互反仅意味着，从y出发来重构x的变化只能在心理上进行)；以及一组变化(或协变)，它们使x_1变成x_2，x_3，…以及(相应地)使y_1变成y_2，y_3，…真实的情况是，这些事实中的每一个都构成一个可观察量，而作为一个

① 《理解因果性》，《发生认识论研究》(第二十六卷)。巴黎：法兰西大学出版社，1971，第97页。

② x是被影响的操作；y是它们的结果。

整体的函数因此就产生于可观察量的一个读数(reading),产生于“经验”。然而,从刚才区分的三个观点中留下的问题是,读数本身事先假设了读数仪器的精确性,而且它来自被试的活动。为了建立x和y之间的关系,例如建立砝码与杆秤或小车的移动之间的关系,人们必须能够分类,纳入关系之中,进行或多或少系统的比较(对应),区分“多”和“少”(自感知运动水平后发挥作用的初级量化),进行空间上的组织(倾斜度、中间、重叠),等等。这全都有赖于被先前已经精细化了的格式和协调物。就依存性而言,需要一定数量的推论过程来组织它们的连贯性。这一点的证据是第二部分中的年幼被试(如Tan和Vin)不知道小车是否因为重或轻而下滑。至于变化,我们首先应该注意到,被试对其可观察量进行考察的那些事实全是“实验事实”。换言之,它们是有序的、人造的、集成的或分割的。因此,它们是已经为被试所“改变”了的事实。我们还应该注意到,它们的变化或是来自于被试的动作,或是被同化于他的动作格式(“压”“拉”“轨道帮助”时的“帮助”“数”等等)。

一旦原因和结果被纳入对应之中,这就把我们引向转换的因果性或解释。在这方面,观察者发现,被试的因果解释与其前运算或运算的逻辑数理结构之间存在一种循序渐进的对应关系(水平Ⅰ至Ⅲ)。在水平Ⅰ上,对被试来说,用于解释的“原因”事实上并不是因果性的,没有超出合法的“依存性”的水平,而且总是表现出追踪动作承受者(“压”“放开”“帮助”等)的兴趣,当然使用的是“归属”于客体自身的第一种形式。然而,对被试来说,它们只包括了必然性。在水平ⅡA,解释上的进步一方面包括被归因于斜坡(小车)和距离(杆秤)的作用,这表示运算性空间结构开始出现。另一方面,它包括逻辑的一致性(包括在第九章中的水平ⅡA上见到的重量的可加性)。在水平ⅡB,新生事物是“力量”或“力”这种一般概念。尽管有用它来进行解释的意图,但是由于它过于宽泛而无法起到那样的作用。相反,在水平Ⅲ,根据其方向对力进行分解和以“功”的形式通过轨迹进行的组合达到了因果水平,而且这种因果性最终被赋予了内在的必然性。正是在这一水平,因果的(因此是物理的)和运算的(因此是逻辑数学的)组合之间的对应变得最为清楚,也最为众多,这证实了莱布尼兹的名言:“事物中的因相当于真理中的因。”事实上,二者构成变化系统。而无论是物质客体和机制或是心理过程,这些系统都通过不变量的守恒来协调新异事物的产生过程。对于这种产生过程,它可以在两个领域里采取最富于变化的形式,而这些形式被包含在结构(像群的那些一样)之中,并且通用于物理世界和认知组合。这些形式包括允许我们进行替换和调整、排序、组合或分解、补偿或逆反、最优化(终极原则)等活动的形式,而不涉及传递性、联合性、分配性或互换性和对称性等形式。

因果性和被试的推论过程之间的这种对应逐渐变成意识性的,当然是非常缓慢的。它们的概念化被设想成只有在科学思维建构模型时才开始出现,而且引出了它们适用于实验事实的程度问题。然而,存在这样一个基本现实,它证实在所有的水平上存在对应,而且也证实了主体的运算对客体的“归属性”。那个现实就是那种将实验操作

与最终的推论形式连接起来的连续性。其中，被试通过那些实验操作把事实组织起来，而那种推论形式是那些最初的操作在通过动作组合上的进步而成为精确的运算时采用的形式。在这方面，装置之间的比较(参见水平Ⅲ的Eri，以及甚至是水平ⅡB的Mar)具有指导意义，因为至此仍然没有将功的思想加以概念化，它们证明了将有组织的格式纳入相互之间的对应之中，也就是说，它们使重量作为坡度或距离的函数，根据方向而变化。

第十一章 同轴盘系统中的力矩平衡

J. 皮亚杰
F. 库佰利(F. Kubli)

在这个实验中,向被试呈现五个圆盘。它们的大小依次递增,并且牢固地附着在一根水平轴上。最小圆盘的半径为2cm,而其他圆盘的直径依次比前一个大2cm。所有圆盘在圆周的同一点上都装有一个小栓,用来挂5个砝码中的一个,而砝码可以挂在圆周左右两边的任意一边上(见图11.1)。砝码从50g到250g。砝码还系着一根可以将它们挂到圆盘上的细绳。问题是在向至少两个不同的盘上挂了砝码后,该系统仍然保持平衡。每个盘上挂一个砝码,而如何挂由被试自行决定。儿童必须找出的规律是,两个方向上的砝码重力与圆盘半径的乘积的和必须相等。这可以用下面的方式来表示:1↙2+2↙5=3↘4,其中箭头前的1,2和3代指圆盘,箭头后的2,5和4代指砝码,而箭头则代指旋转方向。因此,向左(↙)的力矩应为(1×2)+(2×5),而向右(↘)的力矩则为3×4。

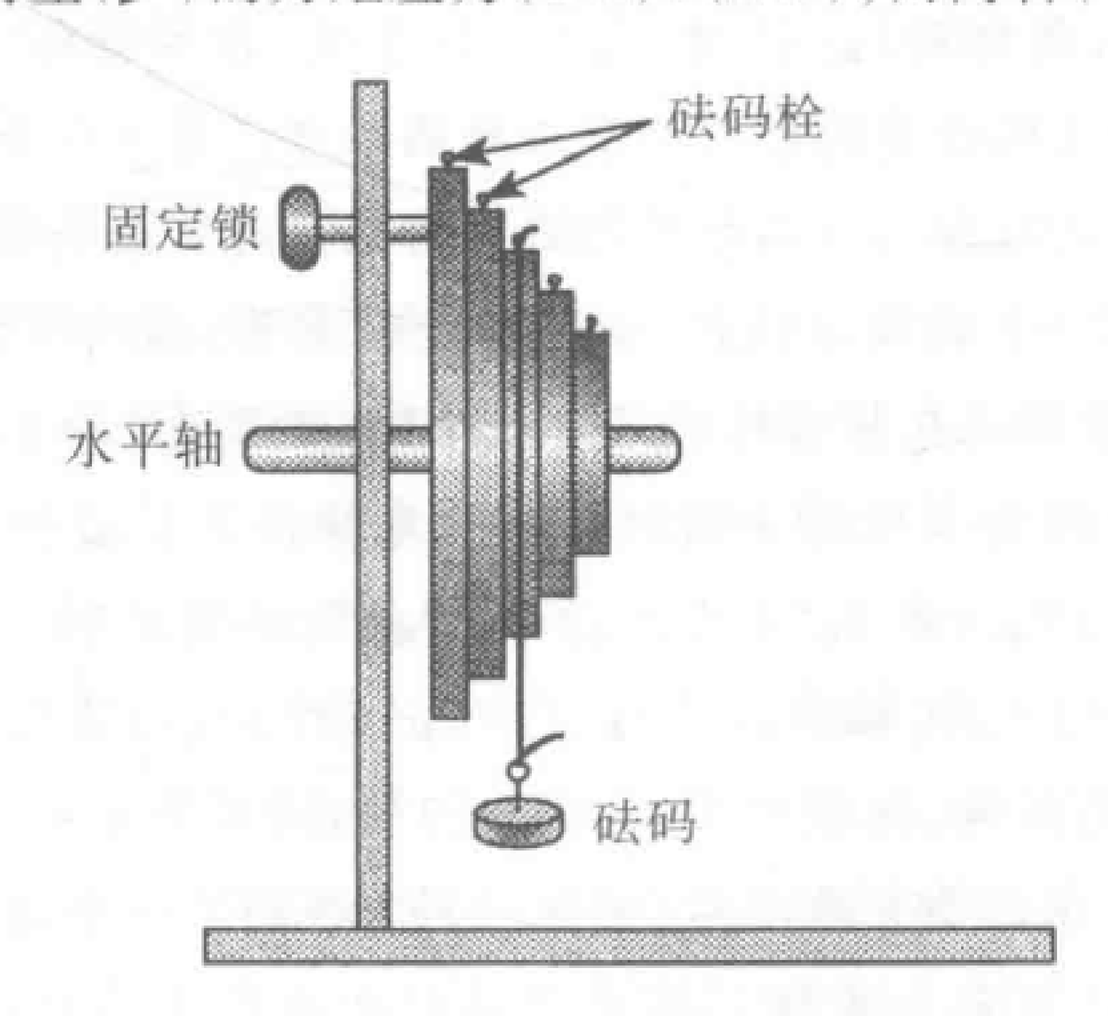


图11.1 同轴盘装置

试着从多个角度来阐明被试是依据什么对应来发现并最终解释这种一般关系的,这是一件有趣的事情。一方面,它是一个关于乘积的问题,然而年幼被试倾向于通过简单地使两个方向上的砝码的和相等来保证平衡,仿佛这套装置是某种天平一样。因此,我们最重要的问题是弄清被试是如何从加法性组合转到乘法性组合的,以及他是使用什么抽象形式(经验的或反省的)来这样做的。可观察到的现象仅仅显示了大盘上轻的

砝码与小盘上重的砝码有异曲同工之效。要想从那里推进到固定的乘积,反省抽象似乎是必需的,而这在间态射水平的组合的形成方面是有说明意义的。另一方面,这套装置允许在被试已经使用的砝码-圆盘对的基础上,增加新的砝码-圆盘对。这就像天平上能做的那样。在天平上,在两边托盘中添加相等的砝码后,平衡仍可得以保持。不过,这时的问题只是加法性组合问题。而对圆盘来说,我们增加的是新的乘法对。但是,别的事情也是可能的。在最初的砝码挂好后,被试可以简单地移动它们。这就像在一个物质守恒问题中的情况一样,我们只是改变了整个物体的形状,而没有做任何别的事情。将这种情况下起作用的过程与在简单换位中见到的关于加法的“交换性”的那种过程进行比较,是一件有趣的事情。

一、水平I:内态射水平的对应

内态射水平的对应表现出两种特性。其一,它是可观察量的简单读数;其次,它缺乏适当的组合。概括地说,它们反映了4至7岁、处于前运算阶段儿童的真实情况。虽然这样的对应显然与被试的水平有关,然而同样清楚的是,它们也与为儿童设置的问题的复杂程度有关。因此,在当前这种情况下,发现9岁儿童仍处于第一级水平,并不让人吃惊。

Cla(9;5) Cla最初用1↙1[1]对2↘2进行尝试,并预测向右转动。因此,这里有两个正确的对应以及隐含着的第三个不正确的对应。第一个是砝码所挂的边和圆盘被拉动的方向之间的对应。第二个是把更重的砝码与更大的作用联系起来的正确对应。第三个对应,是Cla的简单认识“如果你计算重量,你就能预测它会向哪边转”所体现出来的对应,它表现在相信转动只依赖砝码(这里是2和1)而不用考虑盘的大小这一认识之中。当被要求保持平衡时,Cla首先给出了1↘1和3↘3对2↙2和4↙4。随后,她将其改正为1↙1和4↙4对2↘2和3↘3[2],这使砝码总数为1+4=2+3。在发现那样做还是无效的之后,她尝试了1↙1和2↙2对3↘3,这使砝码总数为1+2=3(这仍然是无效的)。类似地,她预测2↘4对3↙3[3]的情况下系统会向右转动,而依据的仍是相同的原则。在这些失败之后,她把砝码1移到了一个更大的盘上:“我告诉我自己,它在大的盘上可能会更轻。”这是将砝码和圆盘纳入对应中的开始,但是这种对应搞反了,而且没有结果,因为Cla事实上又回到了她最初的规则上。

---

① 回想一下,箭头左边的数字代指圆盘,而箭头右边的数字代指砝码。因此,表达式1↙1应读作在盘1左边的砝码1,3↘5应读作盘3右边的砝码5,等等。

② 在法文原稿和法文版中都存在一个错误:3↙3和4↘4。我对符号进行了改变,从而使它符合皮亚杰的分析。

③ 这里再次出现了符号与文本之间的矛盾。我再次改变了符号,从而使它与皮亚杰的分析相一致。

Mar(9;6) Mar似乎显示了进步。他似乎在寻找与盘的某种关系。他尝试了1↘5和2↘4对3↙3、4↙2和5↙1,因此最重的砝码将“在前面”。看到这样无效后,他开始只寻求砝码相等:3↙3对4↘2和5↘1。他对这次失败深感震惊:“但是2加1等于3啊!”他通过用手掂量砝码对这进行了检查。随后,他回到了与砝码的关系上:“我知道了。我把轻的砝码挂到这个盘(2)上,而重的那个挂到小的那个盘(1)上”,由此给出了2↘4对1↙5。[①]随后,他思考了悬挂的高度:“你必须把最重的砝码挂在顶上,而最轻的砝码放在底下。”最后,他回到了使砝码在↘和↙上(即左、右两个方面上——中译者)相等的做法上。

Bet(10;3) Bet从一个有趣的对称想法开始:“我把最大的那个挂在中间,而为了使其余的相互平衡,我让一个向这个方向拉,另一个向相反的方向。”也就是说,1↘1,2↙2,3↘5,4↙3和5↘4。当这失败后,她转向使砝码相等:4+1在右边(↘),5在左边(↙):“现在它们在两个方向上相等了。”尽管她有所发现,但是她仍旧由相同的原则开始,接着:“你可能需要考虑离地面的距离,我的意思是高度。”据此进行的各种尝试中偶然碰上了4↘5对5↙4,因此出现了平衡。随后,她将这种情况推广到2↙3对3↘2。但是,她没有看到在其中的乘法关系,只是简单地说:“你需要看一下砝码的数字和圆盘的数字。”随后,她摆出了1↙1对3↘2。对这次失败,她深感诧异:“但是用2和3是可以的啊!”

Ter(10;11) Ter由拉向每一边(即,在↙和↘方向上)的砝码相等开始,接着说:“它可能是因为砝码的高度不同。”在尝试了1↙1对5↘1后,他得出结论:“下面的砝码比上面的重。”[②]一个反例无论如何都不能使他相信。

Pat(11;6) Pat也从拉向每一边(即,在↙和↘方向上)的砝码相等开始,并得出类似的结论:“线的长短肯定有某种影响……在商店里的秤上,最低的砝码总是最重的。”实验者向他展示了5↙3=3↘5:“啊,对了。这里(盘5)的直径更大。”但是尽管在这方面已接近正确的对应,然而他仍简单地认为“砝码的差值必须是2”,据此得出5↙1对3↘3。最终,他从那里转而回到了使砝码相等的尝试上。

这些反应有两个共同特点。其一,这套装置最初被同化于天平概念之中,而在使用天平的情况下,平衡仅依赖两边重量的相等。其二,在观察结果证伪了那个假设后,开始寻找某种能发挥重量作用的补充对应。然而,提出的那些补充对应显然没有导致间态射水平上的组合。Cla绕了半天后,假想“它在大的盘上可能会更轻”,但是没有继续进行任何证实。尽管Mar立即同时考虑到砝码和圆盘,但他只是对东西进行简单的排

① 法文原稿在这一点上存在一个对符号的整体且未作说明的调换(法文版中也如此!),即,↘为↗所替代,而后者应意味着一个向上的旋转。它等同于另一个方向上向下的旋转↙。因为这个没有被重复且没有任何意义,所以我让本段与最初给出的定义相一致。

② 注意,由于盘5的直径比盘1大,挂在盘1上的砝码会比盘5上的低。由于力矩的作用,系统会向右转,这似乎表明原本高的砝码较重。因此,Ter肯定是在发生旋转后作出的判断。

列，提出“最重的”砝码将更“靠前”。因此，他将自己局限于一种空间顺序，而没有理解那种确保一个固定乘积的相反关系。随后，他似乎接近了固定乘积的思想。他把一个轻的砝码挂在盘2上，而“重的那个挂到小的那个盘(1)上”。但是，他随即歪曲了这种关系。就像在他这个年龄常见的那样，他认为，当砝码“在底下”时，它的作用增大。Bet由对称开始，最后绕到了砝码的“高度”这种相同的假设上。然而，她不能利用她发现的4↙5对5↘4这一平衡情况。她只是把它推广到2↙3对3↘2。事实上，她从这一点得出结论，因为“用2和3是可以的啊”，所以它应该能使1↙1平衡，就像3和2。类似地，尽管Pat建立了5↙3=3↘5，但是他推出的结论是“砝码的差值必须是2”！

但是，这些反应中具有指导意义的是，在守恒问题中达到运算水平的9至11岁被试，在这里的推理就像5至6岁儿童在更简单问题上的推理一样；也就是说，他们不具有完成间态射水平的组合或转换间的组合的能力。造成这样的原因是，他们坚持认为平衡是通过使两个方向上的砝码相等来实现的。他们轮流引用的其他因素，被他们看作是解释失败的干扰因素，但是他们没有把它们整合为一个统一系统所固有的变化性。换言之，他们没有把它们整合为可以确保相互补偿的种种变式，就像他们在加法的“交换性”模型中为守恒做的那样(见原版第四章，p57)。因此，缺少的是对模型的搜寻，而这种模型当然是以反省抽象为前提的。这些被试仍固着于可观察量和隶属于内态射水平的经验抽象。显然，在这种特殊情况下，造成这种滞后(décalage)的原因是，那些相关的变式在本质上是乘法性的，而非简单的加法性的。

二、水平Ⅱ：间态射水平的对应

在水平Ⅱ，开始出现对补偿的搜寻，并且开始发现砝码和圆盘之间的反演关系。

Bea(11;3) Bea立即注意到：“小盘转得更快。我必须把小砝码挂在小盘上(1↘1对2↙2)。不对，那样不行(1↘1对3↙3)。不对，那样也不行。我要这样试一下(1↙2对2↘1)。啊！对了，那样行了。砝码1的力更大，因为它更高(意思是在一个更大的盘，即盘2上)。”——“还有别的方法吗？”——他挂了1↘5对3↙4，接着1↘5对2↙4，等等。[①]“砝码4的线更长。”——“我们能说它的力更大吗？”——“可以。”——“你能证明它吗？”——“可以，如果你拿两个连着更长线的相等砝码来(他立即这样做了)。不对，这样不行。我原来想最重的必须挂在半径最小的盘上(补偿！)。”根据这个规则，他接着构建了一定数量的准平衡(quasi-equilibria)。这一系列准平衡的结尾部分是2↙4对3↘3，1↙4对2↘3，最后是处于平衡的3↙4对4↘3。“那么把4挂在5上呢？”——他尝试了4↙5对5↘4。“成了！”但是他没有对这

① 为了使Bea的行动与其陈述一致，我们把1↘4对2↙5改了。

一发现进行概括。他还尝试了1↙4对4↘2，1↙4对3↘2，接着凭经验发现了1↙4=2↘2。相反，对这种简单关系，他成功地进行了乘法性叙述："砝码在盘2上的作用是双倍的，它可能用两倍的力在拉，因为半径是双倍的。在盘1上的砝码4用了它一半的力在拉！"不过在这里，他还是没有进行概括，并且转而尝试了2↙1对4↘4，接着是2↙4对4↘1，最后再次发现了他前面已经发现的2↙2对4↘1。随后，他重复到："在越大的盘上，小砝码拉得越厉害。"

Nad（12;3） Nad由1↙1对3↘5开始，并像Bea一样说："我原来想'砝码5[①]更重'，那就是为什么我把轻的砝码挂在小轮子上。"在进行了不同的尝试后，她把这种关系反了过来："啊哈！我建成它了。在大轮子上，砝码有更大的力。"她另外还进行了四次尝试，其中的最后一次是2↙2对4↘1。"这儿为什么会平衡？"——"可能是碰运气吧。"——"但是，有什么解释吗？"——"可能有，但是我首先需要找到平衡的其他例子。"随后，她致力于两个有趣的行为。[②]第一个在于将2↙2变成1↘3。她明确地说，这样做是想看把重一些的砝码挂在小一些的盘上是否会保持平衡。随后，由于实际情况根本不是这样的，她改变了砝码2和1的位置，把它们从盘2和4上移到了盘3和5上，因此保持了它们之间的差距。这种差距她是这样来测量的：3和5之间就像2和4之间一样，"在砝码之间有一个空盘，所以你必须保持那样（意思是相同的空间）"。因此，我们在其中发现了对状态之间的一类等值情况的搜索。那些状态通过转换联结起来，而这些转换则简化为简单的换位，就像加法替换性的情况那样。不过，Nad后来几乎达到乘法关系水平了（在一套使用相同单元的装置上[③]）。她尝试了1↙1对1↘(1+1)，接着是1↙1对2↘1，最后是1↙(1+1)对2↘1（平衡）。"啊哈！在半径小一些的那个盘上，你必须挂两倍数量的1。"但是，这里并没有对那一点真正全面的理解。她挂了4↙(1+1)对5↘1："不对。我不知道它为什么不行。"

Kar（13;0） Kar按5→1的顺序和方向↙与↘相互交替的方式，把五个砝码挂在盘1→5上，并解释没有出现平衡的原因是两个方向上的砝码的和不相等。对1↙5和5↘1，他预测沿砝码5所在的方向转动。在发现它保持平衡之后，他说："我本来应该猜到的。"接着，他将这个结果推广到1↙5和2↙3对4↘2和5↘1。对2↙3和4↘2，他说："我把一个稍重些的砝码挂在小盘上，而一个小的砝码挂在大盘上。"因此，这里存在补偿，但只使用了加法性的定量化。

Reg（13;11） 经过试误后，Reg发现了1↙2=2↘1。她说："啊哈，你挂在前面

---

① 再次违反了符号约定俗成的含义，而且法文来源有错。为了保持翻译的一致性，我改变了符号。

② 众所周知，皮亚杰是反对行为主义的。他用行为(behavior)一词指那种教条(doctrine)，或者是纯粹可观察的行为。在这种情况下，他使用举动(conduct)一词，而他由此要表达的意思是，广义上的行为包括意识。因为conduct在英语中念起来不自然，我仍使用behavior，不过是在conduct的意义上来使用的。

③ 几个1个单位的砝码使我们可以用2，3，4或5个单元来代替砝码2至5。

(小盘)的砝码必须比后面的重。如果你把一个砝码向前移,你必须把它增大。对每个单位的位移,你必须增加一个单位的重量。"她证实了这一点,但只获得了一些准平衡。相反,对1↙4对2↘2,她想"使它加倍",但是对其他成对的组合,仍没有超出加法性补偿的范围。

Gra(13;11) 出于同样的原因,Gra没能找到成对的组合之间的平衡。

Ste(13;1) 当Ste尝试比例时,他踏上了通往乘法的道路。他尝试了1↙2对2↘4,随后发现了1↙4=2↘2,但是却说了:"我不知道这里为什么会出现平衡……它肯定与走过的路径有关系,但它是怎样的呢?"

下面的被试显示出迈向乘法性组合的进步。他们发现移动一个大砝码产生的作用比移动一个小的大。

Els(9;10) Els说:"它依赖于砝码所挂的地方和大小。小砝码的作用比大砝码的小。"她发现了1↙4=2↘2,并从中得出结论:"两个的作用力是相等的,因为如果你把小砝码挂在后面(盘2),它会有更大的作用。"尽管如此,在解释4↙5=5↘4时,她说:"砝码(5和4)之间的差值和盘(4和5)之间的是一样的。它们都是1。"如果把这些砝码移到差值相同的盘(如盘3和4)上,"大砝码作用力的差值比小的大。大的那个会拉得更厉害"。

Rap(11;3) Rap认为,移动两个砝码,4和2,由2↙4=4↘2变成3↙4对5↘2,仍能保持平衡,因为如果有2+4=4+2,那么也有3+4=5+2。观察结果打消了她的这种错误想法后,她解释道,相对于砝码2从盘4移到盘5时产生的变化来说,"重的那个(在从盘2移到盘3时)产生的变化更大"。因此,我们有一种介于和的不变与积的不变之间的过渡情况。类似地,对于1↙4对2↘2,她没有预见到平衡,因为盘2上的砝码2离盘1上的砝码4不够远,以至于不足以补偿它。

Tho(12;7) Tho通过尝试发现,"盘的半径比砝码更重要"。在将砝码4和2分别从盘2和4移到盘3和5时,他不知道可以预测什么。对它进行尝试后,他说:"如果降低砝码,2变得更强,而如果升高它们,则是4。"——"好,为什么呢?"——"那种关系不再相同。"

Han(13;9) Han发现5↙1=1↘5,并且相信用1↙5对3↘2能保持平衡,随后推广到4↙1对1↘4,并将其变为2↙2对1↘4,而且还推论出下面的规则:"如果增大高处的砝码,那么你必须相应地把盘1上的砝码移到盘2上",但是他给出的例子却是3↙5对4↘4,而其仍是加法性的(3+5=4+4)。就像前面的被试一样,Han因此仍处于加法性和乘法性组合之间的过渡位置。

Kur(13;0) Kur发现并概括出x↙4=4↘x的平衡,但是他只是根据$x+y$来理解它的。因为在要求他从中推论出别的东西时,他挂出了2↙4对5↘1,因为2+4=5+1。相反,他自发地探索了5↙1对1↘5是否可以颠倒成1↙5=5↘1,随后由这推论出:"为了补偿盘2上的砝码5,你必须计算出5+2=7,并把7挂在盘4上。"被纠正

后，他发现，为了平衡2↘1+3↘1，“你必须挂5个1在（盘）1上”，并且从那里引出：“如果你把5移到盘2上，为了补偿它，必须把砝码2挂在盘5上。”这些推论随后发展到乘法性组合上：“盘的数量和砝码之间的乘积在两边（↙和↘）必须相同，但是你可以随意地分配这些乘积！”因此，Kur已经达到水平Ⅲ了。

在这种间态射水平之中的两个阶段生出了一整套问题。第一个是有关对两种相关对应进行组合的新思维的来源问题。就这两种对应而言，一种指向砝码（已为我们所知），另一种指向盘，而且是以它们对砝码作用力的改变为依据的。因为它是可观察的，所以这种改变在内态射水平就已经清楚地显示出来了。然而，在那里，它仅被看作是一种干扰因素。它破坏了假想的平衡法则的规律性，而在那种平衡中存在一个方向上的砝码之和（6）与另一个方向上的和（5）相等的情况。相比之下，在这一水平被试身上见到的新发展是，单个砝码随位置的变化而产生的作用力的变化立即被认为发挥了积极作用。由于问题是寻找一种平衡状态，所以这些变化迅速被同化到可能的补偿格式中。这样的格式不是在可观察量中给出的，而只能通过它们来核实，如果人们试图在那里发现它的话。换言之，它只能在将经验抽象从属于一种反省抽象的条件下，在经验上加以核实。此外，那种反省抽象通过协调转换来指导经验抽象，以期从它们中推论出守恒。因此，正是Bea和Nad（他们由砝码和盘之间的一种直接关系开始）开始进行验证，并对那种关系进行反演，这将他们引向近似的或完全的补偿，但他们又再一次在经验上加以检查。对于一个适合的个案而言，这些新的、明显的验证行为扩展到了“概率”思想——就像Nad表述它的那样，这使得在作决定之前有必要先找到“其他例子”。

从Bea到Ste的第一群被试尽管获得了补偿的一般原则（Bea——“在大盘上，小砝码拉得越厉害”；或者Nad——“在大轮子上，砝码有更大的力”，等等），但是他们的反应都没达到以乘法术语来解释的水平。仅有的例外是在$2 \times n$的情况中（Bea、Nad、Reg等），它等同并混淆于简单的$n+n$。因此，Nad认为，平衡可以通过将砝码2和1从盘2和4上移到盘3和5上（也就是说，简单地通过“保持”它们的差距）来保持。Reg有进步。她说，“如果你把一个砝码向前移，你必须把它增大”，但是却坚持认为，“对每个单位的位移，你必须增加一个单位的重量”。因此，那种似乎启发着这些被试的隐含模型应该是加法交换性模型。根据它，我们在一个点上拿走的东西在另一个点上又会被发现。

相比之下，对于第二群被试，我们观察到一种介于加法性组合和乘法性组合之间的过渡情况。一个砝码的移位不仅需要像Reg那样增加单元，而且“大砝码作用力的差值比小的大”（Els）或者“重的那个产生的变化更大”（Rap）。因此，从定性的角度来看，一些被试的解释已是乘法性的了。可以说，当Tho说“那种关系不再相同”，或者Han说“如果增大高处的砝码，那么你必须相应地把盘1上的砝码移到盘2上”时的情况就是这样的。在Els关于“如果你把小砝码挂在后面，它会有更大的作用”的陈述中，隐含着定性的乘法性。然而，让人惊讶的事实是，尽管有明显的进步，然而那种计算仍是加法性的：对Els来说，如果4↙5=5↘4，那是因为差值“都是1”；对Han来说，3↙5对4↘4有“相同

的关系”，那是因为3+5=4+4，等等。甚至最终达到水平Ⅲ的Kur，在开始时也认为：“为了补偿盘2上的砝码5，你必须计算出5+2=7，并把7挂在盘4上！”此外，对$x\swarrow y$对$y\searrow x$只进行了加法性的概括，也是由于相同的原因，也就是说，Rap从$2\swarrow 4=4\searrow 2$得出$3\swarrow 4=5\searrow 2$的结论，是因为3+4=5+2，等等。

接下来的问题是去弄清楚造成乘法延迟出现的原因。为了做到这一点，让我们用A指代最初的砝码，而A'指代A所挂的盘，同时以ΔA指代挂在另一个盘$\Delta A'$上的第二个砝码，符号Δ代指被发现的差值，从而使ΔA和$\Delta A'$与A和A'相平衡。随后，我们可以得出下面的比例关系。

$$\frac{\Delta A'}{A'}=\frac{A}{\Delta A}\quad \text{依据交叉相乘定律}\quad A\times A'=\Delta A'\times\Delta A \qquad (1)$$

我们早已知道，就像两种关系之间的等价式一样，比例的获得是迟缓的，而所有关系之间的关系都是这样的。我们还知道，乘法本身如同加法的加法（$n\times x=x$加自己n次，即使已经存在单元的相加）。那就是为什么前面的被试，甚至Kur，最初进行的推理时，仿佛$A+A'=\Delta A'+\Delta A$，而不是比例或交叉乘积。然而，从第二组被试之后（从Els到Kur），儿童接近乘法性组合的比例性，那么问题也就是要去理解他们是如何做的。显然，第一个原因是半径和砝码重量的相加没有意义，因为这些度量单位是不同类的。如果儿童不再死板地固着于数字，而是把注意集中到它们代表的意义上，也就是说，作用或效果像这样被组合起来，那么他将明白它是一件关于“关系”（Tho，Han）的事情，而这迟早会将他引向乘积（Kur），因为这样的关系暗含着一种比例的相互作用。事实上，作用的比较可以在加法的意义上进行，因为它们是同质的，如两个砝码。但是盘和砝码之间存在交互作用，一个的作用会改变另一个的，反之亦然；而且正是对这种互反性（reciprocity）的理解促使被试说出“关系”。因此，我们远离了第一组被试坚持的那种加法可交换性，而这一点在水平Ⅲ上可以看得更清楚。

三、水平Ⅲ：超态射水平的对应

前面已阐明，通过乘法组合来解决平衡问题处于超态射水平。这是因为方向$\swarrow$和$\searrow$上的乘积和的运算性相等，决定了态射之态射的组合，能进行补偿替代的等价类的组合，以及一个保证平衡守恒的自同构。不幸的是，有关这个实验的问题，我们提问的对象只能是12至15岁的儿童，而他们一般都已经在学校里接受过有关旋转的力矩问题的教育了。这削弱了他们反应的意义。相反，下面两个案例没有表现出这样的缺陷。

Mac（13；5） “你怎样能使它平衡？”——“盘间的距离相同吗？”——“是的。”——他挂出$1\swarrow 1$对$2\searrow 1$。“我把它们挂成那样来看你必须把最重的挂在哪儿。是在小的那个盘上。我要试一下（$1\swarrow 2$对$2\searrow 1$）。对了，在盘2上，半径加倍，

而重量减半。让我们再试一个(1↙5对5↘1)。这就是我们要找的规则!"——"哪一个?"——"如果我把一个砝码挂在盘1上,而另一个挂在半径是第一个盘n倍的盘上,那么那个砝码必须分成n份,并把其中的一份挂在半径n上来使(系统)平衡。"——"对的,但是对于2↙4对3↘1和4↘1,你说会怎样呢?"——"它会向砝码4的方向转动。"——"为什么?"——"半径4上的砝码1等价于盘2上的2。盘3上的砝码1必须乘以1.5。那使一边的和为3.5,而必须在另一边用4来平衡(因此,7向↘拉,8向↙拉),这样使4成为一个更大的砝码。"——"你能告诉我要在这种情况(1↙5对3↘1)下产生平衡,你必须加什么吗?"——"你必须在盘2上加个1。"

Tho(14;5) Tho从1↘3对3↙1开始。"你是怎么想的?"——"如果你从最底部向上走,这里有3个差距。因此,(相对于盘3,盘1上的)质量必须加3倍。例如,2↘2对3↙1也肯定会产生平衡(他进行了尝试)。不对,这样不行。你必须用2↙2对4↘1。"他接着制造了一系列颠倒的情况:1↙3对3↘1;一个1↘5对4↙2的错误,随后他改正为1↘8对4↙2;接着,1↙9对3↘3。他通过添加5↙1成功地实现了与1↘1和2↘2的平衡[①],等等。"你能用公式来表示一般法则吗?"——"为了补偿在一个比盘1大的盘上的几个单位的砝码,你必须在盘1上添加一个砝码,而它要同那个砝码和位移量的乘积相等,而这个位移量是将那个砝码下移到盘1时必然会产生的。"

我们看到,Mac(一名咨询心理学家而非物理学家的儿子)说的是乘、除运算的语言(为了平衡一个n倍数,"那个砝码必须分成n份")。相反,Tho运用虚拟位移来对动作进行了详细描述,而这些动作是在用新值去保持最初的平衡时所需要的。与前一水平的被试不同,他使用的不再是加法可交换性,而是将推理建立在乘积($\Delta A=A+nA'$)的基础上;其中的ΔA是被找到的砝码,而n是起始盘A'和那个砝码要移往的盘之间的位移量(=半径的差)。因此,我们可以写出:

$$[\alpha(A_1)\mu\Delta(A'_1)=\beta(\Delta A_1)\omega\beta(\Delta A'_1)]\Leftrightarrow[\alpha(A_2)\mu\Delta(A'_2)]=(\Delta A_2)\omega\beta(\Delta A'_2)\Leftrightarrow\cdots \quad (2)$$

[②]

其中,α是砝码A_1或盘A'_1的起始位置(结合二者的是μ);β是被移到或添加到$\Delta A'_1$上的砝码ΔA_1的位置(用ω联结);而Δ是nA的积或A'↙n的商或者倒过来。

接下来,像在第九章第5部分中的公式里的情况一样,我们确定这里有交换性和补偿替代,因为我们能够以μ联结和ω联结来对方向↙和↘进行排列,并且在保持平衡的情况下改变AA'的配对。但是与加法可交换性——其中起作用的只有简单的移位——相矛盾的是,A不是固定的,因为它们的作用依据盘A'而变化,而A'也不是固定的,因为

① 法文文稿里有一个错误,原文为:"Il *réussit* à *équilibrer* 1↘1 *and* 2↙2 *par une adjonction* 5↙1."我改变了第二个箭头来修正它。

② 皮亚杰的符号是含糊不清的,而且法文原稿和法文版之间也存在矛盾。尽管如此,很清楚的是,皮亚杰希望用来表示乘积相等的传递性,而乘积相等对从一个平衡移到另一个来说是必需的。

它们的尺寸和作用是等量变化的，由此根据这些相互作用的表达式$A \times A'$来看，乘积是必需的。

考虑到这些组合从属于一个一般计算系统，同时考虑到它们产生的组合已经是可自由选择的，而结果又是必然的，因此它们显然处于超态射水平。同样清楚的是，这些态射所表达的其实就是运算性转换，但它们只限于把由它们所产生的等价关系筛选出来。它们没有发挥构建作用或创新功效。转换观点来看，我们在这里看到的水平序列让我们觉察到一个有指导意义的过程：每一次连续的进步都结束于一个局部群的建构（如$x \cdot y=y \cdot x$），而随后的概括使它成为一个更大范围的群的商。这可以用"局部自同构"这一术语来表述，而这些局部自同构随后被包括进更一般的自同构中。在这种演化的终点，这个系统随后具备麦克莱恩意义上的范畴的形式[与惠特曼（Wittman）相一致]。根据麦克莱恩的思想，我们区分出垂直箭头C_1（在同一个点A'上给砝码A增加一个单位）和水平箭头C_2（砝码的移位），其中$C=C_1C_2$构建了在状态S中可能的过渡状态I的一个子集，而这假设水平Ⅲ的I允许任何平衡，无论它是如何实现的。I的倒数为T_1，而它们被组合成$T_1 \cdot T_2=T\sum\{I\}$。所有I都可以从C中生成。另一方面，我们可以归因于被试，在他的预测或经验发现中有一个-1（向左转）、0（平衡）和+1（向右转）的效果分布。在第一个系统中的每一个过渡状态I决定了第二个系统中的一个箭头。这构成了与结果相关的第二个范畴，因为范畴S,C,T,O和-1，0，+1之间的关系可以被看作一种基本的逻辑函数。

第十二章　两种机械及其调节机制的比较

J. 皮亚杰
A. 布兰切特(A. Blanchet)
E. 瓦拉岛-阿克满(E. Valladao-Ackermann)

本研究中,实验采用了两种结构完全不同的机械装置。一种装置由一片表面绘有小人像的木块构成,木块的两端都开有一道槽,而且位于槽底的是贯通木块的孔(见图12.1)。木块一开始是在梯子的最高横档处,横档位于槽底的孔里,这样,小人就像是坐在最高的横档上一样。两端的槽和孔设计的方式是这样的,当小人被推动失去平衡时,他会由上而下旋转到达下一道横档。重复这样的操作过程,你能制造出一连串的围绕横档的旋转运动,这样的旋转会使小人从梯子的顶端下降到底端。第二种装置由齿轮及其他配件组成,齿轮运动的动力来自固定在其轮轴上的橡皮带子,齿轮受到嵌齿臂(cog-arm)的调节(见图12.2)。嵌齿臂的轴上还有一个摆。当嵌齿臂来回摆动时,其一端卡在齿轮的一个齿上,从而锁住齿轮的转动,而另一端则从先前锁住的齿上释放开来。显然,以上两种情况下,基本的因果机制是非常不同的。在第一种情况下,小人的体重使其自身下降;而第二种情况下,橡皮带子使齿轮旋转。相比之下,两种情况下都有带来相同效果的调节装置涉及其中,即通过类似的方式产生稳定的旋转速度,小人的上下两端或者嵌齿臂的两端的依次转动使其一端的运动部分产生瞬间的停止,而此时也正是这种运动要在另一端开始的时候。

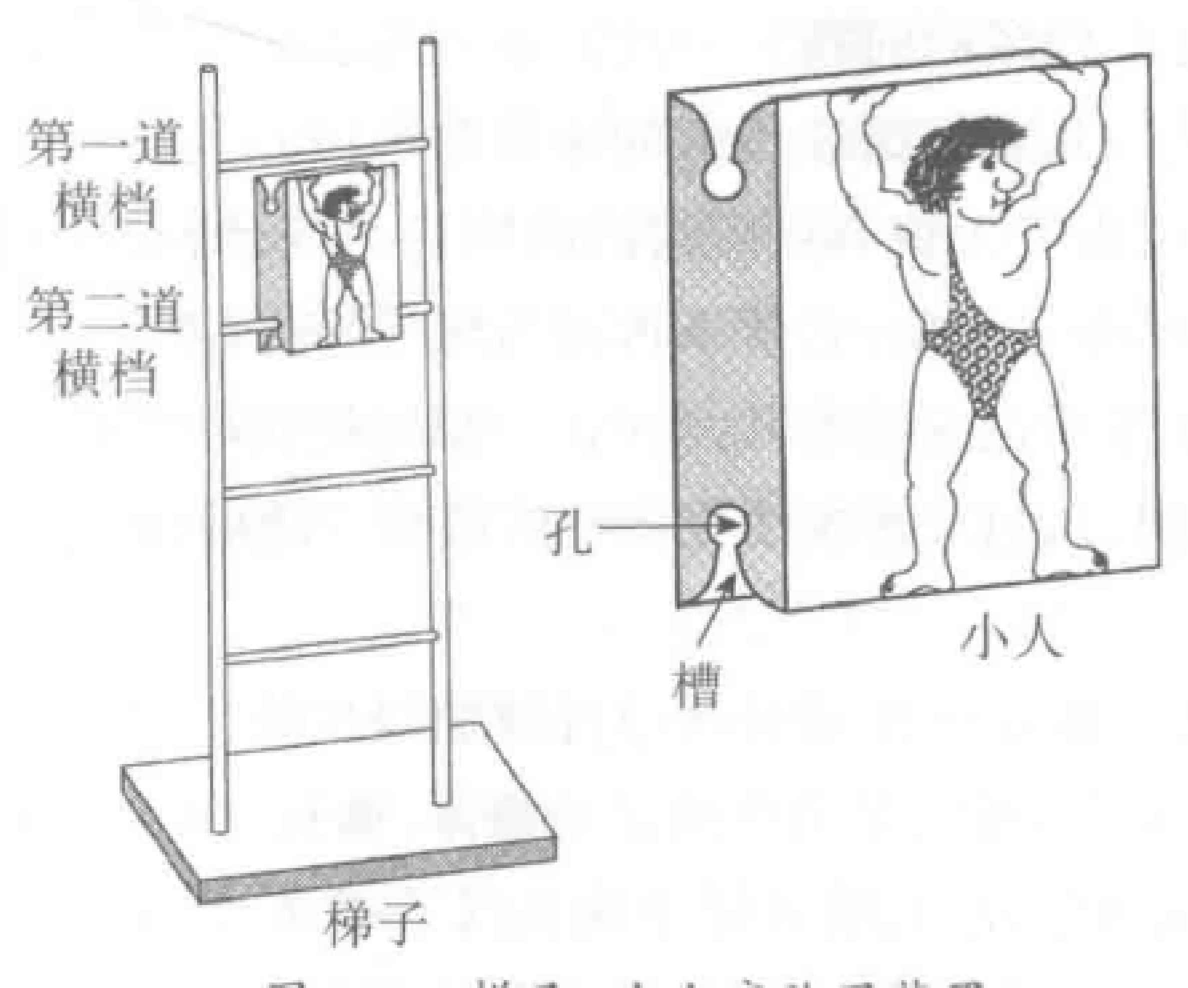


图12.1　梯子-小人实验用装置

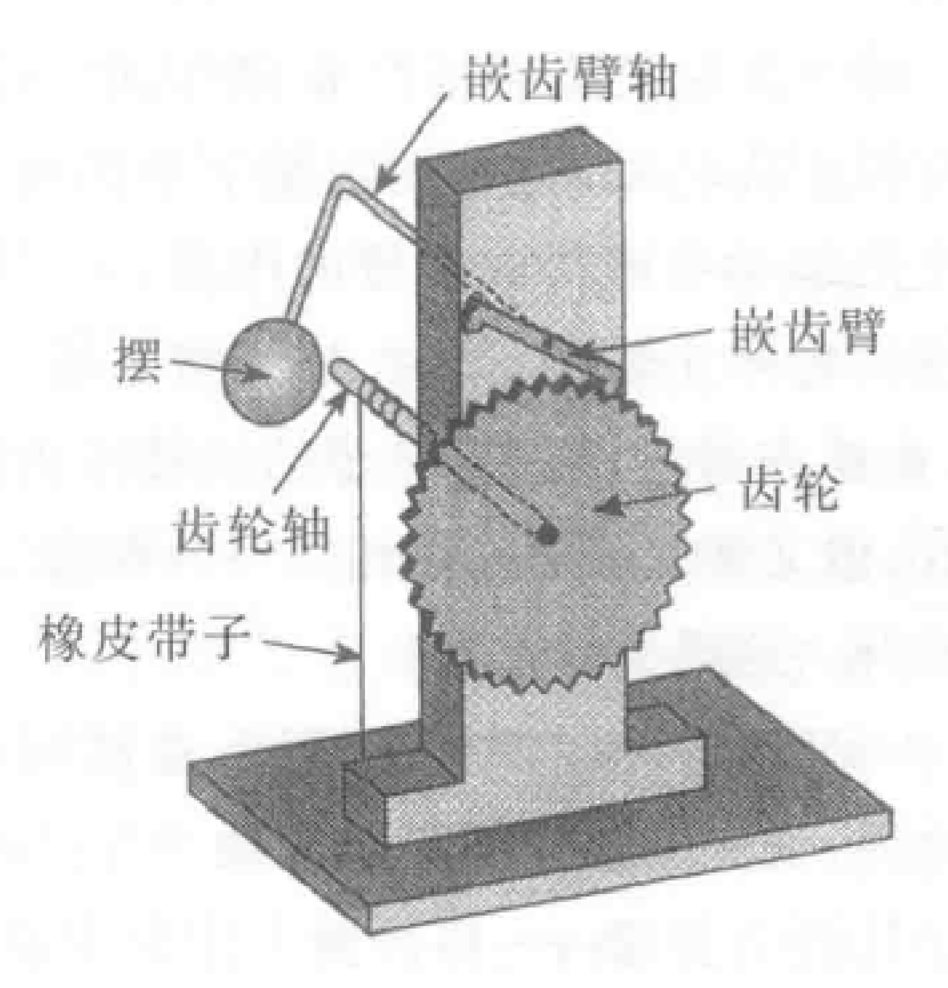


图12.2　齿轮实验用装置

这种机械装置引出了在确立对应的过程中的两个主要问题。第一个问题是关于弄清是哪种态射使得调节规则能被理解掌握的。这一问题尤其困难,因为涉及其中的因果关系是环状的而非线性的。嵌齿臂的来回摆动和小人的旋转都会产生一系列的刹车和停止 T_1,T_2,而随后由释放 T_1',T_2'所替代,期间的运动不断进行。在这种情况下,你必须创造出更加复杂的一套对应,而不是那种包含简单线性机械因果关系的情境中所需要的简单对应。第二个问题则与如下事实有关,即被试遵循前面的研究已发现的从内态射水平的关系到间态射水平的关系再到超态射水平的关系的演进顺序的规则作出反应。当对两种装置及其机制之间加以比较的时候,被试能发现两种调节装置间的功能上的相似性吗?或者,被试会使用与用以分别解释这些机械装置的那些态射相似的态射吗?在只能进行机械装置间的低水平比较的年龄阶段,他们会使用更高水平的组合来对这些机械装置进行内在的本质性分析吗?或者,这一年龄阶段的儿童会通过装置间的高水平的比较来提高这些内在对应吗?当然,这些内在的对应似乎在进行装置间的比较之前是够用的。

一、方　法

临床晤谈通常从小人在梯子上的情况Ⅰ开始。儿童检查槽和孔,然后解释装置是如何运作的。中心问题是确认那些确保小人从一档转换到另一档的对应。顶端的横档只能在小人与低一级的横档锁在一起的那一瞬间才能从小人所在的木块上离开。因为装置的设计方式,当槽的方向被确定为与梯子的方向相同,那么以上这种情况会自动发生。为了确定孩子们已经理解这些,主试要问他们,小人在梯子的中部时,他是否有可能回到"家",或者当梯子是斜着放置的,小人是否会以相同的方式从梯子上下来。

对于齿轮装置的情况Ⅱ,晤谈中要提出更多的问题。一旦儿童理解了齿轮是因为橡皮带子而转动这一事实,接下来的就是要儿童根据嵌齿臂的来回运动以及其任意一端上的运动来解释嵌齿臂的作用。一旦嵌齿臂A端卡在齿轮的两颗齿之间,则它立刻就使齿轮停止转动;同时,嵌齿臂B端一旦离开齿轮,它就不再对齿轮发挥作用了。但是,由橡皮带子施加给轮子的旋转压力使轮子把A端推开。这在一瞬间使得轮子得以解放,但又使B端卡入齿轮的另两颗齿之间,从而又再次锁住齿轮的运动。随后,B端又被推开。这样交替重复。

一旦这些问题都得以澄清,主试则进一步要求儿童对两种机械加以比较。由于以下原因,这一问题变得更加复杂。在情况Ⅱ中,齿轮是主要的运动物体,而且,齿轮也不同于其调节装置——嵌齿臂。作为主要运动体,小人沿着梯子从上到下运动;作为调节装置,小人的旋转与嵌齿臂的来回运动相对应,因为小人头和脚两端的槽和孔抓住梯子

横档的方式，与嵌齿臂两端抓住齿轮的方式相同。在儿童自发地对两种机械进行比较时，儿童时而把小人比作齿轮，时而把小人比作嵌齿臂，这是理所当然的；同样顺理成章的是，提出的问题需服务于明确儿童所试图采用的对应的基本模型。尤其重要的是要明确儿童能够在多大程度上对两种装置的整体因果关系（一般运动）和调节机制这两个方面加以分离。

事实还证明，让儿童拿第三种非常不同的机械装置（见图12.3）来进行比较是很有益处的。在这一装置中有个洋娃娃，通过胳膊的交替展开而交替地卡在之字形排列在木板上的钉子上，从而实现斜着地下降移动，这种下降在知觉上更类似于嵌齿臂的来回运动而不是小人完成的在梯子上的绕轴旋转运动。



图12.3 "之"字形运动的洋娃娃的实验装置

二、内在对应

处于前运算阶段的5至6岁儿童创造了两种对应。第一种被认为是重复动作的前态射（premorphisms）。它们与彼此相继交替的相同形式的动作的增强有关。因而，它们描述的是事件（小人的旋转或齿轮的旋转等）的整体节奏。第二种对应则把具体动作置于它们与其推想的结果之间的关系之中。然而，在这些作用被儿童恰当地理解为调节机制之前，它们常常因为正向作用而被解释为对运动的偏爱。

Val（5;9） 对于小人的装置："你已经将它放在圆孔（脚下的孔）里了，那么他就会下来，他会转动。"——"然后又怎么样呢？"——"他把自己穿在另一根横档上，他再旋转一次，然后又穿在横档上，再旋转……每旋转一次他就下到下一档上。"对于齿轮装置："它像什么？"——"一只小的钟。"——"它是怎么工作的？"——"这儿有一条橡皮带子……这儿还有些东西（嵌齿臂）敲打在这些小东西（齿）上，就是这种敲打使它动起来。"——"使什么动起来？"——"圆盘（齿轮）和这些小刺（齿）。"——"那么，如果这块木块（嵌齿臂）不在那儿，会怎样呢？"——"轮子会停止转动。"比较实验装置Ⅰ和Ⅱ，他没有发现Ⅱ中的嵌齿臂和Ⅰ中的任何部分有什么关系。"为什么它们之间一点都不相似呢？"——"因为那个（嵌齿臂）必须上升得更高，转得更快。"在那种情况下，嵌齿臂将会和小人的情况相似，而在所呈现的状态下，小人将类似于齿轮，"因为他转动，轮子也转动"。

Son(5;6) 在对小人和齿轮的情况作出类似的反应之后("它转动是因为它是被那个横档抓住的"),Son把嵌齿臂和小人进行了比较,"因为它跑得有点快",而且嵌齿臂也"跑得快"。对于第三种装置:"她用胳膊抓住,然后她就下来了。"——"她是怎样做到的?"——"她弯胳膊,停下(在左边的钉子上),她往下掉(到右边),然后她又停下(在左边)。"——"那它看起来和这里(Ⅱ)的情况有什么相像的吗?"——"有,因为她(装置Ⅲ中的洋娃娃)停止接着又转动,而在那里(装置Ⅱ中的嵌齿臂),它也是停止,然后又被转动。"

Mar(6;0) "他先是头下脚上地下来,然后又是头上脚下,然后(以此类推)。"——"那么如果我给他一点力量会怎么样?"——"他将掉下来(尝试之后)。不,因为这里有些东西(横档),它们会抓住他。"对于装置Ⅱ:"它是怎样工作的呢?"——"我不知道。(主试拨动嵌齿臂)你可以说它是一只钟。它(嵌齿臂)使它动起来(这是事实)。不对,是那个(飞轮摆)。""那儿有一块木块(嵌齿臂),它使它(齿轮)转起来……"——"如果拿这块木块,轮子还会继续转吗?"——"不会。"

Cel(6;9) 同样地,Cel认为是嵌齿臂使齿轮移动的,"因为木块敲打在轮子的齿上"。装置Ⅰ和装置Ⅱ之间的相似之处在于"小人转动,轮子也转动"。

Jos(7;6) "如果你拿开嵌齿臂会怎样?"——"齿轮会停下来。"对Ⅰ和Ⅱ进行比较:"都会发出响声。"

因此,总体节奏在重复动作的对应中得到了反映,这种对应也在系统内的比较中得到应用。其他的被试在描述细节方面要好得多,但他们的描述,固然正确,却只是来自调节作用的意义上的一维而不是二维因果关系(前进或制动)。嵌齿臂并没有减慢任何东西,而是通过"敲打"齿轮的齿"使(齿轮)动起来"。最好的情况是,Son认为它在"被转动"之前是"停止的",但它只是来回运动而不会使轮子的旋转放慢步伐,如果没有嵌齿臂它"就会停止转动"。关于Ⅰ中的横档,所用的两种关系是,小人"停止"或"抓住",或者再一次"它抓住"横档,但很明确的是,这两种表达是对等的,它们所表达的并不是对转动速度的刹车制动,恰恰相反,而是下降运动的一种辅助动作。同样值得一提的是,只有这些处于水平Ⅰ的被试才会毫不犹豫地立即承认:如果梯子被斜向放置,同样的事情仍将发生。

因此,显而易见的是,这一水平的对应并没有超越内态射水平,因为机械装置之间(Ⅰ-Ⅱ或Ⅱ-Ⅲ)的关系被限定在它们的总体特征(旋转、速度及响声)上,还未对刹车制动有直觉认识。

三、间态射水平的对应

从初始水平开始取得的进步在于逐步地实现把正向因果动作(一般旋转)同影响速

度的调节动作(刹车制动)区分开来,但这一进步还伴随着多重难度水平和协调的迟缓性。在这方面,区别出两个亚水平ⅡA和ⅡB是恰当的。在ⅡA水平上,儿童可以发现装置Ⅱ中的刹车现象,但在装置Ⅰ上仍不能发现。这是因为,所有要做的只不过是直接读取有关嵌齿臂和齿轮的可观察客体,以明确哪些停顿只应该由这些客体中的某一个负责。相比之下,在小人装置的情况下,通过把槽和孔调整到适合横档的程度,小人因而分担了对自己的调节作用,这里,刹车制动过程只能在ⅡB水平上才得到理解。这是因为,为了理解主要运动部分和横档之间的相互作用同齿轮和嵌齿臂之间的相互作用彼此可比,局部推理性解释是必不可少的。以下列举的是处于ⅡA水平的儿童的一些情况。

Fra(6;2) Fra认为,小人将沿着梯子的高直接掉下来。在经过尝试之后:"横档把它挡住了……因为这里有些东西(槽的边),它们把它挡在了横档上(他认为在安放小人时他看到了)。"在装置Ⅱ中,齿轮的旋转被解释为它的轮轴的运动。"那么,为什么它不全速转动呢?"——"因为木块(嵌齿臂)抓住它了。"——"怎样抓住的?"——"小木块勾住这些小尖儿(齿),然后轮子转动,再然后它又勾住。"——"你能使它全速转动吗?"——"能,把木块拿开就行了。"——"如果没有拿开的话,你能找到它转得很快的一个地方吗?"——"不能。"他在装置Ⅰ和Ⅱ之间一点也没有发现什么相似性,但在主试问"你看到它是怎样动的了吗"之后,他成功地将横档同轮齿对应起来,将小人和嵌齿臂对应起来,随后是把小人和齿轮对应起来,因为"它们都在转动",但他在任何情况下都没有提到刹车制动现象。

Pie(7;11) 在装置Ⅱ上,Pie认为齿轮转动"是因为橡皮带子",嵌齿臂的转动"是因为轮子",而钟摆的转动"是因为嵌齿臂"。对于后者,他的说法是:"这里有一片(嵌齿A)卡在了齿轮上。"——"就这些吗?"——"不,还有那一片(嵌齿B)。这个(嵌齿A)卡在齿轮上,齿轮就转动一点点,然后就是那个(嵌齿B)卡进去。"相比之下,在装置Ⅰ上,他仅限于对真实情况的描述,当他把小人和嵌齿臂进行对比、把横档和齿轮进行对比的时候,他指出其间的差异,在装置Ⅱ上"有钟摆和刹车闸(他指出了该客体),而在这里(装置Ⅰ)则都没有"。

Hub(8;5) Hub对装置Ⅱ给出了同样的解释,他的理解是,如果你拿走嵌齿臂,"它就会转得快",而有了这种刹车装置,"它就不能全速转动了,因为总有一个(嵌齿臂端)会使它停下来"。在装置Ⅰ中,他预期小人会掉落下来,然后他对横档的作用给予了很好的说明,然而,他把小人和嵌齿臂进行类比时,却认为嵌齿臂"使某些东西停止或转动起来,而那个(小人)却只是转动,别的什么也没做"。另一方面,他还比较了齿轮和小人的速度,却没有发现它们的共同特征总体上是固定不变的,即使将装置Ⅰ上的小人实实在在地被安放在装置Ⅱ的嵌齿臂上时,他仍旧只能做到这一步。即使这时,他也没能指出二者功能上的相似性。

因此,对于装置Ⅱ,被试很好地把正向因果对应(橡皮带子的作用,等)同刹车制动

区分开来，但对于装置Ⅰ中的小人却未能进行这种区分。当Fra说横档"抓住它"时，他只是希望解释为什么小人不能掉落下来。Pie甚至明确地指出在装置Ⅰ中"则都没有(制动机制)"。如果被试对装置Ⅱ的那些反应宣告了间态射水平的开端，那么被试从未提及装置Ⅰ中的调节机制则表明了这种开端仅限于对可视物的识别(这种情况表明其仍处于内态射水平)，并未建构起具有可比性的模型。

相比之下，处于ⅡB水平的被试则呈现出一系列的进步，正是这些进步逐步导致儿童产生对共同的调节机制的认识。把被试从不同实验情境(Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ)中的那些相应的可视物之间的简单类比向一个系统(它已在不同程度上成为推理系统)的建构的过渡呈现出来是很有意义的。

Fer(8;10) 同所有这一节中涉及的被试一样，Fer立即就懂得了装置I中的小人的下降机制，以及为什么它既不可能在下降的中途停下来，也不会在下降的中途飞起来。在装置Ⅱ中，齿轮旋转"是因为橡皮带子"和"那片木块(嵌齿臂)，它起刹车作用"，由于两方面原因："齿轮转动卡住它(嵌齿臂A)"就像"这片木块(嵌齿臂A)卡住齿轮一样；然后齿轮滑过，木块升起，随后那头(嵌齿臂B)又降下来。"比较装置Ⅰ和Ⅱ："是的，它们是相似的。木块卡在齿轮上，小人则卡在横档上。"在另一种情况下，小人则对应于嵌齿臂，但是，在对其整体动作和局部动作(即，旋转与卡住)进行区分的条件下，也对应于齿轮。Fer最终选择齿轮"因为是轮子(而不是嵌齿臂)先敲击别的东西"。

Ana(9;7) 最初，Ana没有认识到自动的运动和一步接一步的规则性之间的区分。在装置Ⅰ中："如果我把它放在第一根横档上，它会转动，然后它继续下降到下一档，不对，它头上脚下旋转的……然后自动到下一档。"在装置Ⅱ中，嵌齿臂阻止了齿轮"全速转动，它停在小齿之间，然后轮子滑动一点，然后它那头又再下来(在另一端)，而后它又从头开始"。进行两种情况的比较："是的，它们是相似的，因为小人，小人往下掉，它下落，然后是齿轮，它旋转，它旋转。"——"它们哪些情况相似?"——"它们都一次、一次、一次，再一次。它们不会一次跳两个小孔，都是有规则的，一个接一个地来。"——"怎样会那样?"——"好吧，木块(嵌齿臂)和小人的情况一样，都会卡进去又出来。"但对于装置Ⅲ(洋娃娃和钉子)，她概括出"抓住"的想法来表述嵌齿臂："在两种情况下(Ⅰ和Ⅱ)，都有某些东西抓住，这使得它转动起来。如果横档和钉子不在，它会直接掉下来。"

Ant(9;8) 在装置I上："每次都有两个槽口(她指的是孔)。如果你把他放在那儿(脚)，它转动，然后这儿又是另一个开始旋转的地方(头)……"在装置Ⅱ中，齿轮使嵌齿臂移动："因为槽口(比嵌齿臂的两端)大一些，它(齿轮)卡住那个(嵌齿A)，使它上下动起来。"对于两种情况的比较问题：小人类似于"齿轮，因为它上下两头都有孔，也有槽，齿轮也有"；嵌齿臂的两端与横档相对应。进一步，她指出："随后，那个(小人)在每个槽口上会停下来，它(齿轮)也是这样。"但是，主试展示装

置Ⅲ之后,Ant将之与装置Ⅱ进行比较:"因为这一点(嵌齿臂的一端)在两个槽口(轮齿)之间移动,而洋娃娃(装置Ⅲ)也是这样的。她会停在每个槽口(钉子)上。"——"那么Ⅲ和Ⅰ之间有相似的地方吗?"——"没有,我不认为它们有相似的地方。哦,对了,有的,如果它(Ⅲ)和它(Ⅱ)相似的话,那么(它)也就与它(Ⅰ)相似,因为它(Ⅱ)和它(Ⅰ)相似。"因此,在这里,对应通过传递而得以实现!"什么和什么相似?"——"孔停在每一档上,那里也是这样。"在装置Ⅰ上:"小人可以被Ⅱ中的什么来代替呢?"——"被这两个点(嵌齿臂)和齿轮。"——"是嵌齿臂,还是齿轮,还是两个一起?"——"一起。"

Mat(10;0) 在装置Ⅱ上,Mat把嵌齿臂进行了如下的分解:"齿轮使木块的两端升起——当它转动的时候,这儿有齿。木块的端点被阻止住,当它升起的时候……另一端则下降。"然而这刹住了齿轮:"对我而言,它卡住它们(齿轮的齿)",而为了提高速度,必须要做的是把"两端都放开"。在装置Ⅰ上,小人"被横档阻止"就"使它转动起来……因为它被横档向上推……因为它滑了进去。这儿有一个圆洞(两端的孔),那就被钩住(在下一横档上)"。因此,对于Mat而言,这里存在着刹车机制与运动机制之间的区分和相互作用,但是,他在装置Ⅰ和Ⅱ之间的比较仍旧是整体性的,而且他只简单、肤浅地强调运动方式的重复:"它们有点相似,因为小人,它转动,而轮子也转动,它也和钟摆一样发出相同声响。"

Pau(10;5) 在装置Ⅰ上,小人"总会被上一格横档抓住,自动地",此类话语。在装置Ⅱ上:"轮子上的齿使木块(嵌齿臂)来回摇摆,而木块又使钟摆来回摇摆。"嵌齿臂"有点像一个有两颗(齿轮的)齿的系统,但它是相反",也就是,"它抓住那儿(A),然后,它又要抓住这里(B)"。对于两种情况的比较问题,他开始认为(齿轮和小人的)运动速度肯定是一样的,"因为它们都是有规则的,两个都是"。用钟摆进行的多种比较,他的认识一开始是错误的,但他的结论是正确的:"它们两个都不能转得更快,因为有些东西阻止了。"对于装置Ⅲ:"如果小人(Ⅰ)和轮子(Ⅱ)相似,而这个洋娃娃(Ⅲ)又和木块(嵌齿臂)相似,那么它们(小人和洋娃娃)不可能相似。"但是,由于他回到对速度加以比较的想法上,他提议让它们一起运作起来,而装置Ⅰ上的小人到达梯子的底部更快,他说:"如果你有更多的横档,它也会在相同的时间里到达梯子最底下。"

可见,这些被试都成功洞悉了装置Ⅰ中的制动效果或者停止现象,而装置Ⅰ中的制动效果对应于装置Ⅱ中的嵌齿臂所完成的同样的运动。Fer确实没有使用这些词汇,但他对自己只是说小人"敲击"在横档上的说法感到很满意。然而,他阐明了小人敲打横档的方式同齿轮敲打嵌齿臂的方式相同。Ana的"抓住"之说,是在使齿轮"转动"而不是"跳过两个小孔"的意义上所作的表述。相比之下,Ant则明确指出"停下",而Mat则说"钩住"或者"往回推"以及"阻止"。最后,Pau进一步指出"抓住"就等于减速。

在ⅡA水平上(从Fra到Hub),被试没有发现装置Ⅰ中的制动机制,因为在小人发挥

着主动运动(通过它的下降运动而实现)和调节运动(通过它上下的槽和孔而实现)的时候,这种制动作用不可分离。由于这个原因,被试在机械装置之间的比较仅涉及了整体的运动方式的重复(旋转,等),就如水平Ⅰ上的情况一样,或者只涉及了形式和动作的细节。当小人与嵌齿臂对应起来的时候,这是因为它们有摇摆的力量,诸如此类。相比之下,ⅡB水平的被试比较的是主要的机制,即总体运动和刹车制动,这种主要机制是装置Ⅰ和Ⅱ都具有的,但他们仍未具备超态射水平的认识,超态射水平的认识将成为水平Ⅲ的核心。换句话说,他们仍未达到对不同速度的认识,调节作用使这些速度都具有了明确的恒定性。然而,他们还是以不同的方式在现象解释方向上取得了进步。在这方面,获得的主要概念就是Ana和Pau所使用"规则性"概念。对Ana而言,规则性意味着一步一步地,"每一次移动一步"而不会跳过哪怕一个小孔;对于Pau而言,它意味着不同的运动有相同的速度。这个规则性和自动性一起被所有这些被试所理解,也得到了Ana的表述,它们被应用于刹车机制和主要运动机制。因为这一水平的这种规则性和自动性是彼此区分的,且已被置于关系之中,很明确的是,你可以把每种装置内部的组合界定为间态射水平。至于在机械间进行的比较的本质,Ant和Pau二人对于装置Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ之间的传递性的彼此相反的说法,清楚地表明了在一般系统的建构方面仍然有所欠缺。事实上,对整体速度恒定的认识将对更好地区分刹车制动和向前移动两种运动的细节构成困难,在装置Ⅱ中,整个运动由四种运动(橡皮带子、齿轮、嵌齿臂和钟摆)构成,而在装置Ⅰ中则只涉及具有两种不同功能的一种运动(Ant在这一情景中取得了部分的成功,但未能在速度方面作出结论)。

四、超态射水平的机械间比较

关于速度和两种因果性(机械的和调节的)的区分性特点的出现使我们能区分出一个第三水平,在这一水平上,机械间的一般系统的建构开始显现。以下是处于这一状态的被试的情况,从仍处于间态射水平的被试开始。

Pie(11;6)　"是弹性系统使齿轮转起来、使钟摆摆起来的。齿轮转动推动了(嵌齿臂),它把它的齿(嵌齿A)推上来,然后它又因为钟摆的重力而返回。齿轮的齿推动一端,随后当它不再推动那里的时候,它就推动另一端",等等。在对装置Ⅰ进行了详细的描述之后,Pie总结道:"装置Ⅱ是一个弹性系统,而装置Ⅰ在你把小人放在梯子顶上时它独自运动。Ⅱ是一个齿轮系统,而Ⅰ是横档系统。在两种情况下都有恢复运动,都始终有重力的(运动)。在两种情况下,都不是自由落体,有些东西让它们刹了车;两种情况下,它们都转动,还有,你都不能让齿轮或小人停止运动。"

Ric(12;6)　在经过详细的描述之后,Ric把动力因果性(causality of motive

force)和调节作用区别开来。前者在装置Ⅰ中是由于重力的存在,在装置Ⅱ中是因为"橡皮带子,就像弹簧一样使齿轮动起来",而且,是齿轮"使嵌齿臂和钟摆动起来的"。后者得到了明确的阐述:"嵌齿臂也总会有同样的速度——于是它会延续更长时间",正如装置Ⅰ中那样,梯子使之"总有同样的速度"。对于补偿作用的细节,Ric在两种系统之间游移不定。Ric先是把小人与齿轮对应起来,把横档和嵌齿臂对应起来;然后又认为小人相似于钟摆和嵌齿臂。"哪种类比更好呢?"——"都挺好,可能。"对于装置Ⅲ,Ric只进行了一点点类比,也就是钉子"使运动很单调乏味,总是相同的,然后……就这些!"

Phi(12;0) Phi也在两种比较之间犹豫不决。有两种明显的对应,一是对于整体运动而言,"你必须重新把橡皮带子绕上,你也必须把小人放上去";二是对于速度而言,"横档刹了一下车,嵌齿臂也是",这样,每种运动,小人和齿轮,都"总是以相同的速度进行,因为它用相同的时间转动,而且,横档安置的距离相同,而齿轮的齿也是大小相同的"。换句话说,两种系统"都有相同的节奏"。但是,对于细节而言,你可以类比"小人和嵌齿臂,一颗齿停一次;梯子,它也是齿"。或者再进行"小人和齿轮"、"横档与嵌齿臂"的类比。Phi否认其中有一种类比是更好的。

Jua(13;5) Jua立即聚焦于速度上:"如果你说小人和齿轮相似,横档和嵌齿臂相似,你马上就会明白嵌齿臂使之减速,而横档也是。"小人和齿轮一样,"总是以相同的速度(移动)"。对于装置Ⅲ,"是钉子起的刹车作用"。

Eri(13;3) 在正确描述装置Ⅰ和Ⅱ之后:"它们是同样的系统。那个(小人)似乎可以代替齿轮,而嵌齿臂似乎可以代替横档。"——"它们都有什么功能呢?"——"刹车,因为如果没有嵌齿,它就会全速下落。"更进一步地,他说它们的速度是恒定,没有加速度,因为在每次停顿之后,运动又"随着相同的重力"而重新开始。但是你也可以把小人和嵌齿臂类比:"你更喜欢哪个类比?"——"我觉得,两种系统都是有用的;两种都是类比。"

Ver(14;1) Ver立即就把小人和齿轮进行了类比,不是因为它们都在转动,而是"因为对它们而言,都有一些东西使之减速",由此,对每一种情况而言,结论就是"它就会以同样的速度运动"。

Sal(14;1) Sal一开始就对齿轮的齿和嵌齿臂的齿之间的关系进行了非常令人印象深刻的正确分析,这种关系给嵌齿臂的摇摆运动中固有的那些常用的对应增添了一系列有关两种齿的交替和相应位置的对应。然后,他指明了在考虑到整体速度恒定的情况下究竟从这其中能找到些什么。对于小人而言,"当它下落时,显然是有加速度的,但当它到达下一根横档时,它又停住了,然后速度又增加,然后又是停下来,随后又是加速。于是,这使得速度保持不变"。——"那么对于钟摆又如何呢?"——"也一样。齿轮每次都加速,然后又被止住停下。你必须把小的加速和刹车进行平均。"因此,交替对应(alterating correspondences)产生了整体的恒定。至

于同小人的类比,“这很有意思。我刚刚还在谈论(他)和齿轮的比较,现在却是和嵌齿臂的比较(因为槽的刹车作用)。我认为那儿(Ⅱ)有两种运动元素,而这儿(Ⅰ)只有一种”。因此,他认为小人同时履行了前进和制动两种功能,这两种功能在装置Ⅱ中却是分离的。

Fra(15;4) 在这方面Fra很类似地在小人和齿轮之间进行了类比,他宣称:“我喜欢它们两个。钟摆(Ⅱ)就是这种运动(Ⅰ),但它是分开来的。有一个主要部分(齿轮)和一个刹车部分(嵌齿臂),而那里(装置Ⅰ中的小人)是他自己刹车的。”

很显然,你可以将这些反应分成两个亚水平(ⅢA和ⅢB),例如,可根据被试是否只是承认在装置Ⅰ和Ⅱ之间存在基于机械因果性和调节作用的两种可能的类比,或者根据他们是否将小人的双重作用分离开来,就如Sal和Fra那样。然后,更有意义的是确认这些被试是否能协调两种系统——动力系统和调节系统,以及他们是否发现了由其组合而产生的一般属性(general property),即小人和齿轮的整体速度的恒定性。

为了理解这一组合,它在本质上是超态射水平的,有必要首先回忆一下在这些情况下发挥作用的调节者所具有的两种功能:(1)对于要遵循的方向而言是一种向导作用;(2)对于速度而言是没有向前推进的刹车制动作用。事实上,在小人停顿之后影响旋转时,或者在齿轮于短暂停顿后重新开始转动时,运动的恢复(在前一情况下)是由于小人的重力或者(在后一情况下)是因为橡皮带子。因此,它应归功于动力因果性(motoric causality),这种动力因果性则由于横档或嵌齿臂即刻终止刹车作用而得以发挥效用。因而,在这种情况下,调节作用在于负向(negative)作用(制动作用)和它们作用停止(重新运动起来)的交替出现。这显然不同于同态调节器(homeostat)或负向反馈环(negative feedback loop),它们的功能是保持事物在某一给定的标准上不变。这种装置在运动超过标准时予以制止,而相反,在运动低于标准时予以增强。那么,对小人或齿轮的机械运动和制动作用的调节运动的协调,如Sal所说的那样,就是“把小的加速和刹车进行平均”,这两种运动在交替态射中交替出现。其余的水平Ⅲ的被试没有这么明显地进行这两类对应(运动特征和调节特征的对应)的超态射水平的组合,但是,他们都在这方面取得了实实在在的成功。毕竟,他们最终得到了相同的结论,即在装置Ⅰ和Ⅱ中整体速度始终不变。

当然,这种超态射水平的合成(在有不同元素的总系统的建构的意义上)并非轻而易举地实现的。我们可以引证出所有的种种犹豫不决和瞬间的矛盾状态,但是这会使分析变得太过冗长。我们的目标是研究间态射水平和协转换态射(contransformational morphisms)的建构过程,而不是剖析个体的种种反应及其水平,看来更有意义的事情似乎是把第二节到第四节中所描述的从内态射水平的、间态射水平的和超态射水平的对应的颇为规则的逐步出现过程提取出来,而不是详细描绘一个个被试身上发生的种种具体的试误过程。

在考虑到运动因果性和调节性刹车之间关系的情况下,这三个水平显然是泾渭分

明的，但是，从水平Ⅰ到水平Ⅲ上的那些连续的问题解决中，也只是很少提到这些机械内在的种种对应各自的作用，以及机械间的种种比较的作用。在水平Ⅰ上，在整体动作的重复、尝试在不同动作及其效果间确立起具体的对应这两者之间，我们已经对涉及的种种对应进行了区分。在这样的条件下，机械间的对应在本质上仍只限于整体动作的重复无疑就是一个必然了："她停止接着又转动"(Son)，"都会发出响声"(Jos)，等等。相比之下，多个特定客体或行动之间的比较则受到了理解不够的限制。从VAL的反应来看，嵌齿臂与装置Ⅰ中的任何东西都没有相似性。由于嵌齿臂与小人对应起来，"那个(嵌齿臂)必须上升得更高，转得更快"，诸如此类的回答。简言之，由于内态射水平的对应只是与可视物有关①，它导致机械间比较的水平是较低的，或者偶尔处于内部前态射(internal premorphisms)的相同层次，但它们绝不可能是更高层次。在这种情况下，水平ⅡA也是如此，因为制动过程只能在装置Ⅱ中观察到，而在装置Ⅰ中却并不出现，还受到被试的明确否认(Pie和Hub)。

相比之下，在水平ⅡB上，制动过程在每一种情况下都得到了识别，这一事实表明了机械间的比较取得了很大的进步。然而，你仍将发现一些案例，如Mat，其中的对应更好地展现于对单独的实验情况的分析过程之中，而非装置间的比较过程之中，此时的比较过程仍旧处于较低的层次上。然而，在极大程度上，这些被试在机械内和机械间的两个领域都获得了同样的分析水平，即使有些被试在第二个领域中的分析一开始是相对高级的。如Ant这样的被试，他们通过直接求助于传递性来解决问题，从而接受了两个类比系统——小人与嵌齿臂的类比和小人与齿轮的类比——具有同等价值这一想法。

在水平Ⅲ上，机械间比较总是比内部对应有更高一级的水平。我们可以从正是机械间比较导致了被试对整体速度恒定的认识(而且有些被试，如Ver，甚至证实了这一点)这一事实中发现这一点。当运动因果性和刹车动作个别地得到协调以应用于机械中时，超态射水平的系统的建构已在进行中了。然而，这时有意思的事是，在机械间的比较的水平上，这一建构过程被另一种建构过程所复制，你可能会把后者看作是"逻辑函子"(logical functors)的精致化，因为它涉及了以下过程：把两种"具体范畴"(Ⅰ和Ⅱ)联系起来形成一个更为一般的范畴。这种更为一般的范畴的特点是加速与刹车之间的共同的互补属性，这里的加速和刹车都是很小而且是局部的。换句话说，它的特点就是组合，组合的产品是总体上保持恒定的速度。

应该注意的是，两种情况(Ⅰ和Ⅱ)已经构造成一个范畴系统了。这有两个原因。第

---

① 这里的文本似乎是一处错误，原文是"*les correspondences intramorphiques ne portent pas sur les observables*…"(内态射水平的对应与可视物无关)。这显然与原文第174页中的说法——"*l' absence de toute référence à une régulation en I montre que ce début se limite à une lecture d' observables* (*et en ce sense à une attitude encore intramorphique*)…"(缺乏对装置Ⅰ的参考，表明了这一开端还限于直接读取可视物，而且是在仍为内态射水平的状态的意义上……)相矛盾。我假定"pas"在第一段中已经被"que"所替代，并得到了相应的翻译("内态射水平的对应只是与可视物有关")。

一,被试自己建构了三类态射。一类态射是关于机械因果性的,机械因果性伴随着轻微的加速 T_1,T_2等。另一类态射是关于刹车 T_1,T_2等的,它把它们分开来了。第三类则是关于二者的交替更迭的,即 T_1T_1',T_2T_2' 等,把前面两类组合起来了(没有遗忘那些变量,它们属于横档上的小人和齿轮上的嵌齿臂的调节作用,还确保了它们能规则地交替出现)。但是,第二个原因被加到第一个原因上。那就是,每个调节系统既是因果性的,也是范畴性的,这样,它们也都意味着通过系统机制中的实际装置而实现的本质上的比较,每一次纠正(这里是刹车)也都预示了在事实的瞬时状态和操作流程所预先规定的标准状态(这里是总体速度恒定)之间建立起联系[①]。这种操作程序和比较运算(它们的这种程序执行而得到的结果)自然应归功于机械的装配者而非被试。但主试要求被试理解它们,这等于在思想中将它们加以重构。这就是为什么调节机制的解释是二重范畴性的,因而也是为什么理解它们要花费比理解线性因果关系更多的时间。而且,难度随着机械间的比较而增加,因为除了可比较的过程以外,它们还需要提取出一个共同的程序。因此,这里所需的比较的数目或"力量"都有了一些增长。

这些又被添加到态射和转换间的关系之中。事实上,在概念上建立一个控制论系统的模型所需的对应,已不是间转换水平或协转换水平的对应了,在某种意义上,它们是超转换性的(protransformational),因为它们处于比转换更高层级上。虽然对应不会产生转换,但更恰当地说,它们仍然在更为一般的水平上指明了完成这一程序所需的条件。

① 对范畴因果模型和控制论因果模型的详细分析可参考我在"*Essai sur la classification des modèles*"[*Comptes rendus de l'Association francaise pour l'Avancement des Sciences*(*Bruxelles*, 1975)]中的有关阐述。

第十三章　不变量建构中的态射与转换

G. 恩里克斯(G. Henriques)

—

内涵丰富而又具原创性的数学范畴论[1]对发生认识论有着特别的影响,且至少为发生认识论者提出了两个研究任务。其一为追溯范畴思想发展的起源,即它们的发生,最初是怎么成为可能,而最终又是如何成为必然的;其二为评价它对与之相联系的各种知识的重要性。

一些数学理论反映了范畴思想概念化的最新研究成果,其中的内容与在心理发生过程中,很早就发挥工具性作用的认知组织化的一般形式有关。因此,它们的意义及范围就超出了科学思想史的限定框架了。这些数学理论在许多方面引起了发生认识论。长期以来,与外显概念化(explicit conceptualization)相关的一系列问题,人们并不经常提及,也未引起人们的兴趣,这一状况直到最近才有所改变。理解这些理论研究的成果如何从工具性结构中产生(即从发生的角度来看,它们必然会从工具性结构中产生),这一点无疑是很重要的。

数学范畴论为人们在本书提供的研究中所观察到的可能内容构造了一个值得注意的范例。这一点在本章的假设中将直接有所反映。

结构主义的运动以及导致其产生的时代大潮流使得"工具性范畴"(instrumental categories)继续在数学中发挥核心作用。然而,仅仅在最近,这一点才慢慢凸显出来,而且是经由结构主义的运动至范畴工具的概念化这一发展过程才得以显现的。

数学史上对上述这场伟大反思运动的批判分析中,保留了所有对范畴的认识论进行反思的基本锚点,这一点是确切无疑的。然而,根据我们的假设,"范畴"的意义与范围已远远超出了由历史的批判性分析所提出的问题。出于这个原因,我们暂且搁置与范畴的外显概念化相关的一切。当然,我们需认识到这些问题本身是有趣的,也是值得研究的[2]。

工具性范畴在某些外显概念化的过程中,扮演着非常重要的角色,而且这些过程一

---

① 范畴包括对象集与态射(有时也称"箭矢")集,其中态射满足结合律,且存在单位态射。在具体的范畴中,对象可以是群、向量空间等数学结构。数学范畴论则是对数学对象的结构之间的变换进行形式化的一个数学分支。——中译者注

② 本书中阿希尔所撰写的"范畴论与发生认识论"一章中,提出范畴论是一种数学结构的理论,并且表明了范畴模型相对于发生认识论中所应用的其他可能模型,存在一些非常细微的差别。

般与范畴无关。这种外显概念化的工具常常自身也未概念化。但是范畴有其自身的结构，且数学范畴论能将之阐释清楚。在此，我参考此理论来研究已经得到发展的认知结构，因为这样的结构，对我的分析而言具有核心价值。

这里，我采用前范畴(precategory)概念来描述心理组织化的某种形式的特征，它包含对形式进行迁移的工具。我还假设这样的工具在心理发生中起重要作用，其中我特别关注前范畴(和范畴)与不变量建构之间的发生关系，而且我也会针对与之相关的诸多方面，对有关问题进行一些必要的区分。

本章分成三部分。前两部分针对下列两个目的：(1)描述研究中所涉及的两类不变量，即"置换不变量(invariants of replacement)"与"转换不变量(invariants of transformation)"；(2)揭示它们的出现所依赖之认知工具的系统。第三部分则在数学认识论方面，对前两个部分讨论的问题进行了扩展。总的来说，我同意皮亚杰的主要观点。

一、置换不变量与前范畴

我们先来看一下认识的两个普遍且密切相关的功能性初始条件(preliminaires)，一方面，这种初始条件与主体的行动(动作)有关；另一方面，它们也与主体动作所依靠的客体对象有关。从一开始，它们就是建构任一可能不变量的先决条件，而且也是认知机能发生的最基本条件。

1. 在主体认知机能中发挥作用的动作，本质上是可重复的。动作之能从其一个情境迁移到另一情境的成分，就是皮亚杰所称的动作中的"格式"(scheme)。

2. 那些为主体整合进其认知功能中的客体，它们对主体相应格式的形成起着功能"营养物"的作用。事实上，这些客体，在同化机能所限定的顺化作用范围内，基本上可由其他客体来替代。

据此假设，所有个体的活动都能重复和迁移，且当它们的初始客体被其他的与之功能上相等的客体取代时，还伴之以必要的顺化。由此而产生的功能性类似物，会有渐进的扩展，这也会导致格式自身的修改——即皮亚杰所说的"顺化"(accommodation)。

发生认识论者认识到：在上述认知机能的一般条件之外，认识并没有什么绝对先验的起点。这些一般条件也就构成了皮亚杰所谓的"认识的功能先验性"。毫无疑问，它们包括了动作的可重复性与客体的可替代性。我们必须把这种所谓的不变量与纯粹功能的先验性加以仔细地区分。它们才是一种真正建构的对象，而且也只有它们才构成了随后认知机能的一个相对的先验性。

毋庸置疑，从心理学的观点看来，最基本的不变量是与认识的功能的先验性紧密相连的。为了强调突出这一点，我们称此类不变量为置换不变量。因为它们以主体所抽象出的客体潜在的共有意义为基础。当然，对于具有不同认知发展水平的主体而言，这

些意义的变化是相当大的。

在皮亚杰看来,正是同化于主体的格式赋予了客体以意义。开始时,这种意义的归属,内隐地包括随后被发现能够同化于同一格式的所有客体对象。后来,因为主体已意识到可同化于其动作格式的客体,以及客体的可同化性,所以,最初的意义就相对内化了。当然,这并不干扰那些仍为主体所未意识到的格式,这些格式仍为意义源泉。主体运用它们,但并不完全意识到它们,而是先前的认知努力会在随后的活动中再发挥作用。

客体同化于主体的格式,其内在的意义向客体的归属,使得主体有可能在对同样格式的协同性(coassimilability)的功能上建立对应。这表明了主体在形式的客观化上取得了相当程度的进展。这在后来就发展成为主体的置换不变量。但这种不变量仍不具有外显的抽象性,所以我们仍然不能说形式已经构成。这时,我们把这种心理加工的基本水平说成是进行"前态射(premorphic)水平的对应",因为正是在客体间相互同化的工具中,我们发现了构成形式与态射发生上的必备的初始条件。

如果把态射与先前的"前态射对应"加以比较,我们就会发现,态射的特性是确定相关联项目间的被迁移的形式,以及识别这一形式对要建立之对应的意义。而前态射所建立的对应,基本上以与机能相关的意义的共有性为基础;广义而言,态射则是建立迁移一个形式的对应。[①]因此,通过建构,"对应"一词就变成了"赋予形式于对象"(enformed objects)[②],这是因为对应的外显概念化是由对应所迁移的形式所决定的。在有意识地概念化思维的层面上,形式反映了原始的功能不变量,而功能不变量又是先前对应的基础。它们的作用是决定客体对象中所固有的东西。同样,它们可以从一个对应迁移到另一个对应。在这个意义上,形式就是置换不变量,因为正是通过建构,它们可从一个对象迁移到另一个对象。从这种不变量的角度来看,主体所建立的各种态射是同一的。置换不变量只是使这种同一性的建立成为可能,除此之外并无其他功能。当然,这并不是一件识别指标的简单之事。

形式的迁移与直接基于相应格式的动作迁移,两者并不处于同一水平。前者是一种有意识地概念性迁移,它需要特别的工具。受数学术语的启发,我们将形式迁移所需的工具称为"态射"。从发生的观点来看,态射与形式息息相关。

态射有助于把作为迁移之对象的形式分离出来,反之,形式的迁移也将态射与对应的其他形式区别开来。没有迁移形式的态射,也就可能没有形式;反之,没有态射所迁

---

① 态射是范畴中对象的联系方式,也是对象之间的一种对应方式,例如对象自身之间的恒等映射,以及态射与态射的组合,都是态射。态射通常保持对象的数学结构。——中译者注

② 恩里克斯是在inform这第一个意义上使用informe,information等词的,即"赋予形式或定义"之意。由于information这个词更多表示的是"以任何方式获得的知识",因此,这时似乎最好使用"enform"、"enformation"这些旧词,以使其意思表达更清楚。(这一过程对主体而言是"赋信",对客体而言则是"获信"。——中译者注)

移的形式，也就可能没有态射。我们假定F为一个定义良好的形式，那么当我们想讨论迁移F的工具时，有时用F-态射来表示这一工具就有利于我们讨论。

当然，要理解形式与态射在发生上的循环，我们需要回到导致它们产生的前态射对应。刚刚的讨论已预先设定：形式的抽象，以及由其引起的认知的进步所依赖的三个基本协调者——重复、确认和置换。[①]

一般的，对更强认知内聚力的寻求会推动主体去建构置换不变量。这种内聚力在主体建构独立可迁移形式的那一刻，会得到相当程度的增强；这些形式在外显概念化思维的层面上，也证实了客体的补偿性替代。当然，这种替代是相对于格式化的可重复动作而言的。这仅在"前态射对应"层面上内隐地发生作用。尽管如此，但从主体建构了其最初的前态射对应那一刻始，后来对应于它们的把置换不变量外显概念化这个问题，在当时就潜在地提出了。

如前所述，我建议借用数学范畴论中的术语"态射"。广义上，我认为仍需忠实于此术语在数学分析中的复杂意义。当然，在后面讨论"结构的态射"时，还有机会对之作出一些有用的概念上的澄清，那时我们再讨论相应的术语。

每一态射都意味着主动的概念化，但是它并不意味主体经常或总是意识到他所用的态射。得到概念化的是那些被迁移的形式，而不是由态射本身所构成的迁移工具，第一步的外显概念化也不会导致下一步的外显概念化。当然，态射仍保持工具性——经常开始是这样的——它们没有被外显地概念化，因为我们并不能把对迁移工具的意识简单看成是存在迁移的一种自动结果。

对于使用态射的主体而言，建构一个"形式"所涉及的态射之总体组成了一个系统的开端。我称这些最初的粗糙的态射系统为"前范畴"。它们的核心建立在被迁移形式的确定之基础上，这为它们构成了一种理想的要素。它依赖于某种基本组合的可能性，无论从结构，还是从发生认识论的角度来看，这些组合都是前范畴最重要的特征。

进入前范畴的态射的基本的组织化，并非完全没有发展的可能性，只是它们与生俱来会受到很多限制。最初的变化表明了这样的组织化缺乏封闭性，也暴露了前范畴基本的不完善性。实际上，因为产生这些最初变化的过程本身的未完成的特征，所以前范畴对新态射的加入都保持开放，因而，它们都与相同的置换不变量有关。从主体获得这一不变量始，那些最终会被整合进前范畴的态射，相对于在外显概念化不变量的过程中，最初使用的态射只是扮演着一个次要的角色。

前范畴的组织化，它尽管也依赖于日益增长的态射数目，但相比较而言，更依赖于以一种基本方式来组合态射的日益增长的可能性。其中，形式的中间迁移，最终会被加入到由基本态射来完成的即时迁移中。很显然，这种发展的出现必须具备一定的条件。

---

① 关于"协调者"的概念以及它们在知识发生中的功能作用，参阅皮亚杰为《关于"对应"的研究》(《发生认识论研究》第十三卷)所写的"导论"，巴黎：法兰西大学出版社，1980。

首先,需要有一个合适的已得到主体赋信(即赋予形式)的中间媒介物能进入主体,而且主体的知识库中需拥有可作为态射的源目标(或源对象)的项目;其次,主体还需感觉到有压力要来组合这样的态射。要证明这一点,大量的实验资料是不可或缺的。由于这些研究在此前已系统论述过,所以我们很容易获得态射系统发展的相关信息。至于更详尽的细节,读者可查阅本书中的不同章节,即那些构成皮亚杰在第十五章“总结”中所总结理论之基础的章节。

前范畴的弱组织性在它们所覆盖的偌大范围内,具有令人惊异的一致性(homogeneous)。如果我们考虑认识过程中进入对应(进行比较)的项目之间以及由态射所迁移的形式上的差异,这同样也会令人瞠目。这里显然存在一些内在原因,而且它们与支配态射进入任一前范畴的组合规律有关。

单就这些规律而言,所有的前范畴都是类似的。它们涉及一种结合性(associativity),这种结合性是逐步建构起来并服从于“邻近”条件,而“邻近”这一因素又对组合的可能性有所制约。假设这个结论成立,那么个体就能够建构由所有前范畴不变量的组织化所表示的形式了。一般而言,前范畴的形式,是与前范畴的类有关的一种置换不变量。

二、转换不变量与结构

对形式进行迁移涉及在一个新客体中去觉察在先前对象中已发现的内容。当然,只有在那些自身能作为置换不变量来迁移的事物的积极建构中,情况才是这样。相反,另一类心理活动,它们旨在改变客体,因此它们在知识的心理发生中起着关键作用。

所有主体的有效动作都是经由物理因果性,将客体纳入到内在的或外在的改变之中。但是,原则上,这并不需要有意性(intentionality)作为其基础。在所有主体的活动之中,正是这种有意性刻画了那些我们称之为转换活动的特点。在许多方面,转换活动是态射的一种补充。下面,我们就从不变量建构的角度来分析这种补偿性①。

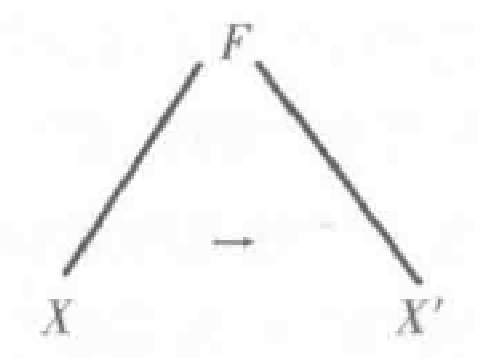
根据定义,态射是迁移不变形式的工具,转换则是改变客体,把形式的变化加之于它们,而这些变化是主体所希望的。换言之,转换改变了主体最初的“获信(enformation)”,并由主体以另一“获信”来主动地取代它。显然,在态射和其他对应之活动的情况下,主体的主动干预则会受到较多限制。在这些活动中,都不可能超越对形式的抽象与迁移。因为,主体在比较已“获信”客体的过程中,必然会保存不变量。

在此,还应对我所使用的“enformation”一词的两个相关方面的意义予以注意,它们

① 有关态射与转换的一般关系,可与皮亚杰在第170页(英文版)脚注中所说《关于“对应”的研究》(*Recherches sur les Correspondences*)一书中的结论部分作比较。在此,我们将讨论限定在所涉及的相关主题内。

都与“information”一词的现有意义有着隐约的联系。此处“form”的专门含义我已指出过。第一种情况，“enformation”是指一个认知的主体把一个形式主动地加之于客体。在其派生的意义上，该词则表示由这种主动的“加于”而导致的认知状态或情景；也即表明了这样的事实：有些知识的内容是包含在一个明确定义之形式之下的。当人们谈论转换会改变客体已被赋予的信息时（enformation 的第二层意思），或者使得这样的改变之源变得外显化，以及谈及客体的转换产生于主体所施加的新的“获信”过程（这是“enformation”第一层意思）时，“enformation”的两层含义则会成功地糅合在一起。

如果同意以上观点，我们就可以用下列图表来表达态射与转换的两重性与互补性。其中 F 与 F' 表示形式，而 X 与 X' 则表示主体从客体那里获得的信息内容（“获信”）：



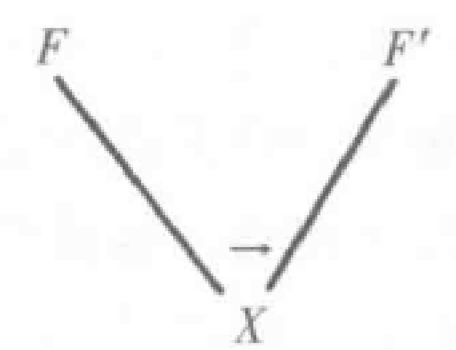


图 13.1

左图表示通过一个态射来对一个不变的形式进行迁移。F 表示形式；X 与 X' 表示迁移发生的内容。源项目 X 被置于与目标项目 X' 对应，以共有形式 F 显示的“赋（获）信”在图示中表示得很清楚。从 F 到 X 和 X' 之间的直线表示这些赋（获）信。两直线之间的水平箭头表示态射，它并不只是与内容及其共有形式有关，也与被赋信的客体以及其赋予信息本身有关联。

右图表示在一个转换过程中赋（获）信的变化。X 代表从属于转换和在转换下仍被保持的客体；F 与 F' 表示形式，即最初赋信与最终赋信 X 的形式。转换使得 X 从以 F 为特征的初状态，转变为以 F' 为特征的末状态。从 F 和 F' 分别到 X 的两直线表示主体对单个客体的连续的获信过程，水平的箭头表示影响一个状态过渡到另一个状态的转换。

那么，又是什么推动主体去进行转换性活动的呢？起初，这只是主体对其行动的能力在功能上得以满足的一种简单延展。这导致了他把动作作用的客体纳入到其意图中。初看起来，这也许会使人们认为：转换活动离开了对认知内核的所有当前关注，而且转换活动与不变量的建构之间是弱关系或根本不存在关系的。

当然，情况完全不是如此。正是通过构造转换活动，主体的知识才超越了置换不变量的基本水平。后来经由补偿物之间的相互作用，主体着手建构新的不变量。为了区别于前述的置换不变量，我们称之为“转换不变量”。与所有的不变量一样，它们都是建构其主体主动协调的产物，尽管对不同类型的不变量而言，其协调水平并不相同。同样的，正是协调保证了每种情形下认知机能的一致性；并且这种一致性尤其会受到尚未能较好协调的转换活动的威胁。

皮亚杰早就指出：处于前运算的个体会以一种不当的系统的方式，优先关注转换活

动的末状态(结束状态)。之所以会经常专注末状态,是因为有两个相互强化的心理原因。第一个原因很显然,即一旦主体完成了转换,那么就只有末状态仍停留在当前,因为这时初状态(开始状态)已改变;第二个原因更微妙但绝不是不重要:末状态是主体在其目标功能导引下,通过主动的"赋信"而产生的。相反,初状态常常是从外部对主体发生作用,即使主体经常可以自由选择适合自己的初状态。

主体欲进入转换不变量的建构,需要超出这些习惯的趋向初状态的中心化作用(centrations),转向更多的相关层面。因为中心化对状态具有过度的关注,使得主体不可能从转换客体的其他可能性中辨别出任何合理的成分。这种优先性具有一种排他性的现实特性。不管怎样,它是非常高效的,而且它还表明儿童在建构转换不变量时必须克服非常难的障碍。

事实上,儿童必然要从仅考虑客体的当前状态,回复到考虑客体的所有可能状态。这意味着一个转折,即从实际的转换向虚拟的转换的过渡,这也是我将要讨论的内容。主体能够反省性地回归到其初状态,正是因为这时所涉及的转换活动,对主体而言,可以不再是现实存在的。因而,某种决定性的进展这时才成为可能。初、末状态的差异是相对而言而非绝对的。一个转换的初状态,可以成为另一个可能转换的末状态,反之亦然。主体只有把所有可能的变化都考虑在内,才能在转换情境中获得建构不变量所需的"去中心化"。

总之,主体不能将客体的状态看成绝对之物,而应将其视为转换客体过程中的可能阶段。这个过程基本上是沿两个方向进行的(至少在心理上可以这么说)。为了成功地做到这一点,主体必须从考虑客体的状态改变为考虑把状态联结在一起的转换过程。这一点非常重要,因为它打开了新的协调的可能性。与状态相对应,转换能在自身中进行组合,因而能生成系统。

置换不变量与转换不变量的一个重要差别,蕴含于下列事实中,即具有置换不变量的每一态射,它可单独用来迁移形式;而对转换不变量而言,则任一转换单独使用都是不充分的;而只有复杂的补偿的相互作用(它最初是部分的,然后是完全的),才能达于这种不变量。另外,转换不变量只有在有了转换系统时才能构成,这一点也是它区别于置换不变量的重要之处。

把转换的系统与前范畴加以比较是很有益的。这两个系统的建构会带来不同的问题,而且它们与相应不变量关系的本质也不同。这对讨论其实际与虚拟的关系也非常重要;而且也会迫使人们关注前范畴与转换系统间的显著差异。

最初,态射系统可谓处于实际的与虚拟的区分之外。这是因为即使建立对应的活动像所有其他活动一样,是时间性的,它也会终止于那些能同时被考虑的非时间性的关系系统。相反,转换系统不仅仅是主体能考虑的客体,而且也是主体据其所设定的目标用来改变客体的工具。

显然,一个系统的转换,以及把这些转换相互联系起来的组合,从来也不能同时全

部得到实现。总存在一些系统组合，它们若同时实现了，系统就会完全地不相容。只有过渡到虚拟的转换和虚拟的组合，才可以容许转换系统在每一情形下达到同时性整体的状态。为了实现这一点，主体从其活动中抽象出有效的成分及其时间上的顺序，只保留虚拟转换的不随时间变化的组合。这导致了转换不变量的建构所依靠的那些完善的补偿。

恒等转换直接与这些不变量的建构相关联，这使得转换系统达于完备。相对完备的转换系统内存在恒等转换，我为此转换系统保留了“结构”这个名称，而称构成它们的心理发生前提的不完备的转换系统为“前结构(prestruture)”。

此处我所使用的结构，某种意义上，它们具有皮亚杰运算理论中所使用结构的意义，即指建立在转换的格式之协调基础上的认知工具。我们一定不能将其与某种高级的形式数学(formal mathematics)中所讨论的结构相混淆。当然，数学的结构，在对运算结构进行反省性抽象的过程中有其缘起。因此，它们初始是孕育于运算结构中，而后又是从其中梳理出来的。然而，作为纯数学理论的研究对象，结构具有完全不同的背景，它产生于特定的建构过程。

尽管在数学家们看来，恒等转换的意义与作用非常清晰，但对认识心理学却提出了一个比较重要的问题。不用说我们不能把恒等转换混淆为没有转换活动，即使我们把没有转换活动也称之为“转换”，也没有任何标准来判定这是否是语言的滥用。恒等转换从不改变它们所依赖的客体，它们处于一种特殊的认识论状态。它们唯一的判据，也是很强的一个判据，在于它们能完成它们协调其中的转换系统的整合。

分析至此，恒等转换的意义的心理发生的问题变成了一个转换系统的完备性问题。因此，它关注的是我在别处称之为“运算的概括化”问题[①]。恒等转换总是始于系统的其他转换与其相应逆转换的综合之产物。事实上，只要这些直接的转换与其逆转换未组合成恒等变换形式，那么运算(操作)的相互作用就会受到很大的限制。

因此，恒等转换的建构是运算(操作)可逆性最为详尽的表达。主体为了获得运算可逆性，必须能从转换性活动的暂时反转[②]过渡到联结直接的与反转的运算的长时关系。理解反转的关键在于理解这些关系之间的基本互反性。像转换的初、末状态的区别一样，直接转换与逆转换间的差异也是非常明显的。换言之，每一转换总是以成为某种其他转换(它对系统完备性有着同等必要性)的逆反转换而告终。后者，转换是其自身并且基于同样的理由也是先前转换的逆反。

主体不会以停止他的转换活动来冷静思考客体的恒常性这种方式来建构转换不变

---

① Gil Henriques, “Généralisation opératoire et généralization formelle en mathématique”, in Jean Piaget, *Recherches sur la Généralisation*,《发生认识论研究报告集》第36卷, Paris: Press universitaires de France, 1978.

② 法文原文为Renversement，此处译为反转(reversal)，请注意皮亚杰对在别处提到的renversabilite(它被译成“经验的可逆性”)和与平衡系统有关的Réversiblité，两者之间所作的区别(参见皮亚杰，《认知结构的平衡化》, Chicago: University of Chicago Press, 1985, p.95)。

量。如果是这样的话,那么转换不变量就会具有静态可迁移形式的特征。转换不变量揭示了在其基础上产生的恒等变换的客体概念的丰富性。主体把什么确认为转换不变量则仅仅是这种概念的丰富性的结果。

欲理解转换不变量与转换本身发生上的循环,我们需要回到源于前结构的恒等转换的建构。这一点在皮亚杰及其同事所研究的经典守恒实验中表现得特别清楚。运算的可逆性也依赖同样的循环,要想在其他地方发现其心理发生的原则,那是徒劳的。

总之,我们会发现,尽管两类不变量存在如我们所区分的本质差异,但它们之间基本的相似使得人们能在这两种情形下都谈到不变量。本质上,它们都依赖于我们提到过的基本协调,因为它们都是要去确认在客体的转换或置换的情况下,什么东西保持不变。

三、一般结构与范畴

到现在为止,我们的分析关注的是两类不变量与两类系统在发生上的关系,这两类系统——态射系统与转换系统,我们分别称之为:前范畴与结构。两类系统都有相对自主的内在发展,在其发展中均涉及与它们有关的不变量。

两类系统类似的发展建立在概括化的基础之上,此外它还引起一种向更高水平活动的过渡,特别是在对应上进行对应的过渡,以及在运算上进行运算的过渡,等等。不同顺序的认知活动的叠加,会导致一系列的不变量,而这不变量本身也是叠加的。这就是人们在谈及越来越高级的形式及越来越深入的转换不变量时,所隐喻表达的内容。

然而,两类不变量与两个认知工具系统,它们的自主性都只是相对的,因为它们在每一水平上都可见到多重的相互影响。若没有另一方的局部支持(这种支持是双向的),它们将完全不能发挥功能。广义说来,起初,人们发现这些相互影响只是偶然的,后来随着认知发展水平的提高,它们变得显著增强了。最简单的例子就是在转换间建构态射,或是基于态射来建构转换的情况。

两类不变量的协调在数学上已达到最高的程度。它们超越了结构与前范畴在其各自层面上的单独发展,使得两者间完美的系统协调诞生了。这其中所有的部分都必须经过更加严密的分析,而且数学史也记载了与主体活动的特定心理发生相关的事实。

下面,我们重点分析从结构至一般结构,以及从前范畴至范畴的过渡。第一种情况,就是以结构来建构置换不变量。这是尤其值得注意的一点,因为从它们的心理发生渊源来看,结构是在建构转换不变量中使用的认知工具。第二种情况,即在范畴内建构转换不变量。这样的建构扩展了前范畴,且在新的方向上引导其发展。这同样值得我们注意,因为在其心理发生的起源上,前范畴是建构置换不变量中所使用的认知工具。最后,我以范畴的外显概念化的相关说明来结束本章。

四、结构的形式

结构的数学理论代表了人们对经典数学中所使用的转换系统的漫长反思过程的自然终结。在此领域，把结构视为建构所得的实体，这使得它们用不着明确地参照它们在发生上所依赖的建构过程，就能进行相互比较。

我们所要着重强调的是一般结构的起源，而一般的结构是指结构的形式，而非平常所谓的结构。当前，数学家们经常使用的众多此类结构概念中，特别值得一提的是诸如群、格以及向量空间等概念。在一般的结构与可以纳入一般结构的特殊结构之间，存在着逻辑类型的区别。这种差异妨碍了结构形式自动的自我应用。一般结构中的某种类型的结构不能被看成是此类结构中的另一结构。

下面，我们在前文中已形成的分析框架内，就建构特殊抽象类型的"置换不变量"，来阐释一般结构的发生。这一过程所蕴涵的比较与反省的活动是建立在完全建构好的结构之基础上的。而这些活动在其核心部分，具有建构相应转换不变量所必需的全部的操作性手段。然而，当我们建构相应的一般结构时，我们只保留这种内部转换系统之结构的某些一般特征。这些特征成为它们从中被抽象之结构的部分意义同一性的基础。

因而，这类比较与反省的活动，凸显了不同的转换系统所共有的基本特征；并且缘于此而进入到形式凭此而建构的过程之一般框架。这正是我们之所以强调在现实中一般结构也就是结构的形式的原因。就像所有的置换不变量一样，结构的形式需要它们自己的迁移工具。为了将之与其他态射相区别，我称这种迁移工具为"结构的态射"。

形式与态射发生上的循环，可在一般结构与结构的态射的相互依赖性中找到例证。对于这一点的理解，需回到导向一种结构的态射产生的前态射的对应上。正是在此"对应"水平上，结构至一般结构的过渡开始了。因此，这种过渡所依赖的过程，本质上是不同于那些支配结构的内在发展之过程的。

历史上，结构的数学理论发端于人们对"态射"概念的发现。在其起源的背景中，态射只具有我此处赋予结构的态射的限定的意义。然而，数学史清楚地表明：结构的态射之外显的概念化，则是在其工具性作用应用了很长时间之后才发生的。有点类似于所有的其他的态射，它们并不含有概念化的含义，而只有它们迁移的形式的含义。这说明迁移工具的外显概念化并不是必然随后到来的。

后来，态射这个概念，如刚才所说，是从一般结构的数学理论中提出的，它们在数学范畴论中被有力地概括出来。范畴论如前所述，它是要求更高程度的外显概念化的理论发展的产物。然而，这一新的外显概念化的结果，在两个基本点上较先前的概念化有所不同且更为一般。

范畴论中所说的“态射”不再只是指“结构的态射”,它可以用于任何一种结构。而且,它们是抽象的实体,服从于概括其组合规律之规则。个体如此达到的抽象的态射,与结构的态射截然不同,它只是由引出态射的公理内隐决定的未定之物。

我们并不能夸张目前所得到的关于“态射”的两个数学概念,认为它们与严密的数学意义上的态射具有同等的精确定义。它们的复杂关系,以及它们的截然不同,都不能逃脱发生认识论者的关注。态射与结构的态射在数学上都很重要,且富于变化的应用。如果这一切都没有疑义,那么“态射”这个更一般概念则概括了“结构的态射”。

对我来说,我试图从结构的态射概念出发(这从历史的角度来看是自然的)来概括态射的概念,但我是从数学上未定义的东西(它是范畴论的对象)来获取我的灵感的。我的目标是创造一个分析工具,这个分析工具能允许我找到从心理发生的最基本水平就开始发挥作用的某种认知工具并描述其特点。这种工具的功能性作用及其一般的组织化形式为结构的态射铺平了道路。

因此,在许多的基本点上,这项研究从一种高度抽象的数学上获得重要的灵感。在高级的科学理论中,我们会遇到外显的概念化,它的某种较高的形式与发生上初级的形式之间有值得注意的会聚现象(这种会聚常常是由皮亚杰提出来),而这一可能的事实为我们提供了这种会聚的新例子。

科学理论提升的抽象程度,破除了知识的基本形式的诸多固有限制,但这并不能从根本上改变它们的基本意义。这意味着如果持有适当的谨慎立场,认识论者就能从科学思维所提供的外显概念化中获得最大的收益,因为是外显概念化澄清了只是内隐于认知发展的基本水平上的重要意义。

如果说结构的态射只是一种特别的态射,它们仍然呈现出区别于其他态射的显著特征,甚至当它们的外显概念化在历史上先出现的事实被遗忘时,这一点也是正确的。依赖于结构以及基于此原因而与转换保持着紧密的联系,结构的态射自然会倾向与它们产生或多或少密切的综合。

鉴于数学中所提供的例子的多样化,我们有必要对两类情形加以区分。在第一种情况下,态射依赖并随从于转换。我们称之为“协转换态射(cotransformational morphisms)”。它以转换的初、末状态间比较为基础,表示的是通过把对初、末状态加以对应而进行比较的结果。第二种情况,态射为可能的转换在其实际进行之前,提供了一个计划。我称之为“拟转换态射(protransformational morphisms)”。它们从与它们相联系的转换出发,提供了自源对象开始而产生目标对象的显著可能性。然而,这样做只在如下情况才行,即这个计划所确定的转换是以主体所期望的恰当方式进行的。而且,“前转换态射”可替代转换。这样,主体就不必担心是否实际有效地进行它,只要通过想象这一计划就可使自己满意。从认识论的观点看来,这对应着前缀“pro”经典的意义之一。

在每一情况下,结构的态射都与结构间的转换紧密地联系在一起。除了基于通常

所谓的结构的态射之外，它经常还会产生基于结构的转换。不管结构的态射是否建立在转换的基础上还是在转换之后出现的，或者它们是否为转换提供了一个初步的计划，情况都是如此。在数学中，在某种特定的极端情况下，态射的综合和转换的综合是如此密切，以至于可以说它们达到了真正的融合。在这些例子中，一个单独的综合活动只有其不同的方面可被区分出来，这时人们也许可以说，态射与转换构成了这种活动的虚拟成分。

五、范畴的结构

前范畴至范畴的过渡以及结构至一般结构的过渡，这两个过程尽管存在很大的差异，但至少有一点是类似的。两者都有一个连续性相对中断之处，此时，有新的机制开始发生作用，且其作用的方式本质上不同于支配前范畴与结构之内部发展的方式。然而，因为这些新机制是已在工作着的工具的综合，因此由于有先前的发展，新的发展就一定成为一种可能性。实际上，被人们所发现的断裂处，正是起初分开的两个发展的伪闭合处(pseudoclosure)。

本质上，范畴是那些组织进运算系统(operatory system)的态射集。除了进入前范畴的具有初步组织化的态射本身之外，范畴还包括支持它们的运算组合的工具，这些工具只可能是在态射上进行运算的转换。

若假定范畴的状态是由这种方式直接构成的态射系统，则有必要把依次组织它们的转换组织进结构。相反，态射是不能单独地或独立于依赖它们的转换而引入如下意义上的结构概念的，这个意义即如皮亚杰所说：结构是完全平衡化的转换系统。根据定义，态射是迁移形式的工具，此处的形式在对由它们联系在一起的各个项目上是没有转换之力的。

每一范畴都包含已建构的态射，或包含始于直接以项目比较为基础的其他并行态射而再建构的态射。这两种态射，在发生上依靠态射之间的组合运算。组合的运算本身不是态射，而是基于态射或产生新态射的转换。

根据以上事实，一个范畴中态射的状态蕴含了一个具有水平差异的本质上的二重性。这是范畴区别于前范畴，且具有高度复杂性的主要源泉。一方面，态射是以不能转换的项目为基础的矢箭特征(arrowed)的活动；另一方面，它们也具有以自身以外顺序来转换，带有矢箭特征的行动项[①]。

态射和转换的二重性与一致性，具有普遍的重要性，这一点在范畴领域尤其突出。即使两个活动彼此未曾混淆过，但它们在各自领域也都彼此需要，否则各自领域会受到

① 本书皮亚杰所写“总结”部分对此有非常清晰的阐释。

限制。这表明了:基于前范畴的行为(即那些态射在其中协调较弱的前范畴的行为),它们与范畴已在其中发生作用的行为之间,存在着复杂的心理差异。

从心理发生的角度来看,上述考虑带来了下列基本问题:主体是如何使自己对态射进行运算的,又是如何去建构新的态射的——即不是建立在瞬时的或中间的项目比较之基础上的新态射。数学史对此提供了一个一般的假设。特别是我认为:主体对态射进行操作是通过把最初关于它们的项目所建构起来的运算迁移至态射本身来进行的。根据一些实验资料,上述假设似乎是正确的。

但有一点须做保留。出于简化的目的,为了说明所研究问题的情景,我们只考虑先前的已建构好的运算的简单迁移就足够了。但是事实并非如此。如建构置换不变量时发生的未改变的格式的迁移,并不能解释发挥作用的运算性关系的复杂性。我们假设必须基于运算格式的一种概括化的迁移之意义来理解,这些运算形式在其功能条件发生重大改变的同时,也扩大了它们的应用范围。这在相当程度上强化了格式的内在意义。数学史为我们提供了许多基于这种概括化的迁移而很容易解读的例子。

在此引用的第一例子之所以跳入我的脑中,是因为其在历史上是很早出现并且它具有内在的重要性。例如,现在人们认为:函数是联结数集的"协转换的对应(contransformational correspondence)"。这就与数值函数上的运算的建构有关。很显然,起初定义在数本身上的许多运算,被迁移到了函数上。这导致了一种数值函数的算法,它后来都由特定的函数运算来完成。与数集上原来的运算不同的是,这些函数运算从一开始就是基于函数来定义的。

这种显然合适的起点在随后的探索中富于潜在价值。以现代的观点看来,很长时间以来被迁移至数值函数上的基本运算,它们来自于截然不同的结构。它们的系统探索过去一直被用于现代函数分析的创造。反之,现代函数分析以其巨大丰富性的代数拓扑结构和许多其他结构,也为一般分析打开了通道。所有这些都为我们提供了反映数学建构动态系统的精彩实例。这种数学建构从来不会只是通过归纳将可得的运算图式迁移至新域。它常常是通过包含在归纳过程中的创造性综合来建构新格式的。

现在,让我们把目光转移到更具体的,但同样是一个非常简单与精彩的实例上,即从运算的图式向以把它们联系在一起的项目开始的态射进行概括的迁移。例如,整个数集上的加法群 Z 的内态射环 End(Z)的建构,End(Z)在其环结构之下具有加法群结构,它具有与 Z 同构这样非常显著独有的特征。这使得对象 Z 至少在同构意义上,作为这个阿贝尔(Abelian)范畴中所有态射系统的一种运算子系统,可在加法群范畴中找到。但是在新的更高层面上,它具有的环结构强于其加法群的初始结构。正如人们所熟知的,这意味着 Z 的初始结构允许强化成一个环结构。此例是先前提到的数值函数的一个特例。在所有的可能性中,它具有发生的意义。

目前,数学中的范畴使用,带动了半群、群、环、态射的向量空间,态射的格,以及由拓扑结构所装置的态射集的运用,不过这里引用的也只是一些人们所熟知的数学结

构。特定的范畴因而成为结构的基础，顾名思义，我称之为“范畴的结构（categorical structures）”。它们囊括了刚刚提到的所有结构，且在一般意义上超越了它们。

范畴的多重丰富形式，与前范畴贫乏的形式一样引人注目。事实上，并不只是存在一种具有数学意义的范畴结构。因为若是这样，那么这种唯一的结构就能确定一种能穷尽了范畴建构的所有可能性的范畴的通用形式。

近年来，数学研究的进展显示了一种完全不同于此的情景。这些发展以探索一种真正的范畴结构为标志。它们既保持自身的关注，又始终都对新建构的可能性保持开放。总体而言，不同的范畴结构显示出类似于在其他存在结构建构的领域中所发现的发生上的起源关系。这种结构建构的巨大可能性，引起了那些正致力于把他们认为是很有意义的东西予以实际表达出来的科学家们的极大兴趣。相比之下，研究认识论的学者们则在寻求对这些数学建构的总的发展路线进行勾勒。

主体从为建构范畴结构而对态射进行运算的那一刻始，他就开始在范畴内建构转换不变量了。这一点对结构的态射尤为如此，结构的态射的系统在前范畴上几乎从不保留，但都趋向于属于范畴的构造。自然地，对之进行任何的特征描述，都会回归到范畴结构。

范畴中的转换不变量在发生上依赖于以范畴的内态射（endomorphism）为基础的恒等转换。与范畴对象相联系的转换不变量处于与这些特定态射的密切联系之中。在这方面，内态射的特征属性是对不变量加以组合，但并不改变构成态射的源对象与目标对象。

在通常的定义下，范畴总是包括内态射，甚至包括自态射（automorphism），至少包括单位（identical）自态射。相比之下，前范畴总是缺乏内态射，因而也缺乏转换不变量。造成这种情况的原因是：首先，一个形式的迁移不能被主体所意识与考虑，除了当两个对象区别很明显时才可以；后来，主体通过把具有不同的项目的态射加以相互组合，主体以同样的项目建构了其他的态射，即内态射。因为它们的起源，这些态射往往超出了作为迁移形式之简单工具的含义。

这样，用来支持范畴结构的态射系统的认识论状况，根本性上改变了主体开始建构这种结构的时刻。这时，范畴的对象就失去了它们的相对重要性，因为自此以后，主体所进行的转换的组织化是依赖于态射的。

研究范畴的外显概念化相关理论之发展的数学家们，他们的研究主题之趋向是试图在范畴结构自身内，尽可能多地去恢复描绘客体对象的结构形式之特点的属性。从此处开始，更进一步的研究是非常引人入胜的，反过来，也只有保持住客体结构的这些属性，才能使它们根据范畴的结构来进行特征描绘。

然而，有一个令人惊奇的事实，这使得非建构主义认识论者进入了一个两难境地。假设形式是内在于对象的最本质特征，甚至是对象最关键的意义。但也正是形式使其自身从一个对象迁移到另一相异的对象，因而使得实现超越获信之客体（object

enformed)成为可能。在前范畴内,对一个由态射所联结的可迁移形式来说,对象已成为唯一的支持物;而在范畴内则要由更复杂的抽象过程来承担。在客体对象的形式中,只有其特征可根据迁移工具的结构加以描述的形式才被保留。由于其起源之故,这反映了对象的形式;与此同时,也概括了对象的形式。

六、范畴的外显概念化过程

在本章前面几节中,我任由数学范畴论引导,但尽量使自己不囿于那些经由外显的概念化与理论分析所建构的作为心理对象的范畴。正如构造结构的过程发生在已构建好的和已外显概念化的数学结构之前一样,设想构造范畴的过程开始于某一水平,在认知的功能活动中以一种工具性的方式在发挥作用,这似乎是合情合理的。所以,构造范畴构成了最终概念化过程的必不可少的起点,而恰恰正是最终的概念化过程使其可能成为数学理论的对象。

在建构数学理论的历史努力中,范畴在结构形式的外显概念化过程中一直是作为工具发挥作用的。毫无疑问,这是一个在数学中有关构造范畴的工具性介入的最为引人注目的例子。建构"结构的态射"的范畴,以及通过其作用建构而成的一般结构,为人们提供了说明结构与范畴之可区分为不同水平的两重性的新范例。

这些关系与在结构组建态射系统之时那些刻画范畴的结构之特征的关系是对立的。相反,范畴是从一个具有指向概念化和系统化目标的单一的概括形式出发去组织一个结构。其中,结构的态射作为比较与迁移结构形式的工具,扮演着非常关键的角色。

最初,在构造范畴时,范畴仍是自身尚未外显概念化的概念的工具,但没有什么力量能阻止主体以后实现这种外显概念化。范畴的外显概念化,构成了一个堪比于从直觉地构造结构到成为一个清晰的数学理论对象的一般结构这一过渡的新的发展。因而,人们发现范畴的数学理论是扩展导致数学的结构理论的探索活动的终点。

这些发展的历史连续性,就像起源于它们的认识论的关系一样明了。人们对经典数学所用工具的新反思,已加入到对该领域中使用的转换系统的反思中。这种概念化的顺序似乎一直是由概念化之对象的工具的关系所决定的。所以,一般的范畴形式相对晚地为人所知,就不足为奇了。

实际上,当人们比较了在范畴论中显示出的不变量的复杂特征时,这一事实也并非没有意义。而且,人们会注意到,由于运用了构造结构的态射的范畴,外显概念化过程大大地加速了。在结构的数学理论的构造与这些范畴的构造之间时间上的间隔,与从开始构造结构到这些结构的外显概念化这一漫长的持续期相比,还是非常短的。

当涉及所有的结构而把范畴概念化,就要求在工具层面上新的构造范畴的干预。

态射迁移的是被概念化的"构造的范畴"的形式。在此，外显概念化结构的过程与外显概念化范畴之间，不只是存在着简单的功能性类似。两个过程都使用了认知工具，且这些认知工具共同拥有一个本质上相同的组织化形式。实际上，以往用于概念化范畴的构造范畴，只是一种特殊类型的结构态射的范畴，其被迁移的结构形式是一种范畴的结构之形式。

数学范畴论被外显概念化为某种概括的结构，当前它就是范畴结构的最概括形式，这可以从其非常显著的代数方面的性质，特别是从它处理态射的方式上看到。只有那些在构造范畴中可见到的态射的复杂性方面被保留了(构造范畴的过程使态射的复杂性方面能被整合进范畴的结构)。显然，这些复杂性方面就是态射对通过运算的中介实现组合的易感性，这种组合服从于由数学理论所确定的规律。

因此，从最初表达两个项目之间比较的迁移工具起，唯一保留下来的东西就是形式，这种形式是概括的、无具体内容的、可组合之箭矢(composable arrow)。其间，我们可看到把公理方法和结构方法应用于范畴时的特点。使形式向上提升的运动带来了态射，同时也排尽了定性的内容，一直到其自身在一个完全外显概念化包含一切的结构中(inclusive structure)中扮演着内容的角色。

在随后的与概念化范畴结构的形式中所使用的"构造范畴"有关的阶段，对"外显概念化的工具"进行概念化的过程仍继续着。值得注意的是，这个过程并不越出范畴，因为构造范畴的外显概念化工具是新的构造范畴。

因为正是通过构造范畴的媒介，主体才达到了外显概念化的更高水平。其后，相继概念化的不确定递归过程的可能性始终保持开放的状态。每一水平的态射都有效地迁移前一水平的形式。主体经常依靠建构新的范畴形式，通过把先前外显概念化的结果加以概括化而使之向上转移。这是因为所有这些越来越升级的"范畴的范畴"都涉及一具单一的抽象范畴结构的形式。

人们称依赖于范畴之结构的结构之态射为函子[①]。前面提及的范畴的范畴，也即是用来迁移范畴的结构之共有形式的函子范畴。与其他的任一范畴一样，函子的范畴拥有其自身的范畴结构。因此，我们有理由把函子范畴的范畴结构与那些其形式被那些函子所迁移的范畴结构区分开。

范畴结构诸多水平的这种叠合隶属于范畴的范畴，它也为它们的组织化准备了方式。像其他的结构之态射一样，甚至基于更广泛的理由，我们说函子是"协转换的(cotransformational)态射"或"拟转换的(protransformational)态射"的典型例子。它们与范畴之间的转换密切相关。

值得的注意的是，所有这种组织化都以一种充分的方式，在范畴论的框架内，使其

① 函子反映了范畴结构之间的对应关系，包括范畴对象之间的对应关系和它的态射之间的对应关系。——中译者注

自身得以形式化。这表明了范畴理论具有强大的力量,实际上,范畴理论有种独特的能力,即它能为分析其自身外显概念化的工具提供方法。

那么,人们一直梦想在范畴论内向前再走一步为整个数学寻找一个适合的基础,这就不足为怪了。而且事实上这已被证实是可行的。当然,要这样做,我们需要重新形式化范畴论,以及使其内在的逻辑更为清晰。这样,它就有能力扮演类似于集合论在历史上第一次所扮演的那种角色。

我不再追溯有关范畴论的最新发展,以及目前正在探索中的大量应用。它把来自不同数学领域的影响会聚在一起,使得彼此能够进行有意义的交流。它们似乎引导范畴论及抽象代数全体,向着与有关的不同数学领域进行更富有成果的相互作用的方面发展。

目前,这一数学中重大反思的和统合的潮流之最为引人注目的产物,就是Topos理论。在许多方面,这个原创性的综合超越了Lawvere对把"集合"这一范畴和"范畴"的这一范畴作为数学之基础所进行的富有成效的研究成果。Topos理论诉求于最初发端于代数拓扑的直觉,以及发端于产生层理论(sheaf theory)与后继概括化的代数几何的直觉。后一理论产生于试图在前一理论的背景下将局部系统进行原创性公理化的过程中。

Topos理论发展了这些直觉,且将其扩展成数学用语的普遍形式。这导致了一种新的视角,更深入地描述遵循于此的理论之特点,这要优于任何其他严格的形式属性。在这一理论中,对象被预想成包含了它们自身的连续性变量的条件。这与以前考查对象的基本方式,乃至随后的一般的方式,是根本不同的。

事实上,把每一数学研究对象视为由一种必然方式所先验决定的,这曾经是一个传统。若是这样假设,那么人们可运用一种由集合论为之提供一个合适的公理化基础的方法,来形式化一个变量的概念。在更广义的层面上,这个方法,存在于固定一个变域的过程中。后者是一个任意的,但原则上,是确定的集(determined set),它经常带有一种拓扑结构。然后,我们把这个空间里的每一点与一个具有适宜结构的集合联系起来,但是,再一次地,这个结构只能被认为是在传统的理论框架中所决定的。

因此,数学函数概念的集合论重建,把变量的变域从对应的规律中分离出来。但是,只有对应的规律才能够定义变量结构。新的概念在这方面是完全不同的。其中,"被决定集"的思想只是更为普遍的与丰富的变量结构的观点的一种极端情形,在每一种情况下,想把自身限定在极端情形中是错误的。人们自然会试图使用一种内在的方式,来刻画更多的一般思想。

当然,以上这些考虑(它们自然是不完全的),对于阐明由范畴外显概念化所带来的数学上所有的新发展必定是不充分的。对应于非常多样的运算机能的要求,我们可以观察到许多研究趋势。在每一种情况下,当前数学的发展,似乎都驳斥了把范畴理论看成是令人不安的"抽象的无稽之谈"的鄙视的批评。

关于我们的研究对象,运算的功能作用已揭示了对应于非常不同的功能趋势的诸多的不变量。还算幸运的是,这类变量的增生也许会驱散人们对范畴理论的不安感,当然它也会由反省的伴随与加深得到平衡。范畴的外显概念化已标示着这种深入探索过程的转折点。而且,这又一次证实了数学结构的动态性,即那些常常使自身运算机能的解析型条件豁然明朗的数学的建构。

第十四章 范畴论与发生认识论

E. 阿希尔(E. Ascher)

在此,我想先作一些说明,也许对于一些读者来说,这会显得过于简单。我认为,范畴论与发生认识论的关系的出现是自然的,或几乎是自然的。在对此进行详细阐释之前,我想强调一点,由恩里克斯所介绍的第十三章节与我在本章的观点有些微妙的不同,但它们都对发生认识论产生了有益的影响。当然,我并不想对此花费过多的精力。相反,我很想透过这层面纱来考察范畴论,来认识其重要的轮廓,认识那些至少对我而言重要的轮廓。

在此,先对我最终的结论作一个大概的说明。

1. 范畴对范畴论来说只有最小的重要性。

2. 正是基于此理由,范畴论与发生认识论有着特别密切的关系,而且它对发生认识论是有用的。

3. 尽管如此,范畴的模型并不是发生认识论唯一适合或有用的模型。

在准备这一章的写作时,我就扪心自问:范畴论中哪些引起了我的兴趣?作为一个物理学家,我曾被引导来使用这个理论的一些技术,并且想将之吸收进发生认识论,这确实是非常罕见的。在范畴论中,我发现了数学的建构理论。因此,我能够对令我感兴趣的理论,作出更明确的阐释:即眼下人们在一个特定领域正在做的事情,与他们在另一个领域、另一个场合曾做过的事情是同样的。尽管乍一看,它们之间差异很大,但实际上有内在的关联。因此,这里就涉及一种类比,但是范畴论的兴趣并不在于类比本身,而是在于类比所引向的结构以及从经验的一个领域到另一领域转换这些结构的可能性。那么从这个角度来看,我认为范畴论的核心成分就是"泛结构建构"(universal construction)。当然,其他的视角也是可以的。但我的视角,或多或少也就是那些对范畴本身不感兴趣但对它们一般能为数学所提供的东西感兴趣的数学家们的视角。我认为:这就是为什么有人建议把数学家们感兴趣的范畴论作为一个应用数学分支的缘由。

下面,我将试图说明以下观点的合理性,即范畴论是一个数学建构的宏观理论,这种建构表现为不同的阶段。这是一个非常精彩的反省抽象例证,反省抽象是一个自我返回到自感知运动阶段起就表现出的建构原则的过程。因而,范畴模型,它是我们用来设想各种认知能力之发生的一个重要方面的一种方式。鉴于此,范畴是描述这种发生

的一个合适类型。

范畴论的历史始于1942年艾伦伯格(Elienberg)与麦克莱恩的共同署名文章《群论中的自然同构》[①]。作者在此文中对术语“自然”作了一个清晰的界定:在数学中,有时“自然”是用来指为给定的数学对象与另一个由此而建构的对象之间设定的一个明显的非任意对应。“规范(canonical)”一词也经常被用来说明这样的建构。两个对象间自然对应的思想,因为两函子间的自然转换概念而变得很清晰。

更有趣的是,文中定义函子概念的地方,并没有出现很明显的范畴概念,直到1945年的艾伦伯格与麦克莱恩的著名论文《自然等价的一般理论》[②]中,才出现范畴概念。麦克莱恩在其1971年出版的一书中对此加以解释[③]:引入范畴概念是为了定义“函子”概念;而引入函子概念,则是为了定义“自然转换”概念。在1945年艾伦伯格与麦克莱恩曾预言:“我们的理论将为比较某种建构和在不同数学分支里所碰到的同构进行比较提供可能性。”

所以,范畴概念的重要性是作为起点,而非作为终点。它是一个可让我们把次序置入我们想要使之具有此次序的事物中的辅助的概念。因此,我们必须根据我们的兴趣,来谨慎地选择我们想要的范畴。例如,我们必须决定选择何种类型的态射。联结群与其交换(commutator)群的对应,是一个开始于群与群同态的范畴,且终于同一范畴的函子。如果人们希望显示一个群之核心的函子性质,那么他必须只把满同态(surjective homomorphism)作为态射,但若是对一个群的自态射(automorphisms)群来说,则必须只考虑同构为态射。在这个例子中,我们碰到了仅由态射来区分的三个不同的群范畴。

这也是范畴对象的选择问题。因此,阶次为2的两个循环群[④],Z_2在循环群的范畴内没有一个积,但它们在群的范畴内确有一个积——Klein群,D_2。

简言之,我们必须根据所想达到的目标来选择范畴。这个命题也常可表述为另一形式:“告诉我你要作出何种建构,我就会告诉你应使用什么范畴。”这也是我在研究发生认识论时坚持所使用的工作法则。

在艾伦伯格与麦克莱恩1945年的那篇文章中,人们也可以发现如下说法:“群理论是用来研究:在另一种类似的范畴内,富有价值的完全定义的群范畴上的函子。我们也可视之为Klein纲要[⑤]的一个继续,某种意义上,具有其变换群的一个空间,被概括为一

① Samuel Eilenberg and Saunders MacLane(1942),“Natural Isomorphisms in Group Theory”, *Proceedings of the National Academy of Science*(U.S.A., 1941), 28, 537-543.

② Samuel Eilenberg and Saunders MacLane(1945),“General Theory of National Equivalences”, *Transactions of the American Mathematical Society*, 58, 231-294.

③ Saunders MacLane(1971), *Categories for working Mathematician*, New York: Springer-Verlag.

④ 若群中每个元素都可以表示成群中某一元素的某个方幂,那么我们称此群为循环群。——中译者注

⑤ Klein Program:这是克莱因在1893年发表的埃尔朗根纲要(Erlanger Program),其中,他对几何学及其各分科作了定义和分类。他认为欧氏几何是研究图形(作为刚体)在运动中不变性质的。运动的全体形成了一个群(也即运动群),即凡是使某种性质不变的空间的变换构成了一个群。因此欧氏几何就是运动群的不变量论,而非欧几何就是非欧运动群的不变量论。——中译者注

个具有其映射代数的范畴。"我认为这段引文以一种非常清晰的方式确认了范畴在范畴理论中的辅助角色的地位。以Klein纲要中的观点看来,如果欧氏几何是由欧氏几何群(the Euclidian group)决定的,且相对论物理是由庞加莱群决定的[在同质的洛仑兹(Lorentz)群中]——如果情况真是这样的话——那么这些转换群被决定之事实,仍不能使我们回避掉这些理论之建构的问题。

所以我认为,建构相似以及建构的迁移是范畴论的本质。所以,1948年以后,人们对数学建构的描述似乎脱离了它们最初的内容,只保留其可迁移的和可概括的方面,就不足为奇了(例如,Samuel的泛箭矢及麦克莱恩的Cartesian积)。为了说明这些论证的方式,让我们先回到两个对象积的概念上来。

首先让我们来考虑两个集合的积:$A_1 \times A_2$,我们所熟知的通常定义如下:

$$A_1 \times A_2 := [(a_1, a_2) \mid a_1 \in A_1, a_2 \in A_2] \quad (1)$$

以下是范畴的定义,它只使用在其他的情况下能被概括或重复的东西,即格式或图形。令

$$A_1, A_2 \in \mathrm{Ob}\, E \quad (2)$$

这两个集合的积为

$$P = A_1 \times A_2 \in \mathrm{Ob}\, E \quad (3)$$

它是由下列两态射π_1,π_2所构成的范畴E的一个对象

$$\pi_i \in \mathrm{Mor}_E(A_1 \times A_2, A_i) \quad i=1,2 \quad (4)$$

这个积具有这样的属性,即对具有两态射任一对象X,

$$X \in \mathrm{Ob}\, E \quad (5)$$

$$\xi_i \in \mathrm{Mor}_E(X, A_i) \quad i=1,2 \quad (6)$$

存在唯一的态射

$$\phi \in \mathrm{Mor}_E(X, P) \quad (7)$$

它以下图(S1)表示可交换性

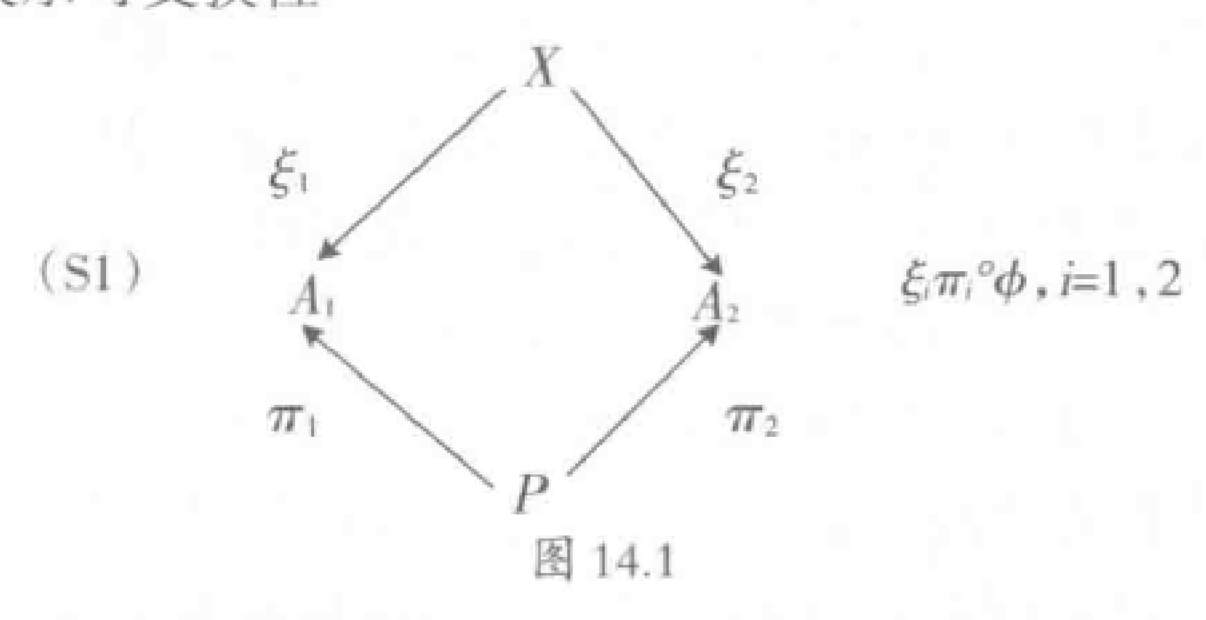


图 14.1

"所有朝向A_1与A_2发出的信息都是由P来转换的"(根据巴贝尔的论文[①])。

在说明此格式是如何表示在建构一个积时所概括的内容,以及说明它是如何被迁移至其他情境之前,让我们先来看另一种格式化,它以较少分化的形式对先前格式中的

① 论文在国际发生认识论中心第19届研讨会上报告过。

一些基本元素进行重组。在这个新的水平上，范畴E的一对共起点的(cointial)态射被视为对象一个范畴C的对象：

$$\mathrm{Ob}\,C=\left\{\begin{array}{ccc} & Z & \\ \xi_1\swarrow & & \searrow\xi_2 \\ A_1 & & A_2\end{array}\right\}=:\{\hat{Z}\} \qquad (8)$$

新范畴C的态射是范畴E的态射的三元组$\hat{\phi}$，E以S2图中的方式来联结范畴C的两对象：

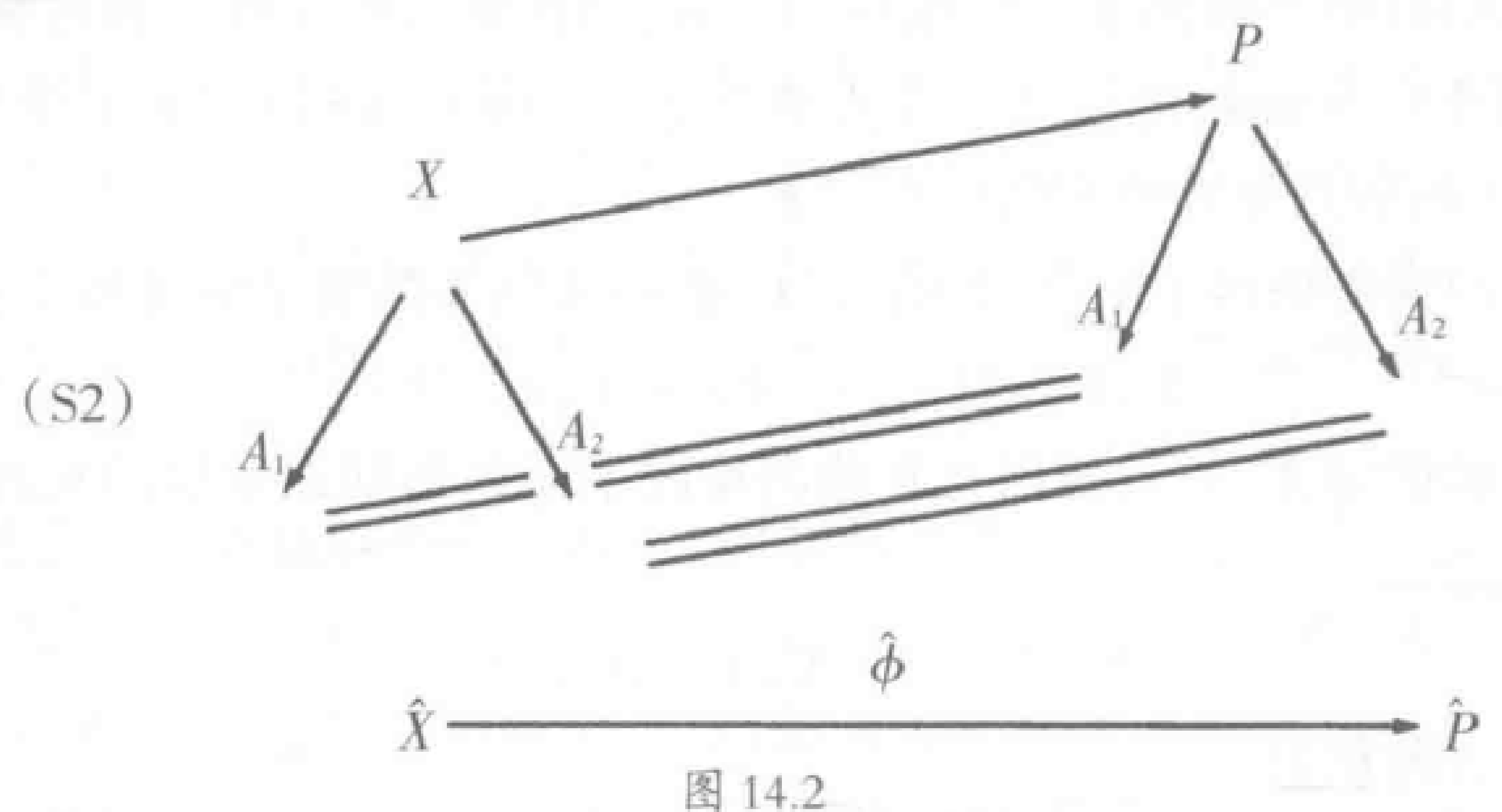


图 14.2

同一态射可用来作为联结A_1与A_2两因子的态射。在范畴C的新水平上，积$\hat{P}$有一个极其简单的定义：它是一个终点对象，即对范畴C的任一对象$\hat{X}$，都存在从$\hat{X}$到$\hat{P}$的唯一态射$\hat{\phi}$，如图S3示。

(S3)
$$\hat{X}\xrightarrow{\hat{\phi}}\hat{P}\swarrow\hat{Y},\qquad \hat{P}\nwarrow\hat{Z}$$

图 14.3

因而，我们首先让这个定义不再受两个集合中任意两元素的影响。所有可能选择的共同部分，是集合间的关系格式，即集合中范畴E的一个图解。然而，这个格式可更简约化，要这样做，就要把范畴E的态射重新组合进一个较少分化的形式中而使之达到一个新的水平。这样，态射甚至态射的格式就都变成了对象。

于是，对我来说，态射表示的是诸如比较、进行对应、建立关系、转换等动作。这里，我们不想对此进行一一说明。范畴模型的优点，在我看来恰恰在于态射能根据它们被发现的情景来表示所有类型的动作。动作的格式成为人们对之可以进行作用的对象，并且作用的水平可以是不同的。这就使得下列两过程成为可能：(1)建构的定义被简化；(2)建构是可以分离与迁移的。

让我们作一总结。这里有三个层级的原则，我们可称之为：一般化(globalization)、抽象与具体化(reification)。一般化在于忽略个体动作所作用的元素，只考虑动作本身；抽象的过程则忽略动作中的某种特征；这些特征成为态射(或箭矢)，我们仅研究它们存

在或它们能被联结的方式。最后,通过具体化过程,个体再把动作转换为具体的事物,也即通过新态射个体动作所作用的新对象。这时,初始对象完全消失了;而动作与运算总是会变得更抽象;我们就真正处于抽象运算的领域内了。在数学中,范畴论代表的正是抽象运算阶段。

下面通过例示,我们再来讨论位置的范畴及其态射:位移,或换言之,即位置的改变。正如我在今年冬天所说过的,"位移群(groupment of displacement)"的结构就是人们所知的名为"Brandt groupoid(1940)"的结构。要获得这样的结构,个体每次都需要以一种十分自然的组合对象成对(pairs)的法则来对待对象对,这种自然的法则联结着一个新对与一对对象对。

至此,对于范畴论我们似乎到达了抽象运算的最抽象的一端。然而,我们不能说这个理论穷尽了我们在数学中所做的一切,也不能说它就是此类研究的巅峰。大量富有创新性的研究正在更具体的数学领域展开。很显然,麦克莱恩在其1971年出版之《数学家视野里的范畴》一书中所思考的正是这样的研究(似乎那些与他一样曾忙于范畴论研究的数学家们现在并未在工作)。

当然,我们也可以这样说,在心理学上,创造性思维没必要在如此高的抽象水平上进行,它也可以在具体的运算水平上展开。在这个领域,我们会热衷于把刚刚所讨论的具体化原则与卢卡斯(Lucacs)在其1922年那本著名著作中,在"Verdinglichung"的名下所讨论的社会现象和与此相关的社会异常现象联系在一起。而且,个体的具体思维的异常现象的某些方面一直是法国精神病学家约瑟夫·盖博(Joseph Gabel)所研究的内容。

现在,我们再回到数学建构上来,说明通过迁移所概括的内容。我们早已定义了集合范畴的积及其一般的应用。确切地说,同样的格式可适于任一范畴的定义。当然,人们必须对此结论持谨慎态度,不能据此而意指如此定义的积对所有的范畴都是存在的。为了获得适用于任一二元对象(即对象对)的积,范畴必须满足一定的条件。

我们可以再进一步探索并使用同样的格式来定义两个范畴的积。要这样做,必须考虑范畴的范畴,这个范畴是包含许多正在被讨论的范畴。这样一种建构是合法的。有好几种方法这样做而不至于落入集合论的陷阱。我认为:与范畴论最好对应的方法(它被看作是一种从一个水平至另一水平的建构理论),是一种基于普遍的Zermelo-Frenkei集合论的Grothendieck扩展的方法。

在这样达到了一种范畴的范畴之后,这时就再没什么能阻止我们继续这一过程了。如果我们愿意,我们可以从一个水平到另一个水平继续下去。

从一个水平至另一个水平的另一有趣的过渡,是以下列方式达成的。以两个范畴C与D为例,考虑从C到D的所有函子。这些函子是新范畴$[C,D]$的对象。这个新范畴的态射正是所谓产生范畴理论的自然转换。根据这一种新的解释,它们也可被称为机能的态射(functional morphisms),这是一个更适合于它们的说法。

如果构建它们是完全可能的,那么所有这样的范畴的积就能以同样的方式来建构,

且能独立于它们的起源、对象与态射的良结构(the fine structure)。这就是所谓的泛建构(universal constructions)。如今,它们从伴随函子(adjoint functors)概念出发来定义(1958年由Kan引入[①])。于是,我们讨论较多的积似乎正是这个特别简单函子的右伴随函子,即对角函子。

为了组建范畴,人们以什么作为其对象以及选择什么态射,这在具体的细节上是非常复杂的。因为人们不能通过显微镜看到它们,而且细节易被遗忘。一个范畴简而言之有其态射与对象。例如,在我最近的一项研究中,机器由我的手随机操纵,研究显示:(一个机器)的行为就是"最小实现"(minimal realization)函子的左伴随函子;就是说,实现是一个泛建构。为了成功做到这一点,此外人们还需要引入机器的范畴。它的对象是由三个集合组成的六元组(sextuples):即输入、输出、状态以及在这三集合中的三种应用等。

在此应用的概念:机器、行为、实现等,都不是范畴论的概念。为了使我们所做的工作更清晰,更可概括化和可比较与可转换,人们使用了范畴论。这也阐明了作者的研究计划的基础:告诉我你的建构,那么我就会告诉你应该使用什么范畴。

在所有数学分支中,范畴论是越用越多,但讨论却越来越少。有意思的是,尽管范畴论已变成一种有用的工具,但应用它所达于的数学问题却很少采用范畴语言提出来,而且其回答也不是用范畴术语来表达。然而,在这过程中,为了更清楚地看出我们想做的事情的意义,也为了说明我们所能做的事情,我们求助于作为一种建构理论的范畴论。由于范畴论的宏观特征,所以它能在没有太多细节的情况下,对人们所做的进行设定,这一点是非常有用的。

在此,我还想在更宽泛的意义上来澄清范畴论的思想:它被认为是一种数学建构的理论,它反映了人们的认知工具的生成建构,也即从一系列的动作中分离出可迁移格式,然后对这些格式进行类似的运算,接着再对这些格式的格式再进行类似的运算,如此等等。所以,我把范畴模式(它作为人的认知能力的发生的一个重要方面),它不是从外部强加于发生认识论,而是自然而然适合于描述由发生认识论所发现的建构。很显然,通过引入必要的细节来说明这种适合性是必要的。

人们已认识到对发生认识论而言,范畴模型并不是唯一可能用于发生认识论的数学模型,也不是我们所期望的唯一的模型。对此我不想详尽列举其他的模型,我只提及其中的两种模型:形式系统的逻辑模型与动态系统的质的研究(突变论即是一个例子)。

关于逻辑模型,我只想谈一点,与范畴论与动力系统质性研究两者都是宏大理论不同,它在本质上似乎是微观的理论。这可能是为什么人们有时想尝试原子论,希望从一种人们称之为"基本的"或"基础的"水平开始研究的原因。至于动态系统质性研究,它似乎具有某种光明的前景。

---

① Daniel M.Kan,"Adjoint Functors",*Transaction of the American Mathematical Society*,87.294–329.

第十五章 总 结

J.皮亚杰

尽管本书中多数研究是从心理发生的角度来研究的,但它们都与认识论的基本问题密切有关。人们通常倾向于把知识看成是现实的一种近似的格式化复本,或者看成是与先行给定实体等价的逻辑数学的真理①,这样,比较工具——对应或态射——的作用就会被高估,而转换自身则降为仅在"运算"形式中,对现实中所给定的关系进行表达的一种隐喻(这是Couturatrn所认为的神、人同形论的一个观点)。相反,如果一个人既不是经验论者又不是先验论者,而是建构主义者或是信奉辩证法为创新源泉论者,那么他在对待比较与转换的关系上,特别是在对待运算的转换与态射的转换两者的关系问题上,将赋予它们一些重要的新意义。这正是我们为何要从认识的基本水平开始,来探求澄清两类转换在认识的连续加工上,各自所发挥的作用及其本质的缘由;这也是我们寻求阐明心理发生事实与科学思维对同一问题进行分析的一致性的原因所在(可参见本书由恩里克斯与阿希尔所写章节)。因而,本书所有的分析都紧紧围绕认识的两个方面:充分性(adequation)与建构性,两者显然对立,但同时又密不可分。

事实没有令我们失望。在对基本的前态射水平(premorphisms)②的研究中,我们发现了对应与转换间存在一个逐步进展的逆转。前者先为后者作铺垫,继而又从属于后者。然后,态射又逐渐地彼此组合起来,即随着态射的转换的形成,我们甚至能在间态射水平向超态射水平的过渡中引出更壮观的逆转。为什么会这样呢?因为间态射水平的对应有助于为一般运算系统铺平道路,而且间态射水平的转换也是超态射水平上态射组合的来源。初始的从内态射对应到间态射对应③的组合过程,已显示它是遵从(主体的)期望的。在这种情况下,它就只是将一个对应本身置于对应的问题了,因而,也就是第二级对应的问题,它并不涉及一个单一的比较与同化机制建构之外的任何方面。相反,为了能从间态射过渡到超态射,就是说,从间态射到一个具有其内部变化、概括性、自由和必然的组合,概言之,具有其封闭性的一般系统,一种新的建构模式是需要

① 不管是柏拉图式的理念,还是人们期望的其他理念,甚至包括语言的联结。

② J.Piaget, *Recherches sur Les Correspondance*: *Etudes d' Epistémologie et de Psychologie Génétique*, XXXVⅡ. Paris: Presses Universitaires de France, 1980.

③ 只是简单记录可观测的事实,并不把它们彼此组合起来。

的。为了整合间态射水平上的对应，主体把自己限定在态射上进行运算，也即对先前的态射所依赖的转换进行概括化。这也就是本书第十一章中所论述的：主体发现了在横断面D与重量W之间存在的逆反关系与补偿，为了达到平衡，他们运用间态射水平上的对应，以$D_1 \times W_1 = D_2 \times W_2$积的相等性，来向超态射水平过渡。此例中，新的组合以数的乘法为基础。这个例子虽然非常基本，但它就是恩里克斯所说的基于功能的"运算（或者是某种计算）"。他以"某种计算"来说明组合是因为对态射（或先前的内容）已生效的运算格式的概括。这与本书第二章中因为对旋转群的理解而产生的超态射水平的组合是相同的，它自身是由间态射水平的进程所造成的。本书第三章中，在超态射水平的组合中发挥这种运算的作用的正是外部参照系。第四章中，则是一个和的计算起到这种作用，如此等等。

因此，动作上的这种逆转，不再受制于简单对应与转换。更确切地说，这种逆转受运算的转换与态射的新组合所影响，它是从我们的被试中可观察到的态射的转换的最高水平的特征。这样一种逆转，在"超态射"水平Ⅲ上，似乎是普遍的，从许多的视角看来，它也是有益的。开始时，这种逆转构成了形式与内容间自相矛盾的交换，说明了我们在导论中提到的它们之间的关系：一个水平Ⅱ的超态射的（即运算的）内容嵌入到同水平的态射形式上，这个内容在水平Ⅲ上就变成了前一水平上形式的形式。新的形式是一种形态，它是对水平Ⅱ上的内容进行运算的概括化的结果，或是对之梳理出原因的反省抽象之结果。

除此之外，这种逆转作为一个逐渐融合的例证或工具，甚至可以说，作为运算的与态射的转换之间渐渐相互渗透的工具和例证，都是重要的。在我们所说的水平Ⅲ这一特定情形中，它只是一个合作的问题，而且是在超态射水平上的合作，其中所涉及的组合既是运算的也是态射的。于是，它再现了在简单对应与在组合上的运算间的协转换的（cotransformational）状态。自然地，在科学的与形式概念化的更高阶段，人们再次发现了内、间和超的阶段，因为本质上它们都是些相对概念，又因为在所有阶段都会复现这同样的三重过程。然而，更有趣的是，在这些阶段上的融合导出了一个基本结论：若态射、函子与范畴保持它们的局部自主性，那么范畴的组合就能根据具体情况，选取相同的形式来作为运算的结构；也就是说它们能采取半群（monoids）、群、格、向量空间等形式作为运算的结构（可参见恩里克斯所写一章）。这意味着，尽管在各类"数学实体"间存在着本质的差别，即使存在作为比较工具与作为转换工具的功能性差异，但建构的模式总是以定律的形式或以所有一致性建构所必需的组织化形式，向一般结构方向融合的。这是因为运算的结构在一个领域内建构后，范畴系统为了产生共有的形式，会将此建构迁移至另一领域，而且是"根据迁移工具的结构"来迁移这种建构的（恩里克斯）。在结构与被比较结构之间，以及在结构与比较工具的建构之间，必然存在融合，否则比较与迁移都会失败。这一结论是根据如下事实得出的，即"迁移是比较的一种动态延伸"，它类似地将一个结构投射于另一结构的过程中以使其共有特征的范围得以扩大。

这一延伸所造成的奇妙结果具有双重意义。一方面,它确保了运算的与范畴的建构方法论要求的自主性;另一方面,它也在组织化的形式上保证了其融合。建构的两种形式的自主性由于下列事实而被保持:即使比较变成了迁移,它们也并不产生结构或要被迁移之建构的模式,融合仍然存在。这种融合源于下述事实:如果"迁移工具的结构"在那些被迁移的建构上没有形成相应的映射,那么迁移进程就会错失其目标。

但还有一个最后阶段。比较与迁移的工具一旦建构成功,它们自然可以彼此组合。最初,它们受要比较的结构所塑造,这就把结构的框架加之于它们之上;后来,直到建构得到迁移且它们的形式被保存时,也还是如此。由此而产生的正是范畴的组合,尽管只涉及态射的或函子的内容,但是它们再一次选取了隶属于运算的转换的一般结构形式。除了这个显著的融合——它们的纯范畴的内容强化了其自主性——之外,在范畴、范畴的范畴以及所有范畴的范畴建构中,目前研究的高潮又在哪里呢?

态射的转换与运算的转换的发展呈现出明显相对的却又似乎一致的特征,且相对性与一致性都在不断增长中。它们都以各自的自主性与融合性为特征,并给我们带来了两个需要讨论的一般性问题。其一为上述一致性为何会存在;另一问题是:与从伽罗瓦(Galois)、克莱因(Klein)直到布尔巴基的运算理论的形成相比,为什么在数学史上态射及范畴的概念化过程会是如此缓慢?

对建构的两种形式的自主性与一致性的解释,可以用简单的几句话来概括:一方面,所有的对应、运算及组合都或是客体或是具体情境对动作格式的同化,或是通过复合的同化对这些格式进行协调的表现;另一方面,简单或复合的同化只能表现为三个其方向上不相同的类型中的一种。我们可借用一个谱系树的图来想象其中的方向。在这样的谱系树中,纵向的或垂直的裔族(filiation)以一种历时的方式,可以用来表达运算及运算的转换。而在真实的生物繁殖中,生物学的语言则称之为"再生"!横向的(或侧面的)联结或亲属关系(它们或多或少是同时发生的),表示的是所有这样的对应或态射并不改变什么东西,只是描述裔族的结果,或在它们之间进行比较。我们必须考虑的第三种类型是阶段或层面的重叠,它把由相继的代所区隔的横向的系统联系起来。这种水平阶段的重叠(它是垂直的,因而我们可以再次称之为历时的),非常适合用来表示态射的转换和裔族的共同(一致)性以及横向的亲属关系。因此从这种谱系树图中获得启示,我们可以把同化分为纵向的、横向的以及分层的三种类型。但我们仍需要讨论这些概念。

首先,让我们回忆一下:同化(即把对象或任何种类的事物结合进动作格式)构成了每一水平上所有知识所共有的功能机制。"格式"一词表达了在动作中可重复的东西,在更广泛的意义上,动作被认为包括从知觉(它是一种活动)或感觉运动行为直到运算或最高水平的概念化。此外,让我们再回顾一下:同化的各种不同的机能方面可以根据"协调者"(coordinators)来加以描述。[①]从动作的视角来看,同化的这些功能方面就成了

① 这一点与我们在*Recherches sur les Correspondance: Etudes d'Epistémologie et de Psychologie Génétique*, XXXVII. 一书中所阐释的相一致。Paris: Presses Universitaires de France, 1980.

重复、确认及置换的动作。分离对象的同化将采取建立(相同或不同的)关系、形成(属性或对象的集合)[1]及建立(运动等的次序的)连续关系等形式。就时空的连续体而言,它们的同化将涉及方向(朝向目标,等)、包围(邻近性,等)以及位置或位置的变化。

从格式应用的角度来看,同化在不同的方面都是对应的源泉,这一点很显然。从只要能吃到奶(或正好吮吸到拇指)就开始吮吸的婴儿,到发现了可数集之幂(势)的数学家康托尔,人们可以谈论个体恒常的功能而不顾及具体器官的差异。关于个体的运算的或操作的转换,它们的发展始于对新格式的建构,尤其是始于其互反的同化以及格式间的协调(理解所见之物等),它几乎与直接的同化一样珍贵,并在全部的发展过程中会变得越来越频繁。但人们立即可看出,如果说对格式的同化和格式的互反同化都是动作的一般特征,那么它们从一开始其导向就是不同的。转换是连续的,它们由裔族所产生;然而,除此以外,这种连续性还以这一事实为特征,即对先前转换的结果的使用本身并不构成转换,而只构成简单映射。因此,人们也将之称为纵向协调的(格式间)同化。相反,对应并不是通过裔族来进行的[2],它可以在横向任何类的任一距离的项目中进行同时的匹配。因此,就对应的发生及其基本形式而言,它们都得益于其初始的自主性(相对于转换而言),即个体在感觉需要比较时,能够来联结转换。正是因为它们满足了这样一种一般的"比较的同化"的功能,因而它们的这种发展趋势才会在每一水平上得以保留。所以,在所有类的对应中,在赋予其自由的形式中,共同的双射、内射及满射会在每一阶段再次被发现,这并非没有理由。因为起始的阶段,项目以及项目间的关系还未分化,所以每一同化能够延伸至对应。

相反,这种纵向的转换与横向的对应两者初始的双重性,只能导致一致性的增长。这开始于运算的转换开始协调形成结构的水平,以及对应开始彼此组合产生了能自身修改比较工具——态射的转换。一方面,运算的结构产生了新的态射,但是这些态射虽然以后必然会出现,不过它们并不是从对可观察物的比较中得来的。另一方面,那些起初只是延伸入内态射水平对应的比较同化,现在开始在自身中对态射进行比较。这种比较过程引发了具有"间态射水平对应"形式的第一个态射的转换的产生,且这种转换必然会起源于那个开始的对应组合。因此这两种类型的建构趋于协调,因为运算的结构产生了新的对应,而且"间态射水平"的组合趋向于把所有新旧对应组织进新的系统。在这种情况下,态射的横向关系与运算的纵向关系的结合导致了新阶段的构成。这是通过层级的叠合而发生的,正如我们较早时所阐述的,它也是横向与纵向综合的开始。

一旦达到"态射的转换"水平,最后一步也就可以开始了,即前述已讨论过的超态射逆转。在这个逆转中,对运算的概括促使个体在态射间产生新的组合,这就在没有破坏

---

① 这并不涉及加法运算,而实际上是把它们加到一起,例如,一个2岁的孩子看到"pipe"把它说成是"Papa"。

② 在它们的组合中例外,这些组合随后就是转换。

其相对自主性的前提下,确保了两个庞大系统之间的有限的一致性。我们可以动物的进化(在其全体上)为例,以谱系树图来说明上述相关过程,当然不一定非要这样做。这为生物发生上的转换与在比较自主性条件下所研究的态射两者间的结合,提供了一个非常好的例子,在这里前者的动作从一个阶段到下一阶段,丰富了后者的活动。这个谱系树之时间的维度及空间延展的维度值得我们进行一番考察。其中,转换以连续旁支的纵向裔族来标示,这些连续旁支是不同的,就像脊椎动物或节肢动物是从细菌而来一样,前者都是从后者而来。至于对应,它们以动物的群或亚群所共有的特征为基础,例如,四足动物的前腿,鸟类的翅膀或从肠腔动物起就已发展的多样的神经系统。这其中有一点很明显,即随着旁支层次水平的不同,态射的丰富性会增长①,即使这些解剖的或机能的同源性,以及遗传的裔族都不是来自观察者所作出的比较与重建,而是有机体本身的产物。由此,我们可以看出,由裔族所产生的转换的建构特征所达到的程度与"同源"特征组合的丰富性(在由自然亲属关系中所产生的生物学意义的态射上),在这样一种演化中是一致的。现在,个体的发生,包括心理发生方面的发展为我们提供了一个类似的图景,尽管这是将科学思维之集体物质与历史连续性强化到非常高的程度,是对目前科学思维所达程度的极度的浓缩,但是,它就顺理成章让自己进入发展之中。这种发展在某些方面,类似于运算的结构、态射的转换与范畴的转换之间的起源关系的演变。

现在,我们继续回到概念化的问题上。我们有必要根据对应的项目及其使用的性质,来区分进入对应的三种类型。最简单和最容易的概念化的对应是在独立的对象或动作中进行直接的比较;第二种很少为主体意识到,它是在两种不同情况下,即主体使用同一方法解决类似问题的时候,把主体动作联结起来。这种情况,有点类似于"迁移",但在此对两个过程进行仔细区分是很重要的。第一种过程是,一个结构的转换依赖于另一结构转换,它是运算性的,并不涉及态射;第二种过程是,因为其可迁移性,通过转移另外的(附加的)特征(觉知的或判断的可能的特征),以及转换那些因为其可转换性而成为共有部分的建构模式,从而来完成两种相似的类推。只有在这种情况下,我们才谈到迁移。就像我们已说过的,它似乎就是存在于"比较某种建构"中的一种动态的比较,如麦克莱恩与艾伦伯格(由阿希尔所引用的)1945年所表述的那样。正如我们较早时指出的,这种对类似的概念化在数学史上是很缓慢的。同样,当询问儿童关于建构问题时,哪怕是非常简单的建构,儿童的回答都取决于观察者在儿童注意到类似之前是否说出它来。至于在一个全体中比较两个结构的态射,情况更是如此,正如我们在第十章与第十二章中所发现的机械间的比较一样。最后一种情况,对共有的运算机制的发现,它先于有意识进行的联结的两种情景以及允许它们对之进行比较的态射。

由此,产生了一个相关的问题,即如何来解释数学史上态射应用于建构结构的理论很长时间之后,其自身的概念化最近才得以实现?回顾范畴与函子理论的形成,我们发

① 如果通过基因单位数目上的增长来判断。

现它们也不是与结构理论在同一时间内而是在其之后实现的。我们在别处①已对这一事实进行了解释,这是非常简单的。由于概念化是一个再反省的(reflected)过程,因此,它有两个概念化,即当前的和回溯的概念化,它自然涉及内容和形式。在运算的结构情况下,其内容是伴随有其相关物的组合与转换的集合。这种概念化的形式不能修改内容,这并没有使之不合适;所以形式存在于对应与比较中,它们(对应与比较)一般不通过增加任何事物,只是将同时性单元合并进一个有内聚力的整体而提取出系统的一般属性。所以,这种形式只产生于态射的和范畴的工具,它们本身没有概念化,在此水平只起到一个工具的作用。从这样的观点出发,运算的系统之概念化可称为第一层级的概念化,而对这种或任何其他的概念化的工具的概念化则可看成是第二级的概念化。这正是随后发生的情况,其他情况不可能发生。这也足以使我们能考查布尔巴基是如何建构其母结构,以及如何到达麦克莱恩与艾伦伯格所称的"自然等价物的一般理论"的(1945年出版一书的题目)。正是这一新的概念化将结构引向了范畴。就它们的形成而言,范畴其实是由反省的反省,或者由概念化工具的概念化所产生的,这样就使概念化达到了第二层级。

至此,我们可以看出上述研究中有一个重要主题,即个体早在心理发生的前科学水平就开始运用态射了。一方面,个体运用态射来比较结构(甚至构造它们的概念化的条件);另一方面,不依赖于概念化,运算的转换与态射的转换的逐渐融合在两者之间产生了一种丰富的一致性,而并不是固守各自的自主性。

在我们对概念化作了必要的反省之后,就可以讨论最后两个问题了。第一个问题是,书中所说的能在超态射水平上产生的范畴是否确实存在;第二个问题是,如果这样的范畴存在,那么它们的本质又是什么?事实上,对上述两个问题的讨论,从属于对建构一个范畴的必要条件之一——其概念化是否由主体自身完成的——的确认。这个问题非常复杂,在涉及结构时就早已提出来了。

我们总认为运算的结构是这样一类运算系统:对于这些运算,儿童能够对之进行有效加工,且可以组合其他的运算(解决一个问题等)。而这并不依赖于他是否将之认为是一个系统或一个程序。因此,一个结构可以存在但并不意味着有外显的概念化。例如,我们非常容易判断:主体在习得使用一个比例结构之前是否使用了这一结构,哪怕他没有有意识地把比例当作一种倍数关系或只是依据绝对数来进行推理。我们可以通过被试所能呈现的图像,来说明存在着为被试意识到的结构。例如,一个顺序序列,一个分类(类包含),类或关系的乘法系统的一个双列表等。在第七章中,我们发现一些处于水平Ⅲ的被试,在亲属之间建构了复杂的关系,同时还知道在谱系树图内如何来安排它们,尽管他们觉得没必要这样做。对于缺乏形象性表征的结构,像反演与互反的INRC四元群,被试能在没有外显概念化的情况下,确切地使用它们(如在动作与反动作

① J.皮亚杰,《结构和范畴》,《逻辑与分析》(布鲁塞尔),1974,67—68,第223—240页。

的系统中)。

所以,这里不存在把范畴的相似情景排除在外的先验的理由。我们并没有限制被试去建构运算和把运算组合成结构。而且,被试努力作成各种各样的对应、应用,以及根据每一章研究中所描述的内态射、间态射以及超态射的步骤所协调的态射。但是,人们也许会问,为什么我们不在如下相同的意义上,即我们主张被试拥有并不是观察者发明的结构,把"范畴"的拥有归于主体呢?而且,更具体地说,尽管在大多数情况下观察者是唯一的一个能够有意识地概念化的人,以及在任何情况下这唯一的人能够把它们形式化,我们为什么不这样做呢?这个问题涉及我们持有的最基本的认识论立场。发生认识论仅在两种条件下有意义。一种情况是,在"自然的"思维与科学的思维之间表现出连续性;另一种情况,也是一种本质的情况,它是通过将自然思维与生命本身的有机过程相联结,基于其生物学的形式来解释自然思维。在所有的可能性里面,运算与运算的结构在基因的、形态发生的以及属于生物体的自我调节的机制上,都有其根源。如今,一个类似的理由迫使我们以一种类似的意义,把范畴看成是"自然的"。在这方面,回顾一下我们所引入的关于纵向的转换与横向的对应间的区分,这种不同因态射的转换而表现出阶段来。也回顾一下我们讨论过的谱系树,以及在由动物演化构成的没有限定维度的谱系树中关于态射的转换的概括。如果接受这一切,那么似乎很显然,除了纵向的起源关系,还存在着相当数量的横向关系,这些横向关系随阶段提升而越来越丰富,它们不是被"发明"出来的,而是由相应的比较解剖学与比较生理学所"发现"的。因此,这些关系表示的是"自然的血缘关系",这就等于说它们表示的是范畴的组织化。而且,正如第十二章结尾所说的,每个控制系统(每个生物有机体在每一水平都组成了这样一个系统)都包含比较或作成对应(与其标准有关)以及转换,因此再次获得了态射的"自然的"特征。

也可以说,这个问题是来验证:儿童在其发展过程中,自己能否成功地建立与他所建构的结构相一致的范畴。在后者中,最有趣的并不是在一些情境蕴含着范畴时,儿童所发现并重建的范畴(如第一至三章中的旋转),而是水平的结构,这一结构是如此的基本以至于它们没有正确置于科学思维的中心。"群集"即是一个佐证。这些基本的结构是有趣的,因为它们包括所有恩里克斯所论述的具有"置换的不变量"的前范畴,至少是"特殊的"范畴,如由惠特曼提出并得到麦克莱恩认可的范畴。

很显然,加法群集,如简单分类及系列化,只产生于前范畴。当被试把他在第一个集合中所使用的分类和序列化的方法用于其他对象时,分类所得到的共同形式构成的仅是一个"置换不变量"。相反,对分类来说,其"补偿的替换群集"(它在关系层面上,对应于对称关系的群集)就是朝向范畴的方向发展的。事实上,如果类B被分成两个子类A_1与A'_1,且假设此分类改变为A_2(包含部分A'_1)与A'_2(包含部分A_1),那么我们就可以得到$A_1+A'_1=A_2+A'_2=B$。这类运算(它可以概括至所有水平)导致了一个给定集合的"幂集"。然而,并不依赖这种在组合的运算水平上的可能的概括化,简单的补偿的替换,就已指向

内态射的方向了。

然而，这仅是对乘法群集而言，它的范畴形式与其所有其他特征，似乎都是被构成的，如同可以一代代不断增长的谱系树的情景一样。当然，如果被试把自己限定于一个特定的家庭 $ABC\cdots$ 与另一个特定的家庭 $A'B'C'\cdots$ 进行比较，它们均由严格限定的数目（父亲，等）的相同关系组成，那么就只涉及具有置换不变量的前范畴，这些置换不变量是建立在具有另一内容的同样的形式之基础上的。考虑整个的谱系树（同时抽象出婚姻状况以便只考虑男人），那么其组合则是无限的，并且随着新一代的不断产生而越来越多，也总是保留着意义明确的确定计算的可能性。我们在此可以发现在第七章所指出的三个特征。(1)具守恒性的补偿的替换，即 $X+P$（它的血族关系中包括 Y）$=Y+P'$（它的血族关系中包括 X）。(2)所有的箭头都是可逆的（互反性）。这种可逆性或是对称性，例如兄弟。或者不是对称的，如叔叔与侄子，它们与纵轴有关。(3)可能的路径的数目，其最简单的形式是 $\downarrow g \overset{c}{\leftarrow} = \overset{c'}{\leftarrow} \downarrow g'$（这里的 g 表示代，c 表示横向的余满射，两者都可通过保持同样的起点与终点 X 与 Y 来计算）。

这些组合的理由非常简单，但有很多优点，因为它展现了它们与“完全的”分类相等价。事实上，我们以Ⅰ(=父亲)与Ⅱ(=祖父)等来设定代的顺序，它对应于一个表示在其后代之间的横向亲属关系程度的基数：1=作为Ⅰ的儿子的兄弟，2=作为Ⅱ的孙子的兄弟或第一代堂兄弟等（见图15.1）。对于一个完全的分类，如动物学的分类，情形是相同的，但有一个重要的区别。在进化的层面上的裔族在分类层面上变成了包含：Ⅰ=一个属和它的种（1程度上的旁系亲属关系）；Ⅱ=一个科及它的属与种（因此，1=在同样的属的种之间的关系，而2=在不同属的种之间的关系，横向的第二层级的生物关系可与堂兄弟关系相对应）；Ⅲ=一个目（动物学的意义上），它的科、属、种（旁系的程度1，2，3）；Ⅳ=一个“纲”（动物学意义上，），其目、科、属、种（1，2，3，4，四个程度）；Ⅴ=一个门，它的纲等等。

Ⅰ	1
Ⅱ	1,2
Ⅲ	1,2,3
·	·
·	·
·	·

图15.1　顺序的和横向的亲属关系的对应

于是，我们可看出这种群集结构的普遍性，它的转换是裔族，裔族具有转换不变量，并具有其态射（它从这些转换不变量中产生）。这些态射可在自身及其组合上进行很好的定义，它们起源于转换而不用还原为即时的或中间项目间的比较，因为它们的项目可以通过作为一种裔族功能的各种路径联结在一起。

简言之，群集能采取一种范畴的形式，但是这种范畴的形式并不能穷尽其意义。而且这也是所有应用于“运算的结构”的范畴的情况；最大程度的融合仅仅是在集合的范畴的情况下会遇到，因为从一开始，集合就是从“作出对应”（它保证了协调）的活动中产生的。

原版人名索引

B

C

E

G

H

I

K

L

M

P

R

S

W

原版主题索引

A

B

C

K

L

M

N

O

P

R

S

T

V

策划者后记

皮亚杰其人其说的历史和学术地位国内外学界早有共识,笔者此处无须赘言。但笔者想说的是,皮亚杰不愧是一位老而弥坚、与时俱进的一代大师。直至垂暮,他都在从相邻学科汲取营养,不断修正和完善自己的理论,其创新之显,改变之大,以至于人们足有理由称其晚年理论为"皮亚杰的新理论",以区别于之前所谓"皮亚杰的经典理论"。概括而言,新理论主要体现在两个方面:其一是以抽象代数中的态射-范畴论取代早年的群、格等代数系统作为思维运算的形式化工具;其二是以注重意义蕴涵的内涵逻辑取代传统的外延取向的外延逻辑,从而改造了运算逻辑,使之更符合心理逻辑的实际状况。当然,新理论的产生并未使皮亚杰的理论变成了数学和逻辑学。正如英海尔德所言:"皮亚杰从未试图,当然也从未宣称自己是一名逻辑学家。他只是选择和采用某种数学和逻辑的模型,为的是能够分析儿童所作出的对知识和范畴的建构。"[①]知识的个体发生、发展的心理学研究仍是其发生认识论的主题,这是他终其一生未曾放弃的主要目标。

遗憾的是,皮亚杰的新理论并未受到人们的足够重视,国外如此,国内犹然。如从网上检索可知:有关态射-范畴观的文献竟只见寥寥数篇。近年见著报刊者更付阙如。笔者以为,这种状况并不正常。我们也不能把这一现象仅归咎于是皮亚杰新理论"曲高和寡"之故。或许,它与当前学界只勤于所谓实证研究的数据积累而疏于理论的概括和提升而有一定关联。这种局面应该打破。皮亚杰所主张并身体力行的发生认识论的跨学科合作的研究特色应予继承。

基于上述指导思想,笔者主持了此套译丛的引进和翻译工作,目的是引起国内心理学界更多同行对皮亚杰新理论的兴趣和重视。本译丛五本书均为皮亚杰晚年著作。《走向一种意义的逻辑》和《态射与范畴:比较与转换》更是皮亚杰及其合作者直接阐述其新理论的经典之作。前者采用新的内涵逻辑取代外延真值表逻辑作为刻画儿童认知发展的工具;后者以更具动态性和建构性的数学工具作为描述认知的过程、程序和机制的数学模型。另三本则与新理论之间存在或多或少的关联:《心理发生与科学史》探索儿童思维的心理发生和科学概念的历史演变之间的连续性和同构性,揭示新理论和新模型的普适性;《可能性与必然性》和《关于"矛盾"的研究》则是皮亚杰以新理论为视角,继续发生认识论关于可能性和必然性以及否定、矛盾等逻辑范畴的个体发生研究。当然,同属于皮亚杰晚年新理论之范围的著作还有《关于"对应"的研究》(1980)、《概括化研究》

① 见英海尔德为 H.Beilin & P.Pufall 主编的 Piaget's Theory: *Prospects and Possibilities*(1992, LEA.Inc.)一书所写的前言。

(1978)、《反省抽象研究》(1977)和《认知结构的平衡化:智慧发展中的中心问题》(1975)等。这些著作我们拟在本译丛的第二辑中向读者继续推出。

现在,当本译丛的五本书呈现在读者面前的时候,我想表达对日内瓦大学皮亚杰文献档案馆馆长雅克·弗内歇教授及Jean Piaget Archives Foundation的由衷感谢。这五本书的人选是笔者1999—2000年在文献档案馆访学期间与弗内歇教授商定的。弗内歇教授是该基金会的主任,他慷慨地答应由基金会作为主要出资方,购得它们的中文版权(华东师范大学出版社同样也在资金上给予了支持)。尽管基金会确有鼓励和支持皮亚杰著作在世界范围内以多语种出版的宗旨,但由于基金会近年的财政情况并不理想,因此,我们获得这笔资助应该说并非易事。弗内歇教授还亲自出面与原出版社交涉。在中译本成书之际,作为现今日内瓦学派的代表人物和皮亚杰的当年同事,弗内歇教授还为之撰写了精辟的总序,并积极约请有关的皮亚杰研究专家为它们分别撰写中文版序言。所有这些,自然为本译丛增色不少,同时也更有利于读者对皮亚杰新理论的理解和把握。

关于本书的译者,笔者想略作介绍。笔者本人实际只译出其中一本(《走向一种意义的逻辑》),此书中涉及相干与衍推逻辑的部分还承蒙华东师范大学哲学系终身教授、逻辑学家冯棉同志审阅,笔者从中获益良多。《心理发生与科学史》由复旦大学心理学系姜志辉副教授直接从法文译出。姜先生曾为商务印书馆译过多部学术名著,是一位心理学专业知识与法文水平俱佳的知名学者。其余三本书的主译者均为笔者的已毕业或在学的博士(生),笔者虽忝为审校,实际上主要是他们的辛劳成果。熊哲宏教授曾以其博士论文《皮亚杰理论与康德先天范畴体系研究》(2002)及《皮亚杰哲学导论》(1995)等专著和有关皮亚杰发生认识论的一系列论文,名噪中国理论心理学界。复旦大学心理学系副系主任吴国宏副教授研习皮亚杰理论多年,在弗内歇教授来华讲学期间作为现场翻译,其专业知识与外语水平均深得弗内歇教授的好评,至今教授在与笔者的来往信函中还屡有提及。刘明波、张兵与孙志凤三位同志着力合作翻译《态射与范畴:比较与转换》一书,应该说他(她)们完成了一件十分艰巨的任务。孙志凤同志受过数学专业的本科训练,因此可以期待在此书涉及数学的内容上,译文当无大的错误。另外,在本译丛译文的后期整理、打印等繁杂事务中,蔡丹同志做了大量工作。当然,本译丛最终能够出版,华东师范大学出版社社长朱杰人教授给予了鼎力支持,心理编辑室的彭呈军同志和版权部的龚海燕同志更是付出了极大的辛劳。没有他们的决心和帮助,别说这套译丛的最终出版,或许连其最初的动议都是不可能产生的。

最后,我想再次引述英海尔德的话与国内有志于皮亚杰研究的同仁们共勉:

“我们用不着赞美皮亚杰已完成的工作,对他的最好的纪念礼品是推进他的研究。”[①]

对皮亚杰的新理论更应作如是观。

李其维

2005年7月7日华东师范大学

---

① 见英海尔德为H.Beilin & P.Pufall主编的Piaget's Theory:*Prospect and Possibilities*(1992,LEA.Inc.)一书所写的前言。

推　理

〔瑞士〕让·皮亚杰　著
张　坤　译
邓赐平　审校

推理

La Raison

作　者　Jean Piaget

法文原载于*La Formation des Raisons*: *Étude sur l' Épistémogenèse*, edited by G. Henriques, S. Dionnet & J-J. Ducret, Sprimont, Belgium: Mardaga, 2004.

英文原载于*New Ideas in Psychology*, 2006，24, pp.1–29.

英译者　Leslie Smith（英译者加入大量尾注）

张　坤　译自英文

邓赐平　审校

内容提要

1980年，在让·皮亚杰逝世前不久，他撰写了三篇短论文，但每篇论文都不甚完整。皮亚杰总结了1978年至1979年项目组关于特定种类蕴涵或关系的研究，以及研究所取得的关于意义逻辑和动作间蕴涵本质的数据结果。皮亚杰认为，"推理"这个概念带有复杂性，它不能简化为简单的蕴涵，它包含有蕴涵之间的协调。换言之，是相互的蕴涵或是"更高等"的蕴涵（蕴涵之间的蕴涵）。因此，推理的角色就是在非直接或未被确认的系统中引入新的必然性。真理的推理（经验论的或是演绎的）就是一个变化的系统。这三篇论文应视为皮亚杰1979至1980年所开展的有关"推理"的研究项目的贡献，它们的核心论点十分独特，相当于是皮亚杰的经验模型的最终陈述。

直到2004年这三篇短文的法文版才得以面世，2006年本篇论文的作者莱斯利·史密斯（Leslie Smith）将其翻译成英语。莱斯利·史密斯除了完整呈现皮亚杰的原作以外，在文后添加了大量尾注，可以作为深入理解皮亚杰思想的参考知识。这些论文英文版的面世对于皮亚杰思想的传播与研究具有重要意义。如同作者莱斯利·史密斯所言："如果它们没有在英语世界得以流传就已被'一笔勾销'了，那是非常不幸的。"

张　坤

发表格式

Piaget, J. (2006). Reason. *New Ideas in Psychology*, 24, 1–29.

推　　理

让·皮亚杰
(由莱斯利·史密斯翻译并评注)

关于该翻译和评注的所有信件都应发至莱斯利·史密斯处,以便其知悉或审阅。

邮箱:l.smith@lancaster.ac.uk
网址:http://www.les-smith.net/

摘　要

推　理

1980年,在让·皮亚杰逝世前不久,他撰写了三篇短论文:

论文一:《1978年至1979年期间工作的科学报告》;

论文二:《把推理作为理解的目标》;

论文三:《推理:导言》。

每篇论文都不甚完整,论文二和论文三尤其如此。这些论文应视为皮亚杰1979至1980年所开展的研究项目"推理"的贡献,这里也是首次将它们翻译成英语。它们的核心论点十分独特,相当于是皮亚杰的经验模型的最终陈述。该模型认为,标准化推理是儿童认知发展期间知识构建的一种固有机制。

对皮亚杰推理的简介

莱斯利·史密斯

以此纪念特伦斯·布朗(Terrance A. Brown)

2004年,芝加哥的一次愉快交流促成了此次翻译,而2005年的一场悲剧又恰好与翻译的完工相重合。我仅以此译文向特里(Terry)致敬,他为译者树立了一个优秀的典范。

让·皮亚杰逝世于1980年9月16日,享年84岁。在其逝世前不久,他撰写了三篇论文。这些论文在最近得以发表(Henriques, Dionnet, & Ducret, 2004)。皮亚杰本打算将这些论文作为其1979至1980年期间的研究项目"推理"的一个贡献。该项目是皮亚杰在国际发生认识论研究中心(Centre International de l'Épistémologie Génétique —— CIEG)所做的一系列年度项目之一。该中心于1955年在日内瓦成立,并刊发了四十余册出版物(Archives Jean Piaget, 1989)。许多出版物都有英文版(e.g. Piaget, 2001);但也有些例外,包括该系列的第一册(Beth, Mays, & Piaget, 1957)。1968年至1980年,十二项有关知识构建过程项目的呈现意味着新的研究转折点(Ducret, 2000; Montangero & Maurice-Naville, 1997)。推理就是其中的最后的一个项目(见表1)。

表1 1968至1980年期间皮亚杰的建构主义研究

CIEG Project(国际发生认识论研究中心项目)		French publication(法文版)		English publication(英文版)	
1	1968	La prise de conscience(意识的把握)	1974	The Grasp of Consciousness(意识的把握)	1976
2	1969	Réussir et comprendre(成功与理解)	1974	Success and Understanding(成功与理解)	1978
3	1970	Recherches sur la Contradiction(关于"矛盾"的研究)	1974	Experiments in contradiction(关于"矛盾"的研究)	1980
4	1971	Recherches sur l'abstraction Réfléchissante(反省抽象研究)	1977	Studies in reflecting abstraction(反省抽象研究)	2001
5	1972	Recherches sur la Généralisation(概括化研究)	1978		n/a

CIEG Project（国际发生认识论研究中心项目）		French publication（法文版）		English publication（英文版）	
6	1973	Recherches sur les Correspondances（关于"对应"的研究）	1980		n/a
7	1974	Morphismes et categories（态射与范畴）	1990	Morphisms and categories（态射与范畴）	1992
8	1975	Le possible et le nécessaire: L'évolution des possibles（可能性与必然性：认知发展中可能性的作用）	1981	Possibility and necessity: The role of possibility in cognitive development（可能性与必然性：认知发展中可能性的作用）	1987
9	1976	Le possible et le nécessaire: L'évolution du necessaire（可能性与必然性：认知发展中必然性的作用）	1983	Possibility and necessity: The role of necessity in cognitive development（可能性与必然性：认知发展中必然性的作用）	1987
10	1977	Les formes élémentaires de la dialectique（辩证法的基本形式）	1980		n/a
11	1978	Vers une logique des Significations（走向一种意义的逻辑）	1987	Toward a logic of meanings（走向一种意义的逻辑）	1991
12	1979	La raison（推理）	2004		n/a
来源：Ducret, 2000					

皮亚杰最后的几篇论文值得出版是基于以下几点考量。

（1）具有重要历史意义

这些论文是皮亚杰最后的写作成果的一部分。如果皮亚杰的寿命能更长一些，那这些论文本可以发表。所以鉴于新近的可利用性，它们理应在现在得以发表。皮亚杰的"研究项目"最初出现于他的第一本书《求索》中（*Search* — Piaget, 1918, p. 148）。无论这些论文的最终评价如何，该项目的整体性都值得细查。

（2）心理学和认识论意义

21世纪一个仍待解决的问题就是如何把认识论的深刻见解同心理学的证据结合在一起（Bickhard, 2003; Campbell & Bickhard, 1986; Goldman, 2001）。典型范例之一就是关于神经科学的范围和局限（Changeux & Ricoeur, 2000; Damasio, 2003; Parker, Langer & Milbrath, 2005）。在皮亚杰的建构主义中，最特别的观点就是关于第三者，或称为第三选择。它指的是用来处理普遍问题和关于神经科学的特定议题的生物学和文化知识（Smith, 2002b; Smith & Vonèche, 2006）。

（3）新的规则

这几篇论文包含一些新原则，同时也很好地提醒了我们，皮亚杰的思想是在不断发展的。

a. 对于必然知识的经验主义调查是这些论文的核心，同时也是皮亚杰的工作中一个悬而未决超过50年的问题（Smith, 2002a, p. 110）。关于如何命名这个问题至今未有定论。在皮亚杰最后的论文中一个简要述及的问题与他之前的项目（即表1中的项目11）有关。在项目11中产生了一种运用内涵逻辑的新方法。内涵逻辑，即如项目11中使用的必然性和可能性的衍推逻辑（Piaget & Garcia, 1991），与外延逻辑有着很显著区别，后者有如皮亚杰（1970）在早期研究中使用的类逻辑和命题逻辑（关于两者区别的讨论，详见Haack，1978）。在巴蓓尔·英海尔德（Bärbel Inhelder, 1991）关于项目11的评论中，她就特别提到了这一区别，并补充道“争议远没有解决，这本书开启了新的视角”。最后的论文是对项目11的评论，所以是对这一“新视角”的阐述与评估的必要读物。

b. 同时，皮亚杰在最后的论文中也在不断完善自己的立场。衍推逻辑是一种特别的逻辑，而在同一类别的内涵模态逻辑中，还有类似的存在。采用这种特殊的模型产生了两个问题。其一就是是否可以使用其他一些模态逻辑模型（for alternatives, see Cresswell & Hughes, 1996; Horty, 2001）；另一个问题就是是否需要一个正式的模型来证明人类的推理是优于基于规则的推理的（Brandom, 2000）。值得注意的是，表1中的项目8和9也是关于必然性和可能性的模态概念，然而在那些研究中并未使用正式的模态逻辑，1977年所做的“对应”研究的论文中也未出现（Piaget, 1986）。关于皮亚杰在最后的论文中是否仍在寻找衍推逻辑的替代品是有争议的。两种替代品浮现在我们脑海中：一个就是推翻项目8和9中的立场，另一个则是列出项目8、9和项目11立场的替代品。总之，皮亚杰一生都在致力于寻找和他第一本书相一致的替代品。这个替代品应能够阐述、延伸并重估他的第一本书，这种努力甚至在他最后的论文中仍有体现。回想起来，皮亚杰著作主要的修订者其实就是他自己（Piaget, 1970a）。

c. 在最后的论文中，皮亚杰的立场是复杂而又凝炼的。它的创新性已得到了证明，但其难度也同样存在。的确，皮亚杰刻画了一个新视角，但无法确定“是否有人能理解皮亚杰的想法”（Piéraut-Le Bonniec, 1990）。这是皮亚杰推理项目中的一位同事所做的机敏而又坦诚的评价，这位同事在该领域拥有基于研究所带来的专业见解（Piéraut-Le Bonniec, 1980）。很显然这意味着皮亚杰最后的论文需要细致的关注和批判性的审阅。如果它们没有在英语世界得以流传就已被“一笔勾销”了，那是非常不幸的。

翻译

该翻译是皮亚杰三篇论文的完整英语译本。它主要基于最近出版的法语文本（Henriques, Dionnet, &Ducret, 2004）。但在以下两个方面有所不同。

其一，发行版的法语文本和我从皮亚杰1980年的同事那里得到的非发行版的影印法语文本的差异。这些文本会以H文本和A文本进行指代。H文本是默认文本，但在

少数案例中会使用A文本进行替代。所有的案例都是记录在案的。

其二,就是尾注的添加。在原版中是没有尾注的,所有的尾注都是翻译者而非皮亚杰所添加的。添加尾注的原因是法语文本虽精妙而凝炼,但不甚直接,并且默认读者对皮亚杰的认识论有着充分的熟知。尾注可作为阅读皮亚杰论文时的辅助指导,但绝不是他们主要阅读的替代品。尾注以三种方式呈现:

a,b,c… 翻译

这主要指两种法语文本或是英语译本中简短而又细微的区别。

i,ii,iii… 信息

这主要也是简要提供事实信息或是参考文献。

1,2,3… 解读

这部分会比较长,并且有两个目的。其一是通过给出带有实例和参考文献的介绍性的指导以便于对皮亚杰构建主义进行深入阅读。其二就是对于皮亚杰在这些论文中立场的解读。当然,这不等同于最后的结论。

在导言和尾注中所有的参考文献都已纳入最后的参考文献中。我的建议是在第一遍阅读时,应阅读皮亚杰论文的原文,不要参考尾注。进行深入阅读时可以适当参考尾注。

我想要感谢米歇尔·费拉里(Michel Ferrari)和理查德·罗宾逊(Richard Robinson)对于该翻译早期版本的反馈,这也促成了现在改良过的版本。我还要特别感谢位于日内瓦的让·皮亚杰档案馆的雅克·弗内歇(Jacques Vonèche),他给出了许多明智的建议以及对于法语文本和翻译的详细指导。我同样要感谢《新思想》(*New Ideas*)的编辑们——马克·比卡德(Mark Bickhard)对尾注的编排给出的建议,罗伯特·坎贝尔(Robert Campbell)总是非常机敏,一直对译文和评注做出评价。如果仍有错误,那当然该算在我头上。

莱斯利·史密斯

湖区,英国

I 1978年至1979年期间工作的科学报告

——为瑞士国家科学基金会做的报告(Swiss National Science Foundation)

1977年至1978年,我们研究的是辩证法的基本形式(Piaget, 1980)。[i] 这让我们得出了一般性结论,辩证法就是平衡化的推论特性。[1] 为了将平衡化是构建的过程而非稳定形式下已被构建的结构特性(即平衡状态)区分开来,我们观察了主体的行为。从这些结构中,主体会以一种发散形式对存在于彼此联结的论断进行抽取(如康德所说)。[2] 即便如此,平衡化作为一个过程包含各种结构,这些结构的推论关系超越了发散,并且在大量具有不同本质的蕴涵中体现出来。如何来分析这些蕴涵正是本论文所欲讨论的内容。我们的指导假设如下:在动作与运算之间存在如下蕴涵;这些动作蕴涵可能晚于或是早于陈述(命题);它们构成了认知的核心驱动力,并且以独特的辩证建构形态呈现。[3]

1978年至1979年期间,我们最主要的关注点在于对特定种类蕴涵或关系的研究。[ii] 但是在研究之初我们就需要留神,那就是在任何情境下都要仔细区分动作的两个特性,一种是因果性的,一种是推论性的。因果性方面着眼于它所涉及的一切实践性表现,但是只有动作的意义才能引出推论性。[4] 由此观点来看,动作中的蕴涵——一个可能会"困惑"我们数学领域合作者的概念——基本就是动作意义间的蕴涵。[5] 这样一来,它就要通过关于发展的不同阶段的"意义"进行系统性研究来解决。这就是该年度两个主要目标之一。就"逻辑"意义的研究来说,它本身是硕果累累的。

在这里要给出一个很有用的评注。许多年来,我们都习惯把我们研究中的逻辑称为"运算逻辑"(Piaget, 1949)。[a] 该逻辑已具备绝大多数的意义逻辑,但是仅和内命题结构有关;即由在目前使用的经典"真值表"所得出的外延性考量。我们的合作者物理学家罗兰多·加西亚(Rolando Garcia)提议,最重要的就是把这种外延性从我们的逻辑中移除出去,这样我们才能通过净化外延逻辑带来的污染来达到逻辑意义的各个层面。[6]

综上所述,1978年至1979年期间的项目都是以两样紧密结合在一起的事物为指导的。[iii] 一是意义系统,二是动作与运算之间的蕴涵。

从先于语言的感知运动阶段开始无疑是很便捷的。[7] 所以两名同事通过使用对客体施加动作的不同工具(耙子,等等)进行了关于工具使用活动的调查,这些工具要么自由放置,要么放在开口朝向一侧或朝上的箱子中 。[iv] 尽管一至两岁的被试不会说话,但

是他们对不同工具和不同情境给出的意义却是很容易观察的。[8] 从这些基础水平开始，动作中多样的蕴涵是很易于观察的，它们往往以三种常规形式展现。有些会和先前的条件有关，有些会与期望或已得成果有关，还有的或多或少与关于成功或失败的“推理”理解有关。由此来看，蕴涵已从三个维度进行了划分：条件，广度和深度。[b]

其他的调查也致力于实践性智力的问题，但是在更为演化发展的层次上。一种就是用不同形状的瓷砖——三角形，方形，五边形或六边形，来进行无缝隙铺设。[v] 另一种则是在交替的序列中编织经纬线。[vi] 这样，动作间的蕴涵和动作固有的意义就能相对容易地加以了解。

转向运算间的蕴涵就要避免会遮蔽任何严格的具有积极意义的言语方面，两位同事重温了关于基数与序数之间的互反蕴涵的经典问题。在他们的调查中，使用了一个巧妙的技巧使得动作能够脱离出它们可能的语言背景。[vii] 两个容器放置在不同的高度，一个处于高位（H），一个处于低位（L），它们由一根呈45°角放置的管道相连。大理石球可以沿管道自上滚下，而孩子的任务就是一个接一个地做这件事。然后就问儿童如下问题：“如果你在第五个球之前停下（或是在第三个球掉下后），那么在低位（L）有几个大理石球，在高位（H）还剩几个？”大理石球总共有11个，这是为了让被试更多依靠直觉而不是复杂的计数[c]。通过关注能够互相构成对方功能的生成性动作，该技巧展现了我们能从基数与序数的关系中发现多少东西。[9]

同年的其他研究还致力于带有二元“真值表”的16种间运算的基础和语用形式探讨。[viii] 这些运算因为和言语表述的假设有关，所以处于假设演绎思维的水平，因此形成较晚（大约十一二岁）。[10] 另一方面，如果讨论仅限于对客体的操控和同构关系的初期形式，那命题间的运算也可被观察到，例如合取和不相容性。但是这里有一个区别值得注意。经典的16格真值表的单元格只不过都来自于组合系统。但是为了采纳一个基于意义之间关系的观点，超过16种前运算被发现。例如，合取AB（在命题语言中与$p \cdot q$相等）就有两种截然不同的形式。[ix] “自由合取”就是A和B既可以合体，也可以解体。[11] “约束合取”[d] 则指A和B互不可分（同一客体的一部分，或是同一类别的成员）。关于后者，安德森（Anderson）和贝尔纳普（Belnap）在他们的逻辑学中有以下论断，很明显蕴涵$p \cdot q \supset p$（或就客体而言，$A \cdot B \rightarrow A$）是排除在外的，因为p或A都不能以独立形式存在。[e] 但是在之前针对年幼被试的必然性的研究中，我们发现了“伪必然性”（例如“普遍”和“必然”的合并），我们遇到了关于“伪约束合取”意义的调查，即，一个合取被某一主体承认为受约束，但其实并不是这样。[12]

从意义的角度来说，仔细区分否定的两种形式也是很恰当的。[x] 当否定把推理框架作为最近的嵌入时，该否定就被称为“近端的”（例如，$B = A + A'$，那在$-A' = B - A$中的否定A'只有在和推理框架B有关系时才会具有意义）。[f] 在论域中，其他的否定则被称为“远端的”。[13] 这个区别对于构建或分析动作间的蕴涵是至关重要的。

总之，从1978年至1979年的调查中，我们得到了预期的关于意义逻辑和动作间蕴

涵本质的数据组。在出版这些发现的书目中，我们打算用形式分析的理论部分来补充描述观测事实的实验部分。[xi] 物理学家罗兰多·加西亚，我们中心一位令人信得过的合作者，十分渴望能承担起草第二部分的任务[他之前是美国著名物理学家鲁道夫·卡尔纳普(Rudolf Carnap)的学生]。[14]

实际上，在启动计划于来年展开的关于互反性的调研之前(该年得到的一些材料已经使我们为其做好了准备)，对于这里已回顾的研究的外延性仍值得我们探讨。分析的核心问题在于检验何种主体被认定为论据，或者他们被认定为真理的理由是什么？[15]如果任何动作逻辑和意义逻辑的基础都是推论性的，那同样有必要区分出这些推论中哪些只涉及证实的(对或错)，哪些则关注于挑出“为什么”的(即寻找这么做的“原因”)。[16]这所蕴涵的内容是我们今年发现的必要补充，也是一个计划作为我们的研究序列中用来刻画对称与互反问题的框架。一般来说，关于发生认识论[g] 的研究同时已在两方面证明其多产。这两方面它所获得的以及所引出的问题是相一致的。由此看来，关于“推理”的问题是非常关键的，将今年所研究的与对称性和互反性那些问题联系在了一起。[xii]

II 把推理作为理解的目标

让·皮亚杰

国际发生认知论中心，日内瓦，1980年1月

推理是很难界定的，这里有两个原因。一个就是推理会涉及具有多种意义及其蕴涵的关系，同时会展现出专属于其独一无二的特性。第二个就是推理具有动力机制，即对于真理的推理R_1迟早会引出关于推理R_1的问题即推理R_2来，诸如此类。[17]

笛卡尔（Descartes）、斯宾诺莎（Spinoza）、叔本华（Schopenhauer）等人，之前就注意到了*存在理由和认知理由*之间的区别。[18] 斯宾诺莎列举了一个恰当的关于圆形的例子。[xiii] 如果圆的定义是所有从圆心到圆周的直线都长度相等的图形，那这不是圆的本质，这只是它的一个特质或是意义。[h] 但如果把圆描绘成[i] 一个由任何一端固定，另一端可动的一条直线所构成的图形 ，则"推理"被看作是一个形成过程。[19]

换句话说，"推理"就是物体或事件在思考之下的意义之一，但是一种意义通过其他的意指蕴涵还能衍推出其他的意义来。[j] 在这个特殊的例子中，一个并且有相同固定点的线段的旋转就暗含着结果——即半径相等（前摄蕴涵）；同时，它本身也蕴涵了先决条件（后摄蕴涵），对线段长度和形式的守恒，也是对旋转中心的守恒（=从固定的端点）。[20] 因此，推理R_1也就预先假定了推理R_2。[21]

这就展现了"推理"这个概念的复杂性。它不能简化为简单的蕴涵。它包含有蕴涵之间的协调，换言之，是相互的蕴涵或是"更高等"的蕴涵（蕴涵之间的蕴涵）。

蕴涵之间协调的普遍形式可以是任意的。实际形式取决于主体尽力理解的过程中询问出的问题。但是，一旦链接变得清晰，而且因此所有的事物都被组织起来，则往往会趋于呈现出辩证螺旋的形式。[22] 例如在罗西塔·祖贝尔（Rosita Zubel）和安吉拉·威尔斯（Angela Wells）的研究中，条件与结果是同步守恒的，不会陷入恶性循环之中。[23]

这其中蕴涵的就是认知理由，不仅仅显示了形成过程，同时还有每个对错断言的检核（在推理循环中被陈述或接纳）。对错断言的检核，论据可区分为简单的核实和证明两种。[24] 后者包括有经验的核实或是通过证明推理链的演绎推理（推理R_1，那么推理R_1、R_2等）。这样看起来，作为证据，保留这个术语对于将*认知理由和存在理由*作为一个且相同的整体的复杂复合物来说，是有必要的。[k] 关于这一点的一个例子就是同时地阐明性的与示范性的定理。即使在数学中，也不总是如此，正如安东尼·奥古斯丁·库尔诺

(Cournot, Antoine Augustin)强调的那样。[25]

因此,推理的角色就是在不直接或未被确认的系统中引入新的必然性。[26] 真理的推理(经验论的或是演绎的)就是一个变化的系统。该系统会变更或充实原始的意义蕴涵并赋予它们新的特性。这种变化依赖于结构或是在结构形成中发挥作用并不断合并的部分组合物。

简而言之,推理的奇特性就在这里。它是由基于蕴涵之间的蕴涵系统中,前摄和后摄蕴涵互相连接重构而成(圆的半径和旋转那个例子)。[27] 意义会以这种方式重构,新的蕴涵会在一个新的包罗万象的系统中形成。这也就是推理研究中关于形成作用的解释。[1]

关于推理的研究中,年幼被试遇到的主要障碍是伪必然性产生的需求。[28] 这些年幼的被试相信可观察物的必然特性,或者或多或少可重复的关系。现在,必然性是不可观察得到的。[29]而且介于推理间的必然性是形式化的,它们的连接会引起客体的重组或对事件的理解。"推理"也包含在其中。

Ⅲ 推理:导言

让·皮亚杰

国际发生认知论中心,日内瓦,1980年4月

正如莱布尼茨所说,推理之于真理就如同因果律之于事实。[30] 这暗含着两者的判断需要模型的构建。然而,在因果律中,该模型是运算而成的,主体在为他或他们自身建构了这些运算后,就会把它们归为客体。但是在推理中,该模型是由连续运算的同时存在形式下的重组构成。这些运算是主体能够构建实体的方法[m]——例如分类、数字等——它们也会引起真理与谬误的问题,从而引出要接受或是拒绝"推理"。[31]

这些模型中使用的工具包括意义蕴涵。我们可以区分出三个类型来。第一种,我们称为"前摄",包含在预判中。它从元素E开始,并随着它的出现和动作,结果E'会自然跟随。在该情形中,如果E和E'的关系是必然的话,我们就可以说E是关于E'的推理R_1的一部分。但是问题也随即出现了,即关于R_1的推理R_2(即为什么动作E'对于E''的形成是必需的等等)。[n] 第二组蕴涵则没有把元素E和它的结果绑定在一起,而看作是它的前项或是"前提条件",它们是多样性的但并不都是充足的。此处我们应该称之为"后摄"蕴涵,每一项前摄的发现都可以引出后摄的重构。[32] 因此,我们可以定义"推理"是由或多或少完整的关系的联合而构成了其基础。[33]

存在这样一个关于推理的概念——即真理E的基础——该基础本质上肯定与现有的知识状态相关。[o]这既是因为每一个后摄改良丰富了前摄活动的新特性,还有前摄的丰富性也在后摄层面上增加了新的特性(前提条件)。现在对我们来说,这种双重相关性显然是在对"推理"特性进行描述,而非任何种类的推理论据。[34] 事实上[p],这种包罗万象的系统通过新的蕴涵和蕴涵之间的蕴涵拓展得越丰富,那么它的总体"力量"也增加[q]得越多[35]。

信息尾注

i. 表1中的项目10（Piaget, 1980）。

ii. 表1中的项目11（Piaget & Garcia, 1991）。

iii. 皮亚杰在此处融合了关于意义的项目11和关于推理的项目12——见表1。

iv. 卡普罗那(D. de Caprona)和里特(A. Ritter)（chapter 1 in Piaget & Garcia, 1991）。

v. 维塔莱(B. Vitale)和津德尔(M. Zinder)(chapter 3 in Piaget & Garcia, 1991)。

vi. 皮尔洛特(G. Piéraut-Le Bonniec)和拉佩(E. Rappe du Cher)（chapter 7 in Piaget & Garcia, 1991）。

vii. 贝尔图(I. Berthoud)和科尔切(H. Kilcher)（chapter 4 in Piaget & Garcia, 1991）。

viii. 莫尼耶(C. Monnier)和瓦切塔(C. Vachta)(chapter 2 in Piaget & Garcia, 1991)。

ix. 祖贝尔和莫扎赫(G. Merzagh)（chapter 5 in Piaget & Garcia, 1991）。

x. 对班克斯(L. Banks)和威尔士的隐性引用（chapter 6 in Piaget & Garcia, 1991）。

xi. 该参考文献最终被发表（Piaget & Garcia, 1991）。

xii. 预期参考的两个章节似乎并未在皮亚杰的报告中提及——一个是恩里克斯(A. Henriques)，莫里斯(D. Maurice)和雅克(V. Jacq)的，另一个是迪欧内(S. Dionnet)，居伊昂(J. Guyon)和辛克莱(A. Sinclair)的（chapters 8 and 9 respectively in Piaget & Garcia, 1991）。

xiii. 斯宾诺莎（1661, §95, in Curley, 1994, p. 52）。

尾注翻译

a.**皮亚杰**,1949。该参考文献在H文本中忽略了,但明确包含在了A文本中,包含在下面的参考文献中。

b.**条件,广度和深度**(conditionnement, amplification, approfondissement)。在其他地方(Piaget, 1987b, pp. 138—139, 我修订过的译文),这三要素被表述为**先决条件、深度和广度**(détermination péralables, arofondissement, amplification)。与行为主义相比,在皮亚杰的模型中,条件——即先决条件——是标准化的,不是随意的。在这里皮亚杰讨论的是康德关于客观理解的问题,和主观思考相比,只是“表达的盲目展现,甚至连梦都不如”(Kant, 1787, A112)。康德的回答认为理解这一概念的图示化说明提供了“真实而又唯一的条件”(1787, B185; cf. B580),这个答案在皮亚杰有关思维与推理的过程观中是找不到的(见尾注1,可重见尾注8)。

➢ 尾注 1, 3, 8, 19

c.**复杂计数**(dénombrements complexes)。在A文本中,在“计数”(dénombrements)后有一个空格,并手工输入了“复杂”(complexes)。而在H文本中,空格和输入都被忽略了。

d.**约束合取**(conjunctions obligées)。在别处被翻译为**限制合取**(Piaget & Garcia, 1991, p. 60),这基于限制和自由是一对反义词。约束的字面翻译保留了模态-道义逻辑的联系。该问题在尾注12中作了进一步讨论。

➢ 尾注 12

e.**他们的逻辑学**。这里指的是衍推逻辑(Anderson & Belnap, 1975)。在A文本中,第二个作者的姓被打错了,在H文本中得到了纠正。但是H文本中的标记

$A \cdot B—B$

是不正确的。它本身是无意义的,但与A文本中给出的标记是有不同的。

$A \cdot B \rightarrow A$

➢ 尾注 6

f.**否定**。在A文本中,皮亚杰对集合论全部采用了如下标注:

$B = A + A'$

然后以此形成了补集A'这种否定形式:

$A' = B - A$

在H文本中,A'的否定是以命题逻辑的符号表示的:

$-A' = B - A$

g.**发生认识论**(épistémologie génétique)。皮亚杰总是会指向他的“发生认识论或者基

于分析那种知识的恰当发展为基础的知识科学理论”(Piaget, 1950. p. 7)。Genesis这个词有着传统的意义,即起源与形成,同源词genetic也代表正开始(beginning)或成为(becoming)的意思。由于20世纪生物学的发展,这种传统的意义已被取代,导致genetic和innate(内在固有的)成了近义词。皮亚杰的发展认识论在两方面与先天认识论、社会认识论不同。首先,它需要生物和文化的互相作用,其次,它需要使用在动作与思考中的框架的协调(Smith, 2002b)。

➢ 尾注 1

h.**Meanings** (ou significations)包括在了A文本中,但在H文本中被忽略了。

i.**Whatsoever** (quelconque)包括在了A文本中,但在H文本中被忽略了。

j.**意指蕴涵**——见(Piaget, 1986)。别处它的单数形式被翻译为**意义蕴涵**(Piaget, 2001; Piaget & Garcia, 1991)和**有意义的蕴涵**(G.Piéraut-Le Bonniec, 1990)。

➢ 尾注 4

k.**Whole** (tout)出现在H文本中,是对A文本中tour的纠正。

l.**Search** (Recherche)是皮亚杰第一本书的名字,而**Reason** (raison)是这个最后项目的名字。

m.**Entities** (êtres)与尾注18中的 essendi 相比较。“一个可比的主张可能认为,对于新事物(êtres),例如分类、数字、态射等等的产物。”(Inhelder & Piaget, 1980, p. 21)。

n.E″ 在A文本中显示为 **E′″**,在H文本中得到了纠正。

o.**Knowledge** (connaissances)——在法语中是个复数词但在英语中没有自然对等词,因为knowledge(知识)是个集合名词。

p.**Indeed** (en effet)出现在A文本中,相对应H文本错误印刷为en effets。

q.**The more** (plus)出现在H文本中,是对A文本中ce qui (which)的纠正。

尾注解读

1. **平衡化(Equilibration)**。作为一种状态(水平)的平衡状态(equilibrium)与作为一种过程的平衡化(equilibration)两者的区别,在皮亚杰的第一本书中得以确切阐述:"(所有生命是一种)组织都处于由稳定的平衡状态法则所指引的不稳定平衡状态中。"(Piaget, 1918, p. 158. For an English précis of Recherche, see Gruber & Vonèche, 1995; for commentary, see Smith, 1998, 2002b, 2003)。根据皮亚杰的说法,任何生物都是一个动因,而他的动作,包括心理动作,都会形成一个序列与该动因共同延展。在该序列的任意一点,这些动作在某些水平或组织操作程度上有所展现。这些组织就是框架的组织(cadre - Piaget, 2001, p. 320)。框架间的不同在于他们的复杂性,还包括系统、结构和格式(e.g. Inhelder & Piaget, 1958)。关键在于,该过程是符合法则且这些法则是无法还原到生物学和文化中的普通法则的。"推理逐渐改变了结构,这并非偶然,而是遵循了由其本身功能所描绘的进化线"(Piaget, 1931, p. 153)。人脑中平衡化的水平往往会趋于不稳定——任何水平都只在某种程度上稳定——这有两个原因。一个与构建主义有关。《求索》中反复提到一个关于普遍性的问题(Piaget, 1918, p. 46; cf. pp. 58, 96, 165—166):普遍性是可知的吗(l'universel est-il connaissable)?他的答案是肯定的,但其并非是事先形成的而是构建出来的。组织并非由动作的意图或是有意识的思维事先形成的,而且皮亚杰认为,人类的认知总是包括部分与整体,部分即指个体,而整体即指普遍性(pp. 149—159)。"部分即指个体"可从两方面体现,即个体的行为或动作会直接影响个体目标,例如,看着洪水中的河流、玩国际象棋、应用勾股定理。"整体即指普遍性"也能从两方面体现,即任何框架包括一些整体,它的作用就是包含。例如,我正在某时某地盯着这条河的某部分在看。这里每一个概念都是"普遍到能作为一条准则的"(Kant, 1933, A106; for commentary, see Brandom, 1994)。更进一步来说,任何这种特性都能在更高阶理论中依次嵌入普遍法则和准则中,例如勾股定理与费马最后定理的证据有联系(Singh, 1997)。尚未定论的是究竟是哪一部分会与哪一个整体相联系。该联系有一定程度或水平的组织,但这其实是一个事实是什么的经验主义问题。因为组织是由人类动因建构的,所以平衡化的水平是不稳定的。另一个,不稳定性来自于人类的出错性。任意一个部分和整体间的联系都有可能是错的。科学的历史上充斥着"错误的绝对真理",而心理学也不例外,各个学派都有自己"特殊的方法"(Piaget, 1918, p. 62)。更进一步来说,两种联系可能从单个而言都是非常正确的,然而它们却"把对方掐灭了"(p. 41)。一个范例就是科学与宗教究竟是可调和的还是互相矛盾的(pp. 21, 109)。

总体而言,皮亚杰的提议如下所示。知识和价值观是人脑在运转中容易出错的建构。当然,这些构建物也可以是客观的。随着时间改变的是生物思维中固有的组织。该组织的使用会随着由先决条件和可预估后果组成的双向关系而改变。平衡状态就是稳定性受到形成过程现状的一种组织水平。该过程就是平衡化,它的激活:(i)是有相关性的,体现为在任意层面,组织的程度都会好于(发展)或劣于(衰退)先前的层面;(ii)是可修订的,体现为能使得任意先前易于更改的组织能出现在之后的行为序列中;(iii)是循环的,体现为任意行为都是其继任者的参考框架;(iv)是不完整的,体现为并不存在彻底完整的组织这一最终状态;(v)带有固有的标准,不仅仅是因果的特性。尽管皮亚杰基于(i)和(ii)的阶段模型在心理学界引发了关注,但是(iii)和(iv)却并非如此,(v)就几乎没有得到关注。具有讽刺的是,(iii)(iv)(v)构成了皮亚杰模型最具特色而又独创的原则。

皮亚杰在之后的论述中提炼了他的区分,特别是他的拓展模型(Piaget, 1985; for commentary, see Becker, 2004; Bickhard, 2003a; Campbell, 2001)。同样地,更深层次的变化也在之后发生(e.g. Inhelder, Garcia, & Vonèche, 1976; Piaget &Garcia, 1989)。他关于推理的论文就是正在进行中的修订的一部分。

➢ 尾注 3, 4, 8, 9, 10, 12,16, 20, 35, g

2. **发散形式(Discursive form)**。皮亚杰模型的主要着眼点在于任何动因处理新颖事物并产出新颖行为的能力。事实上,柏格森创造进化论的一个主要成果就是"对于绝对新颖事物的持续性说明"(Piaget, 1914, p. 196)。作为更多、更好、更新的知识,人类的知识也会不断变化,即增加、改进和创新(Piaget, 1950c, p. 7; 1985, p. 3)。现在我们稍微提一下康德关于人类理解的发散性和推论性思维使用的区别。发散性思维在以下三个方面都是无法产生的。发散性思维就是通过包含有可能应用于客体的预测的想法来思考,举例来说,把三角形想象成一个由三条直线围成的带有三个角的形状。但是发散性思维是不适合推论的,因为"这仅有的描述,无法使我继续向前跨出一步"(Kant, 1787, B747)。推论性思维使得新颖的进步成为可能,举例来说,三角形的内角和两个直角间是存在一个等式的。康德认为(1787, Bix),推论性思维是需要逻辑的。尽管这并不是现代意义上的正式逻辑,因其本质评论家也被划分为不同阵营(Longuenesse, 1998)。皮亚杰也认为推论需要逻辑,但是他认为就其特性和定义而言,应该是人类发展中一个经验性的问题。"应该由调查者来找出一个能使用并分析他们的结构"(Piaget, 1973, p. 46, my amended translation)。既然该结构是一个带有逻辑特征的框架,对调查者的建议是,需要确定在各种逻辑中分别使用怎样的特性。

➢ 尾注 16, 26

3. **动作蕴涵(Action Implications)**。皮亚杰认为(1918, pp. 49—50),"推理是来源于动作的能力"。的确,主要的挑战在于能清晰地表达出"能把行为和推理紧密联系在一起的关系"(Piaget, 1925, p. 209)。以此看来,动作对于人类发展的基础性在于两个方

面,一个是现实层面,另一个是认识论层面。

实践性智力。婴儿期的实践性智力是儿童时代表达性思想的前身。以此看来,如何从行为演变为思想就成为主要的议题。婴儿时的活动仅限于"成功或是现实适应,然而言语或概念思维的功能在于了解或陈述真理"(Piaget, 1954, p. 360)。该论点的深意其实是对知识蕴涵着已知真理这一标准观点的确认(Smith, 2002b):"知识的性质就在于真理的达成"(Piaget, 1971, p. 361)。其他的发展心理学倡导者则以该演变为何必须完成,以及是如何完成的提出他们的建议(Bickhard, 2003a; Müller, Sokol, & Overton, 1998)。

认知与施动者。认识论是关于知识的理论。在皮亚杰的认识论里,认知就是主体和客体之间的关系:S指代主体或认知者;O指代知识的客体或已知的知识;S与O之间的关系存在某种程度或水平上的组织。"事实上,为了了解客体,主体必须对其施以行为"(Piaget, 1970a, p. 104)。任何事物都可以作为知识的客体——我能够认识到的真实客体,如我家花园里的紫杉木,或者是其他人,例如我的妻子,以及如命题演算等抽象客体。任何S与O之间的关系都是多重而又复杂的,因为认知总是会表现为"各种可能存在于主体与客体之间建立的回路"(Piaget, 1950c, p. 5, 我修订过的译文)。这些回路由标准化的框架构成,而不仅仅是具有因果关系的特性。有些框架会被用在所有的动作和心智动作中。该框架的使用相当于是实践性智力,因为不仅仅是在婴儿时期,在发展的任何阶段,知道如何去做都是以知道某一事实为先决条件的。皮亚杰的立场拥有独立的支持,包括了解如何去做对于了解某一事实的优先性(Ryle, 1949);实践推理相对于命题推理的独立性(von Wright, 1983);以及在对话实例中的标准推断(Brandom, 1994)。

➢ 尾注 1, 7, 8, 16, 34

4. **动作的意义(Meaning of an action)**。动作有三种意义——指示、象征和符号,这是在皮亚杰早期的著作中提及的(Piaget, 1953, p. 191)。该观点在之后被概括为:"如果说y的含义是x含义的一部分或是说与x含义的某一特性相同,那么由x可以衍推出y,我们可以说,在格式x和y之间存在一种指示性的蕴涵,即$x \supset y$"(Piaget, 1986, p. 306)。在这之后的观点中,一个动作的意义是一种先于诸如类包含和命题蕴涵等逻辑关系的蕴涵关系。

➢ 尾注 1, j

5. **"困惑"(Puzzle)**。该困惑是带有实质性的,所以这里的引号其实并不恰当。争论点在于如同皮亚杰的模型所要求的,当动作并不具有真值,而逻辑是真理的形式科学时,一种动作逻辑该如何出现。思想可以有真值,可以是对的或错的(Frege, 1906, p. 186)。相比之下,动作就没有真值(von Wright, 1983, p. 108)。

根据主流观点,逻辑就是真理的形式科学。"逻辑,和其他任何科学一样,都是对真理的追寻。只有确信的陈述才是正确的;而追寻真理就是努力把正确的陈述从错误的

中间挑选出来”（Quine, 1972, p. 1）。以此来看，逻辑和语言是紧密相连的，因为只有陈述才具有真值，即对或错。在标准系统中，逻辑是外延的，因为真理和谬误是陈述的外延或推理。只有对这些外延的正规分析才构成了外延逻辑的逻辑系统。因此，在命题逻辑中，有效推理是具有保真性的，因为它的规则确保了谬误永远无法从真理中推论得出。关键在于，真理和谬误是外延逻辑标准系统中仅有的价值。举例来说，假定下列事实为真

p 门关上了

那么在外延逻辑中它的否定就是错误的

$-p$ 门没有关上

在外延逻辑中，每一个命题都有其自己的析取

$p \to (p \vee q)$

即

如果 p，则要么 p 或 q

所以这是冗余的。即使其他的析取是错误或不相关的，也是如此，例如

q 2012年奥运会在巴黎召开

以常识看来，该析取的蕴涵显然是很奇怪的

如果门关上了，则要么门是关上的，要么2012年奥运会在巴黎召开

这在外延逻辑中是冗余的。外延逻辑在自己的推理术语中能很好地运作，但是这些术语受到很多限制，还有很多被疏漏掉了（cf. Haack, 1978）。

非外延蕴涵则不是这样。想象一个义务名为

Op

它表示

门应当被关上

在外延逻辑中，它的析取蕴涵为

$Op \to O(p \vee q)$

意思为

如果门应当被关上，那么门被关上是应当的或要么2012年奥运会在巴黎召开是应当的

这似乎会引起悖论（see von Wright, 1983, p. 104）。为什么一个关于关门的义务会变成2012年奥运会要在巴黎召开的义务呢？更糟的是，如果该义务被无视而门仍旧开着，那么根据外延逻辑就可以衍推出

2012年奥运会应当在巴黎召开

该悖论，无论是否正确，都可以在内涵逻辑中移除（对此不同的做法，见 Horty, 2001; Ross, 1968; von Wright, 1983）。

动作的逻辑属于内涵逻辑，因为它的推论法则不仅仅用真理和谬误来考量。动作

被划分为两类,产出动作和阻止动作,即忍耐。核心假设是除非施动者的行为促发或阻止了世界上的变化,否则由自然法则来掌控(von Wright, 1963, pp. 36, 67)。施动者是有逻辑的。进一步来说,这种逻辑是和外延逻辑不相同的。举例来说,比如一个动作:

A 彼得关上了门

存在一个外延否定

–*A* 彼得没有关上门

但是该否定是模糊的——它忽略了该动作中一些重要的东西。内涵逻辑背后隐藏的目标之一就是为这种模糊的澄清提供正规分析,举例来说:

$-A_1$ 彼得睡着了——他没有在做其他事

$-A_2$ 彼得尝试了,但没能把门关上——这扇门会自动上锁

$-A_3$ 彼得特意抑制自己不去关门

请注意$-A_3$是一种忍耐行为,这和$-A_1$不在做某事以及$-A_2$试了但没成功是显然不同的。外延否定–*A* 笼统地合并了这些特定的事例。动作的模态特性会在下文展开。

➢ 尾注 11, 12

6. **外延逻辑带来的污染(Contamination from extensional logics)**。皮亚杰参考了罗兰多·加西亚给他的意见,"我们必须净化我的逻辑"(Piaget & Garcia, 1991, p. 157)。此处,皮亚杰似乎是自己做出这个声明的——但也不全是。他同意把重心转向内涵逻辑,停止了对衍推逻辑充分性的不接纳;例如,由罗兰多·加西亚给出的特定模型。需要注意的是,皮亚杰(1986, 1987)在其他著作里并没有使用模态逻辑的正规模型。

➢ 尾注 e

7. **感知运动阶段(Sensorimotor levels)**。这一关于幼童认知能力的乐观主张反映了皮亚杰在尾注3中的立场。同样的主张在多处都有着直接的体现:"从最初阶段,即使在我们最年幼的被试中,物理事实只会被记录在逻辑数学框架中,无论它有多么基础。"(Piaget, 2001, p. 320)该主张和评论中随处可见的"皮亚杰理论"的负面解读是不相容的,比如,认为该理论总是基于婴儿和幼儿的认知无能(e.g. Bremner, 2005; Case, 1999)。

➢ 尾注 3

8. **被试(Subjects)**。该术语是一标准术语,用以指代20世纪期间心理学研究的参与者。它在皮亚杰模型中的使用是认识论层面的,是关于客观知识发展中主客体之间的关系(参看尾注3)。因此,它的模型需要表明一个认知主体其实是如何处于发展真实客观知识的位置的;例如,客观性是如何出现在施加给客体的动作中的。这个普遍问题已广为人知。因此,康德(1787, B122)想要知道怎样才能让"主观条件的思维能具有客观的有效性",主观思维和理性认知并不是一回事。主观思维可以有许多种伪装,例如错误解读、错误的信仰、伪推理以及误解。既然这种思想所展现的偶然性可以在心理学领域进行考察,那么关于真实知识形成的考察就不仅仅需要随意形成的谬误的考察

了。仅仅是"能引起判断行为的理由是符合心理学法则的;它们既能使我们走向真理也能带我们误入歧途。(但是客观知识需要的)判断,如果需要正当理由的话,那么该正当理由必须基于其他事物。而这时就需要认识论的介入"(Frege, 1979, p. 3)。这个普遍问题是很重要的,因为建构主义模型通常对质疑是持开放态度的,所以客观性往往会折合为由自我或社会组织构成的主观建构(Phillips, 1997)。

皮亚杰解决这一问题的提议由四部分组成。

第一,他总是把这一普遍问题称为**一致性**问题[一致性(**accord**)——Piaget 1953, p.8; 也被翻译成 **harmony**, 1971, p. 342; **correspondence**, 1985, p. 19]。皮亚杰从詹姆斯·马克·鲍德温(James Mark Baldwin)关于思维和事物的区别中获得提示(1911),皮亚杰所讨论的问题似乎成了"关于知识自身特有的基础关系:思维与事物的关系"(1953, p. 10——我正确的翻译)。对皮亚杰来说,这种关系不是一种拷贝或者复制关系。他的论点是思维,从不是事物的复制,因为这个概念本身就是矛盾的(Piaget, 1970a, p. 703; 1971, p. 345; Piaget & Inhelder, 1971, p. 386)。

第二,皮亚杰还把它称为充分问题(**adéquation**——Piaget, 1967, p. 580; 1970b, p. 15)。坎贝尔注意到,皮亚杰的术语能让人联想到"关于真理的学术定义——思维对客体的充分性"(Piaget, 2001, p. 229, note 13; see also p. 246, note 13)。

第三,皮亚杰暗示了心理主体和认识主体的区别。"认识主体(与心理主体相反)是所有主体普遍都有的东西"(1966, p. 285)。但皮亚杰认为,"所有主体普遍都有的东西"往往会在心理上与"所有主体普遍都没有的东西"互相影响。这一互相作用的核心就是平衡化的过程(见尾注1)。皮亚杰的模型要求心智要在两方面对变化保持开放。一是面临新问题时(内容,背景),另一个是创造(建构,发展)基于推理的新知识时。心理能力在实践中会对世界加以一系列的组织,它的充分性是能够通过失败与成功,真理与谬误来进行核查的(Piaget, 1970a, p. 704; 1971, p. 206; Piaget & Inhelder, 1971, p. 387)。

第四,存在于目前论文中的争议是任何平衡化向客观性的发展都是基于认知主体的推理。该争议的独特性体现在以下三个方面。(i)方法论:经验主义的解释需要基于认知者推理的知识(Smith, 1993, §13);(ii)认识论:推理有许多特质,但是知识需要带有标准化特性的推理(Smith, 2002a, §5);(iii)形而上学:激活标准化特性的推理对于智力发展是内在的(Smith, 2006b, §5)。

➢ 尾注 b, 1, 3, 9, 15, 18, 31, 34

9. **构成是标准的,而非因果关系的(Constitute is normative, not causal)**。皮亚杰的认识论模型中对于规范性做了严格要求,而作者自己也承认这是他的核心思想:"思维的标准化因素在生物学上是与由自我调节带来的平衡状态的必然性相符的"(Piaget, 1972, p. 8)。例如,许多孩子会在幼年的数字学习中学到

二加二等于四

但是等于很容易被解读成一个因果关系,例如,二之所以变成了四是因为它给自己

加上了二然后得到了四。但在数学解读中

2+2=4

该关系就是标准化的，即4是由2加上它本身构成的，所以这是一个必然的真理。对这两种解读的区分在认知发展中十分重要，因为“2并不是4的‘起因’，但它的含义‘蕴涵’了2+2=4，这两者根本不是一回事”（Piaget, 1971, p. 49; 评述见 Smith, 2002b）。这其中的蕴涵就是因果性理解只是人类理解的一部分，而人类理解的标准性部分才是更高深的部分。其原因是因果关系遵从于“两个互补的特点——普遍性和必然性”（Piaget, 1930, p. 273）。皮亚杰认为，对于因果性的充分理解必须要有标准，因为标准由逻辑数学的框架组成，该框架最初会“应用”于客体，稍后则会“归属”于客体（Piaget, 1985, p. 43, footnote 4; cf. 1986, p. 309）。但发展心理学却忽略了这一点（Smith, 2006a），包括对于数字学习的研究（cf. Cowan, 2003）。

➢ 尾注 1, 8, 12, 16, 21, 27

10. **基础的和晚期形式（Elementary and late form）**。本句中的断言似乎与前文相矛盾。在日内瓦学派的形式运算中，命题推理是基于群集结构的使用才能完成的，通常从青春期以前开始构建（Inhelder & Piaget, 1958）。但在此处，较早形式的命题推理也得到了承认。有争议的是，这些论断有两处论点保持一致。

第一，命题逻辑中的真值表包含有行和列。逻辑学家可以进行双向的查看，从行看到列，或从列看到行。但是这回避了关于行和列在一个真值表里是条件式，而在其他地方则是析取的问题。每一个逻辑学家都明白，存在着16种这样的可能（Wittgenstein, 1972, §5.101）。皮亚杰的构想是，儿童的认识起初是定向性的，每一行会分别被识别，然后随着时间互相关联形成一个真值表，例如析取（Smith, 2002a, pp. 106—107）。

第二，过程和结果的区别，即平衡化和平衡状态，是和部分与整体的关系有关的（see Endnote 1）。一个特别的真值表就是一个成功的结果（平衡状态的水平）；它的形成过程（一个关于平衡化的例子）则是另外一回事。英海尔德和皮亚杰都着眼于前者；相比之下，现在的研究则更多关注于形成过程。

➢ 尾注 1

11. **自由合取（Free conjunction）**。在命题逻辑中，当且仅当一对命题各自为真的情况下，合取为真（Quine, 1972）。进一步来说，该逻辑是外延的——见尾注5。例如，假设下列命题各自为真：

酒吧里的比萨在促销

酒吧里的可乐在促销

那么它们的外延合取在命题逻辑中就是真的。所以外延合取在以下三种情况下全为假：

酒吧里的比萨而非可乐在促销

酒吧里的可乐而非比萨在促销

酒吧里的比萨和可乐都不在促销

皮亚杰的观点认为在儿童推理中,合取不是外延的。自由合取在是否为真时是混合型的,即一个合取项为真,另一个为假。拿同样的三个例子来说,当中两个自由析取是真的:

酒吧里的比萨而非可乐在促销

酒吧里的可乐而非比萨在促销

所以自由合取不可能是外延合取。皮亚杰的该构想是基于内涵逻辑——见下一尾注。

➢ 尾注 5, 12

12. **伪约束合取(Pseudo-obligated conjunction)**。与约束合取的解释相对应,在先前的尾注中的自由合取则被称为被允许的合取。这在儿童逻辑框架中是令人震惊的自由论断,也往往会在之前的英语译本中被忽略(Piaget & Garcia, 1991)。

模态逻辑是内涵的,因为它会把除了真值以外的标准纳入考虑范围。存在两种主要逻辑类型:其一是真势逻辑,即"必须要呈现的",包括必然性、可能性和不可能性(Cresswell & Hughes, 1996);其二是道义逻辑,即"必须做",包括义务、被允许的或禁止的(Horty, 2001)。关于这些模态逻辑的更多评论随处可见(Smith, 2006a, 2006b)。真势逻辑被加西亚用作儿童推理的模型之一,主要参见他关于可共同支撑性的讨论(Piaget & Garcia, 1991, p. 154)。但对于道义逻辑还有另一种解读,此处很显然是皮亚杰提出的。

模态动作逻辑是道义的,它的运行方式如下(von Wright, 1983, pp. 108, 119)。假设你是伦敦唐宁街10号首相府邸的看门人,不同的规范会因不同的道义性质而加之于你。当有访客到来时,你有义务去开门并确保在其他时候门是关着的。假定

A 表示开门的动作

–*A* 表示关门的动作

那当访客到来,而门又关着时,你的义务就是

OA 即,你的义务就是确保门是开着的

在同样的情境下,可衍生出更进一步的标准,例如准许

PA 即,你被允许开门

同样的情境下,禁止也可衍生出来

F–A 即,关门是禁止的

简而言之,即使是在同一个家庭中,一个单一的标准也可能与另外标准存在逻辑关系,例如必然性和对立性。所以可以存在一个标准与动作的逻辑,即使动作和标准都没有真值(von Wright, 1983, pp. 108, 131)。

皮亚杰关于儿童逻辑的提议是偏离标准模型的。回想他的模型,首先任何框架都是可改变的,因为在早期动作中运作的框架可以在之后的动作中重复使用或进行修订。

第二,任何发展都需要各部分的识别以及在另一框架下的整体重组。特别是,如果儿童具有在一种逻辑(外延,命题)下对合取的理解,以及在另一种逻辑(内涵,道义)下对义务的某些理解,那么它们的合并就能产生一种混合逻辑。约束合取就是这样的一个合并物。

第三,这种"挑选-组合"策略是可以被推广的。如果合取是必需的,那么其他的合取能被禁止吗?那么其他的推理呢,也是有些被允许,另外一些并非如此吗?那么分级、分类、偶然性、条件性——哪些是必需的、被允许的或是禁止的呢?

第四,因为来自其他逻辑的其他原理还可以以类似方法进行重组——哪些是必然的、可能的或不可能的,所以存在着进一步普遍化的潜力。从一个成人的观点来看,"儿童的逻辑是混杂的"这一点是很令人震惊的。但是根据皮亚杰在《求索》(见尾注1)中的立场,逻辑的如此丰富正是对推理的坚持。

"伪必然性"中"伪"这个字最初来源于皮亚杰(1922)早期的一篇论文。约束合取之所以被称为"伪"是因为孩子们犯的一个分类性错误。从成人逻辑的视角看来,合取与约束是各自分别指向命题和动作的运行者。在他们的标准逻辑中,合取和约束并不互相运行(see Quine, 1972, and von Wright, 1983, respectively)。动作和命题是可以结合的;动作而非命题可以是受约束的。相比而言,在儿童的逻辑框架中,合取可以是受约束的。这可能并非标准,但并不是莫名其妙的。远非如此,创新进步需要对现有知识体系的重组。儿童在做游戏时经常会打破规则,有时就会形成新的游戏(see Smith, 2006b)。儿童的推理经常会打破成人的逻辑法则,有时就会形成新的逻辑——例如此处描述的那些。事实上,成人在他们取得创新进步时也会做出类似的事。

➢ 尾注 1, 5, 9, 11, 26, 28, 35, d

13. **论域(Universe of discourse)**。在命题逻辑中,否定的范围在象征性命题的解读下是通用的(Sainsbury, 1991)。有一个解读涉及了古希腊哲学家柏拉图的老师,该命题是

p 苏格拉底是男人

这是正确的,而它的否定

$-p$ 苏格拉底不是男人

在同样的解读下是错误的。然而在一个涉及伊拉斯谟学说和纽约雕塑公园的解读中,则与其相反:即在该解读中,p 是错的,而 $-p$ 是正确的。皮亚杰认为,在儿童的框架中,否定会遭受"手风琴效应"的影响:它的推理框架会被"拉出"或"推进"。

14. **鲁道夫·卡尔纳普** —— 可参考他的自传以及对其作品的批判性评注(Schilpp, 1963)。

15. **真理(Truth)**。皮亚杰暗指的是人类思维的两大基础能力:想象即形成表达的能力,以及判断即确认或否认某物是真或假的能力。它们的区别已经被发现了超过两千年:"想象同确信和否认是不一样的;因为(在判断中)真理和谬误需要思想的混合"

(Aristotle, 432ª 10—14)。没有规范,则判断也无从给出——那真理还能怎样同谬误区分开来呢?缺失规范的想象只是"表达的盲目展示,甚至连梦都不如"(Kant, 1787, A112)。然而,20世纪心理学的主流学派则致力于否认规范和减少规范:例如,在心理学里面规范要么是不存在的,要么就是可减少的(see Smith, 2006a, 2006c)。皮亚杰认为(1972, p. 210),客观性是由"对每个人开放的可证真理"而获得的。所以在弗雷格(Frege)(1897; cf. Smith, 1999b)的认识论中,客观性就相当于相互主观性,因为同样的真理可以由不同的认知者以同样的方式遇到。

➢ 尾注 8, 16, 27, 31

16. **证实(Verification)**。皮亚杰对于该概念的使用是包罗万象的,覆盖了科学中实证检验的核查功能和伪造功能——这一次他并未和卡尔纳普站在一边来反对波普尔(Popper)(cf. Piaget, 2001, p. 79, footnote 11; see also Schilpp, 1963)。通过观察获得的知识因为对理解的方式和程度是呈开放状态的,所以可能会缺少出色的推理(cf. Piéraut-Le Bonniec, 1990)。皮亚杰的论断后面潜藏了两个观点。一个是为人熟知的,即推理能够通过社会传送,推理也是能够学习的,论据是能够被教授的。该观点出自皮亚杰关于守恒的认识论研究的训练课题中(Case, 1999)。然而,传送的知识也有可能是错的。另一个不甚知名的是推理能力对于人脑是如何运作以进行确认或纠正来说是至关重要的。在皮亚杰的模型中,知识从来不是现实的复制,而是一个容易犯错的建构。尽管可观察的知识是生活中的一个事实——一个紫泡泡沉入了水中,一根粗壮的圆木漂浮在水上——从这些知识中得出的推理则是另一回事。因此一个物体的重量可能会和它的体积合并,自然法则也有可能和道义规则合并——针会下沉是因为"它们对于水来说太重了"(Inhelder & Piaget, 1958, p.33),而船没有下沉则是因为"它没有做它不该做的"(Piaget, 1930, p. 136)。这就是推理在审判事实时所起的作用(Piaget, 1931, p. 147)。推理在逻辑中的基础是:"以设想中最普遍的形式,进行真理的研究"(Piaget, 1949, p. 4)。皮亚杰的立场在别处是有副本的。

一种基本阐述就是人脑拥有形成"关于本能推理的自发性推测"的能力(Peirce, 1908, p. 371)。该观点认为,在人脑中新思想在两方面的倾向上是脆弱的,即质疑的形成和信念的确定。推理可以作为一个仲裁者出现。但是皮尔斯(Peirce)意识到该功能会被任何一个依赖逻辑合理性的人给不完全地解除掉。因为皮尔斯认为逻辑会受限于演绎逻辑和归纳逻辑。他认为还存在第三种形式的逻辑,称为外展逻辑或溯因逻辑(p. 368)。尽管皮亚杰关于平衡化的论述以及他在此处关于推理的立场都和皮尔斯的外展逻辑不太一致,但他们的论点中却有着相似的依据,即人脑中除了演绎和归纳,还有其他的理性系统在运作。

另一个基本阐述则是标准推理,它的原理是"推理就是正在做某事"(Brandom, 1994, p. 91)。继而,"正在做某事"是一个受到规范约束的动作,"规范在规则形式下是很明确的,但是原理和声明却需要更为基础形式的规范,这在实践中是不太明确的——

做比说来得更为重要”(p. 62, his emphasis)。布兰顿(Brandom)认为,即使不在逻辑规则的基础上,推理也可以是理性的。这是因为逻辑规则在没有事先使用过推理能力的情况下是很难被理解的。人类拥有一项能力,其核心本质就是在实践中率先隐性地使用规范,稍后才在思维中明确地展现出来。以此看来,人类是聪慧的,而非只是有感知能力的,这种聪慧展现在根据规则使用概念来调整概念在事例中具体应用的能力。这些规则是标准而又符合道理逻辑的。它们使一些推断成为必然,给另一些以许可,还禁止了一些推断。一只有感知力的鹦鹉和一个聪慧的人可能会惊呼大喊“那是红的”。但是区别也由此产生:“鹦鹉并不会认为‘那是红的’会与‘那是绿的’不相符,也不会进一步认为‘那是绯红的’,更不会推论出‘那是有颜色的’”(Brandom, p. 89, my emphasis)。该立场主张,这些推论是基于规范在动作中的使用先于在思维中的使用。布兰顿的主张是独立于皮亚杰的主张的,其中一个着眼于规范的运作而非仅仅是原因,另一个则是否定了所有的合理推论都是基于逻辑规则之上的。

➢ 尾注 1, 2, 3, 9, 15, 24, 26, 29

17. **动力机制(Dynamism)**。该机制是有关于处于动态而非静止的生命系统。在皮亚杰的早期模型中,认知结构有着一个情感对应物,它是“表达同样功能的理想与价值的分类,但存在于动态方面”(Piaget, 1953, p. 9)。早期的构想是,情感对于动作结构的激活是内在性的,而动作结构的认知性使用可以产生知识。在后期的言论中,该构想认为推理也对激活做出了贡献。

(评注详见 Bickhard, 2003b; Brown & Weiss, 1987)

18. **存在理由,认知理由**(Ratio essendi, ratio cognoscendi)

- **某物为何是这样**
- **某物是怎样被认识成这样的**

这种区别是有着经院哲学基础的——可见尾注8。皮亚杰提及参考如下。

笛卡尔。该区别被用作回应对其著名观点“我思故我在”的反对。笛卡尔然后问道,“那我是谁呢?”他常识性的回答是,“一个会思考的事物”。这个回答可能会引起反对:“我”的实质可以包括除了思考外的其他东西。笛卡尔回答却是“我思”观点从不排除这些。“我思”观点并未提到思维的存在理由(什么是真正的心智),取而代之约束了它的认知理由(我是如何认识心智的 —Descartes, 1642, pp. 138—153)。

斯宾诺莎。关于实质作为现实的构成部分——事物的真实特质。他的这种关于人类现实真实性知识的解释为确定知识的三个层次增加了一个连接。第一种基于感知、语言、记忆和想象,每种都会对体验中的个体产生直接影响;第二种是关于普通观念和对事物普遍性质的充分了解;第三种则是所有事物都具有的形式本质。他的例子是一个算术问题:“给出数字1,2,3,那么第四个比例数是多少?”如果了解这三种层次的话,答案就会是6。但是对于该答案必然性的理解则要求超越第一层次的知识。斯宾诺莎认为,该答案的本质引出了一个比例,即“只能是6,不可能是其他的”。一个人的认知

理由在第一层次上可能是错的，并不与存在理由相符（Spinoza, 1677, Bk II: prop. 40）。

叔本华。他关于充足理由的基础原则在其他四条原则中都有依据。分别是：

（i）关于生成的充足理由律；

（ii）关于认识的充足理由律；

（iii）关于存在的充足理由律；

（iv）关于行动的充足理由律。

第二条要求知识需要具有充足的基础，第三条要求事物的特质应该是内在的，且应该互反地关联。最后一条显现在人类行为的意愿中，补充了关于普遍因果性的第一条（Schopenhauer, 1847）。

➢ 尾注 8, 19, 25

19. **形成过程（Formation process）**。解读斯宾诺沙观点的一种方法就是把他推崇的定义看作是圆形建构中所遵循的指导或标准，而不是一个陈述圆的真实条件的命题（cf. Brandom, 1994; Ross, 1968; von Wright, 1963）。跟随这些指示，你应该（必须）确保线的一端是固定不动的，然后你应该（必须）移动另一端，但始终确保线是绷直的，比如保持线段充分拉伸。下一尾注对此继续解读。

➢ 尾注 18, 20, b

20. **线段的旋转（Rotation of a line）**。皮亚杰的同事之一，逻辑学家让·布莱斯·格里兹曾给出过一个有益的评价："假定 E 为某线段旋转后创造的圆周，E' 和 E 有着相同半径，而 E_1 则是旋转中一条不变的线段。"E' 是 E 的结果，E_1 是 E 的条件之一。这可以引出下图。

后摄蕴涵　　　　　　前摄蕴涵

E_1< ————————　　E ———————— > E'

前摄蕴涵 EE' 使得结果 E' 成为必然，后摄蕴涵 E_1E 使得条件 E_1 成为必要的。这就是关于圆周半径等式的必然推论：根据格里兹的注释，如果它脱离了其根植于形成过程的基础，那么这个等式就是视情况而定的了（quoted in Henriques *et al*., 2004, p. 112; see also Piéraut-Le Bonniec, 1990）。

该解读会引出相反的答案。其中一个对皮亚杰所推崇的圆形定义形成了直接的挑战。如果线是弹性的呢？如果线在移动到一半时长度缩短了呢？如果画出的不是圆而是椭圆呢？画出个完美的圆有可能吗？这些都是标准的哲学上怀疑论的问题（cf. Naess, 1968）。另一个挑战则比现实来得明显。如果线是有弹性的，或干脆就是用作橡皮筋用的呢？如果孩子的推理是基于面积、长度、数字等非守恒因素呢（Piaget, 1970a）？的确，这就说到点上了。为了给出他的定义，斯宾诺沙自己的推理是守恒的，是基于人类大脑以同等水平来运行的前提。皮亚杰认为，这是错的，见尾注 1。更进一步，它的错误是有着认识论的基础的，这在皮亚杰对里昂·布伦茨威格哲学的历史批判

中有着直观体现(e.g., 1927):“在历史的某一点上必然的东西并不总是在后续中也如此。”(Piaget, 1925, p. 196)皮亚杰的观点认为易错性并不仅仅是生命中的一个事实，有些错误甚至是来自于高等水平建构。在欧几里得的几何学中，过直线外一点，有且仅有一条直线与其平行，而这在黎曼的几何学中却是错误的，他认为根本没有这样的线。皮亚杰的构想是任何水平的建构，例如关于圆的形成的守恒推理，都可以参照如条件和结果这样双向性的推理。

➢ 尾注 1,19, 28, 35

21. **预先假定(Presuppose)**。这是在皮亚杰有关思维的模型中，其作出的有关规范性的大量明确推理之一；这里指的是各种推理间规范的必然关系。

➢ 尾注 9, 27

22. **螺旋(Spiral)**。在《求索》中，皮亚杰(1918, p. 59)表示，知识的发展是出现在一个科学圆圈之中的。稍后他把该观点改为了地面上的螺旋。首先，这个圆圈的尺寸是可以增长的；其次，这种增长是分层性的(Piaget, 1950a, pp. 41—42)。但要注意的是前一条规则要排除掉人类知识的预先形成，后一条要排除掉关于知识线性增长的任何概念(cf. Smith, 2003)。

23. **祖贝尔&威尔斯**。他们论文的修订版被收录在附录之中(in Henriques et al. 2004)。研究者向年龄从4到11岁不等的儿童展示了三维地图，让他们找出不同地点之间的可能路线，在不同线路前进的同时避免各种障碍。他们的任务是确定最佳路线，即，必须要走的那条路。有趣的是，主要的区别并不是语言上的。4岁的克里斯泰尔和11岁的玛德琳在描述必然性时，都用了情态词。而他们在整体的理解中，对于必然性的使用则不太一样。克里斯泰尔是根据对于障碍物的避免，而玛德琳则是通过测量做出的客观核查。

24. **论据，证明(Proofs, verifications)**。皮亚杰从不同角度对两者加以区分——见尾注16。一种角度是通过观察与协调，“主体相信他的观察并做出直接或间接的推论”(Piaget, 1985, pp. 37—38)。另一种是参考了经验偶然的通用性与始终如一的普遍性之间的区别(Kant, 1790, p.98)，皮亚杰重新表述为(1995, p. 178):“在逻辑学中通用性和普遍性并不是同一回事。”

➢ 尾注 16

25. **安东尼·奥古斯丁·库尔诺**。皮亚杰对于库尔诺(1975)的立场有如下评论。“根据库尔诺，理性思维背后的中心理念是把推理和结果根据他们自己的建构相互结合在一起的秩序意识，无论从客观上还是从主观上，的确存在一种关于事物的客观推理，该推理根据现实中的秩序互相连接在一起，这样主观推理就会把它们进行排序作为客观性的一个功能：‘客观推理被找到了’，库尔诺在他的论据中说道，‘主观推理也就得到了满足’，这也就意味着概念中的秩序与现实中的秩序完成了匹配。现在，理性顺序和逻辑顺序是不同的，后者和谈话顺序一样是线性的，源自‘科学知识三段论的无效性’和

'真理的探索中前提合成的建构角色'。某一事物的数个可能相等的逻辑证明和同样的论据可能并不拥有同样的解释性价值,这也使得理性顺序的存在得到了认识。同样地,对于事物的推理不能和它们的理由合并:'如果一个幸运的结合产出了一个奇点,那么这个奇点是有原因的,但是它并没有推理,这也是为什么它会令我们惊讶'"(Piaget, 1950b, p. 216, emphasis in original. See also Henriques et al., 2004, pp. 86ff)。

➢ 尾注 18

26. **引入新的必然性(Introduce new necessities)**。必然性——注意用复数形式。它可能会被否决,因为该说法并未对皮亚杰六十年前关于年幼儿童推理的主张做出实质性的推进,"幼童的思维是缺乏逻辑必然性的,如果他们喜欢,那里就是这里,这是种动作逻辑但不是思维逻辑"(Piaget, 1928, pp. 146, 212)。相反,这是认识论上的一个棘手的问题,即推理必然的真值和事实的偶然真值之间的区别(Leibniz, 1996)。儿童的知识起初只是人类和实物的知识,一种多多少少"提供普遍规律但缺乏必然性"的现实(Piaget, 1986, p. 308)。那么必然性是怎么构建的呢?一个假设就是必然性的建构是推理的一个协调功能:"建立必然性的必然性,没有了它,演绎行为就成为不可能的。它是大脑的核心原则,这种原则很少会是调节性的,也不会具体说明什么是必然的。"(Piaget, 1986, p. 312)但该假设却使得问题向后退了一步。而且除了把推理解读为调节性以外,推理还会导致伪必然性的形成——见尾注12和28。

➢ 尾注 2, 12, 16, 28, 29

27. **重构(Reconstitutions)**。关于规范性的另一个提醒,在该案例中是和发展进度有关系的。这个蕴涵是一个充分的发展机制,不可能是完全具有因果关系的。反而,这成为因果心理学解释充分性的一个重要限制(roughly, most 20th century psychology——Smith, 2006a, 2006c)。

➢ 尾注 9, 15, 21

28. **伪必然性(Pseudonecessities)**。来自皮亚杰的提示(1922),伪必然性(i)是在没有好的理由而被低估的共同可能性背景下的一个虚假(iii)必然性(ii)。例如,给Phi展示一个五面涂白的盒子,并问他背面是什么颜色,他会回答"白的,这个盒子都是白的,背面不会是其他颜色"(Piaget, 1987, p. 31)。因此,PHI(i)给出了他自己关于亚里士多德学派必然性定义的版本,即"没有其他可能的事物"(Smith, 2002a, p.115),而且他也(iii)知道除了白色还有其他颜色的,因此(ii)该必然性是错误的,根本不是必然性——另一面可以是另一种颜色。

➢ 尾注 12, 20, 26

29. **必然性是不可观察物(Necessities are not observables)**。在皮亚杰的认识论中,他反复强调必然知识的结构是一个主要问题(超过50多年的涵盖皮亚杰全部作品的查阅,见Smith, 2002a, p. 110)。这是个基础的问题,因柏拉图而知名,并由康德做了很好的界定(1787, B1—B3):"尽管我们所有的知识起始于经验,但它们并不会总是追随经

验,因为经验虽然教会我们这个那个,但却并没有教会我们如果不是这样会怎样。”

➢ 尾注 16, 26

30. **莱布尼茨(Leibniz)**。皮亚杰(cf. *ipse intellectus*, 1953, p. 2 and 1966, p. 285; *nil est sine ratione*, 1986, p. 314)脑中可能存在如下语句:

“理由(reason)不仅仅是我们判断的起因(cause),也是真理本身的起因,因为事物的起因是和真理的理由捆绑在一起的,这也就是为什么起因也被称作理由”(Leibniz, 1705, Bk IV, ch. 17, §1);

“所有的真理——即使是最偶然的——都有前提论据或是关于他们为什么是真理的理由。这也就是为什么说万物皆有因,或是万物皆有理由”(Leibniz quoted in Ishiguro, 1972, p. 113);

(和经验论相对)“所有的智力都始于感觉——对:除了智力本身”(Leibniz, 1705, Bk II, ch. 1, §2)。

31. **真理与谬误/接受与拒绝(Truth and falsity/acceptance or rejection)**。现代逻辑学的奠基人对这个观点做过很精妙的评述:“思考就是去抓住一种思想。一旦我们抓住,我们可以认为它是对的(作出判断),并对我们对于这个真理的认识作出表达(作出断言)”(Frege, 1906, p. 185; for commentary, see Smith 1998a, b)。表象思维中呈现的是一个事物;做出真假判断的是其他的东西。理由在人类判断中是内在固有的。如果现在我在想珠穆朗玛峰上正在下雪,我可能并没有任何理由。如果我判断是这样的,但我却没有理由,那你可以合理地质疑我的判断。

➢ 尾注 8, 15

32. **三种类型(Three types)**。皮亚杰宣称有三种类型的工具,但在这段里只详述了两种,他详述的种类——前摄和后摄推理——都和蕴涵的必然性有关。相应地,这些必然性都是由进一步的推理生成的,这使得它们在系统中被分别或共同地连接起来。有争议的是,第三种工具是它们在更高阶系统中的互反关系(cf. Piaget, 1985, p.73)。

➢ 尾注 35

33. **基础(Foundation)**。该观点认为,知识和它的基础一样只有好才拥有很多支持者。“如果有个人在沙地建造了栋房子,那他就必须持续挖掘,直到找到固态的石头或是坚固的地基(Leibniz, 1686, p. 93)”。皮亚杰的立场更为谦逊,他认为,人脑实际上是接触不到良好的基础的。“尽管我们很想造一栋通往天堂的塔,但材料供给仅够造居住房屋,空间仅够我们进行生产活动,高度也只够我们能够俯瞰。我们设计的大胆承担的任务注定因为缺少材料而失败——更不用提巴别塔了,它肯定会激起跟随这个计划的工人的争议,并四散而去,去按自己的设计来造塔”(Kant, 1787, B735)。

34. **相关性**(Relativity)。这是从关系论角度而非相对论角度来说的。相对论排除了皮亚杰模型里要求的客观性(1954, p. 3; 2001, p. 318)。关系论的一个版本是皮亚杰(1950c)在他的认识论模型中提出的。另一版本则出现在他的社会声明中,该声明反对

原子论(Auguste Comte)和整体论(Émile Durkheim),而支持包含有"个体之间的关系"的交换(Piaget, 1995, p. 136; for commentary, see Mays & Smith, 2001)。

➢ 尾注 3, 8

35. **总体"力量"(Overarching "Power")**。这似乎和**总体结构**有着家族的相似(结构整体,总体结构;cf. Inhelder & Piaget, 1958),但是基础点是认识论的。一个结构就是一种框架,和科学中的形式框架相匹配。在儿童的动作和思维中可以找到无法与科学匹配的混合框架——见尾注 12。既然伟大的牛顿曾经也是个孩子,皮亚杰研究的项目就是绘制出这些框架中的持续性。"所有的知识都可看作与之前知识较少的状态有关,也能够建构与先前状态有关的高级知识"(Piaget, 1950a, p. 13)。这种普遍说法符合该论文中关于后摄条件与前摄结果的贡献的假设。任何特定水平或组织"都只是短命的结晶体,总会因思维的功能性而完成超越"(Piaget, 1931, p. 160)。

➢ 尾注 1, 12, 20, 32

文献总汇

Anderson, A., & Belnap, N. (1975). *Entailment: The logic of relevance and necessity*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Archives Jean Piaget (1989). *Bibliography Jean Piaget*. Geneva: Fondation Archives Jean Piaget.

Aristotle. (c. 325 BC). *On the Soul*. In J. Ackrill (1987), *A new Aristotle reader* (pp. 161- 205). Oxford: Oxford University Press.

Baldwin, J. M. (1911). *Thought and things: A study of the development and meaning of thought or genetic logic*, 3 Vols. London: Swan Sonnenschein & Co.

Becker, J. (2004). Reconsidering the role of overcoming perturbations in cognitive development: Constructivism and consciousness. *Human Development*, 47, 77–93, 100–102.

Beth, E. W., Mays, W., & Piaget, J. (1957). *Epistémologie génétique et recherche psychologique*. Paris: Presses Universitaires de France.

Bickhard, M. H. (2003a). Process and emergence: Normative function and representation. In J. Seibt (Ed.), *Process theories: Crossdisciplinary studies in dynamic categories* (pp. 121–155). Dordrecht: Kluwer Academic.

Bickhard, M. H. (2003b). An integration of motivation and cognition. In L. Smith, C. Rogers, & P. Tomlinson (Eds.), *Development and motivation: Joint perspectives* (pp. 41–56). Leicester: British Psychological Society.

Brandom, R. (1994). *Making it explicit: Reasoning, representing, and discursive commitment*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Brandom, R. (2000). *Articulating reasons: An introduction to inferentialism*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Bremner, J. G. (2005). Cognitive development in infancy. In B. Hopkins (Ed.), *The Cambridge encyclopedia of child development* (pp. 195–203). Cambridge: Cambridge University Press.

Brown, T. & Weiss, L. (1987). Structures, procedures, heuristics and affectivity. *Archives de Psychologie*, 55, 59–94.

Brunschvicg, L. (1927). *Les étapes de la philosophie mathématique*, 2nd ed. Paris: Alcan.

Campbell, R. L. (2001). Reflecting abstraction in context. In J. Piaget, *Studies in*

reflecting abstraction (pp. 1–27). Hove, UK: Psychology Press.

Campbell, R.L., & Bickhard, M.H. (1986). *Knowing levels and developmental stages.*

Basel: Karger.Case, R. (1999). Conceptual development in the child and in the field: A personal view of the Piagetian legacy. In E. K. Scholnick, K. Nelson, S. A. Gelman, & P.

Miller (Eds), *Conceptual development: Piaget' s legacy* (pp. 23–52). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Changeux, J.-P., & Ricoeur, P. (2000). What makes us think? Princeton, NJ: Princeton University Press.

Cournot, A. A. (1875). Matérialisme, vitalisme, rationalisme: Études des données de la science en philosophie. Paris: Hachette.

Cowan, R. (2003). Does it all add up? In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.). The development of arithmetic concepts and skills (pp. 35–74). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Cresswell, M., & Hughes, G. (1996). A new introduction to modal logic. London: Routledge.

Damasio, A. (2003). Looking for Spinoza. London: William Heinemann.

Descartes, R. (1642). Meditations on first philosophy. In E. Haldane & G. Ross (1931).

The philosophical works of Descartes (Vol. 1, pp. 131–200). New York: Dover.

Ducret, J-J. (2000). Jean Piaget 1968–1979: Une décennie de recherches sur les mécanismes de construction cognitive. Genève: Service de la Recherche en Éducation.

Frege, G. (1897). Logic. In G. Frege (1979), Posthumous writings (pp. 126–151). Oxford: Blackwell.

Frege, G. (1906). Introduction to logic. In G. Frege (1979), Posthumous writings (pp.185–196). Oxford: Blackwell.

Goldman, A. (2001). Pathways of knowledge: Public and private. Oxford: Oxford University Press.

Haack, S. (1978). Philosophy of logics. Cambridge: Cambridge University Press.

Henriques, G., Dionnet, S., & Ducret, J-J. (2004). La formation des raisons: Étude sur l'épistémogenèse. Sprimont, Belgium: Mardaga.

Horty, J. F. (2001). Agency and deontic logic. Oxford: Oxford University Press Inhelder, B., Garcia, R., & Vonèche, J. (1976). Epistémologie génétique et équilibration.Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.

Inhelder, B. & Piaget, J. (1958). The growth of logical thinking. London: Routledge & Kegan Paul.

Inhelder, B. & Piaget, J. (1980). Procedures and structures. In D. B. Olson (1980). The social foundations of language (pp. 19–27). New York: Norton.

Kant, I. (1787). Critique of pure reason. Ed. and Trans. by N. Kemp Smith (1933), 2nd ed. London: Macmillan.

Kant, I. (1790). Critique of the power of judgment. Ed. by P. Guyer (2000). Cambridge: Cambridge University Press.

Ishiguro, H. (1972). Leibniz' s philosophy of logic and language. London: Duckworth. Leibniz, G. W. F. von. (1686). The nature of truth. In G. Parkinson (1973), Leibniz: Philosophical writings (pp. 93–95). London: Dent.

Leibniz, G. W. F. von. (1705). Nouveaux essais sur l' endendement humain. Ed. by J. Brunschwig (1990). Paris: Flammarion. (For an English translation, see P. Remnant & J. Bennett (1996), New essays on human understanding (2nd ed.) Cambridge: Cambridge University Press.)

Longuenesse, B. (1998).Kant and the capacity to judge. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Mays, W., & Smith, L. (2001). Harré on Piaget' s Sociological studies. New Ideas in Psychology, 19, 221–236.

Montangero, J., & Maurice-Naville, D. (1997). Piaget or the advance of knowledge. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Müller, U., Sokol, B., & Overton, W. (1998). Development of mental representation. Developmental Review, 19, 155–201.

Naess, A. (1968). Scepticism. London: Routledge & Kegan Paul.

Parker, S.T., Langer, J., & Milbrath, C. (2005). Biology and knowledge revisited: From neurogenesis to psychogenesis. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Piaget, J. (1914). Bergson et Sabatier. Revue Chrétienne, 61 (4), 192–200. Piaget, J. (1918). Recherche. Lausanne: La Concorde.

Piaget, J. (1922). Sur la multiplication logique et les débuts de la pensée formelle chez l' enfant. Journal de Psychologie Normale et Pathologique, 19, 222–261.

Piaget, J. (1925). Psychologie et critique de la connaissance. (Inaugural lecture). Archives de Psychologie, 19, 193–210.

Piaget, J. (1928). Judgment and reasoning in the child. London: Routledge & Kegan Paul.

Piaget, J. (1930). The child's conception of physical causality. London: Routledge & Kegan Paul.

Piaget, J. (1931). Le développement intellectuel chez les jeunes enfants: Étude critique. Mind, 40, 137–160.

Piaget, J. (1949). Traité de logique: Essai de logistique opératoire. 1st ed. Paris: Colin. (2nd ed. in 1972 with the collaboration of J-B Grize, Essai de logique opératoire. Paris:

Dunod.)

Piaget, J. (1950a). Introduction à l'épistémologie génétique, Vol. 1. Paris: Presses Universitaires de France.

Piaget, J. (1950b). Introduction à l'épistémologie génétique, Vol. 2. Paris: Presses Universitaires de France.

Piaget, J. (1950c). Psychology of intelligence. London: Routledge & Kegan Paul. Piaget, J. (1953). Origins of intelligence in the child. London: Routledge & Kegan Paul. Piaget, J. (1954). The construction of reality in the child. New York: Basic Books.

Piaget, J. (1966). Part Two. In E. Beth & J. Piaget (eds.) Mathematical epistemology and psychology (pp.131–304). Dordrecht: D. Reidel.

Piaget, J. (1967). Les problèmes principaux de l'épistémologie des mathématiques. In J. Piaget (Ed.), Logique et connaissance scientifique (pp. 554–598). Paris: Gallimard.

Piaget, J. (1970a). Piaget's theory. Reprinted in P. H. Mussen, Ed. (1983). Handbook of child psychology (4th ed., Vol. 1, pp. 103–128). New York: Wiley.

Piaget, J. (1970b). Genetic epistemology. New York: Columbia University Press.

Piaget, J. (1971). Biology and knowledge. Edinburgh: Edinburgh University Press.

Piaget, J. (1972). Insights and illusions in philosophy. London: Routledge & Kegan.

Paul. Piaget, J. (1973). Main trends in psychology. London: George Allen & Unwin.

Piaget, J. (1980). Les formes élémentaires de la dialectique. Paris: Gallimard.

Piaget, J. (1985). The equilibration of cognitive structures. Chicago: University of Chicago Press.

Piaget, J. (1986). Essay on necessity. Human Development, 29, 301–314.

Piaget, J. (1987). Possibility and necessity, Vol. 1: The role of possibility in cognitive development. Minneapolis: University of Minnesota Press.

Piaget, J. (1995). Sociological studies. London: Routledge.

Piaget, J. (2001). Studies in reflecting abstraction. Hove, UK: Psychology Press.

Piaget, J., & Garcia, R. (1989). Psychogenesis and the history of science. New York: Columbia University Press.

Piaget, J., & Garcia, R. (1991). Toward a logic of meanings. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1971). Mental imagery in the child. London: Routledge & Kegan Paul.

Peirce, C.S. (1908). A neglected argument for the reality of God. In P. P. Wiener (1958), Values in a universe of chance (pp. 358–379). New York: Doubleday Anchor Books.

Piéraut-Le Bonniec, G. (1980). The development of modal reasoning. New York: Academic Press.

Piéraut–Le Bonniec, G. (1990). The logic of meaning and meaningful implication. In W. Overton (Ed). Reasoning, necessity, and logic (pp. 67–86). Hillsdale, NJ:Erlbaum.

Phillips, D. C. (1997). How, why, what, when, and where: Perspectives on constructivism in psychology and education. Issues in Education, 3, 151–194, 273–284.

Quine, W. V. O. (1972). Methods of logic. 3rd ed. London: Routledge & Kegan Paul. Ross, A. (1968). Directives and norms. London: Routledge & Kegan Paul.

Ryle, G. (1949). The concept of mind. London: Hutchinson. Sainsbury, M. (1991). Logical forms. Oxford: Blackwell.

Schilpp, P. A. (Ed.). (1963). The philosophy of Rudolf Carnap. LaSalle, IL: Open Court. Schopenhauer, A. (1847). On the fourfold root of the principle of sufficient reason.

Edited by E.J.F. Payne (1992). La Salle, IL: Open Court. Singh, S. (1997). Fermat's last theorem. London: Fourth Estate. Smith, L. (1993). Necessary knowledge. Hove, UK: Erlbaum.

Smith, L. (1998). Learning and the development of knowledge. Archives de Psychologie, 66, 201–19.

Smith, L. (1999a). What Piaget learned from Frege. Developmental Review, 19, 133–153.

Smith, L. (1999b). Epistemological principles for developmental psychology in Frege and Piaget. New Ideas in Psychology, 17, 83–117; 137–147.

Smith, L. (2002a). Reasoning by mathematical induction in children's arithmetic. Oxford: Pergamon.

Smith, L. (2002b). Piaget's model. In U. Goswami (Ed.), Blackwell handbook of childhood cognitive development (pp. 515–537). Oxford: Blackwell.

Smith, L. (2003). From epistemology to psychology in the development of knowledge. In T. Brown & L. Smith (Eds.), Reductionism and the development of knowledge (pp.201–228) Mahwah, NJ: Erlbaum.

Smith, L. (2006a). Norms in human development: Introduction. In L. Smith & J. Vonèche (Eds.). Norms in Human Development (pp. 1–31). Cambridge: Cambridge University Press.

Smith, L. (2006b). Norms and normative facts in human development. In L. Smith & J. Vonèche (Eds.), Norms in human development (pp. 103–137). Cambridge: Cambridge University Press.

Smith, L. (2006c). Norms and psychology. In M. J. Roberts (Ed.). Integrating the mind (in press). Hove, UK: Psychology Press.

Spinoza, B. (1661). Treatise on the emendation of the intellect. In E. Curley (1994), A Spinoza reader (pp. 48–54). Princeton, NJ: Princeton University Press.

Spinoza, B. (1677). Ethics. In E. Curley (1994), A Spinoza reader (pp. 85–265).

Princeton, NJ: Princeton University Press.

Wittgenstein, L. (1972). Tractatus logico-philosophicus. 2nd edition. London: Routledge & Kegan Paul.

Von Wright, G.H. (1963) Norm and action. London: Routledge & Kegan Paul. von Wright, G.H. (1983). Practical reason. Oxford: Blackwell.

附　　录

让·皮亚杰(1918)平衡化的第一理论

〔比利时〕雅克·弗内歇 著
李不愆 译
曾守锤 审校

让·皮亚杰(1918)平衡化的第一理论

La Première Théorie de l'Équilibre de Jean Piaget ,1918

作　者　Jaques Vonèche

原载于*Équilibre et Équilibration dans l'Oeuvre de Jean Piaget et au Regart de Courants Actuels*, 1992, No. 12, pp.11–29.

李不愆　译自法文
曾守锤　审校

让·皮亚杰(1918)平衡化的第一理论

"Partout l'Idée en mission s'avance."

—— 维克多·雨果,《心声集》(1837)

平衡化概念的理论家

与一个特别广泛流传的想法相反,皮亚杰并不是唯一一个把理论构建在平衡化理论基础之上的心理学家。确实,如果我们非要以一种非常简单的方式来定义平衡化理论的话,那么就是一个用来确认某个系统(或者某个机体)及其所处环境之间关系的原则,也就是说,所有的环境变化会导致其中某一系统的调整,以此来维持一定数量的条件恒定不变,而这些条件往往被认为是为了保持这个系统的存在适当的甚至是必不可少的,而斯宾塞(Spencer)(1892)、弗洛伊德(Freud)(1923)、华生(Watson)(1929)、杜威(Dewey)(1933)、海德尔(Heider)(1946)以及费斯廷格(Festinger)(1957)的理论正是建立在这样一个平衡的原则之上的。

的确,斯宾塞曾写道:

"如果内在状态之间联系的力量不与外界与之对应的刺激媒介之间关系持续成比例的话,那么将会出现一种对应关系的失败——内在秩序将会与外在秩序产生不一致。"(p.409)

这是一个针对不平衡化的极佳的概念。

在杜威看来,他在问题的解决中构想平衡化理论的方式与皮亚杰表达的方式之间存在的相似性是令人吃惊的。确实,以下是杜威的文本:

"假设你在一个没有常规路径可循的地方行走。只要所有事情都进展顺利,你就不用想着你在走路这件事情;你已经形成了一个习惯,这个习惯会来负责这件事情。突然

间，你在路上发现了一条沟。你觉得你要跳过去（假设，计划），但是为了确定，你用眼睛去检查了一下（观察），而这时你发现这条沟还是挺宽的，而且对岸似乎还比较滑（事实，数据）。然后你就会想在别的地方沟会不会更窄（想法），并且你沿着这条沟前后看了一下（观察），试图搞清楚事实是怎样的（通过观察来验证想法）。你没有找到任何更好的地方，于是就重新回来制定一个新的计划。当你正在焦急地思考的时候，你发现了一根圆木（再一次的事实）。你试着问自己是否能够把它拖到那条沟上并用它越过那条沟，让你把它当作桥来通过（再一次的想法）。你最终判断这个想法值得一试，所以你就去拖那根圆木并设法将它放到预计的位置上并通过了它（通过明确的行动进行验证和确认）。"(p.105)

下面，同样是英语文本[①]，为了强调其中的平行关系，我们来看一看皮亚杰在他还拥有汽车时的心理学分析。其中可以特别注意的是，其内省的细腻程度。

"为了更好地理解同化(assimilation)的机理作用以及这种同化在感知运动运算(sensorimotor operation)的背景下而具有的推理(deductive)性质，让我们再来分析一个有关基础性的实践创造(invention)的例证，这个例证能够在成人身上观察到并因此涉及恰当的内省行为。在驾驶老旧汽车的时候，我总是为方向盘上的油渍而感到困扰，因为它会让方向盘变得很滑，难以操作。在没有时间停下来的情况下，我拿出一条手绢来擦干污渍。而当我将手绢放回口袋中时，我观察到手绢变得满是油污，并且不管把它放在哪儿都会弄脏其他东西。于是，我把它放在了跟旁边座位之间的空间里，并尽可能地把它塞到缝隙的最深处。一个小时之后，外面的雨使我不得不把车窗关上，但是关上之后车子里面的热度让我又不得不再打开一点儿。但是控制车窗的齿轮坏掉了，我做不到只打开一点儿；所以我要么把车窗完全打开，要么完全关上。我用左手试图让车窗保持只打开一点儿的状态，但是这样做带来的疲劳感让我去反思是否有类似的东西可以用来替换我的左手。我环顾四周，并没有找到什么显而易见的东西。当我看着车窗的时候，我感觉的确是可以放一个东西，但是这个东西不一定非要放在车窗的底部（为了打开车窗必须要按着车窗的底部），而是可以把它挤在车窗边缘与汽车竖直的车体构成的角落之中。我于是有了一种模糊的感觉，似乎是介于我要找到的解决办法与先前已经解决过的问题之间的一种类比。解决办法于是变得清晰起来。我这种试图将某个物体放进车窗的角落之中的追求与一种几分钟前将某个东西塞到缝隙里面的运动记忆相对应了起来。我试图回忆起那是什么，但是思维中没有出现确定的画面(representation)。然而突然间，还没来得及去想任何东西，我明白了这个解决方法而且我发现自己实际上已经在寻找那条被藏起来的手绢的行动之中了。因此，后面的这个心理图式(schemata)指导了我的寻找行为并且在我仍斟酌上一个想法的时候把我引向了车窗角落的侧面。

这个平庸的观察非常好地展示出对于感知运动(sensorimotor)的搜索是如何唤醒我

① 上文翻译自英语。

们已经习得的心理图式，并且使之在不依靠内在语言(internal language)和清晰的画面的情况下发挥功能。在这个示例中，将某个物体引入某个缝隙的追求正是在一个几乎完全停留在运动状态之中的图式(schema)塑造出来的，并且由此而产生的结合(conjunction)满足了保证解决方案能够被发现的条件。我们因此能够理解感知运动的推演(sensorimotor deduction)是如何通过简单的对于心理图式的实践启发在幼小的儿童身上发生，而不依赖于某个完好定义的画面系统(system of representations)。"(1936，翻译自作者原文)

华生(1929)使用了平衡化模型来解释行为方式是如何出现的。

"我们应当看到，所有形式的人类行为都是通过某些共同的因素而联系在一起的。在每一个调整(adjustment)之中，总是涉及一个反应(response)或者行为以及引起它的一个刺激(stimulus)或情景。不需从我们的事实散发太远，我们似乎是能够认为刺激总是由外置于身体的环境(environment)或者由人体自身的肌肉运动所提供的，并且分泌物(secretions)会通过动作或者认知重组(recognitive reorganization)而发生改变。如果改变是不可行的，那么不平衡(imbalance)的状态就会产生压力(tension)。"(p.39)

同样，弗洛伊德也与其他人一样在撰写下文时援引了平衡的原则。

"我简单地提议一个假设……我们可以合理地认为这个同时作用在我(moi)和他(ça)中的中性的可移动的能量是先行于自恋性冲动(libido narcissique)储存(réservoir)的，而后者是没有性特征的情欲(Eros)……由此我们可以认为这种自由的性冲动(libido libre)被用于达到身体愉悦的原则以避免阻塞(blocage)以及利于释放(décharge)。"(pp.44—45)

对弗洛伊德来说这是显然易见的，当有机体与其环境(milieu)以及机体内部相对立的要求(exigence)之间达到一种平衡时，愉悦(plaisir)就能被实现了。为了满足这些要求(exigence)，机体通过激活一定的行为从而释放矛盾和冲突(conflit)并进而允许愉悦的实现，也就是说在没有紧张的平衡中得到休息。

之后我们将讨论这与皮亚杰的第一平衡化理论有多么接近，这一理论是通过在1916年基督教青年会的一场弗卢努瓦(Flournoy)主持的会议与弗洛伊德的思想联系起来的。(Piaget，1945；Vidal，1989)

最近，海德尔重新利用平衡化的原则来解释某个个体与社会行为之间的相关性。他写道：

"一个平衡的状态，只有在一个单位(unit)的所有部分拥有相同的动态特性(dynamic character)(比如，都是正向的或负向的)，并且拥有不同动态特性的实体(entities)被互相分离的情况下才能够得以存在。如果没有任何平衡状态存在的话，那么趋向这个状态的调整将会出现。要么动态特性将会改变，要么单位之间的关系将会通过行为或者认知重组而被改变。如果改变是无法实现的，那么不平衡的状态就会产生紧张感。"(p.39)

在皮亚杰的第一平衡化理论中我们也将会找到这一极其格式塔化(gestaltiste)的特征。

正如下文中所展示的,与通过重新平衡实现内部协调的相同想法构成莱昂·费斯廷格的认知失调(dissonance cognitive)理论的核心。

"一个观点时常被提到……个体总是努力达到实现与其本身的协调一致(consistency)。例如,观点和态度总是倾向于成群(in clusters)存在,这些群总是在内部互相协调的。"(p.1)

"失调的存在,由于心理上的不适感,将会促使一个人尝试去降低失调并实现协调(consonance)。当失调出现的时候,除了试图降低它以外,一个人还将会积极地避免很有可能会导致失调增长的情况和信息。"(p.3)

皮亚杰平衡化概念的发展

与这些思想家不同的是,皮亚杰不仅将平衡化概念用于指出机体是如何展现不同状态的,而且也用于解释知识的发展是如何实现的,也就是说,机体是如何展现不只是不同而且是更好的状态的。这就是皮亚杰所说的平衡化的提升(majorant)性质。

皮亚杰不仅不是唯一一个在通俗心理学意义之外使用平衡化概念的,而且在他的作品中也不只有唯一一个平衡化的理论。通过英海尔德(B. Inhelder)和加西亚(R. Garcia)(1976)我们能够至少区分同一个理论连续的三种形式。

在这三种形式之中,只有第一种使我们感兴趣。在这里为了记忆我们重新回想一遍另外两个。确实,在《逻辑与平衡》(Logique et équilibre)(1957)一书中提出的第二理论在出版之后不久就被作者抛弃了,而它是在将近二十年时间内唯一的参考文献。皮亚杰在此刻的核心问题是解释认知发展进程的必要但不是先定的特性。为了达到这一点,他从自己的感知(perceptif)研究中获得灵感,也就是关于主体(sujet)与其环境之间的相遇与联结以及关于从游戏理论(la théorie des jeux)中所掌握的内容。

对于皮亚杰来说,这一模型的主要困难在于其过于严格的数学逻辑特性,甚至是统计的,而缺乏智力的生物学角度。其中,特别是自我调节原则,这种原则远远超过了生理化学力量的平衡并必然包含主体与部分的交流,反之亦然;确切地说,这是在皮亚杰看来所有调节所涉及的,从一开始就像是我们将要在其第一平衡化理论的分析中看到的。

发表在《认知结构的平衡化》(L'equilibration des structures cognitives)(1975)一书中的第三理论旨在通过强调补偿(compensation)与构建(construction)之间的不可分割性(indissociabilité)来解决这些困难。确实,在皮亚杰看来,所有机体对于某种紊乱

(perturbation)的补偿都必然涉及某种进步(progrès),因为被扰乱的活动由于补偿而变成可以被扰乱的;这反过来能够达到不补全或者优化。这种超越的需要是行为(comportement)所特有的与纯生理的内环境稳定(homéostasie)相对立。从一开始,这也就是构建和革新产生的趋势的来源。

我们不会在这里找到对于构成重新平衡(ré-équilibration)原因的机理的研究,例如,否定(négation),矛盾(contradiction),抽象(abstraction),概括(généralisation)或者整合作用(intégration)。我们不会找到更多对于平衡化理论的解释。我们也不会在下文中找到为什么平衡化思想是针对认知系统(systèmes cognitifs)发展的皮亚杰主义理论的核心。我们甚至不会找到对于皮亚杰基础阐释的论证,对于他的几个朋友比如加西亚来说,这就是为什么平衡化理论是功能连续(continuité fonctionelle)中的结构不连续。我们只会在这里找到对于一个二十岁年轻男子的世界系统的核心思想产生的历时性研究,这位年轻人在一部多少具有自传性质的名为《求索》(*recherche*)的"小说"中对自我进行了讲述。

《求索》(1918)中的平衡化概念

柏格森(Bergson)的影响

这一小说植根于唯灵论的复兴,这与19世纪愚蠢的实证唯物主义形成了对比,正如引用了Charles Péguy的书中开篇一章中所指出的,Mercier大主教,Monod牧师,奥古斯特·萨巴捷(Auguste Sabatier),Ferdinand Buisson。但是他也根植于由像是布伦茨威格(Léon Brunschvig)一类的哲学家以及Fuillee、居约(Guyau)、布特鲁(Boutroux)和拉朗德(Lalande)一类的法国形而上学者所代表的批判唯理论。年轻的皮亚杰在1914—1918年战争期间所领会到的是正如胡塞尔(Husserl)所称的欧洲科学危机,而这一危机拥有两种形式,一是科学与信仰之间关系的性质,二是它们之间知识的形态。

在他为了调和"一个模糊的系统"和"形而上学脆弱的脚手架"与科学之间矛盾的努力中,年轻的皮亚杰除了依靠哲学家柏格森之外找不到其他更好的方法,而他在皮亚杰整个青年时代留下了一枚恒久不变的烙印。

确实,在柏格森(1959)之后,皮亚杰开始将基于重复的使数学能够广义化的物理几何范畴与基于趋势的生命(vital)范畴对立起来,生命的冲动,创造,也就是转换(transformation)。因此,知识(就是生命)将总是关于从一个状态到另一个状态的转换。这一理念伴随了皮亚杰的一生。确实,对于皮亚杰来说所有不是绝对(absolu)的都应当必要地发生转换。因为只有在转换中才会有进步发展(progrès)。由此,进化总是正如柏格森所认为的具有创造性的。这只能在对于人来而言的伦理绝对(absolu moral)以及

对于动物而言的生命绝对(absolu vital)之中实现。

阅读者由此通过柏格森,能够意识到亚里士多德学说风格(genres)的科学的重新出现(résurgescence),也就是年轻的皮亚杰所没有隐瞒的。

“曾经一度狂热迷恋柏格森主义的塞巴斯提安(Sébastien),不承认任何一个他的特殊的论点(thése),并相信只能在其深层逻辑(logique profonde)中继续。他曾经在很短时间内是柏格森主义者,这也是柏格森主义的顶点(comble)。他尤其享受这一哲学用来勾勒希腊风格(genre)平反昭雪(réhabilitation)的方式。的确,柏格森天才地认识到是时候在现代科学中重新引入风格(genres)研究了。他所有的精神状态(psychologie)都收到了这一不可告人想法的影响。他相对肤浅并具有口头性质的生物学,总是将就同样的解释。

只是柏格森并没有定义风格,并且我们无法看出他是如何不通过郑重地修改他的系统而做到的。因此还有很多的工作亟待处理,并且与其说是他的工作更加具有哲学性质不如说是具有科学性质。亚里士多德,风格学的天才,曾经也是一个生物学家:只有通过生物学,结构(construction)才能够得以树立起来。”(p.53)(C' est nous qui soulignons)

对于亚里士多德而言,就像所有人都知道的,身体衰落的规律是由陆生身体(corps terrestre)重新回归自然环境(lieu naturel)的自然趋势所诠释的,也就是说:土地。对于这个理论存在一个更具戏剧性的版本:莫里哀鸦片的沉睡美德(vertu dormitive);也存在一个当代的版本:社会生物学(sociobiologie)。

对于柏格森来说,生命机体(corps vivants)的自然联系就是整体的完整的生命。这种力求更多生命的努力,柏格森把它叫作生命的冲动(élan vital)。生命的冲动通过对于祖先获得的适应(adaptation)的继承得以一代一代地进行转换。这一从适应性的改变到继承性的结构的转换对于皮亚杰来说是具有普遍性的,极其普遍以至于它能把逻辑数学(logico-mathématique)结构囊括到适应性分类活动(activités de classification adaptative)之中。这使皮亚杰认为智慧(intelligence)就像是一种逻辑的、生物的,甚至伦理(moral)的一种形式:逻辑性作为思想(pensée)的规范(normative)结构;生物性作为个体的适应机体以及伦理作为主体行为(l' action du sujet)的逻辑。

这样一种三部曲(trilogie)(我们几乎可以这样将其写作一种三部曲)使得皮亚杰极其近乎实用主义(pragmatisme);在这一点上,不必提及大家都熟知的威廉·詹姆斯(William James)与日内瓦和瑞士法语区之间的联系,以及皮亚杰曾读过的几篇关于心理学问题的艾德华·克拉帕雷德(Edouard Claparède)的文章。确实,正如皮亚杰所做的,将规范的适应事实(le fait adaptatif du normatif)与通过反向运动(mouvement en retour)而来的适应的准则(la norme de l' adaptation)进行比较,有一种与实用主义调情(flirt)的味道。但是皮亚杰以绝对(absolu)的名义排斥实用主义,与其更多地在对他来说难以饮用的海水中航行,这一海水就是实用主义内部的相对主义,(不如)他随后转向将能为他带

来质(la qualité)的而不是他反对的量(la quantité)的风格科学(la science des genres),正如下面这一段落中所显示的。

类型科学。整体与部分的关系

"在现代,尤其是自从笛卡尔的普遍数学主义之后,科学将自己禁锢在对于量的研究之中。某种现象对于学者来说将毫无价值,除非它是能够被测量的并且它能为实验提供的量足以与其他现象的量进行比较。生物学和精神科学(les sciences de l'esprit)确实总是不断地在把量引入他们的研究领域中,但是总是带有这是临时的(par provision)以及量迟早能够验证这样建立起来的规律(lois)的秘密想法。

对于以前的人来说,正相反,在自然科学中所有都是与质有关的,而且整个科学都是在亚里士多德的生物学类型上塑造起来的。

真相在哪里?我不会试图去怀疑现代科学所得到的成果,但是我扪心自问自己的排他主义是否有滥用的情况。在忽略量的情况下,科学允许哲学得以有所自我保留,那么你们知道这如何……这是通往形而上学的大门开启了。"(p.149)

"……但是哲学错误地认为自己已经了解了质本身。只有质之间的联系对于我们来说是可以理解的,而绝大多数的哲学家都主动自愿地赞同这一点。但是正是这样的联系,也许不是在事实上,但总是在原则(droit)上,使得科学渐行渐远。而这也是为何它在生命科学的领域中总是随机(arbitraire)的,包括有机的生命和心理的生命。你相反地引入一个关于质的积极的理论,只考虑到我们的质与平衡和不平衡之间的联系,那这样整个生命的科学就在形而上学的废墟上建立起来了。

然而,深化这些前提是非常有必要的。在一开始,让我们提及一下,这一结构以之为基础的公设(postulat),也就是说所有可被其物理性质定义的物质运动(mouvement matériel),以及特别是所有与原生质(qualité originale)对应的节奏运动(mouvement rythmique)。把这两种节奏(rythme)叠放在一起,你就有了两种质。把这两种节奏组合成一个节奏,你就有了一种新的质,你不能说这种新的质还是不具有原创性,但是你可以说其对应物,物理符号(notation)是这前两种节奏合成物,以此类推。另外,首先让我们移步到唯物主义严格的针对有机体(organisme)和意识(conscience)展现(manifestation)之间的平行主义(parallélisme)假设之中。由此,意识就不再是一个实体(entité),也不再是一种力(force),而是一束照亮在没有加入任何东西时的人体(corps)化学机制(méchanisme chimique)的光芒。它因此没有创造任何东西,只起到了指示的作用(renseigne)。也许这一假设是错误的,它拥有一开始就把所有形而上学不适宜的入侵排除在外的优势。根据已有的经验,现在是时候把它重新拿起来讨论一下了。

这一点说清了,那就让我们重申一下,一个活着的细胞(cellule vivante)的展现(manifestation)是全部能够简化成为某种运动(mouvements),以及很有可能像是勒·丹特克(Le Dantec)天才地提出的某种节奏运动(mouvements rythmiques)。我们因此就有这

样一个基础，所有生命的机械平衡(équilibres mécaniques)现象同时也是质之间的平衡(équilibre)。然而物理和数学上对于这些平衡的涵义可能是毫无新意的，或者正相反是特别的——这是我不想在这里讨论的——它们在心理学和质上的意义极具价值却很少被注意到。

确实，从一个细胞(cellule)或者一组细胞(une réunion de cellules)展现出多种不同的内部运动(mouvements intérieurs)的事实出发，转译这些运动的意识应当至少展现一定的区别性或原生性(originales)。这就是第一点。另外，这些性质(qualités)不会有任何意识，所以如果它们之间没有联系的话，这些性质就不能存在，如果不是这样的话，它们就会融合在一个完全(totale)的性质中，这种融合在保持区别性的同时将之保存在其中。例如，如果两种性质没有在我的意识中融合成为某一个整体，我既不会意识到这张纸的白也不会意识到墨水的黑，即便能的话，无论如何它们也不会分别停留在一白一黑两个部分中。这就是第二点，关于平衡的所有原生性(originalités)就是这样：就是说，不仅是像这样独立地在分立的部分之间存在平衡，在无论何种物质性的平衡之中发生，而且平衡也存在于作为区别(distinctive)和原生(originale)性质的部分和作为进而产生这些部分性质(qualités partielles)的整体性质(qualités d'ensemble)的整体之间，但是这种产生的结果是如此地特别以致于它不能删除这些部分性质，但它与这些部分性质同时存在或者在其之上存在。确实，当一个机械的结果有三种不同的力(force)构成时，这三种力就由此消失了，它们不再存在，它们催生了第四种力，在暗含那三种力的同时对其进行总结(résume)。至于心理学上的结果，正相反，是由三种性质构成的，这三种性质继续保持其原生性独立地存在，而它们产生的这种共同的结果暗含了这三者！所有的区别都在这儿了，这些区别如此重要以致于构成了两种科学活动的模式，规律的模式(le mode des lois)和风格的模式(le mode des genres)。我们由此认识到一种综合(synthése)的力，一种协调(coordination)的力(force)，甚至是一种选择(sélection)的力，但是我们没有考虑在它活动的特征中去查看一种独立的部分性质(qualités partielles)和自主的整体性质(qualité d'ensemble)之间的共存(co-existence)现象，这种共存(co-existence)就是一种平衡并且在物质平衡中无法找到任何与其可比拟的。正是因此我们才一直自以为必须要在意识中去查看一种"力"，而无视方法的所有要求，因此在综合中什么都没有，在选择中也是，即便后者确实是具有原生性的，然而一种独特(sui generis)的平衡就像是我们刚刚强调的能够完全归咎于生命的物理化学(physicochimique)力，而不用从意识中剥去任何使其拥有独特性的东西。甚至尝试恢复风格的柏格森，也没能以这种在他看来唯一能够与机械科学相匹配的方法来定义它。这样，风格迫使思维从整体到部分进行，而不像物理学家的思维一样从部分到整体进行。这就是孔德(Auguste Comte)所领悟到的，但是他远远没有达到从中得到想要的结论。然后，不像是规律(lois)能够允许两个或者少量的界限(termes)之间的简单关系序列(series)，由于整体性质奇特的复杂情况，也就是它不断地在部分上发挥作用并改变部分之间假定为简单的关系，风格展现出

一种只有在一些我无法进入的条件下概率计算能够拥有的复杂性。最后,因为规律更加简练,因此与思维相比更加清晰,然而在风格之中,最复杂的却是最清晰的,因为它们的平衡是如此的特别。这使得它们能够给出所有结局的表象,即使不是这样的。像柏格森一类的哲学家掌握得最好的就是这最后一点,但是他们没能在部分和整体的共存中看到其原因。无论它是什么,这种风格的平衡从一开始就可能会披着两种基本的形态,我们之后将会看到这两种形态的变体。或者,确实,部分性质与整体性质是兼容的,并且他们之间不仅是有相互的容忍(tolérance),而且也有互相的维持(conservation)行为。比如,我的性格力求维持其部分性质(信仰,哲学等等),同样地,这些部分性质也力求维持我的性格。或者,也会存在不兼容性,整体力求依靠部分来维持统一,反之亦然。"

正如我们看到的,皮亚杰把平衡的概念放置在了其世界系统的核心之中。这种平衡被认为是一种整体与部分和部分之间的关系。一眼看上去,部分与整体和部分之间的关系可能就像是一个逻辑的问题,而这就已经是一种独创性了。皮亚杰首先通过把逻辑学与生物学联系在一起使之变成一个平衡的问题。其实,对于皮亚杰来说,机体能够被保持是因为部分与整体是兼容的,这就是维持。但是,这样定义的平衡是一种无法将部分性质归入(subsume)使之消失的完全性质(qualité totale)的性质平衡,就像是定量域(domaine quantitatif)中的情况一样,但是保留它,以至这种维持能产生一种特定的科学活动模式:风格的模式,也就是在某种程度上规律模式的反面。

从这一点出发,所有东西都变了,但是是基于一个不变的原则——平衡,就是这样生命(vie)和物质(matière)被汇聚(réunion)在了一起。但是这种汇聚并不像是唯物主义的机械论者所希望的那样完整(complète)。

确实,如果有机化学能够一个接一个地将分离生命与物质的所有障碍清除掉的话,为了定义生命,那么我们就只剩下所有机体的来源——同化了。生命体通过生存本身这一事实同化(assimile),也就是说繁衍(reproduit)出与其本身等同的实体(substance)。它因此就拥有了一种稳定的并且是独立的整体性质。另外,通过同化,它会受到它同化的实体从所处环境而来的影响,因此,这样它就呈现出了一定的差异,也就是一定的异质(hétérogénéité),其构成了部分性质。因此,为了提出刚刚谈及的性质之间的平衡,我们只需提出生命(的概念),而在勒·丹特克生物学和性质的语言中,我们风格的概念就显得像是无用的重复。但是其实不是这样的。对于这位作者来说,确实,同化的行为(action)和承受周遭环境影响的行为,也就是去变化、去"模仿外部的元素",是两种相反的行为。我同化得越好,我就越与我自己趋近一致,而相反,我越变化就越不具有严密的逻辑性,我也就拥有更少的同化个性特征的能力(puissance)。勒·丹特克因此只预料到了平衡的第二种形式,也就是整体与部分呈现的相对形式。但是这一论点是难以被支撑的。正相反,一个生命体尤其是适应于去理解外部世界,也就是说去承受外部世界的影响,去"模仿"以至于它更加像是自己,以至于它拥有更多的个体性,也就是说它更

好地同化。这两种途径并不是对立的，它们是自我暗含的，而勒·丹特克所认识的平衡不过是一种变形(déformation)，是一种这一后者平衡的特殊的情况，这一特殊情况正是风格中的一种。

机体构造(organisation)因此就是一种风格，而意识所假设的性质平衡与机体自身的反应之间的平行主义(parallélisme)因此看起来像是一种多产的视角(une vue féconde)。让我们一起来总结一下从这一理念中所提取出的主要规律，并展示它们是通过什么来统摄整个生物学的。

第一规律：所有的机体构造都试图保存自我的本原状态。既然在一个自主整体和它的部分之间存在平衡，那么这一规律就直接引出了我们的定义。

第二规律：由机体构造催生的两种基本类型的平衡，其中只有第一种是由这种机体构造的程式(formule)所产生的，而第二种是一种让步的结果，也就是第一种类型让步于在外部周遭环境之后发生的行为。——这两种基本的类型就是已经被定义了的类型，也就是部分与整体之间互相依靠，又相互试图排斥。然而第一种实际上是从提出的定义中得来的，然而在一个机体构造的内部，一种部分性质对立于整体性质的存在只能是来自于外部的某种行为：是周遭环境通过强迫机体不断地承受外来的新影响而使得原始单位不平衡。我们应当记得只有这后一点被勒·丹特克预料到了。

第三规律：所有可能的平衡都只是上文提到的这两者的某种组合。——比如，就拿这些其他类型中最主要的一个来说，就是我们能在伦理(morale)中找到的用来描述热情(passion)的特征的。第一种类型能够通过对四种核心行为之间的协调被定义：整体施加在自身上的行为，整体施加在部分上的行为，部分施加在自身上的行为以及部分施加在整体上的行为。第二种类型能够通过对后两种行为之间的协调，以及通过这两组行为的对立而被定义，这两组行为总是处在不稳定的平衡之中。至于第三种类型，整体施加在自身上的行为与部分施加在整体上的行为联合起来共同对抗其他两种情况。然而我们很容易看到，这样的一种平衡假定了在整体自身中一种次要(secondaire)平衡的存在，这种次要平衡属于第二种类型。

第四规律：所有的机体平衡都追求第一种类型的平衡。这一规律是所有规律中最重要的一个。它与机体构造的本身定义一起构成了系统的核心。对于它的论证在第三规律的存在下变得更加容易：既然只有两种基本类型的平衡，如果第一种倾向第二种的话，所有其他由它们组合而得来的类型将会因为这一缩减(reduction)的本身事实而被取消。然而，第二种类型总是在第一种类型之上试图保持平衡这一点才是最容易被看到的。确实，如果在一个机体构造之中，部分性质与整体性质相对立的话，或早或晚，在不断出现的新性质的影响下，二者之中总有一者会胜出，并且在两种情况中，无论胜出的是哪一个，都将会存在平衡，并且是第一种类型的平衡。

因此，这样就是生命的全部了：一个机体构造处在不稳定的平衡中，但是它的规律是稳定的平衡，这也就是生命所追求的。我们因此将理想的平衡称作是第一种类型的

平衡,而把现实的平衡称作是其他类型的平衡,即使对于所有现实的平衡,无论是哪一个,都假定了一个使之可能的并能够根据预先定义的规律给予它一定推力的理想平衡。

现在请想象一下,所有的生命都是出自这样一个最初的机体构造。那么就必须承认,周遭环境把这一机体的平衡打破成部分,脱节成许多部分之后,这就太过于分散而不能在一定空间内保存其统一性,但却没有达到使其失去平衡性。机体构造由此就似乎是拥有了双面性,即使这么说有些不太自然。一方面,一个巨大的整体容纳了空间中分离的部分,是现实的。另一方面,这些部分自身其中的每一个都成为它们自己并重新构成了一个新的有组织的整体。这个大的整体就是空间,这些部分就是个体,而我们在这里掌握到无限的变体,这些变体存在于两者之间,一是一个在强化类型上平衡的风格,在某种高度紧张的状态下,换句话说就像是人格;二是越来越放松的、失去张力的风格,就像是生物空间的平衡那样。但是所有都还是风格,并且都与规律的运作机制有所不同。

现在让我们回顾一下,随着周遭环境不断制造障碍,平衡逐渐分离并变换成一种不断向着稳定的平衡发展的路径,这样你就有了一个完整的进化(évolution)。只从这些预设出发的话,我们就有可能调和拉马克(Lamarck)和达尔文的矛盾,并推导出生物学上已知的规律。这一进化的理念更加像是风格科学的,也就是希腊科学的。我们刚刚提及的分散的平衡就是柏拉图所深入领悟的系列,同一类型的无限重复就是他的主要思想。然而强化的平衡是亚里士多德的风格,那就是形式!我们由此看到作为生物学家的亚里士多德是有多么直接地走向了风格的极端类型,然而柏拉图作为数学家却停留在纯粹逻辑和生命(vital)之间的中介类型。而科学却意外地通过将其与无机科学的化学机制相结合重新拾取了这些概念。理想的平衡,就是拉马克的机体构造,其中他良好地定义了"增长的构成"(composition croissante)以及"有规律的渐进"(gradation réguliére),就是Etienne Geoffroy Saint-Hilaire的类型的统一(Unité de type),就是孔德的机体构造,也是Claude Bernard用"指导性思想"(idée directrice)一词所用来指代的内容。但是,我们要注意到,这一进化的理念中完全没有像是希腊人的版本中的形而上学的内容。"指导性思想"中完全没有目的性(finalité),因为一个平衡的活动并不是具有目的性动机的集合,并且当一个系统追求平衡的时候它并没有追求一个具体的目标。然而如果一个质的平衡是完全特别的并与物理平衡相区别,它并没有更不具有机械性质,无论是它理想的一面还是现实的一面。如果这是真实无误的,我看你未必在平衡的研究中找得到哪怕是极其微小的目的性,这种平衡就是进化。

正如我们可以从这最后一点意见中了解到的,年轻的皮亚杰一心不仅想要与柏格森和勒·丹特克保持一定距离,而且也想要通过与后者进行在作为科学的"被构成理智"(raison constituée)以及组成科学知识的智力的"构成理智"(raison constituante)之间的区分上,与Fouillé[指导性思想(idée directrice)就像是强制思想(l'idée-force)的一种形式]和Boutroux保持距离,这一区分在今天仍然经常被忽视,但是对于理解皮亚杰在他发生

认识论中的观点表达至关重要。

这一段落同时也显示了年轻的皮亚杰是多么热爱建立在重复(répétition)基础上的数学思想,就像是他在模仿柏格森时所写的那样,与生物形式(forme)对立起来。这是我们能够在《发生认识论导论》(l'introduction à l'épistémologie génétique)中寻找到的对立,它以一种在"所有科学中最理想化"的数学思想与"最现实化"的生物学之间的两极化形式出现。逻辑与生命对立,然而生命有其逻辑而逻辑出自生命。怎么会这样?

规律(lois)的普遍构成原则

从一开始,年轻的皮亚杰就提出了对生命的一种构成原则,以及对进化的一种逻辑。这也就解释了他对于拉马克"增长的构成"(composition croissante)以及"有规律的渐进"(gradation régulière)的坚持。我们能明白是为什么。以这种方式并且仅仅以这种方式,一切都取决于行为以及个体的行为。因此甚至在意识获得之前,皮亚杰在其系统内部提出心理学。因为这是唯一的一种融合了生物、逻辑、伦理三种形式的科学。

"这一推论因此可以这样被表达:为了实现生命机体的绝对平衡的方式来行动,集体地同时也是个体地,这也就是一种深层地对著名的康德主义表达忠实的诠释。"(p.177)

但这也是强调这种平衡社会特征的一种方式。然而应当注意的是,皮亚杰从一开始的"这种伦理平衡与理想的心理平衡相吻合"的思想就是一种社会概念,就像是一种对个人的倍减(démultiplication)。能够用来解释未来的是:思想从自我中心主义(égocentrisme)走向去中心化(décentration);智力的增长从唯我论(solipsisme)、从婴儿走向"绝对的利他主义(altruisme)并戒除了所有的情感"(p.178),也就是完全成熟的成人的特征。

伦理

在这样一种概念之中,"恶就是在某种程度上的不平衡,或者它促进以牺牲部分为方式的目标,或者以牺牲整体为方式的部分。"(p.177)无论是在集体层面还是个人层面,但只要有这种个体与集体的区别,个体就不仅是一种在其自身与部分之间的平衡,也就是所谓的个体(individuelles),但也在其社会倾向与其本身的个人倾向之间构成一种平衡。这就首先引出了一个伦理问题和社会心理(psychologie sociale)的必要性,这使得皮亚杰一直忧心至大约第二次世界大战期间。自《求索》(*Recherche*)以来,皮亚杰尽力解决Tarde与Durkheim之间的对立性,这种对立的双方被他认为在于,一方面,建立在集体之上的个人至上(primat),另一方面,建立在个人之上的社会优越(prééminence)。解决的方案自然就是"一个整体施加于自身的行为与施加于部分的行为之间的性质平衡——这是第二个学派(Durkheim),以及其部分施加于自身的行为以及整体之上的行为之间的平衡——这是第一个学派(Tarde)"(p.170)。这就是对于社会学问题的解决。

“我们刚刚看到性质的生物平衡是如何在个人层面和社会层面、伦理层面上成为心理学的基础的。那我们就只剩下谈论将这两种机体构造一一联合起来的联系了。”(p.173)

美学(esthétique)与宗教

在伦理情况已经被检查完了之后,就只剩下了美学和宗教了。如果我们在皮亚杰(式)的柏格森主义(du bergsonisme piagétien)的笔直发展脉络中已经知道了“生命的绽放是绝对的利他主义”(p.175),我们不会不知道对于皮亚杰来说,伦理是从意愿(volonté)层面而来的,而美则是从感情(sentiment)层面而来的。

对于皮亚杰来说,艺术使生命得到发展。“美丽,就像是机体,在和谐的美学语言中是一种有关平衡的事情。艺术就像生命一样是有关创造的,已知元素总是构成新颖的组合,这些元素被有逻辑地安排在一个整体之中。”(p.188)“艺术构成、建造理想的平衡,美就是来自于对这种平衡的热爱。”(p.186)

宗教亦使生命得以发展。宗教就是大量的生命。“必然超越现实存在”的绝对价值(valeur absolue)只能够化身为一个超越一切的上帝(Dieu)。但是通过一个从此对于作者和读者来说一样熟悉的平衡运动(mouvement d'équilibre),这一“绝对价值存在于任何地方并且也存在于整体之中”。(p.200)上帝因此是内在的(immanent)。

与这一平衡相对应的是一种次要(second)运动,也就是一种介于神圣价值(valeur divine)的绝对与人类的苦难(misère)之间的,而其中的平衡点(point d'équilibre)就在于基督的化身与其在十字架上的牺牲。这神造之人(dieu-fait-homme)将神圣的绝对性与人类的相对性(relatif)联结起来并由此拯救了死亡之人(l'homme de la mort)。

对于年轻的皮亚杰来说,信仰通往对于个人的拯救(salut),但不通往对社会的拯救,后者只能通过一种自由的社会主义(socialisme)或者国际的(internationaliste)、女性主义的(féministe)、和平主义的(pacifiste)、联邦主义的(fédéraliste)以及合作的(coopérateur)人道社会主义(socialisme humain):因为在民族主义之中,部分优先于整体;因为只要女人不能投票也不能被选举,人类的一半就被排除在外了;因为战争与普遍的和谐相违背;因为集中制(centralisme)相对于部分来说更加推崇整体;最后,因为合作是唯一符合理想平衡的,集产主义(collectivisme)会给整体带来“骇人的”优势,并且“小资本政体(régime bourgeois)没有任何手段来保证个人财产与社会财产之间的平衡因而是不正常的,并且是极不公平的(inique)”(p.210)。

心理学

正如我们所看到的,我们正面对着一个极其完整的系统,其用武之地(domaine d'application)实际上可以等同于全宇宙(univers)。有些奇怪的是,这里就像是在《泊里的蜗牛》(les Limnées lacustres)一样,皮亚杰对于心理学谈的比较少。因为

他并不感兴趣，除了一个敏锐的对软体动物的观察（1914）以外，但这已经被Henri Pierson（1911）研究过了，因此心理学以及在不久的未来崭露头角的智力心理学（psychologie de l'intelligence）在《求索》（*Recherche*）中都没有占据显著的位置。心理学延长了生物学——一方面，从个人角度（versant）来说，就像是社会学；另一方面，是在集体角度（plan collectif）上的延续。这样心理学就归结为已知的意识的心理学，就像是在控制支配现实的个体机体构造的理想机体构造语言中的"一种对于物理化学现象的纯粹的内部诠释。"（p. 160）因此总是在理想情况与其实例（instanciation）之间的同样的平衡原则能够解释一切。我们于是理解了皮亚杰在其生命的尽头是如何将这一对于平衡化（équilibration）的第一看法归入一定的范畴下面的，比如，被设想为可能中的一种现实，以及产生实际的和虚拟的新生事物，其协调和综合催生出必要性。

思想的心理学也并没有非常好地得到解释。确实，机体构造保存自己本原状态的趋势来源于辨识原则（principe d'identité），也解释了矛盾原则（principe de contradiction）的来源。至于充分理据（raison suffisante）的原则，正如Fouillé所展示的，它仅仅只是"在其与整体的联合中得到保持"的机体构造的事实。

我们在这里重新找到了在未来将会得到我们已知发展的关于保存（conservation）的理念以及一种基于这三种基本规律的解决思想问题的逻辑方法。

剩下的文本再一次受到了柏格森的启发：思维的空间性质，但是在这里可以归功于一种话语方法，这种方法来自于机体构造通过一种从整体到部分的程序而实现的意识获得（la prise de conscience）。

更有趣的是，根据确认作用（affirmation），理据（raison）就是理解力（entendement）和自我向心（autistique）思想的综合（"理解力就是思维在量的层面上的操作。"）"它（理据）在对于普遍性的追求上近乎理解力，它在对于质的探索上近乎自我向心思想，但去除了这一后者的象征主义（symbolisme）。理据由此拥有了解释机体构造整体的能力，将风格与规律结合在了一起。"

这一段落提及了两个观点。首先，年轻的皮亚杰在他出发去苏黎世之前，已经对来自于Bleuler针对精神分裂症（schizophrénie）的研究中自我向心思想的概念十分熟悉了。这引出了一个有趣的历史性问题。另外，当他讨论象征意义（symbolisme）的时候，他使用了这一术语的一个相当特别的词义（acception）。可能这种象征主义的概念解释了象征功能在他的发生心理学（psychologie génétique）的低级层位。但是它也使我们能够理解皮亚杰为何在不久之后认为思想从自我（ego）向他者（alter）行进，从自我向心（autisme）向利他主义（altruisme）行进。

在这一关于自我崇拜（égotisme）的章节中，对于年轻的皮亚杰来说，就像勒·丹特克曾称之为社会主义化（socialisée）的思想，自我向心思想扮演了一个将各种不同不协调的质（qualités disparates）压缩到同一个画面之中的角色。这是一种接近于梦（rêve）以及他象征主义的思想形式。它既不是柏格森所痛斥的空间化（spatialisante）的失去个性

(dépersonnalisante)的思想,也不是纯粹的直觉。在某种程度上,我们似乎可以将其近乎W. Stern的转导(transduction),作为与具体(concret)密切关联的思想。但是还是十分明显,对于年轻的皮亚杰来说,他随后发展起来的智力心理学(psychologie de l'intelligence)在这第一平衡理论中甚至不存在萌芽状态,然而,鉴于它与行为和价值之间的关系紧密相关,我们甚至几乎必须称之为伦理心理学(psychologie morale)的社会心理学(psychologie sociale)却总是反复出现。

结　论

总而言之,我们可以说平衡化的第一理论是一个世界的理论,就像一个巨大的活物(Vivant),其中物质与形式紧密联系而不可分割,就像是质与量,风格与规律(loi),事实与常态(norme),内在(immanence)与超越(transcendance)。根据并不是纯粹机械的平衡原则,就像是格式塔心理学(psychologie de la Gestalt),另外其中一些规律与年轻的皮亚杰的平衡规律非常接近,但它依赖于整体与部分之间以及部分本身之间的动态交互作用(interactions dynamiques)。对于格式塔(Gestalt)心理学来说,在莱布尼兹(Leibniz)之后,现实(réel)最终成为了所有可能的世界中最好的一个,与之相反,对于年轻的皮亚杰来说,现实只不过是一种可能,而且并不是最好的一个,因为最好的总是还未来到。在这一观点上,皮亚杰的理论是一种拥有现代生态学两面性的生态理论:地球是活着的,因此我们必须通过质来处理地球的问题。但是这是皮亚杰思想的另外一个维度,它值得特别的处理方法以及长期的发展。

然而,接受关于平衡的第一理论是恰当的,这是因为它涉及了有机发生的结构主义(structuralisme)。三个术语:结构(structure)、诞生(genèse)以及有机体都非常重要并且在这样的顺序下,是逐步上升的。

确实,它涉及一种结构主义,是因为我们基本上对整体与部分之间的关系感兴趣的。但是这一结构主义不是逻辑学的。比如,其中完全没有分体论(méréologie)的萌芽。这就更不可能认为这种结构主义与数学类似;比如,在这一理论中,没有任何群体结构(structure de groupe)是显而易见的。它更不是物理的;比如它并没有平行四边形的力(parallélogramme de forces)。剩下的,如果是物理的,那么它将会处在一种格式塔的形式中。因此这是一种奇怪的结构主义,其本身甚至没有通过某个封闭的原则来得到一定的限制。

另外,这种结构主义是具有进化性的,在每一次向前的跃进中,它总是会成为新质的纯粹源泉。它以一个目标、一个终极(telos)为方向,就像是一种末世哲学(eschatologie)。读者很难不会有这样一种印象,这种目的论(téléologie),就是年轻的皮亚杰用作神学(théologie)的,尽管他自己不承认(请查阅p.23),能预料事后的因果关系

(causalité rétrospective)并预示控制论(cybernétique)及其前摄(proactif)和反馈(rétroactif)系统。

最后,这一发生结构主义特别具有有机性(organismique),就是在这里新生事物才是最显著的,就像我们已经反复说过的:应当将知识(connaissance)看作是有生命的。范例(paradigme)就不再是几何数学的了,它是生物学专有的了。柏格森这一阶段就转变成有关机体的事情。针对所有先前的在制造人(homo faber)这一意义上作为制造者的对知识(connaissance)的比喻,皮亚杰将其与一种彻底不同的比喻相对立,就是生命的节约(économie)就像神学家所讲的救赎的节约,就是说一种同时是个体的、生命的、真实的以及萌芽的(chréodique)过程,也就是说,一种必需的过渡(passage),而这一过渡可以被纳入一个时间段(durée)或者有指向的时间(temps orienté)之中。

正是在这一意义上它伴随着现代生态学的思想家而出现,这种现代生态学就像它一样属于柏格森的跟随者并预示了下一个世纪的科学,后者就不再试图将有机(organique)缩减至无机(inorganique)而使生命成为一种所有思想的模范(modèle)。

皮亚杰这一思想的制高点(point culminant)是最经常被理解错的,它给当代知识(savoir)带来大量的贡献,也许这是因为它是最新出现的,因此是最难以掌握的,尤其是因为皮亚杰尽力设法将其载入(coucher)相悖的术语之中。我们如何能让有机睡在(coucher)逻辑的床上呢?在发生结构主义思想中难道没有一种基本的矛盾吗?行为在向符号的(sémiotique)功能的过渡中如何忽然之间附着上一种真理的价值(valeur de vérité)的呢?所有这些都向我们展示出了一种不是很清晰,不然就矛盾的认识论的(épistémologique)状态。这就是为何我们会有这是一种错误的、总之危险的思想的印象。

实际上,并不是这样的。在今天来说,要对年轻的皮亚杰的基本直觉(intuition)进行概念上的整理看上去是比较紧急的事,在其一生中皮亚杰一直忠实于这种直觉,正如他写于25岁的关于平衡化的一张"唱片(live)"上所展示的,这种直觉在1992年跟1918年时候一样地具有预见性,这种时间的跨度甚至接近四分之三个世纪!

文献总汇

Dewey, J. (1993). How we think. New York: D. C. Heath.

Festinger, L. A. (1957). Theory of cognitive dissonance. Stanford: Stanford University Press.

Freud, S. (1960). [The ego and id.] In J. Strachey (Ed. and Trans.), (1961). London: the Hogarth Press and the Institute of Psychoanalysis.

Heider, F. (1946). Attitudes and cognitive organization. Journal of Psychology, 21, 107–112.

Inhelder, B., Garcia, R., & Vonèche, J. (1976). Epistémologie génétique et équilibration. Lausanne, Neuchâtel, Paris: Delachaux et Niestlé.

Piaget, J. (1918). Notes sur la biologie des Limnées abyssales. Internationale Revue des gesamien Hydrobiologie und Hydrographie, (Bd. 6, Série 6, S. 1–15). Leipzig: Biologisches Supplement.

Piaget, J. (1918). Recherche. Lausanne: La Concorde.

Piaget, J. (1936). La naissance de l' intelligence chez l' enfant. Neuchâtel, Paris: Delachaux & Niestlé.

Piaget, J. (1945). Hommage à C. G. Jung / Jean Piaget. In Revue suisse de psychologie et de psychologie appliquée, 4 (3–4), 169–171.

Piaget, J. (1950). Introduction à l'épistémologie génétique. La pensée mathématique. (1re éd.). Paris: P.U.F.

Piaget, J. (1957). Logique et équilibre. Paris: P.U.F.

Piaget, J. (1975). L'équilibration des structures cognitives. Paris: P.U.F.

Piéron, H. (1911). Observations sur le comportement des limnées. In La Mémoire. Paris: Alcan.

Spencer, H. (1982). The principles of psychology. New York: Appleton, D. & Co.

Vidal, F. (1989). Self and oeuvre in Jean Piaget's youth. In D. B. Wallace & H. E. Gruber. (Eds.) Creative people at work (pp. 189–207). New York, Oxford: Oxford University Press.

Watson, J. B. (1929). Psychology from the standpoint of a behaviorist. London: Lippincott.

建构的过程:抽象、概括化和辩证法

〔英〕罗伯特·坎贝尔 著
胡林成 译
曾守锤 审校

建构的过程:抽象、概括化和辩证法

Constructive Processes: Abstraction, Generalization, and Dialectics

作　者　Robert L. Campbell

原载于 *The Cambridge Companion to Piaget*, edited by Ulrich Müller, Jeremy I. M. Carpendale, Leslie Smith, Cambridge University Press, 2009, pp.150–170.

胡林成　译自英文
曾守锤　审校

建构的过程:抽象、概括化和辩证法

一

发生认识论与建构主义

让·皮亚杰的发生认识论核心原则是建构主义。建构主义反对过时的理性主义:知识不是出生时预留在每个人头脑中的特殊知识生成的。它也反对经验主义:知识不是物理或社会环境提供给主体的认知碎片组成的。相反,知识是建构而来的。

发生认识论是一种知识的发展理论。它是关于什么是知识和知识如何发展的理论。

知　识

本章的重点不仅仅是知识的组成。然而,重新强调某些观点并无害处,因为皮亚杰的概念与当代认知心理学、人工智能或心灵哲学中盛行的观点相去甚远。我们可以从经验控制的角度来描述他的发展理论(正如Boom在本卷第6章中所做的一样),在他的理论中对经验的理解并非从信息视角而是从与外部环境交流的角度。

但是,皮亚杰并不想向那些他认为不完整的思想妥协,他坚持自己的知识观。我们将延续他的思想。在他的发生认识论中,知识并不是表象,也不是命题的形式。知识的成分不是我们头脑中与外部世界结构相对应的符号数据结构。

相反,知识是实用的,或者是动作取向的。在皮亚杰的语境中,从根本上来说知识是运算的;简言之,知识主体知道在某种条件下该用特定的知识做什么或特定知识在不同条件下有什么用。

相应地,运算性知识由认知结构构成。对婴儿来说,最基本的结构形式是感知运动动作格式(sensorimotor action scheme)。有一个典型的早期格式(Piaget,1936/1952),人们用它来说明婴儿如何让挂在自己围栏床上的东西动起来(例如,用脚踢一下)。在发展过程中,各种更强大和复杂的结构被建构出来,例如,在童年中期出现的具体运算群集,这可以让孩子们能够对分类、数量和排序进行基本推理。

发 展

皮亚杰(1970)在驳斥旧式经验主义时坚持认为,知识一般不是我们所知道的东西的副本。在临摹之前,我们必须知道我们的知识对象;否则,我们将无法判断我们的副本是否准确。

相反,发展[1]是结构作用的结果。在没有任何外部推动的情况下,需要运行运算结构。当认识主体将结构运用于环境,或将环境同化(assimilates)到结构中,结构会发挥作用:它可能会完成认识主体所预期的目标。但在某些情况下,同化是不成功的:应用这个格式并不能达到预期的目标。例如,如果一个小孩子已经获得了打苍蝇的格式,将其应用到另一个苍蝇是常规同化,通常孩子会达到目标:最差的情况是没有打中,需要再拍一次。但是,如果孩子试图把这一格式应用到其他不同的飞行昆虫身上,譬如说大黄蜂,同化的结果可能不成功:拍打黄蜂被蜇。

当同化不成功时,孩子需要修改格式以顺化(accommodate)环境。例如,孩子可能会不去乱打,直到她确认那个昆虫看起来像苍蝇(在这种情况下可以拍打)还是像大黄蜂(在这种情况下则需要悄悄离开)。将格式顺化于环境可能意味着对其加以限制(例如,将这个拍苍蝇格式只能用于不蜇人的昆虫)或将格式分化成一个或更多的子格式。有时候,成功的顺化需要建构全新的格式。

皮亚杰认为,发展趋向于同化与顺化之间的平衡(equilibrium)。因此,他对发展性建构的最一般的解释是平衡化(equilibration)(Piaget,1975/1985)。依据结构的不同类型,平衡化可能有更复杂的形式。它还取决于结构是否同化和顺化物理环境或者是否同化和顺化认知主体的其他结构(详见本卷第6章)。

超越平衡化

虽然他搁置了其他项目,以便将这一主题写成一本专著,但皮亚杰(1975/1985)意识到平衡化并不是问题的全部。从1968到1979,他对许多不同的建构过程进行了研究:意识,肯定、否定与矛盾,抽象,概括,打开新的可能性与关闭的必然性,辩证法,以及寻找原因(见Vuyk,1981和Ducret,2000的概述)。

这些建构过程都内在地相互联系[2]。它们之间的相互依存关系太多样,不适合在一章内容中讨论。在这里,我选择三个来集中讨论:抽象、概括和辩证法。在皮亚杰的思想中抽象占有特殊地位,但尚未得到足够重视;概括与抽象紧密结合;辩证精神弥漫在皮亚杰所有的后期作品中。更重要的是,尽管概括和辩证法的作品在整个理论中起着

重要的作用，但目前仍然没有英文版。

需要为每个建构过程的形式化表达制定一个基本界限：经验（empirical）抽象对反省中抽象（reflecting abstraction）；归纳概括对建构概括，论辩推理（discursive reasoning）对辩证化（dialecticalizing）。抽象和概括也出现一些高级变体，如反省后抽象（reflected abstraction）或综合概括（synthesizing generalization）。在皮亚杰的理论中抽象和概括紧密相关，尽管为了防止它们之间相互混淆，高级变体的数量和变体的错误倾向差异悬殊。这三个过程（抽象、概括和辩证法）都与平衡化有内在联系，在某些解释下可能会蜕变为平衡化，但每一个过程都有阻止这种蜕变的性质——皮亚杰似乎有意使每一个建构过程保持自己的身份。最后，皮亚杰关于这三个过程的想法为发展研究提供了更多的机会。但是，只有抽象得到了其他研究者的关注，所以还有许多工作要做。

抽　　象

基本平衡化属于与物理环境的相互作用；更精细的形式与认知主体内在的相互调整和整合有关。但是这些平衡化过程没有直接解释如何了解我们自己的认识过程或自己动作的协调过程。例如，我们如何能够准确描述我们是如何完成电线迷宫游戏的？在我们能够正确描述我们如何做之前，我们就已经在操作水平能够完成这种任务（Piaget，1977/2001，第11章）。我们如何识别出我们添加了一些对象的次数呢（Piaget，1977/2001，第2章）？我们如何建立实际上是关于旧结构的新的认知结构？例如，皮亚杰认为，当我们建构形式运算时，这些运算实际上是对具体运算的运算。

经验抽象涵盖环境中对象的属性，这显然是不够的。它能使我们认识到所有白色物体有什么共同点，或者所有松鼠有什么共同之处，甚至所有哺乳动物都有什么共同之处，但它不能告诉我们如何通过电线迷宫的答案。为了回答这些问题，皮亚杰引入了反省中抽象，它抽象出我们认识过程的性质，或者我们动作之间内在协调的过程。它有两个阶段。投射（projection）在较低的发展水平（诸如兴趣的动作协调）获得一个结构，并把它投射到较高的水平（在这一水平可以在意识层面外显地理解协调过程）。反省（reflection）重组了更高层次的结构；我们对自己动作的外显的明确理解并不仅仅是对我们先前认知结构的复制，要想正常运作，就需要与更高层次的其他新结构相结合。

乘法运算的发展就是一个很好的例子。乘法看起来像重复的加法，但孩子们发现它比加法难多了。根据皮亚杰的分析，孩子们必须能够认识到他们每次加了多少。这是经验抽象（empirical abstraction），即使是乘法研究中最年幼的孩子（Piaget，1977/2001，第2章）也很容易地识别出他们每次增加到列中的筹码数量。然而，为了成功相乘，皮亚杰坚持认为孩子们还必须注意他们添加的次数。只有通过*反省中抽象*，孩子们才能理解他们在一行中添加了多少扑克筹码，或者实验者添加筹码的次数。添加更多的数

同样需要反省抽象。

反省后抽象及其他。即使他们认识到2×3=3×2=6，皮亚杰发现孩子们仍然很难预测会发生什么，譬如说，另一个2×3和另一个3×2相加。为了正确地预测这些结果，孩子们需要构造乘法运算*n*次*x*，其中每个*x*是一个加法运算，而不只是增加扑克筹码的数量。这一步需要*反省后抽象*；它是对二次幂的反省中抽象或者是对反省中抽象结果的反省中抽象。

还有一类三阶反省中抽象（见Piaget，1977/2001，第5章中给出的例子），它是一类对反省后抽象的反省。皮亚杰称这个三阶过程为元反省（metareflection）或者反省思维（reflective thinking）。他推测存在更高层次的反省中抽象。

阶段。在皮亚杰关于这个主题的最后思想中，平衡化实际上已经独立于认知发展的阶段（见本卷第6章）。反省抽象不会那么容易实现：它预设了一些发展水平序列。投射是把认知结构从水平*N*-1级提升到*N*级的过程；反省是在水平*N*级进行的重组。

皮亚杰也逐渐接受反省中抽象、反省后抽象和元反省可能与主要阶段的序列不一致。在数学取向的《反省抽象研究》（*Studies in Reflecting Abstraction*）的章节中，反省中抽象出现在阶段IB（前运算阶段的后半段），反省后抽象出现在阶段ⅡB（具体运算的后半部分），而元反省则出现在阶段Ⅲ（形式运算）。但在讨论序列的章节中，皮亚杰有时将反省中抽象放在阶段ⅠA，而将反省后抽象放在阶段ⅡA。在这本书的18章，他又声称反省中抽象出现在学步期，也就是在感知运动子阶段之上。

意　　识（Consciousness）

我们所说的对个体行为内在协调的知识着重强调在反省中抽象和*意识*（*la prise de conscience*）之间存在一个连接。注意到松鼠的共同点——形状、大小、跑动方式、饮食习惯、牙列——并不需要我们意识到我们之前没有意识到的动作；注意到我们不得不做出一个向后的动作才可以获得所有通过电线迷宫的方式。

如果反省中抽象的典型结果是能够逐渐意识到那个向后的动作（Piaget，1977/2001，第11章）或者能够意识到你站立的位置以便你可以释放一个球来击中保龄球瓶（第13章），那么，答案显然是肯定的。

然而，当皮亚杰（1950/1973）最早提出反省中抽象时，他坚持认为，逐渐意识到总是涉及反省，而不是相反。在《意识的把握》和《成功与理解》（*The Grasp of Consciousness* and *Success and Understanding*）（1974/1976，1974/1978）中，他区分了反省中抽象和反省抽象，前者不涉及意识，后者涉及意识。在他的《反省中抽象》（*Reflecting Abstraction*）一卷的第18章，皮亚杰描述了1—2岁孩子使用的反省中抽象，孩子们学会把旋转杆推离他们以便得到一个他们想要的物体。他显然不认为这些幼儿在运用有意识的知识。

知　　觉（Perception）

我们已经看到抽象意味着与内在的建构过程相联系，这些建构过程是皮亚杰在他生命的最后十年尽力想说明的内容（详见 Campbell，2001）。然而，这也被认为是对他理论老旧部分的“向后兼容”（Campbell，2001）。

其中最固执的是他对知觉的描述，这是一种过时的经验主义的解释。皮亚杰（1961/1969）认为知觉产生了一系列的向心性或快照；虽然它在我们的运算格式中起着关键作用，但是，我们从知觉本身获得的知识本身并不是真正运算性质的，这种知识也不能作为任何真正新建构的来源。

人们批评皮亚杰将感知与外部世界之间的互动隔离开来，从而将它排除在运算知识领域之外（例如，Bickhard & Richie，1983；O'Regan & Noë，2001）。在这一点上，我们的担心是有限的。假设我们通过经验抽象来了解事物的属性（或者，有时是我们行为结果的属性），这些属性是我们可以感知的属性。皮亚杰仍然在他的理论中认为，从白色物体中抽象出白色，或者从一般物体中抽象出长度，这一抽象过程已经涉及格式以及对格式的同化。如果他这样做了，他就能够把经验抽象与运算知识结合起来。相反，他认为经验抽象从来没有超越知觉，这就将抽象过程类型的问题留给了自己。

抽象过程总是相同类型的吗？（Is Abstraction Always the Same Kind of Process？）除了被抽象的属性之外，反省中抽象与经验抽象在性质上是否相同？或者说反省中抽象是否是一种具有不同动力的不同类型的过程？如果经验抽象只是对客体及其可感知属性的抽象，而反省中抽象是对动作的抽象，那么皮亚杰偶尔坚持认为在发展早期出现反省中抽象是完全有道理的，因为反省中抽象应该像经验抽象一样在我们的发展早期就开始发挥作用。所以，我们也没有理由期望反省中抽象必须要涉及意识。

然而，与此相反的是，皮亚杰将反省中抽象划分为投射阶段和反省阶段，这在经验抽象中没有对应的阶段。反省中抽象与经验抽象之间过程差异的证据还在于，皮亚杰的反省中抽象的层次结构，对反省中抽象结果的反省（反省后抽象），对反省后抽象结果的反省（元反省），等等；没有哪个层次结构是从以往经验抽象的结果中抽象出来的。

抽象会蜕变为平衡化吗？在皮亚杰的模型中，每个进程都与其他进程相互关联，这种模型的一个困难在于预防每个进程与至少一个其他进程完全相关。因为如果过程 *A* 的身份是由它与过程 *B* 的所有关系所构成的，那么就没有办法阻止 A 失去那个独立的身份并蜕变为 *B*。如果 *A* 和 *B* 在皮亚杰的理论中不那么重要，*A* 到 *B* 的蜕变可能意味着需要合并它们。当 *B* 是平衡化时（平衡化是一个基本过程），如果平衡化还不是基本过程的话，这个问题就变得更加紧迫了。

那么，抽象与平衡化的关系有多紧密呢？反省中抽象是否对应于同化，而经验抽象

是否对应于顺化？有时，皮亚杰（例如，1977/2001，第293，297页）坚持认为，只要有同化框架，就存在反省中抽象。但是发生认识论对这一主题态度坚定：婴儿一旦学会了任何东西，他们就有了格式，并用它们来同化内容。因此，如果拥有一个同化框架就已经意味着执行反省中抽象，那么，抽象就会蜕变为平衡化，其中的反省中抽象只是同化方面，而经验抽象将成为顺化方面。

关于错误问题（The Problem of Error）

建构主义的知识概念如何解释错误，这个问题有点奇怪（在本书6章，Boom怀疑较高形式的平衡化是否必然使人更好地去适应环境）。反省中抽象产生了下一个更高层次的结构，但在任何发展阶段错误都是可能的，没有理由认为每一个新的认知结构都是真实的或成功的。至少，反省后抽象与意识相联系，并且我们能够有意识地误解我们的动作与它们之间的协调。更广泛地说，抽象与概括几乎密切联系在一起（见下文）。概括可能会以以下几种方式出错：它们可能太宽或太窄，它们可以混淆不同的维度，它们可以固着在一个不相关的维度上，等等。

事实上，皮亚杰偶然发现了他认为是通过反省中抽象而产生的错误。其他一些发展心理学家称它们为“成长的错误”：错误答案源于更高级或复杂的思维（例如，1977/2001，pp.48—49，212，228）。但皮亚杰有时也声称，反省中抽象的投射阶段是错误检验阶段（pp.321—322）。为了使他的主张合理化，皮亚杰不得不承认（例如，pp.239—240），一个最终得到纠正的过于宽泛或过于狭窄的概括实际上不是错误；他试图粗略地表明，在这种情况下，结构是正确的，但是对它的应用是错误的。值得注意的是，皮亚杰在他的《概括化研究》（*Studies in Generalization*）中没有重复这个论点。

归　纳

由于抽象与概括之间存在着广泛的内在联系，因此，皮亚杰和他的团队连续两年（1971和1972）对这些主题进行研究（尽管这些书直到1977和1978才出版）。[③]

这并不奇怪，因为每一个抽象行为都建立了更大或更小的一般性的类，而每一个概括行为都预设了一个抽象。

归纳概括（Inductive Generalization）。如果我的结论是所有白色表面都能反射可见光的整个光谱，那么我就是在对白色物体进行概括。但是将白色物体划为一类意味着我将白色抽象为一个维度。对白色物体的概括就是皮亚杰所说的归纳概括[④]，它与经验抽象有明显的相互依赖性。

建构概括（Constructive Generalization）。然而，假设我概括的不是环境中物体的属性而是我的动作之间的内在协调特性。假设我认识到，当我一次增加三个扑克筹码，并做两次这一动作，与一次添加两个扑克筹码并重复三次的结果一样的；而且，如果我重复3×2和2×3一次，我会再次得到相同数量的扑克筹码。我在这里所做的抽象不是经验的，而是反省中抽象（或反省后抽象，当我正确预测两次重复会发生什么）。相应地，我所作的概括是*建构的*。

皮亚杰称相关类型的概括为"建构的"有两个原因：它在更高发展水平构建重组的认知结构，而且这些认知结构都具有真正新颖的特性。由于新的结构形式以及这些形式涉及的新内容，皮亚杰和恩里克斯（Henriques）认为建构概括具有"双建构力"（1978，p.221）

整合与分化（Integrations and Differentiations）。在皮亚杰（1975/1985）的平衡化理论中，第三个和最高形式包含将系统分化成子系统以及将子系统整合到新的更高级的系统中（见本卷第6章）。概括和整合与分化的相互作用紧密相连："在已知结构的基础上构建新的结构（而不仅仅是在新对象中寻找已知的结构，就像回到其归纳概括的开始阶段一样），所以，建构概括自然是通过分化与整合进行的；新结构并不只是堆叠在它们之前的建构之上——一部分新结构源于之前的建构"（Piaget & Henriques，1978，p.227）。下文将进一步讨论分化与整合。

概括有层级结构吗？

让皮亚杰尴尬的是概括缺乏明显的等级原则。从经验的到反省中的，再到反省后的，再到元反省的，直到更高层级的，抽象沿着这样的层级逐级上升。然而，一旦建构概括与归纳概括分化之后，我们并不清楚下一步是什么。在皮亚杰的《概括化》（*Generalization*）专著的许多章节中，他只是把建构性看作一个程度问题。

然而，在进一步的阐述中，皮亚杰将概括与抽象等量齐观。皮亚杰和恩里克斯（1978）根据整合对概括进行了分类。

协调整合（Coordinating Integrations）。归纳概括产生协调整合，它将子系统合并为一个没有自己特性的总系统。这些子系统实际上具有更丰富的特性，尽管总系统比任何一个子系统有更多的分支。例如，将家养犬分为牧羊犬、贵宾犬和卷毛比熊犬是一个归纳概括问题，从皮亚杰的观点来看，这种概括缺乏建构力。

累加整合（Totalizing Integrations）。建构概括产生累加整合。这会产生一个总的系统，其性质与它的任何子系统的性质不同。新的系统属性丰富了整个系统出现之前的认知结构，并增强了它们的能力。

但是将概括与抽象看作一个水平的话仍需比这更精细的划分。

完全整合(Completive Integrations)。所以皮亚杰提出,基本的建构概括产生完全整合。这些完全整合“将较差的结构整合为较完整的结构,最终增加新的运算”(Piaget & Henriques, 1978, p.232)。例如,幂集结构的发展明确定义来自不相交分类中的联合和交叉点(“概括”卷的第1章)。

综合整合(Synthesizing Integrations)。更高级的建构概括产生综合整合。这些整合“从先前被认为异质的几个结构或概念中提取一个共同的结构或概念”(p.232)。将线性速度和角速度合并成一个共同概念的概括(在第12章)是一个典型例子。

外在和内在变异(Extrinsic and Intrinsic Variations)

反过来,每种类型的整合都有对应的抽象形式。但皮亚杰并没有一一对应地说明,他用另一种方式说明了外在和内在变异之间的差异。

而建构概括使它们持续分化(……)这些分化也存在于归纳概括中。但在那种情况下,分化是由外部物体施加的,而不是内生性的。然后,两种形式的概括之间存在着新的根本对立:这取决于分化是否是外生的,并且是由新的、不可预知的观测变量引起的;或者相反,分化与系统内部的转换相联系。(Piaget & Henriques, 1978, pp.227—228)

皮亚杰喜欢把外在的和内在的变异进行对比:[5][6]

内在的差异或变化可以通过必要的推理从(a)属性的意义来确定。外在的差异或变化来自于对外部事实的思考(观察和经验抽象)。欧几里得三角形长度的变化,以及这些边的相等或不相等,因此,它们是内在的:没有长度的边是一个矛盾的概念,两个长度必须要么相等要么不相等。相比之下,无论山峰是1000米、2000米还是3000米的高度,它们都是外在变异:即使我们列举所有侵蚀的可能原因,除了观察和思考之外我们没有任何其他的进展。同样,脊椎动物除了有脊柱外,还存在有没有乳腺的可能性。这种分化仍然是外在的,因为我们还不知道生物化学原因,而这个原因将允许演绎连接(deductive connection)把这两个特点联系起来。(pp.228—229)

在《概括化》一书的第7章,要求孩子们找到一条蜗牛可以从墙顶到花园中间莴苣植物的最短路径。最年幼的孩子只有在观察实际情况后才尝试不同的路径,并发现哪一个是最短的(如果他们确实看到了爬行的过程)。在最高水平,孩子们认识到最短的路径是两个线段的总和,而且当墙被推到一边时,其中一条线段的长度仍然是相同的,所以蜗牛可以横向穿越而非垂直爬行来结束旅程。路径长度的变化始于外在现象并最终成为内在的。

排好阶梯(Lining Up the Ladders)

皮亚杰说，“进一步说明内在变异与反省中抽象之间的关系，或者外在变异与经验抽象之间的关系是毫无意义的事情”(Piaget&Henriques，1978，p.230)。

协调整合不会产生新颖的东西；它依赖于外在的变化，并伴随着经验抽象。

完全整合以内在变异为基础而无须意识，它产生有限新颖的东西；它伴随反省中抽象。

综合整合基于内在变异产生高度结构化的结果，并且涉及意识；它伴随着反省后抽象。

正如皮亚杰所言，“完全整合显然是建构整合的核心，它是综合整合的先决条件，因为要比较和构造的结构首先必须建构出来。更重要的是，在意识层面觉知或者进行主题化说明的加工需要在反省平台进行一次重构(p.234)”。他首选的测试反省后抽象的程序(Piaget，1977/2001)，要求孩子们比较他们已经掌握的相关任务，并说明他们是如何相似或不同的。

不幸的是，整合类型的梯子缺少一个梯级。元反省没有对应物；后来在《反省抽象研究》(*Studies in Reflecting Abstraction*)一书完成之前，他提及“反省中抽象……和它的最后阶段，反省后抽象”(Piaget & Henriques，1978，p.235)。但他也认为，“更高形式的综合整合”在“反省主题化(reflective thematizing)水平”发挥功能(p.235)——典型的说法是元反省。这里出现了一个明显的难题。

再论错误(Error Again)

抽象和概括之间的另一个不同在于，皮亚杰感觉没必要使得建构概括免于错误。《概括化》卷报告了几个成长性错误的例子。例如，将不同长度和宽度的矩形纸板排列，以达到符合总长度目标时(第3章)，ⅡB水平(具体运算晚期)的参与者比ⅡA水平的参与者犯更多的错误。“一方面，这些受试者比ⅡA的人做了更多的推论，经常在发现结果之前进行计算……另一方面，正是因为他们在动作之前进行推理，他们犯错误的风险更大，并且更频繁地探索解决办法。”(p.41)

因此，建构概括可能导致新的错误，甚至一段时间内，总的错误会增加。皮亚杰曾经偶尔断言反省中抽象的反省阶段是预防错误的，但是他没有把这一观点运用到建构概括中。

过程相同，内容不同吗？(Same Process, Different Contents?)

在归纳概括和建构概括之间，在经验抽象和反省中抽象之间，有相当的张力。正如他有时将反省中抽象延伸到任何有同化框架的情况中一样，皮亚杰有时也愿意将建构概括延伸到有同化框架的情形中。在这一点上，他断言，不只是完全整合还有综合整合已经在具体运算的早期开始发挥作用，因为“第一个自然数的建构是通过对类包含……顺序关系的综合而完成的……这是综合整合的例子，其机制尚处于无意识状态”(Piaget & Henriques, 1978, p.235)。

概括涉及一个还是两个过程的问题有点纠结。反省中抽象(Piaget, 1950/1973, 1974/1976, 1977/2001)在两个阶段发挥作用：投射反省和重组反省。建构概括似乎只有重组阶段。这是因为反省中抽象有两个阶段，而且由于经验抽象不使用它们，抽象可能是适用于不同内容的单一过程，因此该看法缺乏合理性。将同一过程应用于不同内容使得归纳概括和建构概括更容易(Piaget & Henriques, 1978)，其代价是使得它们与经验抽象和反省中抽象的内在关系处于紧张状态。

分化与整合(Differentiation and Integration)。在皮亚杰的演讲中，他更清晰地表明，概括的方式涉及分化与整合。

只要比较变异的过程，而不仅仅是它们引发的最终状态，那么概括就部分地涉及每一个分化。概括与每一个整合都有牵连……例如，早在感知运动水平，当两个格式，如抓握和视觉是通过互反同化(reciprocal assimilation)整合起来的，因此，那些既可见又可抓握的对象与那些可以看到但无法抓握(如月亮)和那些可以抓握但看不见(例如，操作屏幕背后的物体)的对象进行对比。但是，这两种特性结合在一起的特殊情况现在与对距离、遮挡、位移等的概括紧密联系在一起。在整合为高级系统的每一级都发生同样的事情；它总是涉及概括，无论是建构的，还是归纳的。(Piaget & Henriques, 1978, p.230)

*概括会蜕变为平衡化吗？*皮亚杰认为，抽象和概括之间有足够的差异，可以防止它们的互反内在关系将它们融合为一个单一过程。但是，如果二者融合起来的话对皮亚杰理论而言也不是什么严重的问题；至少，它们是紧密联系的。

更严重的担忧是，概括可能会退回到平衡化。如果反省中抽象需要的仅仅是一种同化框架，抽象会蜕变为平衡化。如果建构概括正在发生，一旦出现格式内容被同化的情况，概括也会蜕变为平衡化。然而，皮亚杰通常将建构概括与第三种及最高级的平衡化联系起来(参见本卷第6章)。

……建构概括必须达到的连续再平衡化是一种特殊类型。我们在其他地方确定的认知功能的平衡形式中，第三种占主导地位……(这)是不同性质的，当它整合时，具有

累加整合或者综合整合的特点。我们将它称为分化与整合之间的平衡。子系统一旦通过分化被建构，整合将会创造整体结构的形式来吸收它们，同时为这些整体增加合成规则并超越子系统特有的性质。(p.242)

辩　证　法

最后我们要考察辩证法，它要比前两个主题简洁。对皮亚杰而言，辩证法提供的不仅仅是一种发展过程，也是对他自己整个事业的一种元思考(metaperspective)。

辩证的元思考(The Dialectical Metaperspective)

元思考。皮亚杰虽然拒绝了黑格尔或马克思的"辩证逻辑"，但他(1972/1973，1980)想当然地认为发生认识论是辩证的。

主体所探究的客体改变他所处的情景类型，反过来又改变了对客体的认识，这就是辩证互动最典型的原型。有两种主要的方法来实现这种相互作用，我们也习惯于把这两种方法称为辩证法。一方面，我们试图通过它们的发展来澄清这些相互作用，换句话说，将它们置于历史或发生的角度；另一方面，我们试图在不平衡和再平衡方面来分析它们——我们也可以说，在自动调节和因果相互作用循环方面来进行分析。(1972，pp.59—60)

从广义上讲，辩证思维(例如，Sciabarra，2000)是一种系统思维，它将系统的成分看作是内部显著相互联系的——换句话说，一个过程的性质部分取决于它与其他过程的关系。从皮亚杰的观点来看，如果不采用这种广义的辩证视角，我们很难说明任何历史变化或者个人发展的意义。[7]

辩证法以其不断的冲突、对立和超越，表明历史发展的特殊性，它往往局限于梳理出每个人都能认识到的机制。辩证精神无疑比任何一个学派的成员更广泛。(1972，p.85)

我们已经看到了内部关系对皮亚杰建构过程理论的重要性。

辩　　证(Dialecticalizing)

1977年皮亚杰着手进行他唯一的对辩证发展方面实证程序的研究，最终准备出版《辩证法的基本形式》(*Elementary Forms of Dialectic*)的小册子。他最担心的是，辩证将蜕变成平衡化，将发展的各方面(相当平凡的)变成辩证的。

如何区分认知结构的构造是至关重要的，它本身是一个辩证的过程，一旦认知结构

被建构出来，只使用简单的推理方法——正如康德所说的那样，使用纯粹的论辩(discursive)方法，它们就可以从这一过程中提取出来。

在整个认知发展过程中，辩证阶段与论辩阶段交替出现，后者不可还原为辩证法。论辩阶段有时会导致矛盾，但这些矛盾的出现是由于分析不够充分；当更好的定义或更好的推论使这一问题更清楚时，就不需要辩证法来克服这些矛盾。(Piaget，1980，p.213)

论辩活动。然后，论辩活动仅仅通过演绎方法从已经建构的认知结构中得出结论。人们可能会质疑这一结论，认为它没有建构力，但我们也可以看出为什么皮亚杰认为论辩推理不是高效生产新知识的方法；而且，论辩推理与经验观察或外在变异有很大的不同，皮亚杰也发现论辩推理缺乏建构力。反省中抽象或建构概括涉及来自经验抽象或归纳概括的不同性质的过程，这一事实可以防止抽象和泛化退回到平衡化。阻止辩证过程蜕变为平衡化的是纯演绎活动的可能性——一种传统哲学理性主义看法而非经验主义观点。

因果的与推断的。另一个不同之处在于平衡化有因果关系，而皮亚杰认为辩证法是严格推理的。在前者中，皮亚杰希望包括两方面的内容，一方面是我们将因果关系归因于外部物体，另一方面是通过身体的动作在外部世界中施加我们的心理运算。对于后者，皮亚杰说，“其(意义)蕴涵与因果方面是不可分离的，但是却围绕(认识主体)所使用运算的意义波动，而非使用它们在物质方面受到影响的方式”(1980，p.227)。

相互依存(Interdependencies)。虽然所有三种形式的平衡化都被认为是辩证的，辩证过程明确涉及相互依存的建构——相应地，这些相互依存性又是从系统到系统的形式方面的特征。

在辩证过程的共同属性中，最普遍……的是系统A和B之间相互依存关系的建构，而非先前建立的关系。A和B最初的关系被认为是相互对立的，或者是相互没有关系的。当联合起来时，A和B最终被认为是一个新整体T的子系统，其总体特征既不属于它们统一之前的A也不属于B。例如，在第2章的均衡任务中，较小的被试不能立即看出在一个集合中增加一个成分就意味着从另一个集合中减少一个，只有能够协调这两个运算时，才能够保证整个系统是没有矛盾的。(Piaget，1980，pp.214—215)

皮亚杰反对黑格尔的正反合三阶段(triad of thesis-antithesis-synthesis)，认为在辩证过程中不需要发生实际矛盾。而且，皮亚杰的辩证法不仅与平衡中的肯定和否定有特殊的关系(Piaget，1974/1980，1975/1985)，并且相互依存性超越了之前的结构，这些都不足为奇。

……每一个新的相互依存产生新类型的超越，当给它之前的结构增加新类型的超越时，它会产生一个新的整体T_2，其前身T_1现在成为子系统。

例如，在空间视觉方面(第10章)，当孩子在房间中完成180° 游览后他们会发现前与后的相反关系。对孩子而言，这种新的相互依存产生了总体T_1，它已经超越了静态的总体T_0(无须修改投射关系)。但是，对这一超越而言，没有比新的相互依存更多的了。

与此相反,当儿童超越这一点,理解左右关系也可以反转,因此,新的整体T_2吸收T_1将其作为一个子系统,超越概念也有了新的含义。当对超越工具(它是建构概括的一种形式)的超越出现时,尤其如此。(pp.215—216)

尽管皮亚杰完成了辩证法计划,但是与那些他提供了抽象或者概括的主题相比,辩证法计划相对简单粗糙得多。所以,《基本形式》(*Elementary Forms*)给我们留下了很多的研究空间。

错误与梯级。没有迹象表明皮亚杰认为辩证过程不能导致错误。这种特殊诱惑似乎还没有超越他那本《反省中抽象》的书。而且,辩证过程可能会进步,但它没有可以确定的几个水平。皮亚杰最近似于界定任何高级辩证法的是刚刚引述的一段话,他提到"对超越工具的超越"。

新的可能性

用皮亚杰自己的话来说,我们可以观察到他对建构过程的思考仍在经历再平衡化(re-equilibration)。他没有从真正的相互依存关系中整理出所有的伪依从性(pseudodependencies);他也没有对相互依存进行主题化,并将功能水平合理且成功运行的许多内容置于反省水平进行考察;他没有把所有的子系统全部综合为一个总体系统;他也没有在认识论层面合理地将一些外在变异转化为内在变异。

完成皮亚杰晚期发展理论需要其他人不懈的努力。[8]即使那些对这一理论大厦没有特别兴趣的人,也会发现许多值得探索的方向。

关于抽象的进一步研究

皮亚杰所关注的思想只有很少一部分被我们使用。在实证研究中,重点完全放在了反省中抽象上。除了一些直接仿照他的研究(例如,Piché & Laurendeau-Bendavid, 1982),德国的一个研究小组收集了关于年幼儿童在一组几何任务中进步得非常丰富的纵向数据(Schmid-Schönbein, 1985)。成人的问题解决研究偶尔借鉴抽象理论(如,Moses, 1994),皮亚杰的理论有时起到将相互作用论者和维果茨基理论融合的作用(例如,Granott,即将出版)。甚至有人想改造科尔伯格道德发展阶段理论,因为柯尔伯格并没有用反省中抽象来构想这些阶段的发展过程(Boom, Brugman, & van der Heijden, 2001)。

同时,反省中抽象是数学教育工作者和数学学习研究者持续感兴趣的一个话题(例如,Simon & Tzur, 2004)。

抽象理论的适度传播似乎受两个因素的影响。首先,与其他两个想法相比,抽象获得了20年的先机,最初在1950年提出,并在皮亚杰的一些作品中进行了讨论,且陆续翻译成英文(见Campbell,2001)。其次,它出现在皮亚杰的数学认识论中,他似乎总是对数学领域的概念感到满意。我们很难对他的想法进行改善,"(反省中)抽象是一般的数学建构过程:例如,它帮助算术进化为代数,成为对运算的运算"(Piaget,1970/1983,p.125;译者称之为"reflective"abstraction)。

保持开放的可能性

其后的实证研究几乎没有受到皮亚杰概括理论或他的对发展辩证法解释的影响。直到出版了关于概括问题的书,皮亚杰才对概括进行了系统阐述,他对辩证法的重要论述都来自他最后的十年。无论是《概括化研究》(*Studies in Generalization*)还是《辩证法的基本形式》(*Elementary Forms of Dialectic*)都没有翻译成英文,非法语读者只能阅读Vuyk(1981)和Chapman(1988)写的综合性论文摘要。同时,在法语世界的很多人看来,皮亚杰是一个在历史中逐渐凸显的人物:Houdé(2007)是法国领先的发展心理学家,他在最近写的发展心理学综述中对反省中抽象给予了足够重视。[⑨]

本章关注的皮亚杰后期作品虽然充满了令人着迷的想法和实证结果,但是它们仍然有待人们去慧眼识珠。例如,任何严肃面对人类知识及其发展的学生难道不会被《基本形式》(*Elementary Forms*)的第1章所吸引吗?使用让人痴迷的20个问题的游戏,皮亚杰和他的合作者研究谓词、概念、判断、推理的前摄辩证螺旋,同时从推理到判断到概念一直到谓词研究了它们的后摄孪生物。皮亚杰的抽象理论、概括理论和辩证法理论还有许多可能的空间值得我们去发现。

注 释

① 就目前而言，我认为发展是一个渐进的变化，总是涉及一些进步或改进。Leslie Smith解释了逆行变化的可能性（见本卷第3章）。

② 如果过程A以某种方式与过程B内在地关联，那么对于A而言，与B的关系是必不可少的；否则，A就不是相同的过程。另一方面，如果过程A与过程B外部相关，关系可以被拿走或改变，那么A仍然是相同的过程。

③ Ducret（2000）的法语著作为我们提供了一个非常详细的关于皮亚杰研究过程的总结，也可参考皮亚杰的研究计划年表（2006）。

④ 皮亚杰和恩里克斯（1978）使用描述性的方式“归纳的”（inductive），有意避开科学是否使用归纳（induction）或某种归纳论证（inductive argument）在逻辑上是否有效这样的问题。

⑤ 皮亚杰后期作品中的意义（含义）[meaning（signification）]概念受到他对逻辑修正的影响。一个意义蕴涵（蕴涵含义）大致就是一个“如果-那么”陈述，其后件的意义包含在前件的意义中（Piaget，1977/1986）；用更准确的方式表达，“$p \rightarrow q$，如果q的一个意义m嵌入在p的意义中并且这个意义是可递的”（Piaget & Garcia，1987/1991，p.3，Davidson和Easley翻译）。皮亚杰有时使用一种“关联逻辑”来表达意义蕴涵，但他的暗示并不总是意味着对这种特殊形式主义的认可。

⑥ 为它们提供推理（reasons）是将内在变异变为外在变异。这并不意味着如果为它们提供原因，山的高度就会改变；这并不意味着一个先前未知的海拔高度变化与其他已知环境属性（如侵蚀过程）之间的关系变成我们知道的了，并且其他已知特性可以解释海拔高度的差异。对推理的研究是皮亚杰最后的研究项目（Henriques，Dionnet，& Ducret，2004；Piaget，2006）。

⑦ 我们可以原谅将dépassement翻译为“超越（Aufhebung）”或“扬弃（sublation）”——两个术语都是黑格尔综合（Hegelian synthesis）所使用的。综合（synthesis）吸收了正（thesis）和反（antithesis），包括它们的矛盾，归纳它们并超越它们；当一切完成，正和反不再单独存在（Sciabarra，2000）。

⑧ 例如，虽然它有更多值得研究的，但是我们无法通过历史事实来达到这一目的，认识水平的相互作用理论（Campbell & Bickhard，1986）可以看作是对反省中抽象和建构概括的一种解释，它紧紧地将二者与意识（la prise de conscience）联系了起来。

⑨ Houdé的作品呈现了一系列简明的综述，面向一般公众，旨在替代皮亚杰和英海尔德（1966/1969）的同名作品。

文献总汇

Bickhard, M.H., & Richie, D.M. (1983). *On the nature of representation: A case study of James J.Gibson's theory of perception*. New York: Praeger.

Boom, J., Brugman, D., & van der Heijden, P.G.M. (2001). Hierarchical structure of moral stages assessed by a sorting task. *Child Development*, 72, 535–548.

Campbell, R.L. (2001). Reflecting abstraction in context. In J.Piaget, *Studies in reflecting abstraction* (pp.1–27). Hove: Psychology Press.

Campbell, R.L., & Bickhard, M.H. (1986). *Knowing levels and developmental stages*. Basel: Karger.

Chapman, M. (1988). *Constructive evolution: Origins and development of Piaget's thought*. Cambridge: Cambridge University Press.

Ducret, J.-J. (2000). *Jean Piaget* 1968–1979: *Une décennie de recherches sur les mécanismes de construction cognitive*. Genève: Service de la Recherche en Éducation.

Granott, N. (forthcoming). Emergent representation out of actions in social systems: Discovery in collaborative problem solving. *New Ideas in Psychology*.

Henriques, G., Dionnet, S., & Ducret, J.-J. (2004). *La formation des raisons*: *Étude sur l'épistémogenèse*. Sprimont, Belgium: Mardaga.

Houdé, O. (2007). *La psychologie de l'enfant* (2nd ed.). Paris: Presses Universitaires de France.

Moses, N. (1994). The development of procedural knowledge in adults engaged in a "tractor-trailer" task. *Cognitive Development*, 9, 103–130.

O'Regan, J.K., & Noë, A. (2001). A sensorimotor account of vision and visual consciousness. *The Behavioral and Brain Sciences*, 24, 939–973.

Piaget, J. (1952). *The origins of intelligence in children*. New York: International Universities Press. (Original work published in 1936)

Piaget, J. (1969). *The mechanisms of perception*. London: Routledge & Kegan Paul. (Original work published in 1961)

Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. New York: Columbia University Press.

Piaget, J. (1973). *Introduction à l'épistémologie génétique*, Vol 1: *La pensée mathématique* (2nd ed.). Paris: Presses Universitaires de France. (Original work published in 1950)

Piaget, J. (1973). *Main trends in psychology*. London: Allen & Unwin. (Original work published in 1972)

Piaget, J. (1976). *The grasp of consciousness.* Cambridge, MA: Harvard University Press. (Original work published in 1974)

Piaget, J. (1978). *Success and understanding.* Cambridge, MA: Harvard University Press. (Original work published in 1974)

Piaget, J. (1980). *Experiments in contradiction.* Chicago: University of Chicago Press. (Original work published in 1974)

Piaget, J. (1980). *Les formes élémentaires de la dialectique.* Paris: Gallimard.

Piaget, J. (1983). Piaget's theory. In W. Kessen (Ed.), *Handbook of child psychology* (4th ed., Vol.1: *History, theory, and methods*, pp.103–128). New York: Wiley. (Original work published in 1970)

Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures: The central problem of intellectual development.* Chicago: University of Chicago Press. (Original work published in 1975)

Piaget, J. (1986). Essay on necessity. *Human Development*, 29, 301–314. (Original work published in 1977)

Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction.* Hove: Psychology Press. (Original work published in 1977)

Piaget, J. (2006). Reason. *New Ideas in Psychology*, 24, 1–29.

Piaget, J., & Garcia, R. (1991). *Toward a logic of meanings.* Hillsdale, NJ: Erlbaum. (Original work published in 1987)

Piaget, J., & Henriques, G. (1978). *Recherches sur la généralisation.* Paris: Presses Universitaires de France.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1969). *The psychology of the child.* New York: Basic Books. (Original work published in 1966)

Piché, Y., & Laurendeau-Bendavid, M. (1982). La prise de conscience de la négation dans la genèse de la réversibilité. *Revue canadienne des sciences du comportement*, 14, 35–49.

Schmid-Schönbein, C. (1985). "He, sind ja beide gleich groß!" Eine prozeßanalytische Rekonstruktion des Verständnisses von "gleich sein." In T.B. Seiler & W. Wannenmacher (Eds.), *Begriffs-und Wortbedeutungsentwicklung* (pp.167–189). Berlin: Springer.

Sciabarra, C.M. (2000). *Total freedom: Toward a dialectical libertarianism.* University Park: Pennsylvania State University Press.

Simon, M.A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6, 91–104.

Vuyk, R. (1981). *Overview and critique of Piaget's genetic epistemology*, 1965–1980 (2 vols.). London: Academic Press.

皮亚杰认知发展的范畴论模型：一个被忽略的贡献

〔美〕菲力普·迈纳·戴维森 著
孙志凤 译
曾守锤 审校

皮亚杰认知发展的范畴论模型：一个被忽略的贡献

Piaget's Category-theoretic Interpretation of Cognitive Development: A Neglected Contribution

作　者　Philip M. Davidson

原载于*Human Development*, 1988, 31, pp. 225-244.

孙志凤　译自英文
曾守锤　审校

皮亚杰认知发展的范畴论模型：一个被忽略的贡献

摘要：20世纪60年代晚期，皮亚杰提出了认知发展的范畴论式的形式化，并且在70年代对之进行扩展研究。这种新的形式化理论鲜少得到认知发展心理学家的关注。本文将结合皮亚杰对诸如函数、对应、可交换性、平衡化、反省抽象以及可能性的开放等多种研究，对之进行阐释；讨论了范畴论式的形式化核心——态射概念，并描述了颇有价值的态射应用研究实例；探讨了新模式的大量应用，并提出一些可能的未来发展方向。最后得出结论，这种新的形式化为认知过程与认知结构的整合模型提供了一种可能性，因而对建构主义有着特殊贡献。

皮亚杰终其一生都在对认知结构及认知发展进行持续的精细化描述，他的研究工作非常依赖数学逻辑和抽象代数的发展进程。例如，皮亚杰首次对具体运算的系统形式化，就受到布尔巴基代数学家们极深的影响，这使得他将重点放在格与群结构的基本属性上。相应的，皮亚杰对运算结构的描述——群集——也是来自于格与群理论的杂糅概念。群集概念成功地抓住了可逆的二元类与关系运算，这是描述儿童中期发展的概念。皮亚杰认为，儿童思维的特定局限性，使得直接应用标准的数学概念来描述运算结构并不合适。直到20世纪60年代，他都一直相信，有更多的认知操作的起源是群集理论所不能描述的。后来，他转向了一种具有更少限制的形式化工具：范畴论(Eilenberg & MacLane，1945；MacLane，1971)。

本文首先对皮亚杰在认知发展的描述转向使用范畴论进行了概要说明与分析。这部分与皮亚杰最近的标志性研究——比如函数、对应、可交换性、反省抽象以及可能性的开放，与范畴论的核心概念——态射联系起来。然后，再结合一些认知任务的具体分析来评价态射概念的发展。最后，我们讨论皮亚杰所发展的初步的范畴论式形式化带来的理论问题和应用问题。

函数与运算

日内瓦人对于范畴论的兴趣可追溯至对儿童函数概念的研究(Piaget et al.,1968,1977)。这项研究的基本目标是对2—6岁儿童的思维进行积极的结构分析,皮亚杰(1924,1926)更早之前就使用术语"转导(transduction)"进行描述。皮亚杰等人(1968,1977)提出,年幼儿童的思维具有函数结构(例如,$y=fx$),它源自对感觉运动认知系列的同化行动。例如,在玩球的活动中,婴儿会建构出一种关系,"越用力推球,球滚得越远",或者距离是力量的函数(Langer,1980,1986)。同样,感觉运动分类可以在形式上描述成从对象集合至格式集合(Sinclair et al.,1982)的多对一映射。在2—6岁期间,函数的格式变得越来越具象,也正是它构成了因果与逻辑概念的基础。

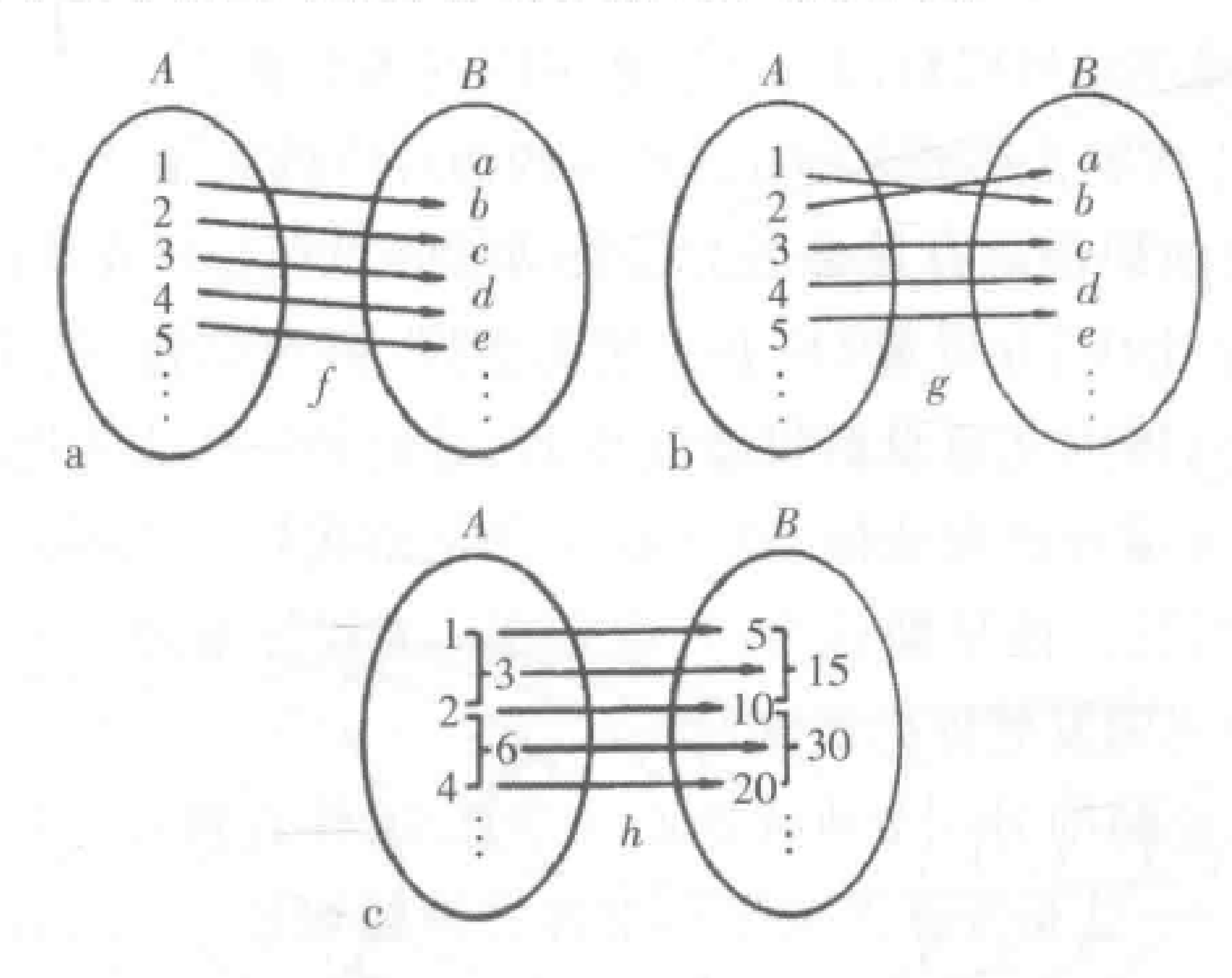
以行动为基础的函数概念可以进行组合,但一般不可逆。这与早期对年幼儿童的思维不可逆性的解释一致,因而不能借助于群或群集等运算结构进行形式化。但是,年幼儿童的思维可以在较弱的范畴论公理下进行形式化(我们将在下文进行介绍)。例如,转导是有序对的组合的形式化,这是最早发展起来的函数概念。皮亚杰等人(1968,1977)正是通过这种前运算的形式化模型,来突出强调儿童能力的系统特性,而非与运算思维相比表现出的不充分性。

根据1968年的这个解释,类别的推理是可见的二元运算的基础,就好像它为行动的组织及其组合提供了反思的基础(包含、蕴涵、逆的组合)。而且,皮亚杰还建议,范畴论式的形式化可应用于反省抽象与可能性开放的过程,因而我们应该对新的认知建构的本质进行澄清(Piaget,1974,pp. 227—231;1975,1985,pp. 151—152;1981,1987a;1983,1987b)。在讨论这些问题之前,我们需要回顾一下什么是范畴。

态射和范畴

范畴是在一些代数对象之上定义态射集的数学对象集(MacLane,1971,pp. 10—12,24—26)(即由同类对象构成的族的共性的抽象)。对象可以包括点、集合、群、向量空间等等。态射(也称箭头)是在给定对象上保持其结构的函数。下图是态射的一个直观例子,图1a中,A与B表示线性序,在A上的序关系L_1,在B上的序关系L_2,f是序的态射,因为L_1每一对关系(例如:$<1,2>$)对应于L_2每一对关系(例如$<b,c>$)。相比之下,在图1b中,g不是序的态射,因为L_1中$<1,2>$序关系映射于$<b,a>$并不在L_2中。在第二个例子中,群集的态射保持二元运算。图1c表示两个群A,B选择的元素,以及解释组合的积(例如:在群A中1+2=3;群B中5+10=15)。函数h是态射,因为它将A中运算值映射于

B中的运算值：即对于A中所有m,n，都有$h(m+n)=hm+hn$。



(a)保持结构，与不能保持结构。(b)二元关系的比较。(c)二元运算的保持。

图1 基本的态射特性图解

图1为两个范畴提供了直观基础：所有的线性序范畴与所有类似f的函数一起，所有的群范畴与所有类似h函数一起。更形式化的范畴的公理如下（MacLane，1971，pp. 7—8）：单位元，每一个对象A都具有单位箭头$\mathrm{id}_A:A\to A$；组合，对于每一对箭头$\langle g,f\rangle$，同时在域和陪域发生g与f（例如：$f:A\to B$和$g:B\to C$），那么可以定义组合gf（例如：g应用于f的结果）；单位态射，不管何时定义gf，单位$\mathrm{id}_B f=f$，$g\mathrm{id}_B=g$；结合律，无论箭头h,g,f的组合何时定义，都有$h(gf)=(hg)f$。

当然，态射的思想曾出现于许多数学分支（例如拓扑学中的同胚），它确实不是起源于范畴论。一种观点认为：范畴论只是对布尔巴基和其他学者描述过的代数结构进行了系统化分析。但是，态射与结构的经典定义是以集合论为基础，这就是我早先以集合论的术语对范畴进行描述的原因（对象是具有结构的集合，而态射则是在这些对象上进行定义的，等等）。范畴论的革新是范畴也可自明地独立于集合论进行定义。如果我们认为：因为每一个对象都是由一个单位箭头确定，所以仅把箭头（而非集合和元素）视为基本术语，从这些公理中发展出理论是可能的。这在直觉上讲得通。实际上，数学家们对于范畴论的兴趣部分是因为它的应用无需考虑集合论的数学基础（Goldblatt，1979；Lawvere，1966）。在较后对范畴论的阐释中，它的基本形式（箭头）可以隐喻着活动与涌现；相较之下，集合论的基本形式（元素）则表达了静态的、预成的含义。这些语义上的讨论与建构主义认识论相关，它对于理解动作的功能发挥也有着基础性的作用。

皮亚杰认为范畴与传统的代数结构差异很大的原因在于，所有的范畴本质上可以描述发生过程，而非只是一种静态代数结构。对皮亚杰而言，最重要的是将结构的传统定义内在应用于一个给定的群、环或其他对象，而范畴的定义可以跨越这些对象来分享它们所共有的内在结构。他强调，对于一个给定的结构，函数通常是解释元素之间的变换；而范畴的态射则可更自然地视为，将我们吸引至模式（元素关系集）间对应的一种比

较(如图1所示的例子)。皮亚杰在1974年进一步将传统代数结构解释成通过纵向过程产生,相较而言,范畴则是可以对同一复杂水平的许多对象进行横向比较的工具。

这样的讨论使得皮亚杰假设:态射或者结构的对应构成了认识论的独特系统,它与变换或运算一样,对认识论而言是必需的也是基础的。在心理发展的研究中,此假设即假定建构对应(通过比较、分析等)独立于建构变换,甚至是建构变换的前提条件:"起初,对应为变换铺路,因为儿童没有发现变换时,他们第一次无需有特定的对应……对应的建构来自于儿童逐步发现变换,这种状态变化的比较"(Piaget,1979,p. 20)。这与他早期的立场形成对比。他早期认为:对应是在儿童操纵与变换对象的行动中衍生而来,而变换则是受单独的发展促力而形成。

在皮亚杰看来,范畴的另一个重要的心理学意义,是它拥有超凡的归纳能力以及对新的可能性的开放——这是皮亚杰关于创造性思维的概念——具有超凡的潜在可能性["这里是真正的创造力,它在我的平衡概念中扮演重要作用:'可能性'是平衡的一个形式至下一个平衡之间,重新获得平衡的时候"(Piaget,1977,p. 350)]。这是因为态射不受任何具体结构的内在规律的限制。比如,群的变换是封闭的,或者群的变换受制于群的内部特性。因为态射的这种开放性,所以大量的态射以及态射的组合都可应用于认知。横向的(范畴内)态射可以由其他的态射(范畴之间的映射,也称"函子")得到进一步的充实,函子使得跨越不同复杂水平的比较得以可能。可能性创造正是涌现于这些潜在的无尽的组合中,因而范畴论也是描述创造力的合适工具(Piaget,1974,p. 227;1975,1985,pp. 151—152)。

另一个与范畴相关的观点关系到反省抽象,或者说关系到通过关于行动的一般特性的推理来获得知识的建构。皮亚杰(1974,p. 231)认为,范畴也是其自身的一个"反省的反省"或"二阶反省抽象",因为它们可以将对应的各种系统的形式作为内容。这表明,范畴论可以清晰表达出:在给定结构的水平上,将其形式转换成更高结构水平上的内容。

为了具体解释上述观点,我们来分析一下关于可交换性的守恒(Inhelder et al.,1975;Piaget,1974,1980a,chap. 11;Piaget,1977)。守恒是在非定量变换情况下对不变量的推论。可交换性是这样一种变换中的推论,即部分材料的去除(比如在宽度方面)正好对应于另一个部分的增加(比如在长度方面)。图2解释了固体物质在这种情况下的对应。这里,物质被视为具有内在结构(部分之间存在关系)的物质[例如,($\langle a,a'\rangle$,$\langle b,b'\rangle\cdots$)]。那么,守恒可形式化为先前内在结构至后续结构保持量不变的态射。皮亚杰及其同事认为,年幼儿童可以通过技术训练较早地理解各种守恒,他们会注意到这些态射,比如通过移去一边的部分并将之黏到另一边去的操作,来慢慢地对物质进行变换。通过训练引起儿童注意自己的行为,来引导这样的对应非常有效(Piaget,1974,1980,cha. 11),这是范畴论对反省抽象建模有效性的证明。这些研究结果也解释了关于早期儿童能力的最近的其他研究报告,像格尔曼(Gelman,1982)的研究以及格尔曼和

白拉尔戈昂(Baillargeon)所作的评论(1983)。

作为可交换性的一个历史性的补充说明，它对于可交换性的量概念的阐释，重申了皮亚杰(1942)所持的数概念源自替换(Vicariance)的观念。在群集Ⅱ中，替换的定义是在随机二元划分的情况下关于类守恒的推论。因而类是人类保存下来未改变的，不管它是被划分成“瑞士人和非瑞士人”，还是划分成“中国人和非中国人”。如果不使用态射的语言，那么可交换性可以描述成在部分重组情况下，量上保持不变的推论。因此，它也是关于替换概念较早期的量化分析。

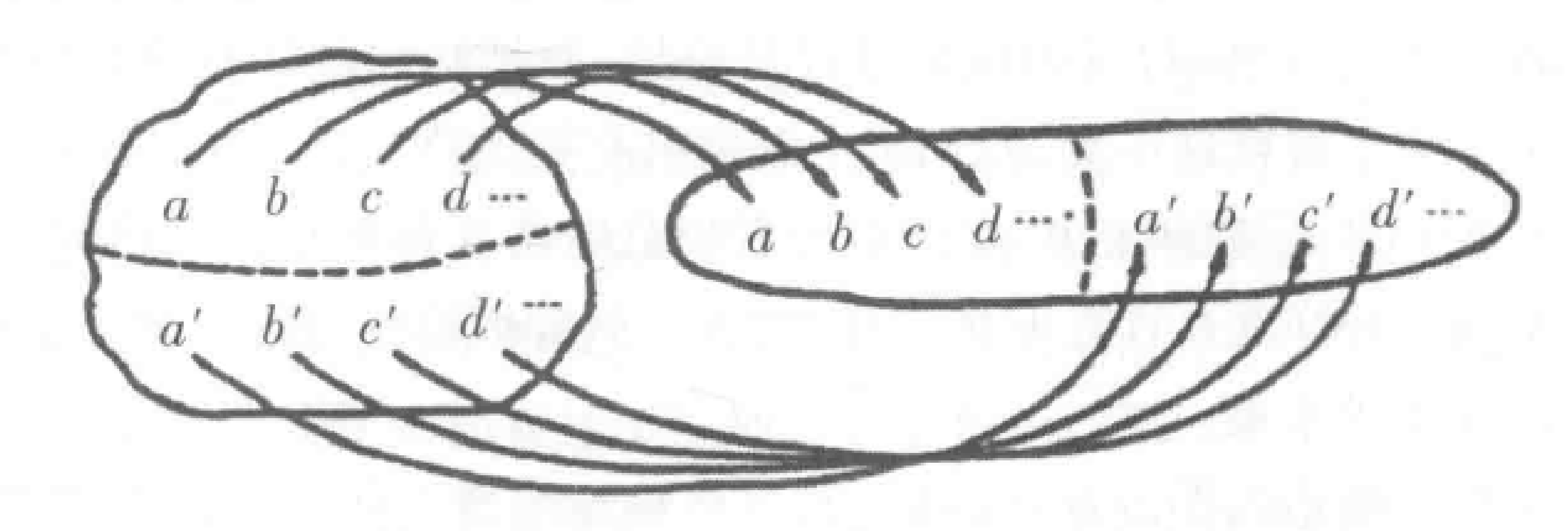


图2　物质的守恒解释为重组后保持部分量的替换性态射

范畴与具体运算

正如上文中所述，皮亚杰等人(1968，1971)早已为感觉运动至具体运算之间所发现的认知能力，发展了一种范畴模型；而且，他(1977)认为，这种形式化也同样适用于中、后儿童期更高组织水平的能力。新的形式化考虑了将函数与运算的出现联系起来的研究，也考虑到最近对所有变换构建的**态射或对应**的重视。范畴的形式化，在很少的公理约束下，包含了更广泛的有差异的结构；而且它在理论有效性上也有提高，它超出以往在许多具体化公理之下定义的群集(这可见于最近关于群集的范畴论式的讨论：参见Wittmann，1975，1982)。

皮亚杰(1977)只是提出新形式化的概要。具体来说，他简要描述了三个逻辑的群集[类相加(群集Ⅰ)，替换(群集Ⅱ)，序列相加(群集Ⅴ)]的每一个是如何构成范畴的。例如，对新的形式化的阐释，将类包含定义成高级类至低级类属性的映射，将类包含的运算定义为表现高级类至低级类之间映射互动的能力，这样就同时保留了两级类别的本质。这与较早的解释一致，即类包含一定要通过协调类的加法与减法，保留了高级与低级的类，同时增加了更多关于过程中所涉及的细节。皮亚杰也主张，范畴的形式可以处理具体运算所需求的以自然的方式进行的逐步组合——相距近的关系比相距远的能产生更丰富、更多可能性的对应——而不是通过早期理论中所需求的特别的公理约束。

在同一篇文章里，皮亚杰提出他尚未探索清楚：包括逻辑与前逻辑群集的单个范畴，它的具体运算概念方面的细节(例如，假定不同的结构来解释时间、空间以及对象的运算概念)。例如，他认为在类相加上(群集Ⅰ)定义的态射也可保留谱系的关系(先前

是在群集Ⅲ和Ⅶ上进行的探讨)。他指出替换(群集Ⅱ)与序列相加(群集Ⅴ)之间的态射,因为新的形式化变得清晰起来。而且,他还以这种时尚的方式分析了守恒与逻辑的群集,这表明了他对于统一逻辑与前逻辑运算的理论兴趣。下面,我们举例来说明以上观点。以一个群集范畴为例,它具有对象 G_i 所有的群集和所有的态射 M_i(将一个群集内部结构映射至另一个群集)。这样的形式化允许运算之间的比较(例如,类之间的,交的并集比较;以及序列并集的,类的并集比较等),包括在非连续(逻辑的)与连续的(前逻辑的)元素上定义的运算。

应用范畴的方法,产生对应的认知过程是前景,而结构内的运算则是背景,后者隐藏在前者之中。为了解释这一点,我们将一般的可交换的格式定义为一个组合箭头 M_c,它联系着连续的和非连续的加法、乘法以及群集范畴的代替性结构。再进一步假设同化定义为观察集 O 至群集 G 的箭头 M_a。那么,观察到守恒操作和推断量守恒的主体,应可描述成组合 M_cM_a 的形成。

下面是读者们熟悉的图表显示,我们可更明确地解释主体如何决定下列图表中的箭头:

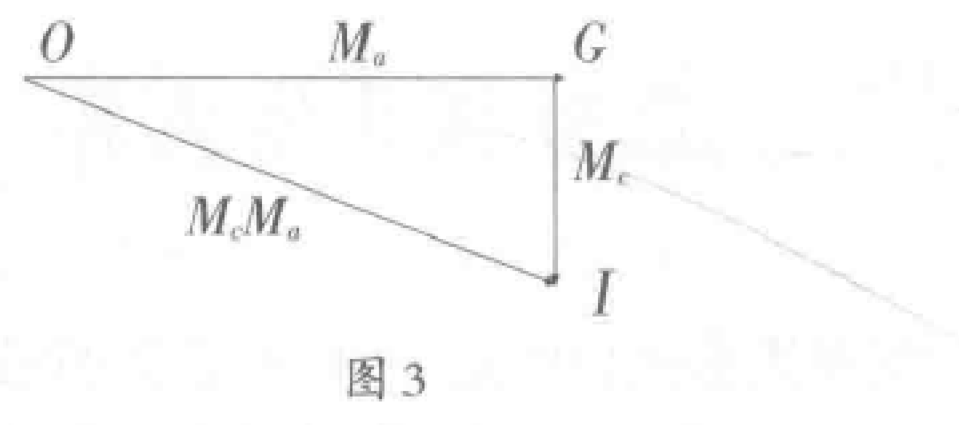


图 3

这里的 O 是观察,G 是群集,I 是守恒推断。

在这里,包含在可交换的态射内的逆与互反操作,可看成为内隐地完成。这在主体自动化的推断方面,扮演着无意识的功能。这一模型产生了可验证的假设。例如,对个体最初形成的形式中一个合理假设,即可交换格式正是替换的一种应用,它先是通过加法的组合,后来则通过乘法态射渐渐完善起来(Wittmann,1975,p. 56,出于相似的目的,概念的平衡化通常是通过可及的态射的逐步组合达成的)。这一假设也可以通过儿童在替代性、加法以及乘法的守恒解释的训练反应来得到验证。

上文简要介绍的方法假定:这种新的形式化解释是可取的,它将皮亚杰群集概念视为具体运算阶段上认知的明确的、不能简化的形式。然而,继续进行皮亚杰的范畴论式研究并不一定要求这种假设(Beilin,1984)。而且,也不必然会推断出范畴的形式化只能应用于儿童的早、中期的能力。显然,这对于婴儿期至成年期认知发展的统一的形式化理论形成,有很强的吸引力。

研究方法论的案例

对"态射的认知是运算思维的基础"这一提法的证明,主要依赖于通过使用态射或

对应重新解释先前界定好的逻辑与定量能力所进行的概念分析。皮亚杰(1977)将保持类外延的替换运算解释为态射便是一个例证。为了更直接地研究此假设，在之前章节中，我改编了三个外显地表现了具体态射属性的拼图游戏。这些任务早就在有关儿童较一般性函数概念发展的文章中描述过了(Davidon，1987)。为了阐释早期态射概念研究的方法，我们对一些与之相关的任务描述及研究发现总结如下。

每一个拼图游戏都包含一个游戏板和许多木制小棋子色块(拼图小块)，其中板上各部分具有不同颜色，拼图小色块与板上各部分颜色对应。正如图4所示：每个拼图小块都有一个基本的颜色，对应于游戏板上某一个颜色；每个拼图小块也都有沿着边缘的更小的次级颜色。因此，根据游戏规则，相邻的拼图小块可以定向，在其边界产生出具体的色块。完成拼图游戏必须满足两个客观条件：拼图小块的基本颜色必须与板上某个部分颜色匹配，小色块也必须能定向相邻小色块的颜色，以使相邻小色块颜色对符合配对规则。

在每一种情形下，其规则都表达了一种简单的数学结构。例如：拼图游戏涉及四种颜色(B是蓝色，R是红色，W是白色，Y是黄色)，规则便是在这些颜色上定义的四元群(Klein群)乘积：<R，Y>在其边界上产生了B；<B，Y>产生了R；<B，R>产生了Y；W是单位元，因此与W相邻的任何颜色都产生了自身的颜色，任何相同的颜色对都产生了W。为了简化规则的学习，拼图游戏被设计成只要发现规则“同样的颜色对产生W”，就能有效解决游戏任务。这个规则的说明(见图4a)在主体完成拼图时需要记在心中。第二个拼图使用正方形的板，其他的小棋子类似于图4a展示的，但是只有两个颜色(G是绿色，R是红色)，规则产生了2元群：<G，R>和<R，G>产生了R；<G，G>和<R，R>产生了G。第三个拼图是以循环的序关系为基础。三角形小棋子必须对应于拼图板上正确的颜色，以至于在小棋子边界上产生的点保持如图4b所示的关系：灰蓝色、黄灰色、蓝黄色。总之，每一个拼图都包含了一种自态射，其中颜色集合映射于其自身，同时保留在集合上定义的结构。

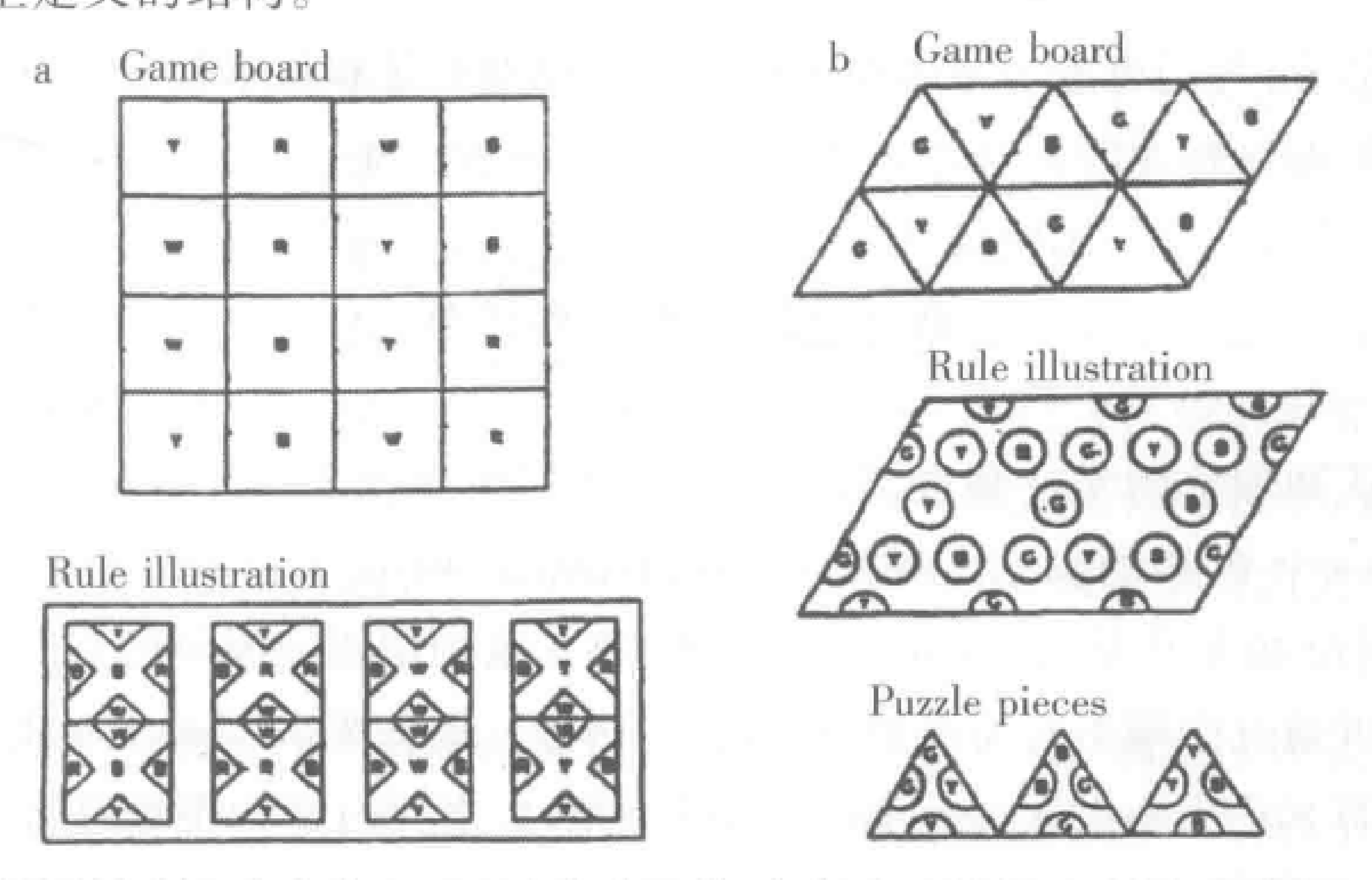


图4　态射问题(a)规则说明了二元关系的保持，也解释了拼图小块(B是蓝色，R是红色，W是白色，Y是黄色)。(b)在着色点中循环序关系的保持(B是蓝色，G是灰色，Y是黄色)。

主体在每一任务中都得到三个分数：元素映射（与板上颜色正确匹配的色块数），结构映射（正确的二元组合数）以及策略。其中策略可以分成4类：(1)试误（随机地加入色块）；(2)元素定向（二元组合的试误调节之后，紧接着色块对应至板上正确的颜色）；(3)结构定向（对游戏板的颜色试误调节之后，进行正确的二元关系组合）；(4)预期（系统地将色块对应于正确的游戏板颜色）。对5—7岁儿童试验的初步结果表明，结构映射能力随着年龄增长，而对期望策略的运用要到7岁开始运用试误策略才能进行(Davidson,1987)。这些发现，同运算与关系在保持结构特征的对应建构过程中涌现这一提法一致。（更高级的态射问题，适合于用来研究年龄更大儿童的运算发展，这方面的讨论可参考Lamon和Scott,1971,以及Baker等人在1971年的观点）

皮亚杰(1979,1980b)假设了对应与变换间存在多种关系，具体可以拆分成三种基本类型。第一类，对应可以经验地表现出来，而且不依赖于对任何一个将涉及的变换的理解，尽管他们通过关注类似的模式或结果可能会有助于对应的理解。第二类，存在一种交互的便于理解的情境，在其中，对变换的识别与对应的实现密切关联。第三类，还存在一种对应，只有在变换的系统得到很好地概念化之后才能被发现。上文的例子在第一种与第二种之间。因而，通过试误，可以依靠经验解决问题。在这种情况下，主体将这种运算保持成一种表象模式（例如，描述正确的方块对的行为表现），当需要与模式匹配时，就在其乘积中进行一种特别的重新调整。另一方面，主体认识到运算是一种规则系统，就会立即继续映射二元组合（例如，映射结构），而不是逐个地或单个地考虑每个元素。在此例中，对变换的理解促进了对应的建构。

未来的研究方向

在这一部分，我们将进一步讨论发展范畴论模型的逻辑依据与意义，并且提出这种发展可能发生的一些方向。

数学模型与自然逻辑

对研究认知理论的学者而言，将特定的形式逻辑属性表达成自然思维的原型并不合适，这是一个熟悉的忠告(Feldman and Toulmin,1976;Johnson-Laird,1983;Lunzer,1978)。20世纪40年代早期，皮亚杰就曾拒绝将儿童的逻辑还原至已有的公理形式，尽管他认同可以通过借用类与关系逻辑(Piaget,1949)、组合逻辑(Piaget et al.,1968,1977)以及命题计算术语(Inhelder and Piaget,1955,1958)，来对自然的逻辑进行系统化梳理。皮亚杰认为，逻辑能力是心理结构的涌现属性。基本上，它与生物科学中的其他研究一样，容易对其进行数学的描述。相应的，他对自然逻辑的解释涉及三种分析水平：用数

学模型拟合认知结构经验性的基本推论；详细阐明逻辑推理的模型结果（从源头上就用形式化，这部分只是提及一下）；获得更多实践数据，以改进深度的数学描述（Broughton，1981）。例如，皮亚杰发明了一种新的数学结构（群集）来表达儿童思维的组织过程，这些源自类别与关系的自然逻辑都得到了实践的证实。类似的，他发明INRC群——描述青少年逻辑能力的数学模型，也是以经验性观察为基础的。

以形式符号来表达自然逻辑理论的优势，在于可以提高理论的清晰性。但是，根据经验所引入的形式化，也许会产生不能预知与不想要的后果。因而，皮亚杰（1986，p. 307）比较晚才谴责“经典的外延逻辑的闲言非语”，即涉及他的形式运算理论易受命题计算应用影响的矛盾。作为一种补救，皮亚杰（1980c，1986）提出一种新的“意义逻辑”，以内涵逻辑的形式化为基础，就像安德森和贝尔纳普（Anderson & Belnap）所描述的那样（1975）。

对自然逻辑进行形式化，更好的方法是在基本的数学逻辑模型自身的形式之内发展逻辑系统。其原因有三：首先，相较于由逻辑学家形式化的逻辑系统，这种发展对于认知的数学描述更能即时地与心理现实关联，且更易回应心理新变化而进行修改；其次，这种方法减少了因根模型上嫁接辅助的形式化产生的模糊性；最后，这样产生的形式化，使得我们的基本假设——逻辑涌现于认知结构的形式中——更真实。因为范畴中内在逻辑的发现，所以在这种情况下对认知结构的范畴论式的解释尤其有前景（Goldblatt，1979；MacLane，1975；REYES，1980）。范畴内产生的逻辑是直觉的而非外延的（Goldblatt，1979，p. 4），且当它们与经验的分析结合起来时，也许相较于其他的方法，是对逻辑思维更自然的形式化。

方法论问题

对范畴论进行发展依赖于如何设计合适的实验任务以及反应标准。正如皮亚杰所呈现的（1977）：尽管已有的概念能力测量可用基本的态射进行重新阐释，这一点非常重要，但是新的测量需要通过模型进行细化的方式，在态射情境下嵌入相关的操作能力的设计。皮亚杰及其同事先前的研究策略是，以具体的群集对应于具体的概念，并以此假设为基础，去开发一些任务来评价个体的群集特性——类包含任务来研究群集I以及其他群集。那么，以范畴的模型为基础，为了研究在不同概念获得过程中，态射及态射组合的出现，在设计实验任务时，就需要同时或者先后对两个或更多概念进行组合。这一点非常重要。

另一个相关问题是关于实验对象反应标准的合适定义。就像刚刚提及的，因为新的测量需要关注概念之间的组合，也需要研究概念的合成以及顺序，所以反应标准也应以一种讲究原理的方式进行定义，而不只是从具体任务属性中进行精选。皮亚杰总结出各种对应-变换关系差异，以及关于它们未来可能的精细化，这对于跨领域归纳原理

性标准可能是有用的基础。例如,低反应水平可以这样定义,无须识别包含的变换,只依赖对应来解决问题;中等的反应水平涉及协调问题的部分对应和变换;而高级水平涉及使用相关的变换来发现对应的新类型。对应于这样一种反应标准,我们的研究方法,就意味着应将任务设计为产生独立的对应和变换的行为表现分数。

结构理论

皮亚杰的结构主义规定:在认知系统的所有水平上部分与整体都存在相互调节作用。在范畴论式模型引入之前,这种部分-整体调节的元理论准则,并未在理论水平清晰地表达出来。例如,INRC 群就是在单一结构下,构成了单独群集的平衡化;但是,群集理论在这种整体涌现的规则下,几乎未讨论具体运算的结构如何变得协调。

至少在外在表现上,早期理论缺乏的正是认知发展的范畴论所具有的,即在独立的子结构之间描述结构关系。换言之,此理论潜在的为子结构间的协调、整体结构中涌现法则的产生,以及从涌现的整体至它的部分之间的调节反馈等方面都提供了一种解释。但是,这并不意味着此理论对这些问题具有强有力的解释,它只是为智能的同步与发展性协调的假设,以及以这些为基础的经验结构的解释,提供了一种更细致的语言描述。

讨论范畴论式模型对认知阶段发展理论的意义,需要回顾一下对确定阶段发展的标准。我们将一些阶段确定标准罗列如下。(a)阶段为形式至内容的转变,例如,皮亚杰将形式运算的特征视为具体运算的内容。转变概念的一般形式涉及定义,对于给定的认知变换集 $A=(f_i,f_j,\cdots,f_n)$,存在一个或更多算子 $F_i:A\rightarrow A$ 与或者 $G_i:\times A\rightarrow A$。(b)阶段为控制论的控制系统。皮亚杰的感觉运动发展理论便是例证。在这个理论中,先前的子类的已有格式的每一个转变,都受更高级控制系统的控制。(c)阶段为前面结构的变形。为了着重说明转变的重新组织过程,一些理论家假设结构终止受功能的自动控制。(d)阶段为概念原理方面的转变。根据论据而非知觉的线索来进行推理,作为操作性思维转变的标准早已为人们广泛接受;另一个例子是凯尔(Keil)(1986)的关于定义特征性转变的标准。(e)阶段为量子跃迁。就像普朗克(Planck)假定的,能量只能以多级常量单位方式存在,称之为"量子"。一些理论家提出认知阶段反映了能被同时识别的心理实体量(表征,组块等)的逐步增加[Case,1985;Halford and Wilson,1980]。(f)阶段为认知复杂性的定性的扩展。复杂性增加的概念从相对中性概念(比如分化,与胚胎形成的类比)至复杂性概念的突破(如英海尔德与皮亚杰提出的对青少年 $n\times n$ 组合推理获得的描述)之间的变化。(g)阶段为能力的一般化水平。理论因为一个或两个理由,也许能预测跨概念领域同步的程度,也许可以假定不同的概念表现受正式发展机制的限制,因此独立的发展时程与缺省一致;或者可以假定不同的表现是相互促进的,以约束它们中任何一方面不至于落后太远。前一提法并没有为确定阶段贡献特别标准;后者与皮亚

杰早期的著作有关联，表明阶段可扩展为期间，在其开始时由少量能力的同步为标志，后来通过能力一般化水平及能力的巩固与积累为标志。

阶段的描述与皮亚杰的范畴的形式化一致，它包括一些上文未描述的特征，也不同于皮亚杰早期对阶段的描述。首先，形式化模型基本上朝向主客体相互作用的具体分析，而且必须考虑这些相互作用类型的差异。因而阶段的定义与产生不同形式相互作用的概念域相关。其次，因为形式化允许细致的结构分析，所以可沿着皮亚杰的感觉运动阶段至六个阶段的分辨标准，在一个更高的分辨水平进行定义阶段。对于更高级能力的特征，先前由推理的中间形式来刻画，现在可以进行实质性的形式定义。另一个结果是成人认知高级阶段的实质性形式定义得以可能（Powell，1984）。再次，转变是由形式转变至内容而进行的形式化。我们将在下文讨论发展过程；这部分呈现的模型的结果是转变，它包含了潜在认知复杂性方面的指数增长。最后，模型表明：许多认知活动涉及跨概念域对应的建构。因为一些对应比另一些对应更自然也更有可能性，所以模型无法预测在任一时点上能力的整体强化或同步，但可以预测相关领域某一簇内持续增长的同步，以及在不相关簇之间的连续增长的不同步。

过程理论

新的形式化最有前景的方面是其最适于对发展过程进行建模，就像认知结构一样。我认为，发展模型就是指结构如何产生新异性的理论，皮亚杰平衡化理论便是一例（1975，1985）。许多这类问题，最后必将需要发展过程的范畴模型来处理。在此，我提出其中的两个核心问题：领域认识的平衡以及更强结构的平衡。在这两种情况下，描述新异性的产生涉及对两种类型的相互作用进行细化：**变换的对应，以及具有自我参考知识的领域内容**（比如，关于结构自身的活动过程的知识）。

领域认识的平衡化关系到主体对一些具体领域内容的稳定理论的建构，比如数学或道德，包括这些领域内在的变换规则。在目前的模型中，领域是认知结构的主要居所。在单独域中，产生的内在的变换规则，是因为主客体相互作用的不同的可能形式。例如，个体与数学对象的相互作用不存在相同的形式，与道德对象的相互作用也是如此（Turiel and Davidson，1986）。相似的变换规则也许会产生于特定的单独域。某种程度上，相似的主客体相互作用是可能的。域的“簇”是一群分享一个或更多变换规则的域，单个域的边界，即变换规则应用的范围，其中的规则也不同于其他域所共享的那些规则。

认识结构的平衡化可以进一步解释为反馈系统，它(a)构成被观察事件与其整体化推理之间的对应，(b)构成主体行动（关于观察到的事件）与其整体化推理之间的对应，(c)有关被观察事件运行的推理与主体行动整体化推理之间的对应。

这种反馈系统可以通过函子与具体的范畴概念来表达。函子是范畴之间的态射：

对于给定的范畴A,B,函子$F:A\rightarrow B$规定范畴A中每一对象a,对应于范畴B中的对象Fa,范畴A中每一箭头f,对应于范畴B中的箭头Ff(Maclane,1971,p. 13)。一个具体的范畴C,是一个具有映射C中每一对象至一个“潜在的”集合,且映射C中每一箭头(态射)至这些集合上定义的对应函数的函子(MacLane,1971,p. 26)(这样的函子被称之为“健忘的”,因为它失去了在范畴C的对象上定义的结构)。函子概念的重要性在于,潜在的集合可用来建模检验现实中的无法解释的状态,而范畴C的对应结构则是主体对这种现实的解释或表征的建模。现在,我们将认识领域定义为具体的范畴K。

$K=$ $I_o \leftarrow I_A$

F

$E=$ $O_o \rightarrow O_A$

Ff_i

图 5

这里O_o与O_A分别表示在环境E中对事件观察的集合、主体的行动;I_o和I_A表示对事件及行动的推理结构或理论,包括它们的变换规则;f_i是保持这些变换规则的态射。左图表明了对应的平衡与变换的平衡之间的振荡。前者是对观察与已有理论之间相似性的最大化同化过程。根据先前的观察推论出的属性(I_o)是因为新观察(O_o);或者同样的,新的观察同化于已有的理论。后者则是一个演绎过程(f_i),它尽量去证实这些推理,即观察物体的行动表现与物体如何整体化的已有理论一致的推论。新异性正是在证实过程中,经由否定或距离(需验证的与行动之间的距离)出现而产生的。

例如,一个封闭图形的周长为常量,图形内面积在形状变换的情况下是否守恒的问题。这个问题(O_o)可同化于已有的可交换的格式(I_o)。应用的变换规则为根据取走图形的部分面积由加入另一个部分的面积所补偿。这时,主体会通过操作图形(O_A)去证实这一点,导向推理(I_A)相同的行动会在某个维度最大化图形的长度,而在另一维度上最小化长度。根据哪一边的面积趋向零,哪一边的长度就最大,这种通过引入任何一个新异的参数,比如长度,对先前可交换态射面积(I_o)进行修改;随后可交换性又作为不变形变换的具体情形。

更强结构的平衡化的中心问题是,形式至内容的转变。这在范畴论式模型中可以表达成函子的建构$G:K\rightarrow M$,这里的K是领域认识(包括推理的结构I_i,I_j,I_k等),M是态射范畴(比如M上的每一对象是K上的许多对象之间的箭头,态射范畴是由麦克莱恩(Maclane)描述的,1971,pp. 40—41)。

形式至内容的转变是通过令对象在一个更高的抽象水平M上表达在较低抽象水平K变换来建模的。对于K上任一箭头,G给定M上的一个对象。(I_i^h表示$I_j\rightarrow I_i$所有的箭头;I_j^k表示$I_k\rightarrow I_j$所有的箭头,等)。因而,M的态射是K上箭头之间的对应,或者是通过与独立的、具体的事件相互作用,源自K的变换形式的一般抽象(比如前文有关面积守恒的例子)。M的建构包含了潜在的认知复杂性的指数增长,因为K的态射数量是以指数级超出K的对象数。从K至M的转变可以解释为阶段转变的模型,就像前一部分的讨论,两者都是因为这种扩

I_j I_k

$M=$ $M_i\varepsilon I_i \longrightarrow M_j\varepsilon I_j$

G

$K=$ $I_i \longleftarrow I_j \longleftarrow I_k$

图 6

张的复杂性，且都是因为形式至内容转变是通过在K中内隐的转变成M中外显的。应该注意到，这种模型并不神秘，获得由M所表达的更高水平的抽象，是因为M的组成元素只是对发生在K中的建构所进行的反省。

从水平K至M的进展，这是获得逻辑有效性——单独根据推理的规则，而不是根据前提的实际状态，决定论据有效性的能力——这个概念的一个例子。想象一下，主体开始用各种程序来证明命题，对于个体的推理结构（比如面积），每一个都是具体的。这样的证明程序是K中的箭头，或者是M中的对象。最终，主体会反省此两种程序的相似性。这种反思是M中的态射，以及构成了对逻辑有效性形式的最初的抽象。最终，这样的反省会进一步合并成为越来越平衡的有效性概念。这个例子揭示了模型在具体运算水平阶段之外的应用。

我们应该认识到：在更高的抽象水平上，没有动机或系统动力学方面的解释，新的平衡化模型是不完整的。在皮亚杰（1975，1985）的理论中，动机是受"扰动"而产生的，或者对当前认识水平不满意的一种情绪状态。对这个问题更详尽的讨论不属本文讨论的范围。但是，它的确表明：在一个完全细化的模型中，应将思维的元素定义成包括了认知成分（例如表征）与情感成分（例如确定或怀疑的程度）的向量。

即便这个模型未对情感方面作具体规定，这些例子也表现了基于范畴论的认知建构主义在描述上的弹性。例如，因其建构主义假设，在此范畴论式认知模型中，关于系统的内部目标，其表达充分性的界定是内隐的。在第一个例子中，已有的可交换格式表达不充分，源自对关系进行解释的目的。其中的关系，即已有的面积知识与新异的形状变换之间的关系。在第二个例子中，关于验证的意图，已有验证程序的表达是充分的，但是对理解各种不同验证程序中的对应的意图，这方面的表达不充分。相较于哈尔福德和威尔逊（Halford & Wilson，1980）提出的范畴论式理解，这其中表达的充分性是指一个符号系统对环境中特殊部分镜像的有效性。

结　论

由皮亚杰提出的范畴论式的简要模型，相较于他早年的研究，鲜少受到关注，尽管此模型潜在的价值超过了他以往的模型。本文对经验性研究发现的回顾支持了此模型的假设，即运算思维的转变伴随着或者是在获得态射的认知之后，或者伴随着保持变换规则的对应的建构。本文对于后者进行了概念分析，探索了皮亚杰形式化理论更一般的可行性。对两种类型反省抽象的形式分析的呈现，揭示了对皮亚杰最初形式化进行发展研究的方法。尽管超出本文论述范围，但是全面的细致的模型为认知结构的描述提供一种弹性语言，对于婴儿期至成年期发展变化过程一样适用。形成结构与过程模型的潜在整合是建构主义理论的一个重要机遇与挑战。

致 谢

本文的简版发表于1986年5月在费城召开的第十六届皮亚杰研究论坛。我非常感谢哈利·百林、马克·比克哈德、罗伯特·坎贝尔、杜宾斯基(Harry Beilin, Mark Bickhard, Robert Campbell, Dubinsky),以及乔纳斯·朗格尔(Jonas Langer)对早期文稿的评论。

文献总汇

Anderson, A., & Belnap, N. (1975). *Entailment: the logic of relevance and necessity.* Princeton NJ: Princeton University Press.

Baker, J., Bruckheimer, M., & Flegg, H. (1971). A pedagogic approach to morphisms. *Educational Studies in Mathematics*, 4, 252–263.

Beilin, H. (1984). Dispensable and core elements in Piaget's research program. *Genetic Epistemologist*, 13, 1–16.

Broughton, J. (1981). Piaget's structural developmental psychology: II. Logic and psychology. *Human Development*, 24, 195–224.

Case, R. (1985). *Intellectual development: birth to adulthood.* New York: Academic.

Davidson, P.M. (1987). Early function concepts: their development and relation to certain mathematical and logical abilities. *Child Development*, 58, 1542–1555.

Eilenberg, S., & MacLane, S. (1945). General theory of natural equivalences. *Transactions of the American Mathematical Society*, 58, 231–294.

Feldman, C., & Toulmin, S. (1976). Logic and the theory of mind. In W. J. Arnold (Ed.), *Nebraska symposium on motivation* (Vol. 23, pp. 409–467). Lincoln: University of Nebraska Press.

Gelman, R. (1982). Accessing one-to-one correspondence: still another paper about conservation. *British Journal of Psychology*, 73, 209–220.

Gelman, R., & Baillargeon, R. (1983). A review of some Piagetian concepts. In J. H. Flavell & E. M. Markman (Eds.), *Handbook of child psychology* (4th ed., Vol. 3, pp. 167–231). New York: John Wiley.

Goldblatt, R. (1979). *Topoi: the categorial analysis of logic.* Amsterdam: North-Holland.

Halford, G., & Wilson, W. (1980). A category theory approach to cognitive development. *Cognitive Psychology*, 12, 356–411.

Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. New York: Basic. (Original work published 1955).

Inhelder, B., Blanchet, A., Sinclair, A., & Piaget, J. (1975). Relations entre les conservations d'ensembles d'éléments discrets et celles de quantités continues. *L'Année Psychologique*, 75, 23–60.

Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models*. Cambridge MA: Harvard University Press.

Keil, F. (1986). On the structure-dependent nature of stages of cognitive development. In I. Levin (Ed.), *Stage and structure: reopening the debate* (pp. 144–163). Norwood NJ: Ablex.

Lamon, W., & Scott, L. (1970). An investigation of structure in elementary school mathematics: isomorphism. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 95–110.

Langer, J. (1980). *The origins of logic: Six to twelve months*. New York: Academic.

Langer, J. (1986). *The origins of logic: One to two years*. New York: Academic.

Lawvere, F. (1966). The category of categories as a foundation for mathematics. In S. Eilenberg (Ed.), *The proceedings of the conference on categorical algebra* (pp. 1–20). New York: Springer-Verlag.

Lunzer, E. (1978). Formal reasoning: A reappraisal. In B. Presseisen, D. Goldstein, & M. Appel (Eds.), *Topics in cognitive development*. Vol. Ⅱ: *Language and operational thought* (pp. 47–76). New York: Plenum.

MacLane, S. (1971). *Categories for the working mathematician*. New York: Springer-Verlag.

MacLane, S. (1975). Sets, topoi, and internal logic in categories. In H. E. Rose & J. C. Shepherdson (Eds.), *Logic colloquium*, 73 (pp. 119–134). Amsterdam: North-Holland.

Piaget, J. (1926). *Judgment and reasoning in the child*. New York: Harcourt, Brace & World. (Original work published 1924).

Piaget J. (1942). *Classes, relations, et nombres*. Paris: Librairie Philosophique.

Piaget, J. (1949). *Traité de logique*. Paris: Librairie Armand Colin.

Piaget, J. (1970). *Structuralism*. New York: Basic Books.

Piaget, J. (1974). Structures et categories. *Logique et Analyse*, 17, 223–240.

Piaget, J. (1977). Some recent research and its link with a new theory of groupings and conservations based on commutability. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 291, 350–358.

Piaget, J. (1979). Correspondences and transformations. In F. B. Murray (Ed.), *The impact of Piagetian theory* (pp. 17–27). Baltimore: University Park Press.

Piaget, J. (1980a). *Experiments in contradiction.* Chicago: University of Chicago Press. (Original work published 1974).

Piaget, J. (1980b). *Recherches sur les correspondances.* Paris: Presses Universitaires de France.

Piaget, J. (1980c). The constructivist approach: Recent studies in genetic epistemology. *Cahiers de la Fondation Archives Jean Piaget*, 1, 1–7.

Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures.* Chicago: University of Chicago Press. (Original work published 1975).

Piaget, J. (1986). *Essay on necessity. Human Development*, 29, 301–314. (Original work published 1977).

Piaget, J. (1987a). *Possibility and necessity: The role of possibility in cognitive development.* Minneapolis: University of Minnesota Press. (Original work published 1981).

Piaget, J. (1987b). *Possibility and necessity: The role of necessity in cognitive development.* Minneapolis: University of Minnesota Press. (Original work published 1983).

Piaget, J., Grize, J-B., & Vinh-Bang. (1977). *Epistemology and psychology of functions.* Dordrecht: D. Reidel. (Original work published 1968).

Powell, P. (1984). Stage 4a: category operations and interactive empathy. In M.L. Commons, F. A. Richards, & C. Armon (Eds), *Beyond formal operations* (pp. 326–339). New York: Praeger.

Reyes, G. E. (1980). Logic and category theory. In E. Agazzi (Ed.), *Modern logic: A survey* (pp. 235–252). Dordrecht: D. Reidel.

Sinclair, H., Stambak, M., Lezine, I. Rayna, S., & Verba, M. (1982). *Les bébés et les choses.* Paris: Presses Universitaires de France.

Turiel, E., & Davidson, P. M. (1986). Heterogeneity, inconsistency, and asynchrony in the development of cognitive structures. In I. Levin (Ed.), *Stage and structure: Reopening the debate* (pp. 106–143). Norwood NJ: Ablex.

Wittmann, E. (1975). Natural numbers and groupings. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 53–75.

Wittmann, E. (1982). Groupings. *Cahiers de la fondation archives Jean Piaget*, 3. 273–293.

皮亚杰论平衡化

〔瑞士〕皮埃尔·默辛格 著
胡林成 译
曾守锤 审校

皮亚杰论平衡化

Piaget on Equilibration

作　者　Pierre Moessinger

原载于 *Human Development*, 1978, 21, pp. 255-267.

胡林成　译自英文
曾守锤　审校

皮亚杰论平衡化①

摘要

本文对皮亚杰最近关于平衡化的工作进行了回顾和讨论,对平衡化的思想进行了考察,并介绍了皮亚杰的平衡化模型。平衡化与动态平衡是不同的,与强调自组织以及平衡增长的辩证发展也是不同的。另外,对一些评论进行了考察。

皮亚杰对于平衡思想的兴趣可以追溯到他18岁时所写的"哲学小说"(Philosophical novel)(Piaget,1918)。在文中,平衡与价值判断纠缠在一起,他认为,平衡是生物系统和社会系统的终极的最好状态。平衡思想一直占据着皮亚杰的思想(Piaget,1936/1954,1947/1950;Moessinger,1978),经历了像他的阶段理论一样的发展之后,最终到达50年代中期的"平衡"阶段(Inhelder and Piaget,1955/1958)。这一阶段可以分为三个亚阶段:(1)英海尔德(Inhelder)和皮亚杰(1955/1958);(2)皮亚杰(1957);(3)皮亚杰(1975/1977)。显然,贝塔朗菲(Von Bertalanffy)推动了从第一个亚阶段到第二个亚阶段的发展。心理学家(Pinard and Laurendeau,1969),生物学家(Waddington,1957)和哲学家(Mischel,1971)的贡献,以及其他人的贡献,促成了皮亚杰从第二亚阶段向第三亚阶段的转化。关于这一点,应该提出的问题是平衡化理论发展的充分条件是什么。因为,成熟和社会传递这两个因素可以放弃(皮亚杰没有从其他人那里得到平衡化的思想),我只能想到一个解释:平衡化自身!尽管我们拥有大量的关于皮亚杰的平衡思想的纵向发展的资料,但是本文仅限于平衡化的第三亚阶段。这对于阶段问题就已经足够了。现在让我们进行基本的区分。

在经验科学中,平衡对应于真实系统的不变属性。在封闭的系统中,当系统只有一个真正的状态时被称之为静态平衡,而系统重复经过同一状态时被称之为循环平衡。在平衡状态,系统对微扰做出反应并抵抗有些微扰的影响。在静态平衡状态,系统对微扰的反应将让系统回到初始状态。而在循环平衡状态,对于微扰的反应将让系统回到

初始的循环,而且经常回到微扰介入的点之上的地方。在开放系统中(例如,生命系统),平衡则是不同的,因为不变性是通过与环境的交换而获得的。不变性包括有机体的结构,而不包括不断变化的成分。借用皮亚杰的说法(1975/1977),我们将A,B,C等称之为一个圈的组成部分(例如生理圈),把A',B',C'称之为环境因素,它们是那个圈的延伸。那么生物系统可以用下列方式来进行描绘:

$$(A\times A)\rightarrow(B\times B')\rightarrow\cdots(Z\times Z')\rightarrow(A\times A')\rightarrow\cdots$$

这样一个系统可以称之为结构性循环系统。皮亚杰也使用圈的比喻来说明认知系统,例如A,B,C等是协作的图式,A',B',C'是环境中的情况,它们被A,B,C分别同化。视觉的协调及理解是这一圈或者亚圈的例子。如果A是被试的视角图式,A'是所见,交互作用$A\times A'$(本身圈或者亚圈)控制(→)$B\times B'$,其中B是理解的图式,B'是所理解的。接着,$B\times B'$控制$A\times A'$:

$$(A\times A')\rightarrow(B\times B')$$

当一个新的情况A''出现时,已知的系统可以有不同的改变:

(1) A''代替A',没有其他变化:

$$(A\times A')\rightarrow(B\times B')\rightarrow(C\times C')\rightarrow\cdots$$

(2) A''影响了这个系统的功能:

$$(A\times A'')\twoheadrightarrow(B\times B')$$

(————————————)

循环被打断。

(3) 有一个补偿改变:

$$(A\times A'')\rightarrow(B_2\times B')\rightarrow(C\times C')\rightarrow\cdots$$

的确,这种改变在循环中也许有不同方向的反响。例如,B_2也许涉及环境情况B'',等等。

认知系统不同于生物系统:因为认知系统的发展,它们倾向于从环境情况中脱离出来。例如,儿童在具体运算水平的推理比形式运算水平的推理更多地依赖于他们所操纵的客体。至于数学家所建构的系统,我们不能通过事实来进行系统的质疑(1+1=2,甚至是一滴水加上一滴水,结果也许是一滴水)。

广义地讲,动态平衡可以被看作是从一个圈到另一个圈的确定的变化。圈内引发改变的条件是强大的扰动,这种扰动与环境因素A',B',C'是不同的。动态平衡是有机系统的本质特点,它可以通过以下方式被分解:(1)初始圈,即每个可以以同样的方式继续;(2)扰动足够重要产生了新的东西;(3)系统的反应,即调节;(4)新的圈,即情境不需要新的调节。

与辩证法的密切关系在这里非常明显。不过,由于受到机械平衡中微扰的影响,人们经常认为3是由2引起的,4是由3引起的(Machlup,1963)。在这一概念中,我们只需要知道什么扰动没有改变平衡,什么扰动确实改变了平衡,并且是以何种方式改变的。

皮亚杰从动态平衡的常见观点出发:(a)新的平衡不是其他的平衡,它只是一个提升了的(增大意义的)平衡,即,系统完成转换使之更加精致,能够适应更一般的情境;(b)系统与环境之间的交互作用导致了再平衡,没有线性的因果关系,2只能引发3。需要强调的是,皮亚杰的平衡不是静止的,它是稳定的流动(见Bertalanffy),1932),并且稳定性是逻辑思维的稳定性而非行为或者心理过程的稳定性。正如皮亚杰(1957)对平衡化问题所强调的,稳定对应于一系列的补偿,被试得到的补偿越多,稳定性和行为就越多。

"平衡化(equilibration)"这一术语源于"平衡(equilibrium)"似乎对我们有误导作用,因为相对于平衡概念本身而言,皮亚杰对自组织系统更感兴趣。增大意义上的平衡是从生物科学[后成论(Epigenesis)]中引进的一个概念,在社会科学中并不常用。所以,非常有必要强调皮亚杰的平衡与机械的、化学的,或者热力学的平衡没有什么关系。相反,它解决的是爬上熵的斜坡的平衡问题。

皮亚杰的理论建构

现在,我要从认识论的观点出发,沿着皮亚杰的概念,总结他的平衡理论的核心。这样的话,我会略去皮亚杰理论的许多特点。皮亚杰的分析基础是,假设被试具有主动的同化图式,并且有被试活动的现实环境。认知的发展(一般是知识的增长)源于同化图式与现实的互动,以及同化图式之间的互动。皮亚杰已经对这些互动及成分进行了详细的描述(同化与顺应,聚集与联结,整合与分化,协作与可观察,等等)。在最近的研究中,皮亚杰(1975/1977)再次研究了这些互动,包括平衡的结构化过程中的互动。

互动的类型

认知发展中的平衡主要涉及三种类型的互动。

(1) 被试与环境之间的互动,即,客体同化到同化图式的过程与图式顺应于这些客体的过程之间的平衡。存在相互的守恒,因为客体A',B',C',…只能存在于图式A,B,C,…的关系之中,客体是动作过程的必要条件。"同化与顺应构成一个整体,在这个整体中A与A'相互控制;但是,在失败情况下,它们对应于两种相互矛盾的意义,这样会导致动作的放弃"(Piaget,1975/1977,p.9)。

(2) 在亚系统之间存在平衡,例如,图式之间的协作。各个亚系统发展速度的不同步会导致不平衡(水平偏移)。

(3) 最后,亚系统与包含它的整体之间的平衡。例如,火车的位移与火车内的乘客的位移之间的协调,假定位移的两个亚系统的规律被考虑到了。

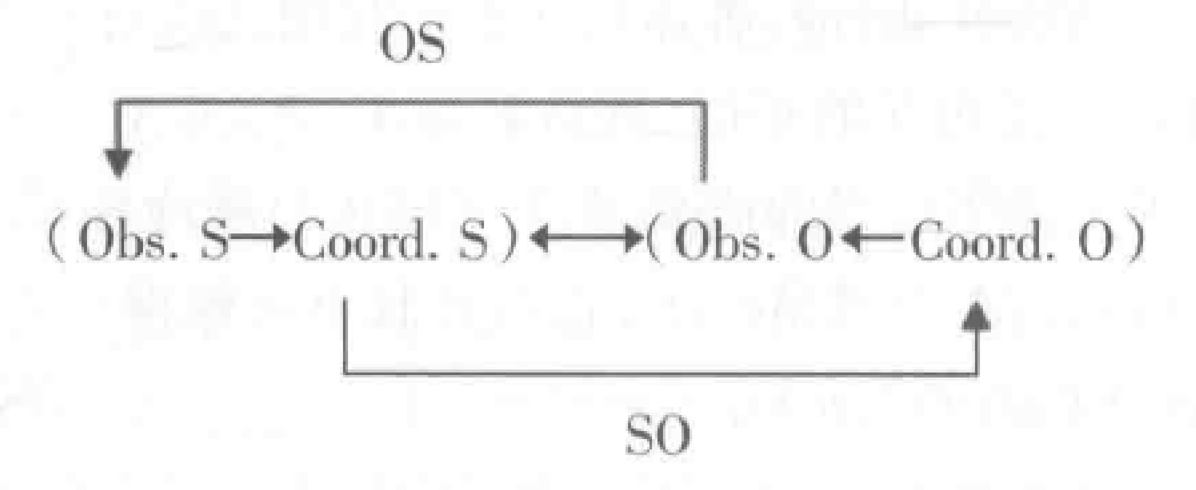
可观察性、协作与平衡的一般过程

可观察性来自于现实环境，而协调性则是各种因素的特点，它超越了现实环境。所以，例如，一个简单的外延概括（从“有些”到“更多”）并不意味着推理性的协作，尽管从“一些”到“必定是所有”需要推理性协作，因为在现实中并不能找到必要性。[②]这种区分与对经验抽象与反思抽象的区分是平行的（Piaget，1977）。经验抽象是对客体的性质的抽象，这种性质是它们本身所具有的，不是被试通过推理而加于它们的，例如，重量。但是反思抽象则是对推理性协调的操作。换言之，不存在纯粹的经验抽象（它是一个极端），就如同不存在纯粹的观察——排除任何的推理——一样。接着，经过一定的发展水平后，协调可以从观察中解放它们自己，如同反思抽象可以通过在以前的反思抽象的基础上发挥自己的功能一样[这种就是皮亚杰所说的反身抽象（reflexive abstraction）]。[③]

皮亚杰对被试在自己动作中（Obs. S）进行发现的这种观察与被试从客体中直接读出（Obs. O）的这种观察进行了区分。平衡化的一个重要特点是把握到意识的过程，[④]这一过程源于以上两个观察过程，或者如皮亚杰（1974/1976）所说，从外围到核心。此处，从客体到被试这一方向（OS）要比从被试到客体这一方向（SO）重要。

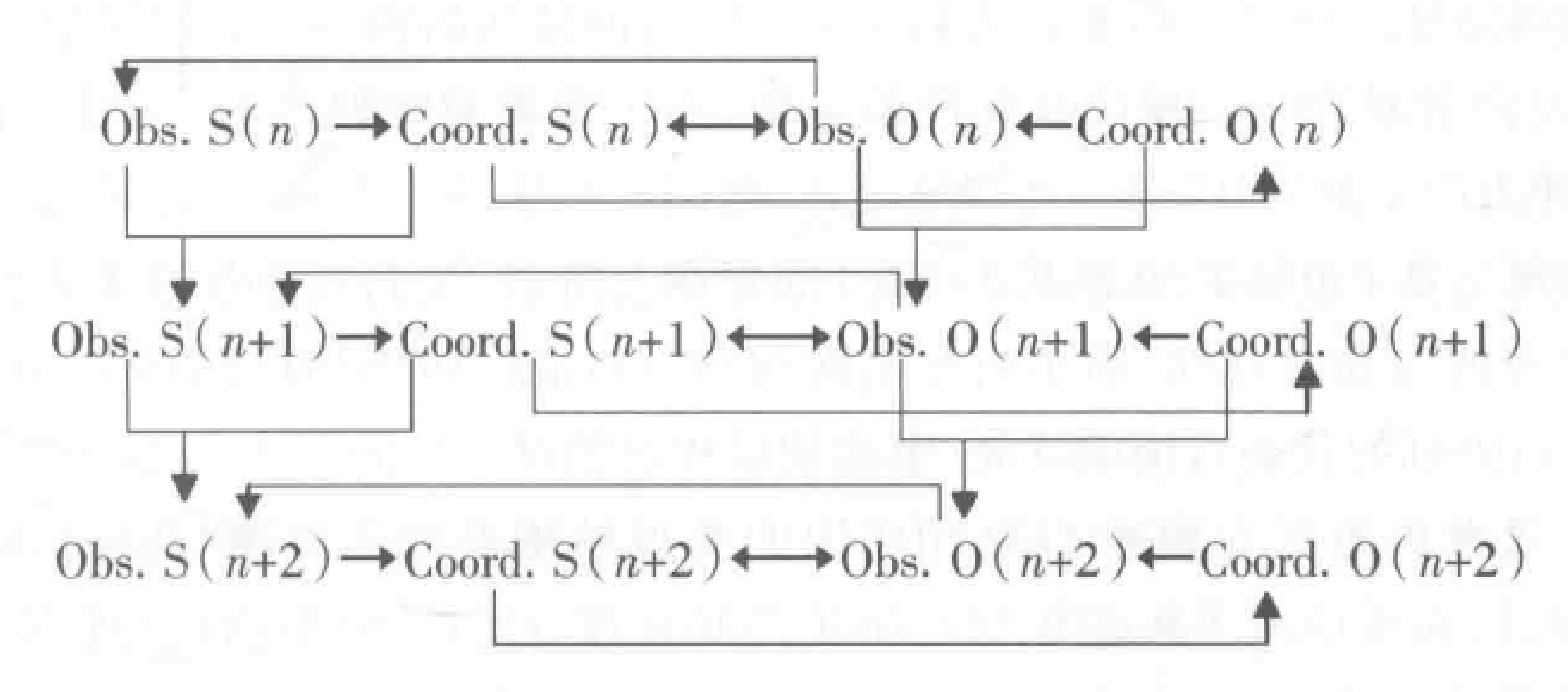
进一步区分了被试动作之间的协调（Cood. S）与被试之间的协调（Cood. O）——假定它们在彼此的基础上发生，在这种情况下，方向SO是平衡过程中的优先方向。在因果解释的过程中这一方向同样处于优先级别。在因果解释中，源于Cood. S的确定的系统被认为是被试观察到的结果（Apostel et al.，1973；Piaget and Garcia，1974/1971）。那么，就可以认为现实像模型一样发挥作用。所以，皮亚杰同意莱布尼茨的说法，“在现实中没有因果，只存在理由”。似乎可以将平衡本身理解为知识发展的原因，它不仅仅是一种描述，也不仅仅是一个理论根据。

在这里无须再引用皮亚杰的许多例子以及不同的交互作用，我要直接介绍平衡化的一般模型：



符号 ↔ 表示整体的、持续的瞬间的平衡（Piaget，1975/1977，p.52）。SO和OS已经在前文中做了解释。

动态平衡以下列方式从一般模型中导出：



这个模型只是认知发展动态平衡的简要描述而已。例如，它不能预测将会发生什么再组织化，它只能告诉我们皮亚杰认为在再组织化发生时哪些交互作用是必需的。Obs. O与Obs. S之间，Coord. O与Coord. S之间的区分只是一种假设而已。尽管这些区分是以皮亚杰的非常复杂的内隐(有些是外显的)知识为基础，但是，正如皮亚杰所承认的(Piaget，1975/1977，p. 154)，它们与事实之间的对应关系并不明显。例如，在发展过程中很难区分Obs. O与Obs. S，因为对客体施加动作的被试会看到自己的行为，同时也会看到自己行为导致的客体变化。至于区分协作与观察之间的不同也面临相似的问题，因为客体通常是在源于协调的一定框架中被观察的。但是，皮亚杰模型的重要特点仍然具有创造性，即，被试与客体之间基本的交互作用的发展是在相反的两个方向发生的：因果联系的寻找是一个方向，而对于意识的逐渐把握则是另一个方向。

反应或者再组织化

在检验皮亚杰的再组织化分类的假设之前，应该清楚的是在儿童的日常生活中所发生的各种扰动中，能够引发再组织化的扰动似乎非常罕见。一个新的事实经常对系统不产生任何改变，例如，如果没有图式来同化新事实，或者如果事实被变形后进入一个已存的图式，或者如果它进入一个已经准备纳入它而无须任何改变的类中。反过来，认知发展中的不平衡最终会导致新的更好的平衡(Piaget，1974，Moessinger，1977a)。

皮亚杰区分了三种反应或者再组织化。α反应，它由微小的扰动所引发，存在于相反方向的补偿中。简单的例子是“伸手够到”行为，例如，伸展胳膊以便够到一个已经移开的客体。β反应，当为了整合扰动而出现一种走向平衡化的改变的倾向时，这种反应会出现。所以，β反应是再组织化。皮亚杰提到了因果解释的例子，这个例子与无法预知的事实是矛盾的。这一扰动会引导被试完成或者替换他的解释，其途径是通过另一个已经整合了新事实的解释。这种再组织化发生在认知发展过程以及科学概念的历史发展过程中。γ反应，在这种再组织化中，真实的扰动是可以预期的。例如，如果一个被试已经获得了透视法的结构，他不会因为看到投影而惊讶，因为这一投影已经包含在这

一结构的可能转换中了。再平衡来自于对系统可能转换的预期。“这些转换之间的主要差异，以及两种动作——发生在相反的方向，每一个都意在取消对方而达到一种平衡（如同两种力的平衡一样）——之间的差异，是同一系统的一部分，所有的转换被完全绑定起来以便运算 T 蕴涵 T^{-1} 和结果 $T \cdot T^{-1}=1$ 的存在。所以，我们对补偿的理解是在系统的组织中存在的内在对称性，而不再是消除扰动”（Piaget，1975/1977，p.69）。系统的关闭消除了来自外部的任何可能的冲突（就像数学中的情况一样）。

反应或者再组织化没有与交互作用的类型精确地联系起来（Piaget，1975/1977，p. 72），而且，在反应或者再组织化与阶段之间存在一定的不确定性。皮亚杰在《关于“矛盾”的研究》（*Recherches sur la contradiction*）（Piaget，1974，vol. 32，pp. 168—170）中指出，反应或者再组织化按照顺序开始，即，α反应在感知运动阶段开始，β反应在具体运算阶段开始，γ反应在形式运算阶段开始。

然而，皮亚杰在《思维发展》（*The Development of Thought*）中认为，三种反应和再组织类型出现在每一个阶段（Piaget，1975/1977，p. 69），但是却没有提供在感知运动阶段中出现γ再组织的例子。稍后的想法涉及数量守恒（Piaget，1975/1977，p. 117—119）。在第一个水平，香肠的粗细被忽略（尽管已经感知到了），这包含了α反应。在水平Ⅱ，还有一些不稳定性，而在水平Ⅲ，被试可以预见到如果香肠被拉长的话，它会变细，这说明了β再组织的存在。在水平Ⅳ，不仅可以预见到转换，而且转换变成了可逆系统的必要部分（Piaget，1975/1977，p. 124—125）。

稳定性

在我所说的“一般”概念中，平衡越稳定，它能够抵抗的扰动也就越大。所以，在真实的系统中，稳定性依赖于可以破坏平衡的已存扰动的出现频率。扰动的出现频率越少，平衡的稳定性越高。然而，由于与扰动相反的是自动调节过程，所以，还可以通过对自动调节或者再平衡的强调来定义稳定性。显然，皮亚杰的观点更接近后者而非前者。在认知发展过程中，稳定性是指被试的认知系统，它可以被理解为一些认知能力的不变性。皮亚杰认为（Inhelder et al.，1977，p. 109），平衡性越高，系统就越稳定。

当扰动被整合，系统被重组，新的空白和新的矛盾也随之而来。打个比方来说，当被试试图理解现实而接近现实的时候，现实又退了回去。在知识的成长过程中，存在无数的空白和扰动的后退或者回归。特定的扰动也许是暂时的，但是扰动的存在对于知识的成长似乎是必不可少的。非常有必要指出无知与知识一起增长，恰如再组织与扰动一样。

误解与批评

正如我们刚刚看到的，误解主要来自于动态平衡的一般概念与皮亚杰的增强意义

的平衡之间的差异。通常，在前一个概念中，平衡是一个人为的模型，新平衡仅仅是另外一个平衡。在后一个概念中，平衡是一个真正的过程，其特点在于自组织。皮亚杰认为，并非存在这么多的扰动作为空白（新功能主义者传统的需要）来引发再平衡，这一过程本身又提出新的问题：新观察的事实和需要协调的亚系统的多样性，带来了意识上的新的空白，反过来又引发了再平衡化……

关于平衡化的众多批评和质疑可以在《思维的发展》的附录1以及在皮亚杰80周年诞辰纪念活动中的讨论记录（Inhelder et al.，1977）中找到。甚至在皮亚杰的著作出版之前，他的平衡化观点就引来一些批评（Bruner，1959；Flavell，1963；Pinard and Laurendeau，1969；Zazzo，1960）。在众多的质疑与批评中，我只聚焦于平衡的解释范围这一问题。其中有一个针对平衡化早期版本（Inhelder and Piaget，1955/1958）的批评，布鲁纳（Bruner）（1959）认为平衡化思想毫无用处，认为这一思想对于渐进可逆性概念没有增加任何新内容。皮亚杰在回复中区分了作为心理加工过程的平衡化与作为平衡化的逻辑结果的可逆性（他有时也混淆这种区分）。另外，巴贝尔（Papert）（1963）针对布鲁纳的质疑，他认为渐进的可逆性不能解释平衡的增长。其他的批评者认为，很难确定到底在什么意义上平衡化可以解释认知发展。如果平衡化是一个过程，那么解释发展就是解释平衡化，尤其是增强意义的平衡。如果平衡化是一个理论工具，那么就有可能运用它来推导出增强意义的平衡。这些质疑是各种批评的核心所在，它们主要来自于塞勒里尔（Cellérier）、恩里克斯（Henriques）、诺文斯基（Nowinski），以及普利高津（Pregogine）（Inhelder et al.，1977）。依据这些质疑，我在其他地方（Moessinger，1979）已经表明，皮亚杰对于增强意义的平衡进行了双重解释。有时候，他认为平衡的增加是理论的一部分，它源于持续同化的假设以及被试的行为需求（另见MacNamara，1976）。另外一些地方，他认为平衡的增加是一个不可解释的一般事实，其原因植根于描述之中。在另外一些情况下，他的解释又跳出了以上两种解释之外。

但是，我们似乎很难阐释一个对应于平衡化事实的确定的数学模型。对此，我知道有人做过尝试（Saari，1977），虽然很有趣，但是还是多少曲解了皮亚杰的假设。兹瓦特（Sinclaire De Zwart）认为，我们需要一种新类型的逻辑语言。对于增强意义的平衡思想进行进一步研究的可能方向可以按照塞勒里尔（1976）的目的性（teleonomy）或者布日（Bunge）的突现（emergence）来推进。

这些批评并没有停留在需不需要一种平衡化理论来解释发展。根据巴贝尔（Inhelder et al.，1977）的看法，只有三种可能的方法可以解释智力。

第一种认为，人类的智力源于被放置到一起的孤立的每个部分，例如，纽维尔（Newell）和西蒙（Simon）的观点。第二种是乔姆斯基（Chomsky）天赋论（innatism）的一般化。第三种是平衡化的一般化。按照前两种观点，在发展过程中就没有什么实际的新东西可言，因为什么东西都已经在被试那里要么以部分的形式要么以整体的形式预先编好了程序。所以，在巴贝尔看来，即使皮亚杰的平衡化的假设结构是错误的或者不完

整的，它也会被另外一种平衡化的理论所取代。

我对此的看法是，可以通过证明前两种解释中的某一种与现实是一致的而完全证伪平衡化假设。但是，更进一步来说，心理学家正面临许多无法证实的假设。例如，他们很难找到除了皮亚杰提供的例子之外的例子，对此他们也许很失望。毫无疑问，为了便于检验，我们需要将平衡化假设进一步准确化。英海尔德（Inhelder et al.，1975）、兰格（Langer）（1969）、列斐伏尔（Lefebvre）和皮纳德（Pinard）（1974）及其他人已经在这一方向的认知学习及矛盾性领域做了大量的研究工作。的确，当初皮亚杰在建构自己的理论时，他不仅仅考虑的是心理学事实，而且尝试完善自己的假设，使之与其他领域，如生物学或者生理学中的大量的已经证实的事实相一致（Piaget，1967/1971；1976）。平衡化还应该与知识成长的认识论问题相一致。平衡化的优点和缺点成就了这种广泛的兼容性：优点，这种兼容性可以预防来自其他知识领域的矛盾；缺点，缺少实验基础。不幸的是，我们很难在一个新理论中既具有实验基础又具有广泛的兼容性。倾向于哪一种理论建构与我们的科学意识形态有关。

总之，平衡化就像新机器的样机一样需要许多调整。它的设计甚至是为了经得起那些调整。但是，问题也许是机器太新了。

注　　释

① 受到瑞士国家科研基金（伯尔尼）的支持。感谢埃尔米纳·辛克莱（Hermine Sinclair）为本文提供的认真详细的建议。同样感谢Mario Bounge, Albert Morf以及Diane Poulin-Dubois在我准备本文期间与我进行的富有成效的讨论。感谢Olga Favreau将我的法国成语翻译为英语。

② 为了将必要与确定感[伪需要（pseudonecessity）]区分开，要求被试提供观察到的概括的理由（Piaget, 1977）。

③ 而且有一个中间情境（伪实验抽象），它涉及属性——之前由一个被试施加于环境——的抽象。例如，一个被试通过确定两个有记号的线段是等长的这一环节而掌握了属性，虽然这些属性不在客体中，但是却通过操纵客体而被引入。

④ 在皮亚杰（1975/1977）的作品中被误译为“意识”（awareness）。

儿童在双序列任务中
“对应关系”的建构

〔瑞典〕依南娜·博哲德-帕潘德罗普洛 著
孙志凤 译
陈家刚 审校

儿童在双序列任务中“对应关系”的建构

Children's Constructions of Correspondences in Double Seriation Tasks

作　者　Inanna Berthoud-Papandropoulou

原载于 *The Impact of Piagetian Theory: On Education, Philosophy, Psychiatry and Psychology* (Chapter 3), edited by Frank B. Murray, Baltimore Maryland: University Park Press, 1979.

孙志凤　译自英文
陈家刚　审校

儿童在双序列任务中“对应关系”的建构

本研究包含一系列有关长度的实验研究，具体着眼于儿童在“对应”以及“对应与转换”之间联系的建构。为达成研究目的，我们开发与设计了一种特殊的研究技术和情境。

被　试

34名儿童，年龄为3—10岁，其中3—7岁的有30名，7—10岁的有4名。他们都是日内瓦当地的小学生，取样根据实际年龄挑选。

实验材料

1. 八根长短不一、颜色不同的木棒。最短的木棒为3厘米，最长的为10厘米，每根木棒与其相邻木棒长度相差1厘米。

2. 一个盒子的下半部分和一张大小可作盒盖的纸。

3. 两个不同形状的木头物品：一个是方块，一个是半个鸡蛋形状。儿童被试可以在实验介绍部分熟悉它们。

4. 一把剪刀。

5. 数支铅笔。

实验任务

实验要求儿童在保留当作盒盖的纸片的情况下，找到一种方法将木头物品放进盒

子里，也就是要想出将纸片剪一个洞这个方法，把物品放入盒内。为了帮助儿童想到该方法，实验者要求儿童在当成盒盖的纸张上画上一个大小合适的圈。在介绍这个实验任务时，实验者要求儿童在纸上画一个大小合适的圈，以便木方块可以通过，然后再画一个圈以便半个鸡蛋能够通过。接着再要求儿童在纸张上，画一个圈，其大小与方块和半个鸡蛋都不匹配。

这个实验程序是为了让儿童了解到，物品的形状和大小与他们画的可使物品进入盒内的圈存在一种对应关系。必须指出的是，将纸张上画的圈剪成洞这一行为必须由年龄最小的被试来完成。因为年龄较大的被试在纸上画圈时，就意识到这是洞，甚至能想象出物品穿过洞的场景。

实验过程

实验要求儿童必须将小木棒按水平方向放入盒内。实验设置了多种不同情境，我们在这里仅介绍其中研究结果比较有意思的三种情境。

情境Ⅰ

要求所有小木棒都通过洞进入盒内。

实验要求儿童寻找一种方法把所有木棒都能放入盒内。解决方法明显是使洞的大小与最长的木棍相适应。（虽然曾经有一个故事，讲的是牛顿在家门上钻了一个大洞以便让大猫进去，又钻了一个小洞让小猫进去）在该情境下，儿童能顺利解决问题。在情境Ⅰ中，当儿童画了很多不同大小的洞以便适合不同长度的木棒后，实验者通过询问儿童“你能画更少的洞吗”或者“你能画最少的洞来适合所有的木棒吗”来要求他们减少洞的数量。

下面这些符号用于标记实验中儿童的行为表现：数字1—8对应于八根木棒，最小的数字对应于最短的木棒；字母A—H对应于所画的洞，其中A对应于最小的洞，H对应最大的洞。因此洞H是情境Ⅰ的正确答案。当然，这些标记在实验指导语中不告知儿童。

情境Ⅱ

要求特定数量的木棒通过洞进入盒内。

选项1：只能通过三根木棒的洞。要求儿童画一个洞，使其中三根木棒可以通过，而其他木棒则不能通过。答案涉及的是木棒1，2，3，用来作为画洞的尺寸标准的是最长的木棒3。

选项2：只能通过六根木棒的洞。该任务的要求和选项1一样，只是涉及的是木棒1—6，用来作为画洞的尺寸标准的是最长的木棒6。

情境Ⅲ

开始时，实验者要求儿童按顺序摆放木棒，使我们能看到所有木棒的长短。接着，

问儿童:“有多少木棒比最短的木棒(数字1)长?”在不允许儿童数数的情况下,接着问:“有多少木棒比最长的木棒(数字8)短?”最后,要求儿童解释他们的答案。

对所有被试而言,任务顺序相同。问答过程以临床形式进行,通过不断提问来修正儿童的行为或预期。

初步分析

在详细分析本实验结果之前,简要说明一下之前有关序列研究的结果,以及强调一下皮亚杰序列化图式观的重要性,这是非常重要的。皮亚杰和斯泽明斯卡(Piaget & Szemińska,1941)研究了十根不同长度木棒的排序问题(现在称之为经典的序列任务),其结果表明,儿童在排序任务上存在三个发展阶段。

阶段1(4—5岁):儿童将二个或三个木棒分为一组,而不是将其视为序列。

阶段2(6—7岁):通过不断试误,儿童可以将木棒组合成序列,但是还不能完成实验者额外要求的序列化任务。而且,他们完成任务时需要经过大量的错误尝试或者是反复从最初状态开始。

阶段3(7—8岁):儿童能使用可称为运算的系统方法。他们会找到木棒中最短的那根,然后再继续找剩下的木棒中最短的一根,直到找完所有木棒(他们也许会从最长的木棒开始,再一步步进行)。这个方法被视为可逆性思维的证据,处于该阶段的儿童可以不通过试误就能在序列中插入任何补充的元素,这是儿童具有运算可逆性的深度标志。

这些阶段在后文中会有更详细的介绍(Piaget & Inhelder, 1959)。这里的阶段描述具体区分了行为发展的过渡形式。例如,不考虑比较的基线,只是把较长几根木棒排成序列;或者先向上排序然后又向下排序。实验中,额外的控制任务可用来验证儿童在推理方面的运算特性。另外,可传递现象也可验证儿童在排序任务上的运算特性。通过尝试建立了序列概念的儿童还不能在所有情境中都表现出可传递行为。例如:给一个儿童呈现“$a < b$”,接着又呈现“$b < c$”,然后将a藏起来。在没有直接比较a和c时,儿童不一定能发现a和c之间的关系。

尽管有关序列的实验研究由来已久,但本研究关注的是对应的具体方面,具体涉及实验情境的空间和物理属性,实验任务的提出也都是符合逻辑的。空间方面是指木棒的长度和序列,物理维度与实验材料有关,也与具体的木棒能否通过画好的洞有关。逻辑方面是指决定问题解决所需的基本原则:儿童至少能在心理上对部分木棒进行序列化,才能找到最长的木棒;儿童也必须明白,长度为1的洞可以让所有长度等于或小于1的木棒通过,而长度大于1的木棒则不能通过。这样,儿童就建构出对等的木棒类,它们的共同特征是有可能通过一个足够大的洞。在这类序列化任务中,只需规定两个序列

之一的具体特性,比如规定木棒序列。这样是为了使儿童在心理上能精确建构第二序列,并根据实验任务来设计一些元素(在纸上画洞)。正是在第二个序列的构建中,我们得以研究"对应"这个问题。关于"对应"和"转换"两个术语,发生认识论研究中心对其定义如下。

"对应"是"一种不修改所涉及内容的比较"。在本研究中,对应可以建立在木棒本身、洞本身以及木棒和洞之间。通过使用对应,儿童能构建一个或多个能通过木棒的洞。

另一方面,"转换"是修改所涉及内容的活动,或是产生它们自身内容的活动。在本研究中,并不存在具体实验材料的修改,但存在内容的转换。某种意义上,儿童得根据下列这些准则或影响因素,来理解这些材料。

第一,"大于"和"小于"的双重关系。

第二,需要存在将实验材料中的元素归成对等类别的可能性,以回应特定的关系需求(例如:所有长度等于或小于1的木棒都能通过1大小的洞)。

第三,关系的传递性。这种传递性都不是实际的行动,而是在给定内容上进行的重新分组和心理转换。

有关对应和转换的相互作用会在下文的讨论部分作概要介绍。实际上,我们有时候很难甚至几乎不可能在儿童外在行为的水平上区分两者。对于两者的分析是根据水平而非阶段,因为儿童在问答过程中会表现出一个、两个或多个水平,而不是分阶段的情况。

研究结果

情境 I

在习得模式上,我们可区分出五种水平的对应。

水平1——整体的对应(3—5岁) 儿童画了一个很大的洞,并打算将所有木棒同时放入盒内。而且,他也认为其他的物品也适合此洞。这样,这个洞与给定的木棒之间并没有特定关系,木棒的大小也未被用来作为画洞的依据。

Guy(5;5) 他看到这8根木棒时说:"它们能通过最大的洞。"(之前为了一个大物品画的洞)——在一系列试误后,他画了一个比木棒8还要大的洞,并说:"每次一个。"——为了证明这个洞适合所有的木棒,他将木棒1放入盒内。

在子水平1b上,木棒被分成了两、三个小组(短和长,或者短、不短不长、长),它对应于具有类似属性的洞(例如:大洞对应长木棒等)。这种对应仍然是整体性的,因为儿童选用的测量洞大小的木棒,不一定是每组中最长的那一根。

Ana(3;6) 她选择了洞D和洞F(对应木棒4和木棒6)来让所有木棒通过。——然后,她将木棒8放到洞F处("这样,木棒长了"),将木棒5放到洞D处

(“这样,木棒短了”)。——她并未考虑木棒的相对尺寸,相反只是考虑了绝对尺寸。

水平2——严格的对应(5—6岁)　儿童为每个木棒都画一个洞,每个木棒被视为与其他木棒不一样。因此,每根木棒必须有自己对应的洞。我们记录到了这种有意思的一一对应。

Dan(5;8)　他说:“我们必须要将木棒2通过与它相同大小的洞。”——对于木棒7,他说:“我们来画一个洞让它通过(尽管洞H已经被画出来了)。”

Leo(6;0)　他说:“我们必须使每个洞大小与木棒一样。”

在实验中,当我们建议一些儿童画更少的洞时,他们说这不可能,如果这样就应该减少木棒,或者必须有两根木棒相同。

尽管水平1和水平2存在明显差异,但是它们有一个共同点,即儿童还没有在木棒间建立关系。儿童要么认为木棒都是一样的,需要一个更大的洞让它们都通过;要么认为所有木棒都不一样,因此需要很多的洞。然而,水平1b的存在表明了水平1到水平2的发展。在子水平1b上,儿童开始对最初认为无差异的木棒进行区分,这个过程使得每根木棒在儿童的心理上变得不一样了(在水平2上,可以预期到一个洞对应一根木棒的思维)。

水平3——早期的对应(一对多)　儿童理解了需在木棒作为量尺的帮助下,来画一个洞才可以对应多根木棒;又因为这些木棒长度并不是连续的,所以儿童感觉需要多个洞来对应所有木棒。这类行为一般发生在儿童至少画了两个有效的洞之后:因为儿童注意到许多木棒可以通过这些洞。然而,他必须要尝试这些,而且这种一对多的对应建构不太能稳定地预测到,尽管在后面会发展起来。

Ced(6;6)　可预期他建立了一对一的对应关系。——他画了洞F和洞H。——之后通过试误,他发现木棒5适合洞F,木棒2适合洞H,木棒4适合洞G。

Fran(5;7)　他画了多个洞(洞B,C,D和H)。——然后他将木棒5,6,7对应洞H,木棒1对应洞B,木棒3对应洞C,木棒4对应洞D。——这是一种严格的对应。

我们可以发现,一个洞能对应多根木棒的想法并未影响到整个序列(否则一个洞就足够了)。这背后的推理很有趣:需要不只一个洞,是因为“长的木棒不能通过小洞”。儿童们不能进行反推,短的木棒可以通过小洞和大洞。此时,两种可能的方向——升序和降序——还未分化,也与对序列基本不对称的误解不相符。

水平3的进展在于,儿童能够分辨与区分物品,并使得一对多的对应开始在“通过同一个洞的物体”类别中进行建构与整合。但是,由于缺乏可传递性和重复形式的推理能力,这种整合还不具普遍性。

水平4——结构化的对应(一对多)　儿童的反应都表现出他们能理解“洞必须根据一组中那个最长的木棒来画”这个规则。儿童都能表达这个规则,有时候儿童还能解释说明,而且不需要之前实验中的多次探索和试误。儿童以画几个圈开始,就像处于前一水平的儿童一样,但是这次他们聚拢所有木棒,直接到达能够适用所有木棒的洞H。这

一行为可以被理解为，儿童将任务完成与唯一的大小关系联系起来。

Did(7;0) 首先假设他处于一对一对应水平。——然后要求他减少洞的数量，并说出“所有比这个木棒要短的木棒都可以通过这些木棒所对应的洞”这条规则。——接着他进一步减少洞的数量，只保留了洞D和洞H，依据则是木棒8,7,6和5都比木棒4,3,2和1要长。——最后他自然能将所有元素进行正确排序，只留下洞H，因为“所有的木棒(1—7)都比木棒8短”。

此刻，我们能从儿童的行为中推断，他已能够区分序列的两个方向，而且认识到两个序列是不对称的。

水平5——即时的建构 该水平开始于6岁，但是大部分儿童开始于7—8岁。他们没有画很多洞，也没有试误，而是直接找出木棒8作为画洞的量尺，并自然而然地对8个木棒进行排序。

Yves(7;7) 她说：“我拿到最大的木棒，根据它的大小画出一个对应的洞，这样所有的木棒都能够通过。”

情境Ⅱ

在该情境下，实验者要求儿童只画一个洞使得n根木棒通过，结果表明该任务对于儿童来说比情境Ⅰ困难。原因可能是：一方面，在情境Ⅰ中，所有木棒都呈现给儿童，而任务是通过我们已经概括了的一对多的对应方式来画一个洞；另一方面，在情境Ⅱ中的任务是根据要求的数字，来将特定数量的木棒通过洞。换言之，一个子类的形成必须要通过否定其他子类来完成，这与情境Ⅰ不同。

最早的反应(4—5岁)包含一一对应。儿童改变了“画一个适合三根木棒通过的洞”这条指导语，并计划画三个洞来分别对应三根木棒。有意思的是，这些年龄相同的儿童都自发选择三根木棒中最小的那根开始画，这是正确的。而且，他们有时会理解到，只需保留C洞即可，这也是完全正确的。这样，我们在后续就会碰到一个矛盾的现象，即年幼的儿童甚至无需对木棒进行排序，就可以解决“找到一个可以适合三根木棒通过的洞”这样的问题。对此，我们可以作如下解释：年幼的儿童在“小的数字”和“短的木棒”之间建立了一种关系。因此，“一个适合三根木棒通过的洞”激发了儿童寻找最小元素的想法。支持该解释的另外一个现象是，当实验者要求通过更多数量的木棒时，儿童会选择大号的长木棒。

San(5;2) 成功画出了适合三根木棒通过的洞C。——当实验者要求他画一个能适应五根木棒通过的洞时，他便在最长的木棍(4,5,6,7,8)中挑选。

这类行为表现出了两种互补的特性。

第一，它忽略了这个序列中的不对称特征，即如果小的洞仅允许短木棒通过，大洞则能允许长木棒和短木棒都通过。

第二，它包括两种不连续的木棒(短的/长的)的类的构建，而非包含关系(短的包含于长的)。

一些年龄较大的被试(5—6岁)选择了n根木棒,但他们不是从最小的木棒中选取的,而且,这些木棒不是连续的,洞也不适合任何一根木棒。

Dan(5;8) 当他完成“找一个能适合三根木棍通过的洞”的任务时,他画了洞H来让木棒1,2,7通过。

这些年长一些的儿童事后都注意到,他们并没有完成全部实验要求。这表现出这类行为的儿童处于对“任意元素”构建序列的过程中。同时,他们发展出了关于三根木棒在其重要方面呈任意特性这个概念,即这三根木棒可能是长的或短的。后来,儿童考虑到三根木棒的顺序,并修正了将要被选择的子类的范围;儿童因此成功地解决了困难任务,而且有时候他们会说“前三根”(木棒1到木棒3)能通过三根木棒的洞,或者是“前六根”(木棒1到木棒6)能通过六根木棒的洞。从他们的反应中,无论儿童选择多少根木棒,我们都可以看出升序的方向是守恒的。因此,前三的木棒是包含在前六的木棒中的。因此,儿童将所有的八根木棒分成了两个相互补充的类(3个和5个,然后6个和2个)。

在对情境Ⅲ的研究结果进行概要介绍之前,我们需要对情境Ⅰ和情境Ⅱ的研究进行一般性的评论。儿童画好洞再挑选一根合适的木棒与之对应,比预期所有木棒或n根木棒适合哪个洞更容易。两者的差异在于,一为预期的状态,另一为对应的有效实现。这一点在大量的研究中显而易见。在本实验中,这可以通过“所有”或“n个”与“每一个”之间现存的差异来解释。这个“所有”或“n个”将按预期来建构,而“每一个”则要通过单独的连续的行为来实现。

情境Ⅲ

我们只讨论实验中的这两个方面:数一下大于1的木棒数,不许数数推断小于8的木棒数。当实验要求的关系相反时,行为的最基本形式(也许会在六七岁之后出现)表明儿童需要继续数数。对于这些儿童而言,必须按照相反的方式来考虑这个序列,并改变比较的参照物这一事实,这也许构成了一个新的心理操作。在给定的序列中,似乎没有必要存在像“更大(长)的”元素那么多的“更小(短)的”元素。最后成功的反应表现在两个方面,儿童能毫不犹豫地预测相同的数字,并伴随下列两种可能的论点之一来表述:

1. 数字是一样的,因为两次都只能移除一个元素;
2. 通过考虑互反的关系(至少在论点上,这可能是更复杂的),发现数字是一样的。

Viv(6;8) 她说:“这七根木棒都比木棒8短,因为顺序是反过来的。”——对于另一个问题“有多少根木棒比最短的长?”——“也一样是七根,只不过是反过来的。”

总 讨 论

根据实验结果,我们可以提出几个问题。第一个问题是:儿童是如何从开始的“3 >

2”和“2 > 1”两个独立的关系获得“3 > 1”这一可传递推断的？这似乎表明：对于年幼的儿童，通过“3 > 2”这一对应建立起来的“比谁大”这一关系，与通过“2 > 1”这一对应建立起来的“比谁大”并不完全相同。因此，如果通过不同的比较，儿童建立的“比谁大”这个概念并未得到保存的话，那么我们在这里也许可以解释，为什么在发展过程中，运算结构出现得这么晚，因为我们不可能指望儿童能够对不同质的关系进行组合。

在最基本的水平上，对木棒进行整体处理之后，木棒间的对应关系使得儿童知道所有的木棒都不一样（一一对应）。之后，根据“大于”或者“小于”的关系，二元或三元的关系开始建立：因为木棒的相邻关系，这些都只是局部对应，还不能迁移至整个序列上。此外，儿童经常需要通过有效的尝试来验证这些对应。比如，需要画更多的洞使得所有木棒都能通过（情境1）就可视为这些非一般性的局部对应的标志。

在较高的水平上，不同木棒之间存在的“大于”关系就具有了同质性。从某种意义上说，它不仅支配着序列中相邻的木棒，也支配着相隔较远的木棒。这样儿童就建构成了有相同特征的木棒这个类，而且从之前水平的“每一个”发展到目前的水平“所有”，同时还伴随着：（1）预期替代了有效尝试；（2）对“大于”关系的必然感觉，也替代了经验验证的需求。

我们认为，对应于不同的发展水平，这种有点复杂性的木棒类的建构依赖于转换方面。事实上，从简单的并列关系对应抵达运算必然性，没有那么简单。在某种意义上，这些关系和对应很重要，它们使得人们对认识对象的状态有了充分的了解。为了在实验任务中确定对应与转换的联系，有必要对它们进行比较。但是，在比较中（因素会随着年龄而变化），比较的标准以及比较中所选择使用的术语，则取决于转换方面的动态特性。这一观点在研究互反性概念和一般逆运算的发展时，显得更加清晰。当然，对应不可能是消极的，如果那样的话就不存在对应。相反，逆运算确实存在，在特定水平上，并没有排除直接运算和逆运算之间的对应，而且这些对应在本质上也是积极的。

上述讨论不应使读者认为，对应只存在于较低水平，而转换存在于较高水平。对应与转换是互补的——两者都共存于任一发展水平，彼此依存。当然，有人可能会说，对应为转换作准备，并且会导致新的对应。不管怎样，这些对应的研究，使我们更好地了解到运算发展的过程，并能具体了解运算的水平。这些研究都是发生认识论研究中心最近关注的焦点：研究的目标既不是认识的不同方面的知识，也不是那些不同的想法本身，而是这些新奇的想法与认识的形成机制。

文献总汇

Piaget, J., and Szeminska, A. 1941. La Genèse du Nombre Chez l' Enfant. Neuchatel et Paris: Delachaux et Niestlé. Translation published 1952: The Child's Conception of Number. London: Routledge and Kegan Paul.

Piaget, J., and Inhelder, B. 1959. La Genèse des Structures Logiques Élémentaires. Neuchatel: Delachaux et Niestlé. Translation published 1964: The Early Growth of Logic in the Child. London: Routledge and Kegan Paul.

译者简介

陈家刚 华东师范大学外语学院副教授
胡林成 泰州学院教育科学学院教授
蒋 柯 温州医科大学精神医学学院教授
李不愆 法国国立东方语言文化学院东亚语言研究所博士研究生
刘明波 复旦大学社会发展与公共政策学院副教授
庞培培 武汉理工大学马克思主义学院副教授
钱 文 华东师范大学学前教育系副教授
孙志凤 南方科技大学思政教育与研究中心讲师
田 晨 法国巴黎索邦大学国际商法硕士,现居加拿大温哥华
汪 悦 南京大学社会学院硕士研究生
王 美 华东师范大学教师教育学院副教授
王东春 自由职业者
吴国宏 复旦大学社会发展与公共政策学院副教授
严和来 南京中医药大学医学院·整合医学学院讲师
杨晓丹 南京大学社会学院硕士研究生
袁乙榛 西华大学外国语学院,法语教师,助教
曾守锤 华东理工大学社会工作系教授
张 兵 中国太平洋保险(集团)股份有限公司人力资源高级经理
张 坤 华东政法大学社会发展学院副教授
张 璐 上海第二工业大学文理学部讲师
朱倩兰 鲁迅文学院第35届中青年作家高级研讨班(首届翻译家班)学员